


VETVS & NOVVM
TESTA-
MENTVM
DEI·SVB·NVMINE·VIGET
PRINCETON
UNIVERSITY
LIBRARY

Physikalische Zeitschrift

Herausgegeben von

Dr. H. TH. SIMON
o. ö. Professor an der Universität Göttingen.

und

Dr. P. DEBYE
o. ö. Professor an der Universität Göttingen.

Schriftleitung:

Dr. H. BUSCH, Prof. Dr. M. BORN, Prof. Dr. H. TH. SIMON

SECHZEHNTER JAHRGANG.

1915.

Mit dreizehn Tafeln.

Leipzig,
Verlag von S. Hirzel.
1915.

Autoren- und Sachregister.

Abkürzungen: (B.) = Besprechung, (M.) = Mitteilungen, (Z. B.) = Zusammenfassende Bearbeitung.

A.

B.

C.

D.

E.

F.


Digitized by Google

E.

F.



G.

H.

I.

M.

N.

O.



Namensverzeichnis der „Personalien".

(Fettdruck = Kriegsbeteiligung.)

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 1. | 1. Januar 1915. | 16. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 2 am 16. Januar 1915.

INHALT:

Dem Andenken der im Kriege gefallenen deutschen Physiker.

Maximilian Reinganum (Freiburg i. B.).

Maximilian Reinganum ist am 4. September bei Le Ménil jenseits der Vogesen gefallen. Ein Granatsplitter traf ihn mitten ins Herz. Er sank lautlos vom Pferde. Den Gestellungsbefehl hatte er nicht abgewartet, hatte sich sofort in den ersten Tagen der Mobilmachung freiwillig zur Verfügung gestellt. Als Vizewachtmeister im 5. Bad. Feld-Artillerie-Regiment hatte er die Gefechte bei Mühlhausen und Saarburg mitgemacht. Dem letzten Gruß aus Baccarat an die Seinen folgte die Nachricht des Regiments: „Mit ihm haben wir einen der pflichttreuesten und diensteifrigsten und zugleich einen der vornehm bescheidensten Kameraden verloren."

Max Reinganum

Maximilian Reinganum gehörte zu denen, die sich die Sympathie gleichstrebender Männer schon nach kurzem Beisammensein erwerben. Sein mit energischer Wahrheitsliebe auf Vertiefung in die physikalische Forschung gerichtetes Wesen, und eine durch inneren Stolz bedingte Erhabenheit über jede Streberei oder Anbetung äußeren Erfolges, ließ jeden sofort erkennen, daß sein Sinnen in intellektueller wie in ethischer Hinsicht auf edelste Ziele gerichtet war.

Reinganum war in Frankfurt a. M. am 2. Januar 1876 als Sohn des in seiner Vaterstadt hohes Ansehen genießenden Rechtsanwaltes R. geboren. Dort absolvierte er das städtische Gymnasium, und ging dann nach Straßburg, wo er sich zunächst mehr philoso-

phischen Studien zuwandte. Vom dritten Semester an studierte er dann in Göttingen Physik. Im Göttinger Mathematischen Verein, und bei gemeinsamem Ausarbeiten von Vorlesungen von Klein, Riecke, Voigt und Nernst hatten wir Freundschaft geschlossen.

Gleich die erste Arbeit über: „Durch isotherme Destillation zu erzeugende Druckdifferenzen“[1]), die er als Student im 4. Semester im Nernstschen Institut veröffentlichte, zeigte seine Vorliebe, physikalische Probleme, die sich thermodynamisch oder kinetisch berechnen lassen, kinetisch zu behandeln. Diese Neigung zur kinetischen Theorie hat ihn ganz beherrscht, und hieraus entsprang seine tiefe Verehrung für Boltzmanns Arbeiten, deren intensives Studium ihn in seiner Dissertation[2]), nach kritischer Bearbeitung eines enormen experimentellen Materials, zur Aufstellung einer neuen Zustandsgleichung führte, die gegenüber der Gleichung von van der Waals einen bedeutenden Fortschritt darstellte. Reinganum behielt die Grundhypothesen der van der Waalsschen Theorie bei, entfernte sich aber von ihr in der Richtung, daß er nicht annahm, daß im Innern des Gases sich die Kräfte der Moleküle vollständig gegenseitig aufheben. Die durchaus mathematisch abgeleitete Reinganumsche Zustandsgleichung berücksichtigt vielmehr die gegenseitige planetarische Beeinflussung der Moleküle, indem die Wirkung der Anziehungskräfte, die bei jedem Vorübergang oder Stoß zweier Moleküle zur Wirkung kommen, unter Zugrundelegung des Virialsatzes und eines Satzes von Boltzmann über die räumliche Verteilung materieller, mit Kräften begabter Punkte in Ansatz gebracht wurden.

Reinganum hat nach Beendigung des Göttinger Studiums zunächst bei der Artillerie in Mainz gedient. Dann ist er nach Leiden gegangen und hat als Assistent zusammen mit Kamerlingh Onnes[1]) gearbeitet. Neben den experimentellen Arbeiten hat er seine Theorie der molekularen Anziehung[2]) in schwach komprimierten Gasen weiter ausgearbeitet und eleganter als in der Dissertation dargestellt. In dankbarer Verehrung hat er beim Gedenken an diese Zeit stets der Anregung und Hilfe von H. A. Lorentz gedacht. Von Leiden aus veröffentlichte Reinganum auch eine viel zitierte Bemerkung zur theoretischen Bestimmung des Verhältnisses von Wärme- und Elektrizitätsleitung der Metalle aus der Drudeschen Elektronentheorie[3]). Von Leiden ging er nach Münster als Assistent zu Ketteler und habilitierte sich dort 1901 mit einer Arbeit, die wiederum die Zustandsgleichung[4]) betraf. Nach dem Tode Kettelers hat er dann, während der Vakanz, die Vorlesung über Experimentalphysik in Münster gehalten.

Eine in Münster erschienene Arbeit: „Über Molekularkräfte und elektrische Ladungen der Moleküle“[5]) stellt einen Versuch dar, die Kräfte zwischen den Molekülen auf elektrostatische Kräfte von Ladungen zurückzuführen, die sich auf den Molekülen an örtlich getrennten Stellen befinden. Es folgten hieran anschließend mehrere kurze Mitteilungen, die auf dem Wege der letzten Arbeit weiter zu kommen suchten, aber sich noch nicht zu einem abgerundeten Ganzen konsolidierten. Hierzu gehört die Abhandlung „Zum Mechanismus elektrochemischer Vorgänge“[6]) und „Bemerkung zur Elektrooptik der Metalle“[7]), während die Ab-

1) Wied. Ann. **59**, 765, 1896.
2) Dissertation Göttingen 1899.

1) Comm. Leiden. 1900.
2) Soc. Bull. d. Sciences à Harlem. 1900.
3) Ann. d. Phys. **4**, 2, 398, 1901.
4) Ann. d. Phys. **6**, 533, 1901.
5) Ann. d. Phys. **10**, 334, 1903.
6) Ann. d. Phys. **10**, 354, 1903.
7) Ann. d. Phys. **16**, 958, 1905.

handlung „Über Energie und spezifische Wärme in der Nähe der kritischen Temperatur“[1]) sich wieder mit der Theorie von van der Waals bzw. mit der Zustandsgleichung beschäftigte. Diese letzten Arbeiten sind aus Straßburg datiert. Reinganum hatte seine Dozentur in Münster aufgegeben, und war zunächst dorthin übergesiedelt, wo ihm von Prof. Braun ein Arbeitszimmer zur Verfügung gestellt wurde. Er arbeitete dort experimentell über die Dichtebestimmung des Chlors bei hohen Temperaturen[2]). Im Herbst 1905 habilitierte er sich dann zum zweiten Male, und zwar in Freiburg i. B. Hier arbeitete er zunächst im Physikalisch-Chemischen Institut und übernahm dann 1906 eine Assistentenstelle bei Prof. Himstedt. Experimentelle Studien über Selenzellen[3,4]) und Arbeiten über „Magnetische Astasierung von Drehspulengalvanometern“[5]) beschäftigten ihn die folgenden Jahre. Im Jahre 1909 wandte er sich mit einer Arbeit über „Molekulare Dimensionen“ wieder gaskinetischen Untersuchungen zu[6]) und untersuchte dann die „Veränderung der Reichweite von α-Strahlen durch elektrische Potentiale“[7]). Eine im gleichen Jahre publizierte Abhandlung, „Bemerkungen zur Stokesschen Formel“[8]) ist für die Millikanschen Versuche von Wichtigkeit. Es wird die Gleitungskorrektion berechnet, und ein Resultat erhalten, das mit dem, etwas andres, aber unabhängig und kurz vorher erhaltenen von Cunningham übereinstimmt.

Reinganum führte seine experimentellen Messungen[9]) mit α-Strahlen zunächst fort, veröffentlichte aber gleichzeitig noch eine kritische Abhandlung über „Ionenbeweglichkeit in Gasen“[1]) und eine „Studie zur Elektronentheorie der Metalle“[2]). Während diese Arbeiten mehr den Charakter von Voruntersuchungen haben, scheint mir die letzte größere Arbeit über „Kräfte elektrischer Doppelpunkte nach der statistischen Mechanik und Anwendung auf molekulare und Ionenbewegung“[3]) wieder der Anfang einer umfassenderen, fruchtbaren theoretischen Arbeit zu sein.

Im Jahre 1907 war Reinganum zum Professor in Freiburg ernannt worden. Die Erfüllung seines berechtigten Wunsches nach einer etatmäßigen Professur hat er nicht mehr erleben dürfen. Wohl manchmal fiel auf seinen, für Forschung und Lehre begeisterten Frohsinn ein Schatten, wenn er sah, wie so mancher, dessen Leistungen nicht an die seinen herankamen, ihm vorgezogen wurde; aber schnell vertrieb er sich solche, die Arbeitsfreudigkeit hemmende Verstimmung in den reinen Höhen der vereisten Felsen Tirols oder auf den Skihalden des Schwarzwaldes. — Max Reinganum blieb bis zuletzt die froh schaffende, liebenswürdige Persönlichkeit, die sich für alles begeistern konnte, was den denkenden, an eine ideale Aufgabe der Menschheit glaubenden Mann bewegt. Mit Begeisterung haben ihn die großen Ideen, die jetzt das Vaterland bewegen, erfüllt. Schon zur Zeit des Burenkrieges hatte er einen warmherzigen Aufruf für die Buren in der Badischen Landeszeitung erlassen; mit Begeisterung zog er ins Feld. Dem Forscher Reinganum haben seine Arbeiten ein dauerndes Andenken gesichert, dem Menschen werden es Kollegen, Freunde und Schüler bewahren.

Erich Marx.

1) Ann. d. Phys. 18, 1008, 1905.
2) Diese Zeitschr. 6, 514, 1905.
3) Diese Zeitschr. 7, 786, 1906.
4) Diese Zeitschr. 8, 293, 1907.
5) Diese Zeitschr. 10, 91, 1908.
6) Ann. d. Phys. 28, 142, 1909.
7) Heidelb. Sitzber. 1910.
8) Verh. d. D. Phys. Ges. 12, 1025, 1910.
9) Diese Zeitschr. 12, 1076, 1911.

1) Diese Zeitschr. 12, 575 u. 666, 1911.
2) Heidelb. Sitzber. 1911. — 3) Ann 38, 649, 1912.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die α-Strahlung des Wismuts aus Pechblende.

Von Lise Meitner.

Die Frage nach den Endprodukten der radioaktiven Umwandlungsreihen ist in der letzten Zeit wieder besonders in den Vordergrund getreten, seitdem der Nachweis erbracht worden ist, daß das Blei aus Uranmineralien sich im Atomgewicht von dem gewöhnlichen Blei unterscheidet. Die radioaktive Zerfallstheorie war schon seit langem zu dem Schlusse gelangt, daß das letzte Umwandlungsprodukt des Urans Blei sei, dessen Atomgewicht aber um eine Einheit niedriger sein müsse als das Atomgewicht des gewöhnlichen, aus nichtradioaktiven Mineralien gewonnenen Bleies. Tatsächlich haben einerseits Hönigschmid[1]), andererseits Richards und Lembert[2]) das Atomgewicht von Blei aus Pechblenderückständen bestimmt und durchschnittlich den Wert 206,6 gefunden, während der internationale Atomgewichtswert 207,15 beträgt.

Die Tatsache, daß beim Zerfall des Poloniums Blei entsteht, kann jetzt wohl als sichergestellt bezeichnet werden. Es ergibt sich nur noch die Frage, ob dieses Blei als letztes, also stabiles Endprodukt der Uranreihe zu betrachten ist oder ob es noch einem weiteren Zerfall unterliegt. Wenn man den Standpunkt vertritt, daß alle Elemente in einem genetischen Zusammenhang stehen, so muß man natürlich auch das Blei als instabil betrachten. Fajans[3]) hat schon vor längerer Zeit darauf hingewiesen, daß das Blei möglicherweise nach folgendem Schema weiter zerfällt:

$$Pb \xrightarrow{\beta} Bi \xrightarrow{\alpha} Tl.$$

Zwei Tatsachen führte Fajans als Stütze für diese Annahme an: Das Vorkommen von Wismut und Thallium in radioaktiven Mineralien und die Differenz 4,0 zwischen ihren Atomgewichten.

Der vorausgesetzte Zerfall des Bleies muß jedenfalls sehr langsam vor sich gehen und daher mit einer außerordentlich schwachen und sehr wenig durchdringenden β-Strahlung verbunden sein. Diese aufzufinden kann man wohl nicht erwarten. Dagegen schien es möglich, die etwaige α-Strahlung des Wismuts nachzuweisen. Das aus Blei entstehende Wismut müßte das Atomgewicht 206 (gegenüber 208 für gewöhnliches Wismut) haben und Fajans vermutete, daß diesem geringeren Atomgewicht auch eine kürzere Lebensdauer, also relativ stärkere Aktivität, entspräche. Die Richtigkeit dieser Überlegung wurde von Fajans und Frl. Towara[1]) in einer experimentellen Untersuchung geprüft, deren Resultate dahin zusammengefaßt wurden, daß das Wismut aus Joachimsthaler Pechblende ein neues, α-Strahlen emittierendes Glied der Wismutplejade enthalte. Als obere Grenze für die Halbwertszeit des neuen Elementes wird 10^8 Jahre angegeben.

Gegen dieses Resultat ließen sich von vornherein zwei Bedenken geltend machen, ein theoretisches und ein praktisches. Die Joachimsthaler Pechblende enthält im Mittel etwa 0,6 bis 0,7 Gewichtsprozent Wismut (Element). Soll ein nennenswerter Teil dieses Wismuts vom Zerfall des aus Uran entstandenen Bleies herrühren, und nimmt man die Halbwertszeit des Wismuts zu 10^8 Jahren an, so kommt man für das Blei zu Halbwertszeiten, die nicht sehr wahrscheinlich sind. Beispielsweise müßte, wenn nur etwa ein Drittel des Wismuts in der Pechblende radioaktiven Ursprungs ist, das Blei schon etwa 10mal instabiler sein als das Uran, vorausgesetzt, daß das Wismut die Halbwertszeit von 10^8 Jahren besitzt. Indessen liegen keine Tatsachen vor, die eine derartige Instabilität des Bleies direkt ausschließen würden. Sie steht auch nicht mit dem Bleigehalt der Uranmineralien in Widerspruch, denn nach den oben erwähnten Atomgewichtsbestimmungen ist es sehr wahrscheinlich, daß ein Teil des Bleigehaltes der Pechblende nicht radioaktiven Ursprungs ist, worauf schon Hönigschmid hingewiesen hat[2]).

Gewichtiger schien gegen das Resultat von Fajans und Frl. Towara der Umstand zu sprechen, daß Prof. Hahn und ich gelegentlich einer nicht publizierten Untersuchung über die Muttersubstanz des Aktiniums Wismutpräparate aus Pechblende hergestellt hatten, deren α-Aktivität, die seit fast 2 Jahren gemessen wird, genau mit der Halbwertszeit des Poloniums abnimmt. Eine α-Aktivität des Wismuts auch nur von der Stärke der α-Aktivität des Urans

1) O. Hönigschmid, Zeitschr. f. Elektrochem. 20, 452—460, 1914.
2) W. Richards u. E. Lembert, Zeitschr. f. anorg. Chem. 88, 429—451, 1914.
3) K. Fajans, Ber. d. D. Chem. Gesellsch. 46, 437, 1914.

1) K. Fajans u. H. Towara, Naturwissenschaften 2, 685, 1914.
2) Hönigschmid, l. c.

hätte sich hierbei deutlich bemerkbar machen müssen. Die von Fajans und Frl. Towara angegebene Reichweite der Wismut-α-Strahlen legte die Möglichkeit nahe, daß die α-Aktivität des Wismuts von mitgerissenem Ionium herrührte; denn daß das Ionium leicht mitgerissen wird, hatten wir wiederholt beobachten können. Die Frage schien jedenfalls einer Nachprüfung wert und ich habe mich daher im Juni 1914 an das zuständige österreichische Ministerium gewendet, um geeignetes Material von Joachimsthal zu erhalten. Ich habe das nötige Material in freigebigster Weise zur Verfügung gestellt bekommen, wofür ich auch noch an dieser Stelle meinen Dank aussprechen möchte.

Das als Rohwismut bezeichnete Material ist wismuthaltiger, oxydischer, trockener Metallschlamm aus Pechblenderückständen, der das gesamte Wismut der Pechblende und somit auch den nach Fajans mit Wismut isotopen neuen α-Strahler enthalten muß. Eine vorläufige Untersuchung des Rohwismuts ergab eine starke α-Aktivität und eine im Verhältnis hierzu sehr geringe β-Aktivität. Radium ließ sich nur in sehr geringer Menge nachweisen, dagegen waren verhältnismäßig starke Mengen Aktinium nachweisbar, ein Beweis, daß mit dem Schlamm auch seltene Erden abgeschieden worden waren.

Es wurde nun zur vorläufigen Orientierung eine geringe Menge des Schlammes in Salzsäure gelöst (wobei nahezu nichts Ungelöstes zurückblieb), und das Wismut durch Wasser als Oxychlorid gefällt. Zur oberflächlichen Reinigung wurde das gefällte Wismut wieder in Salzsäure gelöst und abermals mit Wasser gefällt. Dieses Wismut zeigte in einem α-Elektroskop in willkürlichen Einheiten gemessen eine Aktivität von rund 600. Das neuerlich gelöste Wismut wurde mit 2 Tropfen einer 0,1 prozentigen Thornitratlösung versetzt und nun eine Thor-Wismuttrennung ausgeführt. Es resultierte dabei ein Wismutpräparat, dessen α-Aktivität nur mehr 70 betrug, während die Thoriumfällung eine α-Aktivität von 1200 aufwies. Daß die α-Aktivität des Thoriums scheinbar größer ist als die des als Ausgangsmaterial benützten Wismuts rührt daher, daß im Gegensatz zu der sehr geringen Menge Thorium das Wismut eine unendlich dicke Schicht darstellte. Die eigene Aktivität des zugesetzten Thoriums wurde in einem besonderen Versuch zu 0,2 festgestellt, kam also hierbei nicht in Betracht.

Nachdem es sich so gezeigt hatte, daß durch eine einzige Thorium-Wismuttrennung fast 90 Proz. der α-Aktivität des Wismuts entfernt worden waren, wurde nun ganz systematisch an eine vollständige Reinigung des Wismuts von seiner α-Aktivität gegangen.

Das als Oxychlorid aus einigen Grammen des Rohwismuts gefällte Wismut (etwa 0,3 g) wurde mehrere Male durch Auflösen in Salzsäure und Abscheiden mit Wasser umgefällt. Hierauf wurde es mit einigen Tropfen einer 1 proz. Thornitratlösung versetzt, eine Thorwismuttrennung ausgeführt und dieser Vorgang mehrmals wiederholt. Der Gang der Abtrennung der α-Aktivität läßt sich aus nachstehenden Zahlen ersehen[1]). Die so viel größere Aktivität der Thoriumfällungen im Vergleich zu der Aktivität der jeweils als Ausgangsmaterial verwendeten Wismutfällungen rührt wieder von den verschiedenen Schichtdicken her.

Die ursprüngliche Aktivität des Wismutpräparates vor der ersten Thoriumabtrennung betrug rund 1000.

Thoriumfällungen	Aktivität	Wismutfällungen	Aktivität
1	4170	1	250
2	946	2	74
3	346	3	17,4
4	34	4	5,2
5	10,2	5	2,8
7	4,8	7	1,14
9	3,65	9	1,13

Die letzte Wismutfällung enthielt etwa 150 mg Wismutoxychlorid. Um einen Vergleich für die Aktivitäten zu haben, sei bemerkt, daß 11 mg metallischem Uran unter gleichen Bedingungen gemessen eine Aktivität von rund 50 entspricht.

Um zu prüfen, ob diese geringe Restaktivität des Wismuts etwa von Polonium herrührte, wurde das wieder in HCl gelöste Wismut mit einer wässerigen Lösung telluriger Säure versetzt und das Tellur mit Zinnchlorür ausgefällt. Dieser Vorgang wurde zweimal wiederholt. Beide Tellurfällungen waren absolut inaktiv. Das resultierende Wismut, das als Sulfid gefällt, vom Zinn mittels Schwefelammonium getrennt und schließlich wieder ins Oxychlorid überführt worden war, zeigte seine frühere Restaktivität. Da diese vermutlich durch Spuren mitgerissenen Thoriums verursacht war, wofür der Umstand sprach, daß die letzten Thorfällungen schon etwas schwächer waren, als der eigenen Aktivität des zugesetzten Thoriums entsprach, wurde nun das gelöste Wismut mit Zirkonnitrat versetzt und wie vorher die

1) Als ich die Reinigung meines Wismutpräparates schon fast beendet hatte, wurde ich auf eine Notiz von K. Fajans (Chem. Zt., 22. Aug. 1914) aufmerksam, in der berichtet wird, daß die α-Aktivität des Fajansschen Wismutpräparates zum großen Teil von Ionium herrühre, weshalb die Beobachtung eines neuen α-Strahlers einstweilen nicht aufrecht erhalten würde.

Wismut-Thorium- jetzt die Wismut-Zirkontrennungen ausgeführt. Tatsächlich gelang es so, ein inaktives Wismutpräparat zu erhalten. Damit ist der Beweis erbracht, daß die ganze ursprünglich beim Wismut vorhandene α-Aktivität nur von mitgefälltem Ionium herrührte. Da die Empfindlichkeit des verwendeten α-Elektroskops noch die Aktivität von $^1/_{10}$ mg Uran deutlich erkennen läßt, so müßte das Wismut, wenn es noch eine eigene α-Aktivität besitzen sollte, etwa 10000 mal schwächer aktiv sein, wie die gleiche Gewichtsmenge Uran.

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, daß die α-Aktivität des aus der Joachimsthaler Pechblende stammenden Wismuts nicht dem Wismut selbst angehört, sondern sich von diesem vollständig trennen läßt. Bei der verwendeten Fällungsmethode rührte die ganze α-Aktivität von mitgerissenem Ionium her. Damit erweisen sich alle unmittelbar an die α-Aktivität des Wismuts geknüpften Folgerungen als unhaltbar.

Berlin-Dahlem, Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie.

(Eingegangen 24. November 1914.)

Das magnetische Spektrum der β-Strahlen von Radiothor und Thorium X.

Von Otto v. Baeyer, Otto Hahn und Lise Meitner.

(Mit Tafel I.)

Die weitgehende chemische Analogie zwischen den Produkten der Thorium- und Aktiniumreihe bedingt nach den neueren Anschauungen auch eine entsprechende Parallelität der die Umwandlungen begleitenden Strahlen. Vom Radiothor bzw. Radioaktinium beginnend, verlaufen die Umwandlungen der beiden Reihen vollkommen identisch und man muß ein gleiches Verhalten für die emittierten Strahlen erwarten, was auch, soweit es sich um α-Strahlungen handelt, bereits bewiesen worden ist. Dagegen zeigen die beiden Reihen scheinbare Abweichungen in ihren β-Strahlungen. So hatten wir beim Radioaktinium sowohl elektroskopisch als nach der Methode der magnetischen Spektra eine gar nicht unbeträchtliche β-Strahlung gefunden, während beim Radiothor eine solche bisher nicht bekannt war. Da aber die Prüfung auf β-Strahlen früher immer nur elektroskopisch vorgenommen worden war, die Methode der magnetischen Spektra jedoch für langsame β-Strahlen bedeutend empfindlicher ist, so haben wir auch das Radiothor nach dieser Methode auf β-Strahlen untersucht. Es wurde einerseits das β-Strahlenspektrum von Radiothor möglichst frei von allen folgenden Produkten, andererseits das Spektrum von Thorium X aufgenommen. Bevor wir die erhaltenen Resultate besprechen, seien ein paar Worte über die Herstellungsmethode der Präparate gesagt.

Die Substanzen müssen für die photographischen Aufnahmen auf dünnen Drähten elektrolytisch niedergeschlagen werden. Beim Radiothor bietet dies keinerlei Schwierigkeiten, es läßt sich aus seiner Lösung leicht auf Platin- oder Silberdrähten kathodisch abscheiden. Wir verwendeten als Kathode einen Platindraht von 0,15 mm Dicke.

Schwieriger ist die elektrolytische Darstellung von Thorium X. Wir verfuhren dabei folgendermaßen. Aus einer Lösung von Radiothor + Zerfallsprodukten wurde durch mehrmalige Ammoniakfällungen alles Radiothor und der größte Teil des aktiven Niederschlags entfernt. Das Filtrat, das das Thorium X enthält, wurde mit ca. $^1/_{80}$ mg $BaCl_2$ versetzt, um das Thorium X mit diesen geringen Spuren Substanz elektrolytisch abzuscheiden. Dann wurde das Filtrat zur Trocknen eingedampft, die Ammoniaksalze weggeglüht und das übrigbleibende Thorium X mit destilliertem Wasser aufgenommen.

Während der Elektrolyse wurde in die in Eis gekühlte Lösung ständig ein schwacher Kohlensäurestrom geleitet. Es wurden Spannungen von 50—100 Volt verwendet; die Stromstärke betrug dann 0,01—0,02 Amp. Es gelang so, an einen Platindraht von 0,8 cm Länge und 0,15 mm Dicke eine Menge ThX zu konzentrieren, deren β-Aktivität (vom aktiven Niederschlag herrührend) rund 0,01 mg Radiumbromid entsprach.

Die Aufnahme des magnetischen Spektrums erfolgte in demselben Apparat, wie wir ihn früher beschrieben haben. Bei einer magnetischen Feldstärke von ca. 100 Gauß wurde zunächst das Radiothorpräparat untersucht. Nach 12stündiger Exposition wurde ein Bild erhalten, das in Fig. 1 in etwa zweifacher Vergrößerung wiedergegeben ist. Man erkennt darauf neben dem kräftigen unabgelenkten α-Strahl zwei stark abgelenkte nahe benachbarte β-Strahlen. Die Ausmessung der photographischen Platte ergab, daß diese beiden Streifen identisch sind mit den β-Strahlen, die wir in früheren Arbeiten dem Thorium X zugeschrieben haben[1]).

Die Geschwindigkeiten der beiden Strahlungen sind

1) v. Baeyer, Hahn u. Meitner, diese Zeitschr. 13, 264—266, 1912.

$\beta = 0{,}51$ Lichtgeschw.
und $\beta = 0{,}47$ „

Das Radiothorpräparat war ursprünglich vollkommen frei von Thorium X, da aber natürlich während der Exposition Thorium X und die Produkte des aktiven Niederschlages nachgebildet werden (im Durchschnitt waren etwa 7 Proz. Thorium X vorhanden), so müssen, wenn auch schwach, die β-Strahlen dieser Produkte zu bemerken sein.

Tatsächlich erkennt man auf den Aufnahmen eine schwache, von schnelleren β-Strahlen herrührende Schwärzung.

Den strengsten Beweis, daß die beiden β-Strahlen 0,51 und 0,47 dem Radiothor zuzuschreiben sind, ergibt nun die Aufnahme Fig. 2, die mit dem Thorium X-Präparat ausgeführt wurde. Die Aufnahme ist bei derselben magnetischen Feldstärke wie die vorige in 12 Stunden entstanden.

Das erhaltene Bild entspricht vollkommen den Aufnahmen, die wir früher mit dem aktiven Niederschlag des Thoriums erzielt haben. Außer den schwach abgelenkten schnellen β-Strahlen sind die beiden β-Strahlen 0,72 und 0,63 stark vertreten.

Von den β-Strahlen 0,51 und 0,47 dagegen ist keine Spur vorhanden. Damit ist vollkommen eindeutig bewiesen, daß letztere nur dem Radiothor angehören können. Das Thorium X sendet demnach keine mit dieser Methode nachweisbaren β-Strahlen aus.

Dies Ergebnis steht, wie schon erwähnt, im Widerspruch zu den früheren von uns gemachten Angaben. Bei diesen früheren Aufnahmen der magnetischen Spektren hatten wir immer nur Radiothor und Thorium X gemeinsam untersucht, da eine elektrolytische Reinherstellung von Thorium X mit ziemlichen Schwierigkeiten verknüpft ist. Natürlich ließen diese Aufnahmen keine unmittelbare Entscheidung zu, ob die gefundenen β-Strahlen dem Radiothor oder dem Thorium X angehören. Wir hatten sie auf Grund von elektroskopischen Messungen[1]) dem Thorium X zugeschrieben.

Dieser Widerspruch läßt sich vielleicht auf folgende Weise lösen. Bei den Aufnahmen der magnetischen Spektren werden, wenigstens bei den hier angewandten schwachen Präparaten, nur die stärkeren β-Strahlen nachgewiesen. Es ist deshalb nicht ausgeschlossen, daß noch eine Anzahl schwacher β-Strahlen vorhanden ist. So existieren z. B. bei dem aktiven Niederschlag des Thoriums eine ganze Reihe schwacher β-Strahlen, die, wie wir schon in einer früheren Arbeit erwähnten, nur bei Verwendung sehr starker Präparate zum Vorschein kommen[1]). Es ist deshalb denkbar, duß auch das Thorium X solche schwache β-Strahlen emittiert; sind diese nun aber schneller als die β-Strahlen des Radiothors, so können sie sich elektroskopisch bemerkbar machen, während die zwar starken, aber langsamen β-Strahlen des Radiothors bei der angewandten Versuchsanordnung nicht beobachtet werden können.

1) Hahn u. Meitner, diese Zeitschr. **11**, 493—497, 1910.

Zusammenfassung:

Radiothor emittiert β-Strahlen von 0,51 und 0,47 Lichtgeschwindigkeit, die wir früher irrtümlich dem Thorium X zugeschrieben haben.

1) v. Baeyer, Hahn u. Meitner, diese Zeitschr. **15**, 649—650, 1914.

Physikalisches Institut der Universität Berlin.
Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie, Dahlem.

(Eingegangen 15. Dezember 1914.)

Über das Spektrum von Gadolinium.

Von E. Paulson.

Vorliegende Arbeit bildet eine Fortsetzung meiner Untersuchung über die Linienspektren, in denen man bisher keine Gesetzmäßigkeiten gefunden hat. Es bestätigt sich mehr und mehr, daß Wiederholungen charakteristischer Gruppen von Linien mit konstanten Differenzen zwischen deren Wellenzahlen eine allgemeine Erscheinung in den meisten Spektren sind.

Diese Art der Gesetzmäßigkeit verdient sicherlich mehr Aufmerksamkeit als man bisher darauf gerichtet hat. Einerseits umfaßt sie gewöhnlich erheblich mehr Linien als die der Serien und deren Abzweigungen, und wäre daher imstande ein allseitigeres Bild der Vorgänge im lichtemittierenden Atom zu geben, wenn wir nur den wahren Zusammenhang kennten. Anderseits gibt es keinen anderen Schlüssel zur Konstitution der Spektren, in denen Serien unbekannt sind — die gerade die meisten sind.

Solche Liniengruppen aus einem Spektrum herauszusuchen, ist gewiß sehr mühsam. Die Arbeit kann jedoch durch mechanische Hilfsmittel und einige Kunstgriffe erleichtert werden. Kennt man nur einige Paare mit Sicherheit, wird die Ermittlung einer vollständigeren Gruppe nicht schwer, wie ich in bezug auf das Lanthanspektrum[1]) bemerkt habe. Die gewaltige Arbeit, welche in Präzisionsmessungen von Wellenlängen niedergelegt ist und fortwährend nieder-

1) Gesetzmäßigkeiten im Bau des Lanthanspektrums. Ann. d. Phys. **45**, 1206, 1914.

gelegt wird, scheint mir auch ziemlich zwecklos, wenn nicht mindestens einige Versuche zur Systematisierung des geschaffenen Materials gemacht werden, obwohl die physikalische Zergliederung anfänglich nicht so tiefgehend wird.

Ausführliche Untersuchungen über die magnetische Aufspaltung aller zu einem System gehöriger Linien sollten einen großen Fortschritt bedeuten. Nur für wenige Spektren liegen Beobachtungen über das Verhalten im magnetischen Felde einer größeren Anzahl Linien vor. Für Palladium[1]) habe ich 57 Linien, von denen die Aufspaltung für 30 durch Purvis bekannt ist, in Gruppen um je 4 (5) Linien zusammengestellt. Es erwiesen sich wohl einige Analogien in der Aufspaltung von gewissen Linien sowohl innerhalb jeder Gruppe als auch beim Übergang von einer Gruppe zu einer anderen, jedoch waren keine einfachen Beziehungen zu entdecken.

Das hier behandelte Spektrum, das des Gadoliniums, ist nur von Exner und Haschek mit einiger Genauigkeit ausgemessen worden. Untersuchungen auf Zeeman-Effekt liegen nicht vor. Da ich meine Zahlen aus der Wellenlängetabelle für *Gd* im Kaysers Handbuch, in dem alle schwächeren Linien fortgelassen sind, genommen habe, ist es wohl möglich einige Lücken der nebenstehenden Tabelle durch einen Vergleich mit der Originalarbeit zu füllen.

Es soll erwähnt werden, daß ich schon in meiner Dissertation zwei Differenzen im *Gd*-Spektrum angeführt habe. Die erste dieser findet man in anderer Form im unten gegebenen System wieder. Die ursprüngliche, zwischen nur zwei Paaren auftretende Differenz hatte den Wert 1206, welcher durch Vertauschen der 4 Linien in 2857 überging, die unten in den beiden Differenzen 1500 und 1357 zerteilt sind.

Nebenstehende Tabelle enthält die Wellenzahlen einer Anzahl Linien des *Gd*-Spektrums in der Weise geordnet, daß die Linien, die entsprechenden Kolumnen (A—H) angehören, in allen Reihen dieselben Differenzen zeigen. Diese Differenzen sind in den angrenzenden Kolumnen eingetragen. I bezeichnet die Intensität der Linien.

Die Wellenzahlen der Linien in den sukzessiven Kolumnen lassen sich durch folgende Beziehungen ausdrücken:

$$B = A + 321,49 \qquad F = A + 4300,11$$
$$C = A + 819,97 \qquad G = A + 4609,93$$
$$D = A + 2319,65 \qquad H = A + 6550,62$$
$$E = A + 3677,04$$

1) On the spectrum of Palladium. Wird in Phil. Mag. erscheinen.

Lund im November 1914.

(Eingegangen 29. November 1914.)

Tabelle.

I	A	321,49	I	B	498,48	I	C	1499,68	I	D	1357,39	I	E	623,07	I	F	309,82	I	G	1940,69	I	H
									3	22190,22	1357,48	3	23547,70	622,89	5	24170,59						
									4	22653,55				(1979,72)	2	24633,27	310,24	3	24943,51	1940,88	10	26884,39
			2	21827,87	498,79	3	22326,66	1498,69	3	23825,35										(4231,51)	2	28056,86
			4	22315,30	498,56	2	22813,86				(2857,51)	2	25671,37									
			4	22387,84	499,12	2	22886,96	1500,78	3	24387,74												
1	22289,04	321,99	6	22611,03	498,12	10	23109,15	1499,45	20	24608,60	1357,67	8	25966,27	623,39	3	26589,66	309,41	4	26899,07	1940,73	5	28839,80
			3	22669,00	498,50	3	23167,50	1500,59	5	24668,09	1357,85	3	26025,94	623,33	1	26649,27						
2	22384,74				(820,03)	2	23204,77	1499,09	2	24703,86	1357,83	3	26061,69									
3	22540,90	321,52	4	22862,42	498,31	9	23360,73	1499,55	3	24860,28	1357,68	10	26217,96	623,13	3	26841,09						
						10	23518,90				(2857,21)	4	26376,11				(932,71)	1	27308,82	1940,61	8	29249,43
						8	23662,93	1499,56	4	25162,49	1356,66	4	26519,15	623,11	3	27142,26				(2250,49)	3	29392,75
									2	25170,78	1357,31	4	26528,09							(2873,30)	3	29401,39
1	23576,84	320,99	10	23897,83	497,88	5	24395,71							(3480,57)	2	27876,28						
						10	24566,95				2857,66	15	27424,61									
			1	24536,18	499,12	4	25035,30	1499,75	20	26535,05	1358,01	10	27893,06				(932,61)	5	28825,67	1940,53	1	30766,20
						3	25079,13	1499,79	3	26578,92	1356,54	2	27935,46				(932,07)	3	28867,53			
			8	24693,86	498,54	2	25192,40	1498,68	1	26691,08												
3	24855,34	321,47	4	25176,81	497,92	8	25674,73															
3	25041,32	321,49	2	25362,82				(1998,61)	8	27361,43	1357,70	6	28719,13									
6	25254,76				(819,98)	2	26074,74	1500,06	2	27574,80												
						5	27115,70	1500,13	6	28615,83	1357,13	4	29972,96	622,58	2	30595,54						

Über eine exponentielle Temperaturskala.

Von R. H. Weber.

Unter dieser Überschrift hat kürzlich Th. Peczalski eine Abhandlung[1]) veröffentlicht, in der er eine neue Temperaturskala τ in Vorschlag bringt, die mit der gebräuchlichen absoluten Skala T in der Relation steht

$$T = T_0 e^{\alpha(\tau-\tau_0)}. \qquad (1)$$

Dieselbe Skala habe ich schon vor zwei Jahren diskutiert[2]) und obwohl ich ihr weniger eine praktische, als vielmehr eine instruktive Bedeutung zuschreibe, hielt ich mich doch für berechtigt, eine Notiz mit einem Prioritätsanspruch an das Journal de physique zu senden, die aber wegen des inzwischen ausgebrochenen Krieges ihr Ziel nicht mehr erreicht hat. Es sei mir daher gestattet, hier einen Hinweis auf meine genannte Arbeit zu geben.

Unsere gewöhnliche absolute Skala beruht auf der folgenden Definition des Ausdehnungskoeffizienten der idealen Gase[3]), deren Eigenschaften durch den zweiten Hauptsatz gegeben sind:

1. Der Ausdehnungskoeffizient ist der Zuwachs, den — bei Vermehrung der Temperatur um die Einheit — dasjenige Volumen erfährt, das beim Gefrierpunkt das Volumen 1 besitzt.

Fordert man, daß dieser Volumenzuwachs konstant ist, so wird dadurch eine Temperaturskala, die absolute Skala T, festgelegt. Es wird

$$dv = v_0 \alpha dT,\ v = v_0 \alpha T + C.$$

Der Nullpunkt muß noch nachträglich fixiert werden durch Wahl der Konstanten C. $C = 0$ läßt ihn in den absoluten Nullpunkt fallen.

Definiert man dagegen

2. Der Ausdehnungskoeffizient ist der Zuwachs, den — bei Vermehrung der Temperatur um die Einheit — die jeweilige (unendlich kleine) Volumeneinheit erfährt,

und fordert man für diesen Volumenzuwachs Konstanz bezüglich der Temperatur, so folgt

$$dv = v\alpha d\tau;\ v = v_0 e^{\alpha(\tau-\tau_0)}.$$

Man erhält eine andere Temperaturskala τ, die in der Tat der Relation (1) genügt. Setzt man $\tau_0 = 0$, so beginnt diese Skala mit dem Gefrierpunkt des Wassers.

Die Form 2 hat logisch das für sich, daß sie nicht schon zur Definition des Ausdehnungskoeffizienten einen Fixpunkt der Temperatur und die Festlegung eines Normalvolumens, v_0, bei diesem Fixpunkt fordert.

Zwischen T und τ bestehen die numerischen Beziehungen

für $T = 0^0$ ist $\tau = -\infty^0$
„ $T = 273^0$ „ $\tau = 0^0$
„ $T = 273 + 100^0$ „ $\tau = 100^0$
„ $T = 273 + 500^0$ „ $\tau = 371{,}54^0$.

Der absolute Nullpunkt wird also auf der neuen Skala nach $-\infty$ verlegt, was wohl auch manches für sich hat.

Ein ausführlicherer Vergleich der beiden Skalen, auch graphisch, findet sich in meiner oben zitierten Arbeit.

Der zweite Hauptsatz sagt aus, daß für jeden umkehrbaren Vorgang, wenn q die unendlich kleine Wärmemenge bedeutet,

$$\frac{q}{T} = \frac{du + p dv}{T} = ds$$

ein vollständiges Differential ist. Das ist natürlich nur in der gebräuchlichen absoluten Skala richtig. Strenger und allgemeiner, also ohne von vornherein gewisse Anforderungen an die Skala zu stellen, müssen wir sagen: Die unendlich kleine Größe q besitzt einen integrierenden Faktor, der eine reine Temperaturfunktion ist. Schreibt man ihn $1/f(t)$, so ist also

$$\frac{q}{f(t)} = ds$$

ein vollständiges Differential. Ist der Zustand, der sich umkehrbar ändert, nur von zwei Variablen abhängig, z. B. v, t, so ist die Existenz des integrierenden Faktors eine mathematische Notwendigkeit. Nur die Tatsache, daß er eine reine Temperaturfunktion ist, ist empirisch neu. Die Funktion $f(t)$ ist identisch mit der „Carnotschen Funktion C"[1]). Die Wahl der Funktion $f(t)$ gestattet jede beliebige Temperaturskala einzuführen.

Rostock, den 11. November 1914.

(Eingegangen 13. November 1914.)

---

1) Th. Peczalski, Journ. de phys. 4, 286, 1914.

2) R. H. Weber, Über die Bedeutung des absoluten Nullpunktes der Temperatur. Sitzungsber. d. naturf. Ges. zu Rostock. N. F. III. S. 383. Vgl. Beibl. 36, S. 1228.

3) Es soll hiermit nicht gesagt sein, daß man zur Definition der absoluten Temperaturskala auf die Eigenschaften der idealen Gase zurückgreifen muß. Man kann die Definition direkt vom zweiten Hauptsatze aus formulieren (vgl. z. B. C. Carathéodory, Math. Ann. 67, 355. 1909). Aber man darf den Weg auch über die idealen Gase nehmen, was aus didaktischen Gründen zweckmäßig ist.

1) Vgl. R. Clausius, Abt. I, S. 51, 151, 154.

Ein variabler Widerstand für radioaktive Messungen.

Von Manne Siegbahn.

In der radioaktiven Meßtechnik sind eine Reihe von Methoden gebraucht worden, bei denen der zu untersuchende Strom durch einen anderen kompensiert wird. Eine Durcharbeitung dieses Verfahrens unter Verwendung eines durch α-Strahlen bestrahlten Gasraums findet man z. B. bei Allen (Phil. Mag. **14**, 112, 1907). Für Standardisierung von Radiumpräparaten nach der γ-Strahlenmethode haben Rutherford und Chadwick[1]) einen solchen Luftwiderstand benutzt. Die nötige Änderung der Sättigungsstromstärke geschieht bei den genannten Autoren durch Überdeckung eines Teils der Uranoxydschicht z. B. mit einer Irisblende. In gewissen Fällen ist aber die hierdurch bedingte Kapazitätsänderung des Widerstandes nachteilig.

Frei von diesem Übelstand ist der folgende variable Luftwiderstand, bei dem auch die Sättigungsstromstärke mit guter Annäherung proportional der Drehbewegung einer Kurbel ist. Gegenüber einer drehbaren kreisförmigen Platte *AB* (Fig. 1), deren eine Hälfte mit

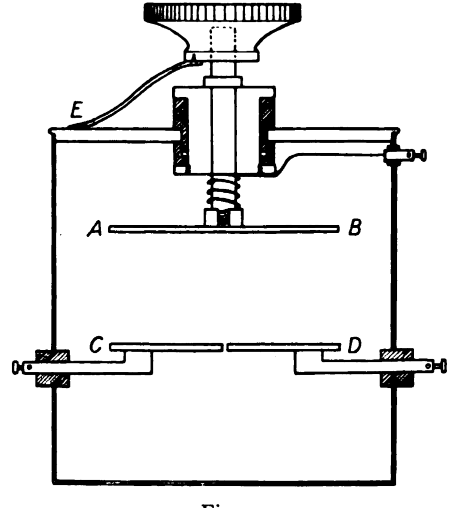


Fig. 1.

schwarzem Uranoxyd belegt ist, stehen die zwei Hälften *CD* einer durchgeschnittenen kreisförmigen Platte von derselben Größe. Die Zuleitungen der drei Platten sind isoliert ausgeführt und die äußere Hülle ist geerdet. Der obere Deckel ist mit einer Kreisteilung versehen, an der die Drehung der Platte *AB* durch einen Index *E* abgelesen werden kann.

1) Rutherford und Chadwick, Proc. Phys. Soc. London **24**, 141, 1912.

Wird jetzt die Platte *AB* bei einer für Sättigungsstrom hinreichenden Spannung gehalten und werden die Platten *C* und *D* geerdet, so teilt sich der Strom zwischen diesen je nach der Stellung des mit Uranoxyd bedeckten Teiles. Die Kapazität ist aber, wie ersichtlich, unabhängig von der Einstellung.

Eine provisorische Messung der Stromstärke bei verschiedenen Winkelablesungen zeigt Fig. 2.

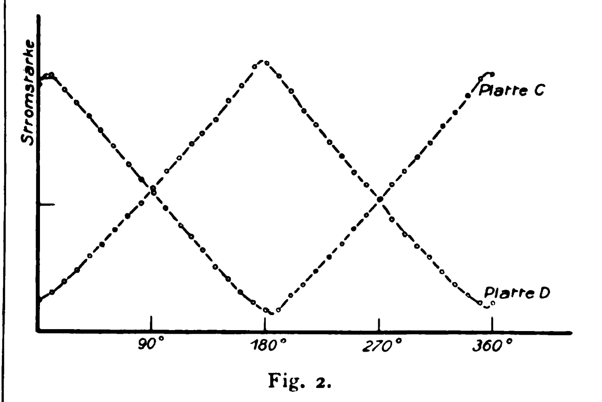


Fig. 2.

Die Stromstärke kann etwa zwischen 1 bis 10 (in beliebigen Einheiten) variiert werden. Außerhalb der Maximal- und Minimalstromstärken besteht eine gute Proportionalität zwischen Drehungswinkel und Stromstärke.

Lund (Schweden), Physikalisches Institut, 17. November 1914.

(Eingegangen 24. November 1914.)

Zur Kritik des Elementarquantums der Elektrizität. (Über das analoge Verhalten von Öl- und Metallkügelchen in bezug auf elektrische Ladung und Brownsche Bewegung.)

Von Fritz Zerner.

Im Jahre 1910 hat F. Ehrenhaft[1]) am Naturforschertage zu Königsberg einen in dieser Zeitschrift publizierten Vortrag gehalten, in welchem er eine Methode, die Ladung von Einzelteilchen einer Suspension zu bestimmen, entwickelte. Auf Grund dieser teilte er Beobachtungen mit, die ihn zwangen, an dem Bestande einer unteilbaren Elektrizitätsmenge von der Größe der Ladung des Wasserstoffions zu zweifeln. Zu diesen Beobachtungen traten sodann die gleichfalls in dieser Zeitschrift er-

1) F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **11**, 940—949, 1910, und vorher 619—630, **10**, 308, 1909; Akad. Anz. der kais. Akad. der Wiss. Wien, 4. März 1909 und 21. April 1910; Sitzungsber. der kais. Akad. der Wiss. in Wien, Bd. 118 (IIa), S. 321, März 1909 und Bd. 119, IIa, S. 815—866, Mai 1910.



schienenen von R. A. Millikan[1]) ausgeführten in Widerspruch, denn dieser fand an Öltröpfchen mit großer Genauigkeit ein Elektrizitätsatom von der Größe $4{,}891 \cdot 10^{-10}$ e. st. E.

R. A. Millikan und H. Fletcher[2]) glaubten diesen Widerspruch darauf zurückführen zu können, daß bei den bedeutend kleineren Partikeln Ehrenhafts die scheinbare Geschwindigkeit, die durch die Brownsche Bewegung der Teilchen hervorgerufen wird, vergleichbar ist mit der Geschwindigkeit der Fall- und Steigbewegung, und daß durch die Überlagerung dieser beiden Erscheinungen die Abweichung vom Elementarquantum hervorgerufen werde. Sie belegten diese Meinung durch Publikation von Messungen an einem kleinen Ölpartikel, bei dem die Brownsche Bewegung Ladungen bis zum Doppelten der tatsächlich getragenen vortäuschte.

Diese Vermutung wurde jedoch durch Ehrenhaft[3]) in dieser Zeitschrift widerlegt, indem er zeigte, daß auch bei wiederholter Bestimmung der Fall- und Steiggeschwindigkeit bedeutende Unterschreitungen des Elementarquantums auftreten; gleichzeitig bestimmte er die Brownsche Bewegung dieser Teilchen und fand, daß sie kleiner ist als es die Einsteinsche Theorie fordert.[4])

E. Weiß[5]) kehrte diese Betrachtungsweise um und berechnete unter Zugrundelegung der Einsteinschen Theorie aus der Brownschen Bewegung der Teilchen deren Ladung und Masse, die infolgedessen größer ausfielen, als die nach den Widerstandsgesetzen berechneten. Er schloß daraus, daß die Gestalt der Teilchen Ehrenhafts von der Kugelgestalt wesentlich abweiche. Diese Annahme hat Ehrenhaft jedoch in seiner letzten Publikation[6]) erneuert widerlegt und die Kugelgestalt der von ihm beobachteten Partikeln unter anderem durch Mikrophotographien nachgewiesen, so daß dieser Grund für die Abweichung der Resultate, zu welchem man nach den beiden Berechnungsarten gelangt, wegfällt.

Es schien mir nunmehr von Interesse zu sein, das erwähnte von R. A. Millikan und H. Fletcher publizierte Partikel[7]) nach der Einsteinschen Theorie zu rechnen, indem ich die Beweglichkeit aus den statistischen Abweichungen der Zeiten berechnete, um nachzusehen, ob die Abweichung zwischen den beiden erwähnten Methoden auch bei kleinen Öltröpfchen stattfindet. Dabei ergaben sich folgende Resultate:

(Bei dieser und den folgenden Rechnungen wurde, wenn nicht ausdrücklich das Gegenteil angegeben ist, stets die Stokes-Cunninghamsche Formel

$$K = \frac{6\pi\eta a v}{1 + A\frac{l}{a}}$$

und zwar unter Zugrundelegung der Korrektur

$$A = 0{,}874$$

benützt. Die Werte der Konstanten sind ungeändert aus Millikan, Phys. Rev. **2**, S. 109 bis 143; diese Zeitschr. **14**, 796ff., 1913 entnommen.)

Aus dem Widerstandsgesetze ergibt sich der Radius zu $a = 4{,}11 \cdot 10^{-5}$ cm, die Ladung $e = 5{,}81 \cdot 10^{-10}$ e. st. E. Aus der Brownschen Bewegung[1]) folgt Ne zu $62{,}5 \cdot 10^3$ *Coul.* + 7 Proz., also nur zu ca. $^2/_3$ des elektrochemischen Äquivalents. Dabei ist die „Konstanz der Beweglichkeit" gut erfüllt, wie die folgende Reihe der $\overline{\lambda^2}$ (der mittleren sekundlichen Verschiebungsquadrate) zeigt ($\overline{\lambda_n^2}$ bedeutet $\overline{\lambda^2}$ gerechnet aus den n ersten Werten multipliziert mit 10^6): $\overline{\lambda_{10}^2} = 1{,}53$, $\overline{\lambda_{15}^2} = 1{,}36$, $\overline{\lambda_{20}^2} = 1{,}58$, $\overline{\lambda_{25}^2} = 1{,}385$, $\overline{\lambda_{30}^2} = 1{,}35$, $\overline{\lambda_{35}^2} = 1{,}26$, $\overline{\lambda_{40}^2} = 1{,}30$, $\overline{\lambda_{45}^2} = 1{,}20$, $\overline{\lambda_{48}^2} = 1{,}20$.

Um die zufällige Verteilung der Zeiten noch auf anderem Wege nachzuprüfen, habe ich $\overline{\lambda} = \frac{\overline{v}}{n}\sum_1^n i \frac{\Delta t_i}{\sqrt{t_i}}$ und darauf die $\overline{\lambda^2} = \frac{\pi}{2}(\overline{\lambda})^2$ berechnet. Die folgende Reihe zeigt die so gewonnenen Zahlen (wiederum multipliziert mit 10^6): $\overline{\lambda_{10}^2} = 1{,}55$, $\overline{\lambda_{15}^2} = 1{,}37$, $\overline{\lambda_{20}^2} = 1{,}58$,

1) R. A. Millikan, diese Zeitschr. **11**, 1097—1109, 1910; Phys. Rev. **32**, 350—397, 1911.
2) R. A. Millikan u. H. Fletcher, diese Zeitschr. **12**, 161—163, 1911.
3) F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **12**, 261—268, 1911.
4) Auch F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **12**, 94—104, 1911.
5) E. Weiß, diese Zeitschr. **12**, 630—633, 1911; Sitzungsber. der kais. Akad. d. Wiss. Wien, Bd. 120, IIa, S. 1021—1068, Juli 1911.
6) F. Ehrenhaft, Sitzungsber. der kais. Akad. d. Wiss. in Wien, Bd. 123, IIa, S. 53-155, Januar 1914; Ann d. Phys. **44**, 657—700, 1914; C. R. t. 158, p. 1071ff.
7) R. A. Millikan, u. H. Fletcher, l. c. Ferner ist dieses Partikel noch abgedruckt bei R. A. Millikan, l. c.; Phys. Rev. 1911, S. 394 u. H. Fletcher, diese Zeitschr. **12**, 205, 1911, Tab. 3. Diese Stellen weichen jedoch etwas voneinander ab. Bei der Berechnung wurde die mittlere (Phys. Rev.) zugrunde gelegt, da mit ihr immer wenigstens noch eine der beiden anderen übereinstimmt.

1) Da, wie dies Fletcher (Phys. Rev. **33**, 91, Aug. 1911) gezeigt hat, die mittlere Fall- oder Steigzeit nicht gleich der wahren ist, und in die Beziehung zwischen beiden $\overline{\lambda^2}$ eingeht, wurde dies zunächst für die mittlere Zeit gebildet, hierauf diese der tatsächlichen angenähert und von dieser neuerdings $\overline{\lambda^2}$ gebildet. Da sich dasselbe dem zuerst gerechneten gleich ergab, wurde die Annäherung als genügend abgebrochen.

$\overline{\lambda_{25}^2} = 1{,}26$, $\overline{\lambda_{30}^2} = 1{,}35$, $\overline{\lambda_{35}^2} = 1{,}28$, $\overline{\lambda_{40}^2} = 1{,}31$, $\overline{\lambda_{45}^2} = 1{,}21$, $\overline{\lambda_{48}^2} = 1{,}24$.

Die beiden Zahlenreihen stimmen sehr gut überein. Man sieht jedoch leicht, daß die aus der Brownschen Bewegung folgende Beweglichkeit größer ist als die aus den Widerstandsgesetzen gefolgerte, denn während die aus den Widerstandsgesetzen errechnete Ladung, die der Beweglichkeit verkehrt proportional ist, größer ist als die Ladung des Wasserstoffions, ergibt die Berechnung aus der Brownschen Bewegung nur einen Bruchteil derselben.

Dieses Resultat veranlaßte mich, das Verhältnis zwischen den aus der Brownschen Bewegung und den Widerstandsgesetzen folgenden Beweglichkeiten bei Öl zu untersuchen. Die Möglichkeit dazu bot das von H. Fletcher im Phys. Rev.[1]) veröffentlichte Material im Verein mit den von M. Knudsen und S. Weber[2]), Mc Keehan[3]) und R. A. Millikan[4]) ausgeführten Untersuchungen über den Widerstand, den kleine Kugeln bei der Bewegung in stark verdünnten Gasen erfahren. Es haben nämlich M. Knudsen und S. Weber Versuche angegeben, aus denen sie fanden, daß in der Cunninghamschen Formel A bei starker Variation von $\frac{l}{a}$ (des Verhältnisses der mittleren Weglänge zum Radius des Teilchens) keine Konstante sei, sondern eine Funktion dieser Größe, die sich ihnen zu $A = 0{,}683 + 0{,}354\, e^{-1{,}845 \frac{a}{l}}$ ergab. Sie wiesen l. c. auch nach, daß die Versuche Mc Keehans durch ihre Formel wiedergegeben werden. R. A. Millikan hat in einer vorläufigen Mitteilung für Öl A zu $0{,}874 + 0{,}32\, e^{-1{,}64 \frac{a}{l}}$ angegeben. Da die Knudsen-Webersche Formel mit den ursprünglichen Konstanten zu den Ergebnissen Millikans von 1911 und 1913 im Widerspruch steht, da man mit ihr und den in diesen Arbeiten angegebenen Zahlen nicht auf ein unteilbares Elektrizitätsatom schließen könnte, wurden bei der folgenden Rechnung die von Millikan l. c. vorgeschlagenen veränderten Konstanten angenommen und mit diesen die 9 Öltröpfchen Fletchers durchgerechnet. Die so gewonnenen Zahlen zeigt die Tabelle.

1) H. Fletcher, Phys. Rev. **33**, 81—110, August 1911.
2) M. Knudsen u. S. Weber, Ann. d. Phys. **36**, 981—994, 1911.
3) L. W. Mc Keehan, diese Zeitschr. **12**, 707, 1911.
4) R. A. Millikan, Phys. Rev. **1**, 218—221, März 1913.

Tabelle.

Nr.	$a \cdot 10^5$	$\varrho \cdot 10^{-4}$	$N \cdot 10^{-22}$	$e \cdot 10^{10}$
6	1,93	3,79	205,0	1,32
9	1,93	3,47	158,6	1,70
1	2,885	3,70	57,0	4,91
3	3,21	4,09	55,0	4,93
5	3,35	4,48	64,2	4,70
8	3,36	4,48	64,6	4,98
4	3,39	4,39	58,2	4,88
7	3,49	4,78	69,6	3,97
2	4,11	4,76	41,3	6,66

Hier sind die Partikel steigend nach den aus dem Widerstandsgesetze gerechneten Radien a geordnet. Man sieht, daß sich auch die ϱ, welche die dritte Wurzel aus dem Produkte der Loschmidtschen Zahl für das Mol mit dem aus der Brownschen Bewegung erschlossenen Gewicht bedeuten, also dem so gewonnenen Radius proportional sind, im großen Ganzen steigend geordnet haben. Abgesehen von der kleinen Abweichung des Partikels 4 fallen nur das erste und das vorletzte Partikel aus dem Gange, während aber der aus den Widerstandsgesetzen erschlossene Radius a von 4,11 auf 1,93, also auf mehr als die Hälfte absinkt, geht ϱ nur von $4{,}78 \cdot 10^4$ auf $3{,}47 \cdot 10^4$, also auf ca. $^2/_3$ des ursprünglichen Wertes.

Es findet also auch an Öl durch die Rechnungsart nach der Brownschen Bewegung ein Zusammendrängen der Werte auf ein kleineres Intervall statt, genau so, wie sich dies bei den Untersuchungen von E. Weiß, F. Ehrenhaft und kürzlich von D. Konstantinowsky[1]) ergab. Ebenso zeigt sich wie bei den erwähnten Arbeiten so auch hier, daß die Berechnung auf Grund der Brownschen Bewegung gegenüber der aus den Widerstandsgesetzen umso größere Werte ergibt, je kleiner die Partikel werden, eine Beziehung, die F. Ehrenhaft[2]) zuerst bemerkt hat.

Dieser Gang scheint sich aber nach der anderen Seite hin fortzusetzen, indem bei größeren Partikeln aus den Widerstandsgesetzen größere Radien und Ladungen folgen, als aus der Brownschen Bewegung. Dies würde mit den Beobachtungen Ehrenhafts nicht im Widerspruche stehen, denn bei den von diesem angegebenen Partikeln koinzidieren Widerstandsgesetz und Brownsche Bewegung bei einem Radius von $2 \cdot 10^{-5}$ cm nicht, sondern die aus der Brownschen Bewegung gerechneten Werte, die beim Radius $1{,}9 \cdot 10^{-5}$ cm nur wenig unter dem aus Cunningham $f = 0$ gerechneten liegen, fallen schließlich unter die aus $f = 1$ gerechneten, und

1) D. Konstantinowsky, Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wiss. in Wien, Bd. CXXIII, IIa, Juli 1914.
2) l. c. S. 106f., 1914.

zwar nimmt die Abweichung monoton zu (in Prozenten des Wertes a für $l = 0$ ausgedrückt, beträgt die Abweichung der Werte aus der Brownschen Bewegung 3,6 Proz., 5,9 Proz., 7,6 Proz., 14,2 Proz., 19,7 Proz., bei den Partikeln VII, 3, 1, IX, VIII[1])). Dieser systematische Gang zeigt sich in der Tabelle im Gange von N, das, aus der Einsteinschen Formel

$$N = \frac{2RT}{3\pi^2\eta} \frac{1 + A\frac{l}{a}}{a(\lambda)^2}$$

gewonnen, dem Verhältnis der beiden Beweglichkeiten proportional ist, und das von $41{,}3 \cdot 10^{22}$ auf $205{,}0 \cdot 10^{22}$ anwächst[2]).

Die sich so ergebenden Ladungen zeigen einen merkwürdigen Verlauf. Im allgemeinen ist ein Abnehmen des Ladungsquantums mit dem Radius zu ersehen. Das größte Partikel zeigt eine starke Abweichung vom Elementarquantum nach oben hin, denn seine Ladung beträgt $6{,}66 \cdot 10^{-10}$ e. st. E. Das nächste Partikel weicht nach der anderen Seite ab mit einer Ladung $3{,}97 \cdot 10^{-10}$ e. st. E.; die folgenden 5 Partikeln besitzen Ladungen, die vom Werte Millikans für das Elektron nur um wenige Prozente abweichen. Diese 5 Partikeln haben auch ungefähr gleichen Radius, während die der beiden folgenden bedeutend kleiner sind. Diese Partikeln tragen die Ladung 1,70 bzw. $1{,}32 \cdot 10^{-10}$ e. st. E., demnach Ladungen, welche das Elementarquantum bedeutend unterschreiten. Es zeigen sich also auch in dieser Beziehung am Öle gleiche Erscheinungen wie an Metallteilchen, nämlich Abnehmen des Ladungsquantums mit dem Radius[3]).

Durch die angeführten Rechnungen glaube ich zu folgenden Schlüssen berechtigt zu sein:

1. Auch an mittelst der Apparatur von R. A. Millkan gemessenen Öltröpfchen ergibt sich nach den Widerstandsgesetzen Unterschreitung des Elementarquantums der Elektrizität und bedeutende Abweichungen von demselben, sowie ein Abnehmen des elektrischen Quantums mit dem Radius. Ebenso ergeben sich, wenn man die Beweglichkeit aus der Einsteinschen Theorie der Brownschen Bewegung rechnet, Unterschreitungen des Elementarquantums.

2. Es zeigen sich an diesem Materiale ebendieselben Abweichungen der nach der Einsteinschen Theorie aus der Brownschen Bewegung gerechneten Werte von den aus den Widerstandsgesetzen erschlossenen wie an den im Lichtbogen zerstäubten Metallen; die Beweglichkeit aus der Brownschen Bewegung wird, im Verhältnisse zu der aus den Widerstandsgesetzen gerechneten, nämlich im allgemeinen umso kleiner, je kleinere Partikeln der Beobachtung unterzogen werden.

Wien, November 1914.
I. physikalisches Institut der k. k. Universität.

(Eingegangen 24. November 1914.)

1) F. Ehrenhaft, l. c. S. 104, 1914.

2) Allerdings scheint das Verhältnis zwischen den beiden Beweglichkeiten nicht nur oder nicht eindeutig vom Radius abzuhängen, da z. B. bei den beiden gleichgroßen Partikeln 6 u. 9 N stark verschieden ist.

3) Rechnet man nach Cunningham $A = 0{,}874$, so erhält man bezüglich der Ladungen ähnliche Resultate, bezüglich der Brownschen Bewegung noch stärkere und unregelmäßigere Abweichungen. Man erhält nämlich:

Nr.	6	9	3	4	1	5	7	8	2
$a \cdot 10^5$	2,26	2,46	3,27	3,56	3,62	3,63	3,92	4,08	5,07
$\varrho \cdot 10^{-4}$	3,79	3,47	4,09	4,39	3,70	4,48	4,78	4,48	4,76
$N \cdot 10^{-22}$	125,8	75,9	51,8	50,4	28,6	50,4	49,0	35,9	22,13
$e \cdot 10^{10}$	2,16	3,56	5,12	5,66	9,78	5,98	5,65	8,92	12,5

Eine Anordnung zur Demonstration der „Resonanz".

Von Paul Ludewig.

Wird ein schwingungsfähiges System durch eine äußere periodische Kraft in der Weise beeinflußt, daß keine nennenswerte Rückwirkung eintritt, so ist die Amplitude der erzwungenen Schwingung dann ein Maximum, wenn die Periode der äußeren Kraft mit der Periode des beeinflußten Systems übereinstimmt. Die sogenannte „Resonanzkurve" zeigt die Abhängigkeit der Amplitude der erzwungenen Schwingung von der Periode der äußeren Kraft. Die Schärfe der Resonanz und die Größe der Amplitude im Resonanzpunkt sind von der Summe der Dämpfungen des erzwingenden und erzwungenen Systems abhängig.

Zur Demonstration der „Resonanz" sind verschiedene Anordnungen geeignet.

Im folgenden soll eine neue Anordnung beschrieben werden, mit der es mit Benutzung der einfachsten Hilfsmittel gelingt, in überraschend klarer Weise das Wesen der Resonanz zu demonstrieren und zugleich — was die bisher bekannten Demonstrationsanordnungen nicht ermöglichen — eine Resonanzkurve aufzunehmen.

Ein Stabmagnet I (s. Fig. 1) ist vor dem Härten in der Mitte mit einer kleinen Durchbohrung versehen, durch die ein dünner Metall-

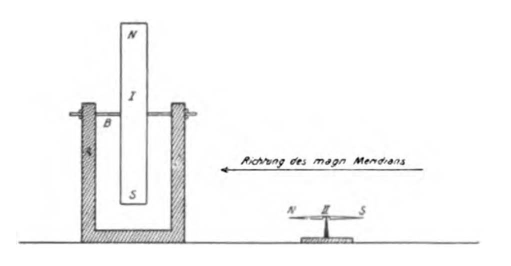


Fig. 1.

stab als Achse gesteckt ist. In der Nähe dieses Magneten steht die kleine Magnetnadel II, die infolge der Direktionskraft des Erdmagnetismus ein schwingungsfähiges System bestimmter Schwingungszahl darstellt. Versetzt man den Magnet I in Umdrehung und läßt ihn langsam auslaufen, so bleibt die Magnetnadel zunächst in Ruhe, beginnt dann, je näher die äußere periodische Kraft der Resonanzlage kommt, zu schwingen, erreicht eine größte Amplitude und kommt wieder zur Ruhe. Es ist zweckmäßig, die Achse des Magneten I möglichst reibungslos zu lagern, damit der Resonanzpunkt nicht zu schnell überschritten wird. Sehr geeignet ist dafür ein Friktionsrädergestell.

Man kann den Versuch noch ein wenig abändern und damit eine Anordnung gewinnen, die ein vollständiges Analogon zu einem bekannten Versuch aus der Meßtechnik der drahtlosen Telegraphie bildet. In der Hochfrequenztechnik nimmt man eine Resonanzkurve meist in folgender Weise auf. In dem Kreis I (Fig. 2) seien auf irgend eine Weise

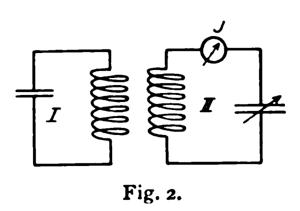


Fig. 2.

elektrische Schwingungen erregt. Man koppelt mit ihm möglichst lose den Kreis II, in dem eine variable Kapazität eingeschaltet ist, die es gestattet, die Schwingungszahl in bekannter Weise kontinuierlich zu verändern. Ein Strommeßinstrument J ist in diesen Kreis so eingeschaltet, daß es ihn möglichst wenig dämpft. Bestimmt man die zu verschiedenen Stellungen des Zeigers des Drehkondensators gehörenden Ausschläge des Meßinstrumentes J, so erhält man eine Resonanzkurve, aus der man, falls der Kreis II entsprechend geeicht ist, z. B. die Schwingungszahl und mit den bekannten Korrekturen, die Dämpfung des Kreises I bestimmen kann.

Um diesen elektrischen Versuch ins Mechanische zu übertragen, benutzen wir die

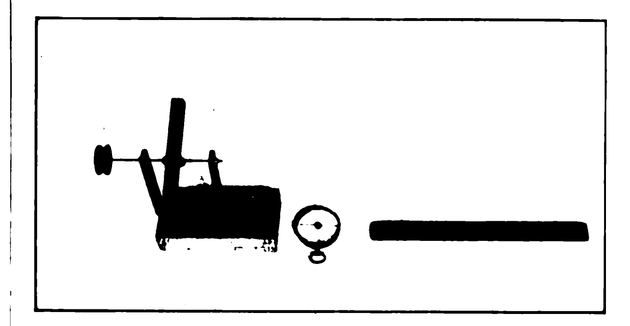


Fig. 3.

Anordnung der Fig. 3. Der Magnet I — die drei Magnete sind in der Reihenfolge von links nach rechts numeriert — wird durch einen Motor in konstante Umdrehungen versetzt. Er entspricht dem Schwingungskreis I. Der Magnet II in Gestalt einer kleinen Magnetnadel bildet das dem Hochfrequenzkreis II entsprechende schwingungsfähige System. Um seine Schwingungszahl kontinuierlich ändern zu können, wird ein Stabmagnet III benutzt, welcher der Magnetnadel langsam näher gerückt wird. Damit wird die auf die Magnetnadel wirkende Direktionskraft verstärkt und die Schwingungszahl in ähnlicher Weise erhöht, wie im Hochfrequenzkreis durch Verkleinerung der Kapazität des Drehkondensators. Hat man die Tourenzahl des Magneten I entsprechend gewählt, so findet man bei einer ganz bestimmten Stellung des Magneten III die Resonanzlage.

Diese Anordnung bietet ohne weiteres die Möglichkeit, eine Resonanzkurve aufzunehmen. Man muß dann nur dafür sorgen, daß die sekundliche Umlaufszahl des Magneten I sehr genau konstant gehalten wird, da die Resonanzlage entsprechend den „ungedämpften Schwingungen“ des Magneten I sehr scharf ist. Die Figur 4 zeigt eine derartige Kurve. Als Ab-

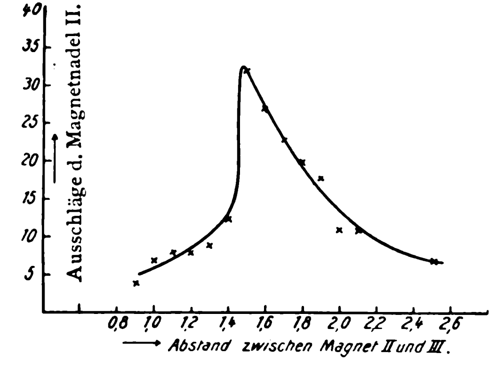


Fig. 4.



szissen sind die Entfernungen des Endes des Magneten III von dem Magnetnadelgehäuse aufgezogen; als Ordinaten die (einseitigen) Ausschläge der Magnetnadel in Graden. Natürlich steht diese Abszisse nicht in einfacher linearer Beziehung zu der Schwingungszahl der Magnetnadel. Deswegen ist auch die Resonanzkurve etwas verzerrt. Es ist aber von einer entsprechenden Korrektur Abstand genommen, um zu zeigen, daß man mit diesen einfachen Hilfsmitteln schon ein recht brauchbares Resultat bekommt.

Wenn die Punkte aus der Kurve zum Teil herausfallen, so liegt das zum größten Teil daran, daß die Umlaufszahl des Magneten I trotz einer Schwungradanordnung am treibenden Motor nicht konstant genug war. Die Resonanz ist so scharf, daß die Anordnung nicht nur zu den beschriebenen Zwecken zu verwenden ist, sondern auch dort gute Dienste leisten kann, wo es gilt, die Konstanz einer Drehbewegung zu kontrollieren. Die dazu nötigen Hilfsmittel sind so einfach, daß sie im Gegensatz zu anderen, dem gleichen Zweck dienenden Apparaten, auch mit den geringsten Hilfsmitteln zu beschaffen sind.

Physikalisches Laboratorium der Bergakademie Freiberg i/Sa.

(Eingegangen 24. November 1914.)

Bemerkung zu der Abhandlung von B. Winawer und F. Pfeiffer „Gleitfunkenbeobachtungen an Röntgenröhren".

Von B. Thieme.

Im Band 15 dieser Zeitschrift, S. 895—897, 1914, beschreiben B. Winawer und F. Pfeiffer eine Entladung über harte Röntgenröhren, bei der sich am Glas durch die Nähe einer rußenden Flamme Rußbäume abscheiden. Diese Erscheinung der Rußbäumchen in elektrisierten Flammen ist von mir in der „Zeitschrift für physikalische Chemie, 78 (4), 490—499, 1912" beschrieben worden, als Einleitung zu einer demnächst erscheinenden größeren Arbeit. Sehr lange Stämmchen dieser Art lassen sich beispielsweise erzielen, wenn karboniertes flüssiges Paraffin in einem Metallgefäß als der einen Elektrode entzündet wird und in die Flamme eine weitere Elektrode, z. B. ein Kohlestab (+) hineinragt, etwa so, daß auf dem Boden des metallenen Gefäßes (in Form eines Becherglases) ein Lichtbogen gebildet werden kann. Von dem Rand des Gefäßes schießen dann zur Kohle außerordentlich zahlreiche, zart verästelte Rußbäumchen hin, die einen ähnlichen Anblick wie die an den Röntgenröhren erhaltenen Gebilde zeigen. Wird in einem Reagensglase durch Funken ein schwach explosibles Gemisch von Azetylen mit Luft entflammt, so erhält man gleiche Figuren wie an Röntgenröhren im obigen Falle.

(Eingegangen 24. November 1914.)

BESPRECHUNGEN.

Max B. Weinstein, Kräfte und Spannungen. Das Gravitations- und Strahlenfeld. (Sammlung Vieweg, Heft 8.) 8. VI u. 64 S. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1914. M. 2.—

Das klassische Beispiel für die Zurückführung von Fernkräften auf Berührungskräfte ist die Maxwellsche Theorie der Spannungen im elektrischen und magnetischen Felde. Diese Theorie bildet den Ausgangspunkt der Schrift; es werden im Anschluß an sie die Untersuchungen von Helmholtz und Kirchhoff über Elektrostriktion berücksichtigt, sowie die Hertzschen Ergänzungsspannungen.

Dem Spannungstensor Maxwells entspricht, wenn man vom dreidimensionalen Raume zur vierdimensionalen „Welt" Minkowskis emporsteigt, ein „Welttensor", durch dessen Komponenten sich, außer den Spannungen, die Impulsdichte, der Energiestrom und die Energiedichte bestimmen. Minkowski gab dem elektromagnetischen Welttensor eine asymmetrische Form mit 16 Komponenten; Abraham jedoch bevorzugte die symmetrische Form mit 10 Komponenten, um den Satz vom Impulse des Energiestromes aufrecht erhalten zu können. Diese Fragen werden in der Schrift besprochen; auch wird angedeutet, wie sie mit der Gravitationstheorie zusammenhängen. Hier gibt der Verfasser die Ansätze von Abraham und Einstein wieder. Er bekennt sich indessen nicht zur „verallgemeinerten Relativitätstheorie", welcher er „Unsicherheit der Grundlagen" und „fast nicht mehr zu übersehende Kompliziertheit der Formeln und der Ableitungen" vorwirft. Interesse bietet übrigens ein im Wortlaut abgedruckter Brief von B. Eötvös, in welchem dieser Forscher sich über den derzeitigen Stand und über die Genauigkeit seiner für die Gravitationstheorie grundlegenden Untersuchungen äußert. M. Abraham.

Festschrift zur Einweihungsfeier der Universität Zürich, 1914. Festgabe der philosophischen Fakultät II (mathematisch-naturwissenschaftliche Richtung). gr. 8. 245 S. mit mehreren Textfiguren und Tafeln. Zürich, Schultheß & Co. 1914. Fr. 4.60

Dieser Band enthält zwei Aufsätze physikalischen Inhalts. Der erste von Prof. Dr. A. Kleiner handelt „Über die Bedeutung leitender Prinzipien im Ausbau der Physik". Nachdem in der Einleitung die Beziehung des wissenschaftlichen Denkens zum vulgären

erörtert worden ist, werden zunächst die Aufgaben der Physik formuliert; wie diese in der Mehrung der Einzelerkenntnisse und in der Ordnung der gewonnenen Erfahrungen bestehen, zerfällt auch die Wissenschaft entsprechend in Experimentalphysik und theoretische Physik. Bei der Besprechung der Experimentalphysik wird hervorgehoben, daß ihr trotz der vielen Anregungen von theoretischer Seite ein selbständiger Lebenstrieb innewohnt. Ausführlich wird dann das Wesen der physikalischen Theorie besprochen; der Verfasser tritt dabei dem bekannten Ausspruche Kirchhoffs bei, daß es Aufgabe nicht nur der Mechanik, sondern der theoretischen Physik überhaupt sei, „in allgemeingültigen Aussagen die Erscheinungen in der uns umgebenden Natur vollständig und einfach zu beschreiben". Darauf werden an der Hand der geschichtlichen Entwicklung die wichtigsten Prinzipien der Naturerforschung besprochen, von dem Streben des 18. Jahrhunderts, alle Vorgänge auf Zentralkräfte zurückzuführen, über die Energetik des 19. Jahrhunderts bis zu den heutigen Anwendungen der Statistik und Wahrscheinlichkeit auf das Naturgeschehen. Den Schluß bildet ein „Ausblick in die Zukunft", in dem der Gewißheit Ausdruck gegeben wird, daß alle neuen Entdeckungen, so fremdartige Erscheinungen sie auch an den Tag bringen mögen, immer nur, wie bisher, eine Fortentwicklung unserer Vorstellungen, niemals einen vollständigen Umsturz bewirken werden.

Der zweite Aufsatz von Prof. Dr. M. v. Laue „Die Interferenzerscheinungen an Röntgenstrahlen, hervorgerufen durch das Raumgitter der Kristalle", enthält eine übersichtliche und klare Darstellung jener wunderbaren Entdeckung des Verfassers. Es werden darin nicht nur seine eigenen Erfolge besprochen, sondern auch die anderer Forscher, besonders die Reflexionsmethode von Bragg; der Zusammenhang der Laueschen Theorie mit der Braggschen Reflexionsformel kommt dabei deutlich zum Vorschein. Der Aufsatz ist mit einigen guten Abbildungen versehen. M. Born.

Berichtigung.

Druckfehlerberichtigung zu „Ein optischer Weg zur Größenbestimmung mikroskopisch nicht mehr meßbarer Einzelpartikel" von Felix Ehrenhaft, diese Zeitschr. **15**, 952, 1914.

Auf S. 954, in der Beschreibung der Fig. 2, soll es statt „Werte aus der Farbe des Selektiv zerstreuter Lichter" richtig heißen, „Werte aus der Farbe des selektiv zerstreuten Lichtes", ferner fehlen auf S. 954, 2. Spalte in der Anmerkung 1 die Zitate: diese Zeitschr. **12**, 94ff., 261ff., 1911.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der a.o. Professor an der Universität Berlin Geh. Reg.-Rat Dr. Karl Liebermann zum ord. Honorarprofessor der Chemie ebendaselbst, der a.o. Professor für technische und mathematische Versicherungswissenschaft an der Universität Bern Dr. Christian Moser zum ord. Professor ebenda, der Privatdozent an der Technischen Hochschule München Dr. Johann Hofer zum a.o. Professor für Physikalische und Elektrochemie, sowie für Gasanalyse, Dr. Ross A. Gortner zum Associate-Professor an der Universität von Minnesota.

Berufen: Der ord. Professor für reine und angewandte Mathematik an der Universität Basel Dr. Ludwig Bieberbach in gleicher Eigenschaft an die Universität Frankfurt a. M.

Verliehen: Den ord. Professoren an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Leo Grunmach (Magnetische und elektrische Maßeinheiten und Meßmethoden, sowie Physikalische Maßbestimmungen und Meßinstrumente), Dr. Otto Krigar-Menzel (Mechanik und mathematische Physik) und Dr. Wilhelm Wedding (Elektrotechnik) der Titel Geheimer Regierungsrat.

Vom Lehramt zurück: Der ord. Professor der Chemie an der Universität München Exz. Geh. Rat Dr. Adolf v. Baeyer ist auf sein Ansuchen ab 1. Januar 1915 von der Verpflichtung zur Abhaltung von Vorlesungen enthoben. Er behält aber bis auf weiteres die Direktion des chemischen Laboratoriums bei.

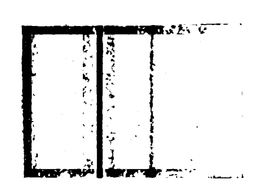
In den Ruhestand: Der ord. Professor der Physik an der Universität Zürich Dr. Alfred Kleiner.

Gestorben: Am 17. Dezember 1914 der Abteilungsleiter am Kaiser-Wilhelm-Institut für physikalische und Elektrochemie zu Berlin-Dahlem und frühere a.o. Professor an der Universität Breslau Dr. Otto Sackur, der Dozent für physikalische Metallurgie an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Gustav Rümelin, am 28. Dezember 1914 der ord. Honorarprofessor der Chemie an der Universität und etatsmäßige Professor für organische Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Geh. Reg.-Rat Dr. Dr.-Ing. Karl Liebermann, im Dezember 1914 der Professor der Mathematik und Physik an der Handelsakademie in Wien Karl Pfarr, der a.o. Professor der Physik an der Universität Gießen und frühere Dozent für Radiumkunde an der Bergakademie Freiberg Dr. Heinrich Willy Schmidt, am 26. November 1914 der a.o. Professor der Chemie an der Universität und Technischen Hochschule Helsingfors Dr. Gustav Otto Mattson.

In ein Konzentrationslager übergeführt: Dr. P. Pringsheim (Berlin) besuchte diesen Sommer die British Association in Australien. Trotzdem bei seiner Ankunft der Krieg bereits ausgebrochen war, konnte er als Gast der australischen Regierung an den Versammlungen teilnehmen. Da er Reserveoffizier ist, wurde ihm die Rückkehr nach Deutschland begreiflicher Weise nicht gestattet, er genoß aber zunächst in Australien einige Bewegungsfreiheit. Vor kurzem wurde er indessen — als Mitglied der British Association und Gast der australischen Regierung — in ein Konzentrationslager übergeführt.

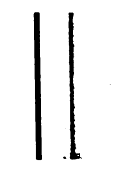
Angebote.

Für die Redaktion verantwortlich i. V. Privatdozent Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



Radiothor mit wenig Thorium *X*.

Fig. 1.



Thorium *X*.

Fig. 2.

O. v. Baeyer, O. Hahn und L. Meitner, Das magnetische Spektrum der β-Strahlen von Radiothor und Thorium X.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 2/3. 1. Februar 1915. Redaktionsschluß für No. 4 am 6. Februar 1915. 16. Jahrgang.

INHALT:

Dem Andenken der im Kriege gefallenen deutschen Physiker.

Friedrich Bidlingmaier (München).

Am 31. Oktober 1914 erhielt der Lehrkörper der Münchener Universität vom Rektorate die folgende erschütternde Nachricht:

„Der Privatdozent der philosophischen Fakultät, Prof. Dr. F. Bidlingmaier, Hauptmann der Reserve, ist am 23. September in Avocourt schwer verwundet worden und den Folgen der Verletzung erlegen. Er wurde am 26. Oktober im Argonnerwald, wohin er sich geschleppt hatte, tot aufgefunden und in Avocourt bestattet. Ehre dem Andenken des Kollegen!"



Bidlingmaier ist am 5. Oktober 1875 zu Laufen am Neckar in Württemberg geboren; er genoß auf den Stiften zu Maulbronn und Blaubeuren seine Schulbildung, studierte zu Tübingen Mathematik und Physik und siedelte dann nach Göttingen über. Hier promovierte er 1900 mit einer bei Voigt verfaßten Dissertation: Geometrischer Beitrag zur Piezo-Elektrizität der Kristalle. Schon vorher versah er eine Assistentenstelle am physikalischen Institut der technischen Hochschule in Dresden. Von dort siedelte er 1900 nach Potsdam über, um sich an dem erdmagnetisch-meteorologischen Observatorium für erdmagnetische Messungen auszubilden. Diese Studien waren bereits als Vorbereitung auf die deutsche Südpolarexpedition unternommen, 1901—1903, unter Leitung E. von Drygalskis, deren erdmagnetischer Sachverständiger Bidlingmaier wurde.

Seiner Sachkunde und wissenschaftlichen Sorgfalt ist es besonders zu danken, daß die Ausbeute der deutschen Südpolarexpedition gerade in magnetischer Hinsicht unvergleichlich reichhaltig ausgefallen ist. Die magnetischen Beobachtungen Bidlingmaiers sind niedergelegt in dem Werke über die deutsche Südpolarexpedition, Bd. V (Seebeobachtungen, von ihm zum ersten Mal exakt ausgeführt, die Erfahrungsgrundlage für seine späteren Spekulationen über den Sitz der magnetischen Kräfte) und Bd. VI (Beobachtungen auf der antarktischen Gaußstation). Es ist auch im Interesse des Südpolarwerkes tief zu beklagen, daß es ihm nicht vergönnt war, das reiche Material weiter wissenschaftlich auszuschöpfen. Interessante Ansätze dazu liegen teils im Manuskripte teils im Druck vor.

Die Anregungen der Südpolarexpedition blieben für Bidlingmaiers weitere Entwickelung bestimmend. Dafür zeugen sowohl seine Arbeiten instrumenteller Art (über den Doppelkompaß, über das System der gekreuzten Magnetnadeln usw.) wie namentlich seine theoretischen Zusammenfassungen über die Säkularvariationen auf Land und auf See und über den Sitz und das Wesen des Erdmagnetismus. Über letzteren Gegenstand hat er auch in dieser Zeitschrift publiziert, 1910—1911, wobei besonders erfreulich die freimütige Art war, mit der er einen dabei unterlaufenen Fehler zurücknahm.

Eine besonders aussichtsvolle Gedankenreihe hatte er mit seinen Untersuchungen über die erdmagnetische Aktivität (1911, Veröffentlichungen des kgl. Observat. zu Wilhelmshaven) begonnen. Unter Aktivität ist dabei das quadratische Mittel der Abweichung des augenblicklichen von dem durchschnittlichen Ordinatenwerte einer magnetischen Registrierkurve während einer gegebenen Zeit verstanden. Die Bidlingmaiersche Untersuchung fällt also in dieselbe Linie, wie die große Reihe der modernen Schwankungsuntersuchungen experimenteller und theoretischer Art: die Schweidlerschen Schwankungen der α-Aktivität radioaktiver Stoffe, die Untersuchungen von Edgar Meyer über die Schwankungen in der Intensität der γ-Strahlen mit Folgerungen für die Natur der γ-Strahlen, die Dichte-Schwankungen in Gasen mit Anwendung auf das Himmelsblau, die theoretischen Strahlungsschwankungen und die Schlüsse, die daraus auf die Natur der Wärmestrahlung überhaupt gezogen werden. Auch Bidlingmaier beabsichtigte solche Schlüsse aus der magnetischen Aktivität zu ziehen, über die ursächliche Abhängigkeit der magnetischen Erscheinungen an verschiedenen Orten voneinander und von verschiedenen terrestrischen und solaren Faktoren. In ähnlicher Weise verwertete er auch die Entwickelung des Erdfeldes nach Kugelfunktionen, nämlich zur Erforschung tieferer ursächlicher Zusammenhänge. So wird nach ihm möglicherweise das zweite harmonische Glied bestimmt durch die Verteilung von Wasser und Land und ihre thermischen Unterschiede, so wie das Grundglied des Erdfeldes offenbar höchst wahrscheinlich mit der Erdrotation ursächlich zusammenhängt.

Bidlingmaier war 1907—1909 als Privatdozent der Geophysik in Berlin und Aachen tätig, an letzterer Hochschule zugleich als Assistent für Markscheidewesen. Nach einem zweijährigen Aufenthalt in Wilhelmshaven kam er 1912 nach München als Observator an die erdmagnetische Station der Sternwarte und als Dozent mit Lehrauftrag für Geophysik an die Universität. Aus seinen Universitätsvorträgen ebenso wie aus seinen gedruckten Darstellungen leuchtete der tiefe wissenschaftliche Idea-

lismus, die warme und aufopferungsvolle Hingabe an die Sache, der innere Drang zur Forschertätigkeit hervor. Als ich ihn Ende Juli das letzte Mal sprach, war er von Problemen und wissenschaftlichen Plänen erfüllt.

Zu Anfang des Krieges kam er zu einem Landwehrersatz-Regiment nach Ulm, das Anfang September an die französische Grenze bei Verdun gelegt wurde. In dem ersten Gefecht, das er mitmachte, wurde Bidlingmaier tödlich verwundet. Ob sein Ende qualvoll oder leicht und schnell gewesen ist, können wir nicht erfahren.

A. Sommerfeld.

Ernst Grimsehl (Hamburg).

In den Kämpfen bei Langemark und Wydendreft fand am 30. Oktober an der Spitze seiner Kompagnie der Hauptmann und Kompagnieführer im Reserve-Infanterie-Regiment 213, Professor Ernst Grimsehl, Ritter des Eisernen Kreuzes, den Heldentod.





Diese Nachricht hat in weitesten Kreisen tiefe Trauer erweckt. Vor allen Dingen hat die deutsche Naturwissenschaft, zumal die deutsche Physik, einen schweren Verlust erlitten. Wo immer in Deutschland die physikalische Wissenschaft eine Pflegestätte findet, hat der Name Ernst Grimsehl einen guten Klang. Grimsehl wurde am 6. August 1861 zu Hannover geboren. Dort besuchte er die Realschule erster Ordnung, von der aus er Ostern 1879 die Universität Göttingen bezog, um sich dem Studium der Mathematik und Naturwissenschaften zu widmen. Von 1883 bis 1884 leistete er an der gleichen Anstalt, die er als Schüler besucht hatte, sein Probejahr ab und vertrat dann noch ein halbes Jahr lang dort den Fachlehrer für Physik. Nachdem er dann seiner Militärpflicht genügt hatte, trat er im Herbst 1885 in den Hamburger Staatsdienst. Hier war er zunächst ein halbes Jahr als wissenschaftlicher Hilfslehrer, dann sechs Jahre als fest angestellter Lehrer tätig und siedelte Ostern 1892 unter Beförderung zum Oberlehrer an die Realschule zu Cuxhaven über. Im Herbst 1900 wurde er an die Oberrealschule auf der Uhlenhorst nach Hamburg zurückberufen. Im Mai 1903 verlieh ihm Ein Hoher Senat den Professortitel. Ostern 1909 wurde ihm das Direktorat der genannten Schule übertragen.

Grimsehl war ein rastloser Arbeiter.

Davon zeugen zahlreiche größere und kleinere Veröffentlichungen in den verschiedensten Fachzeitschriften und sein rühmlichst bekanntes Lehrbuch der Physik, das 1909 bei Teubner erschien und seither bereits eine Neuauflage erfahren hat. Seine Hauptaufgabe erblickte er in der Förderung des naturwissenschaftlichen Unterrichtes an unseren Schulen. Diesem Zwecke dienten auch die Vorlesungen über Experimentalphysik und die sie ergänzenden Experimentierübungen, die er seit 1902 regelmäßig im Rahmen des Vorlesungswesens der Hamburger Oberschulbehörde für Herren und Damen des Hamburger Schuldienstes abhielt. Grimsehl verstand es meisterhaft, in seinen Schülern das Interesse an den Naturwissenschaften und die Fähigkeit zur naturwissenschaftlichen Forschung zu wecken und zu fördern. An der Oberrealschule auf der Uhlenhorst richtete er ein physikalisches Schülerpraktikum ein, das für manche Anstalten vorbildlich geworden ist. In seinen Mußestunden konnte man ihn meist in der diesem Praktikum angegliederten Mechanikerwerkstatt finden, und hier entstand, teilweise unter Mitwirkung seiner Schüler, mancher neue Apparat. Es gibt wohl kaum ein Gebiet der Physik, auf dem Grimsehl nicht fördernd gewirkt hätte, sei es durch Angabe neuer einfacher Apparate zur Demonstration oder für das Schülerpraktikum, sei es durch Stellung geistreicher Aufgaben, oder durch Erörterung pädagogischer Fragen. Manches davon verdankt seine Entstehung einer Anregung aus den Kreisen seiner Schüler, mit denen er in regem freundschaftlichen Gedankenaustausch stand, sie anregend und von ihnen wiederum angeregt. Mit unendlicher Liebe hingen die Schüler an ihm.

Die Begeisterung, die ihn bei seiner Arbeit erfüllte, veranlaßte ihn auch, dem Vaterlande seine Kräfte im Kriege zur Verfügung zu stellen. In einem Briefe aus dem Felde schrieb der 53jährige an seine Gattin: „Ich bin früher gern Soldat gewesen, aber noch nie mit solch inniger Freude wie jetzt!" Erst am 11. Oktober zog er fort, um schon so bald darauf, geschmückt mit dem Eisernen Kreuze, in Feindesland den Heldentod zu finden.

Sein Scheiden reißt eine schmerzliche Lücke. Aber sein Werk geht nicht mit ihm unter. In seinen Schülern wird sein Wirken dauernd fortleben.

Exegit monumentum aere perennius.

Max Iklé.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Theorie des Glimmstroms. IV.[1])

Von Ragnar Holm.

§ 7. Eine Übersicht.

Nachdem in den Paragraphen 1—6 die wichtigsten Eigenschaften der positiven Glimmlichtsäule eine Erklärung erhalten haben, wenden wir uns jetzt zu den sogenannten negativen Gebilden der Glimmentladung: zu der ersten Kathodenschicht, dem Kathodendunkelraum und dem negativen Glimmlicht[1]). Einige im vorhergehenden für die Theorie der positiven Säule aufgestellte Hypothesen werden sich auch mit Bezug auf die negativen Gebilde sehr wertvoll zeigen.

In diesem Paragraphen werde ich nun zu-

1) I. mit §§ 1, 2, 3: diese Zeitschr. 15, 241, 1914; II. mit § 4, 5: diese Zeitschr. 15, 289, 1914; III. mit § 6: diese Zeitschr. 15, 782, 1914.

1) J. Stark bezeichnet in Winkelmanns Handbuch die gesamten negativen Gebilde der Glimmentladung als negatives Glimmlicht und verwendet für dasjenige Gebilde, das man gewöhnlich, wie auch ich hier, negatives Glimmlicht nennt, die Bezeichnung negative Glimmschicht.



nächst einige Hauptpunkte der Theorie der „negativen" Teile der Glimmentladung schildern, so wie ich diese Theorie ausgebildet habe. Die nähere Begründung der Theorie und Eingehen auf Einzelheiten finden sich zum größten Teil erst in den folgenden Paragraphen.

Die von A. Wehnelt, J. J. Thomson und J. Stark entwickelte Theorie der zweifachen Grenzionisierung an der Kathode[1]) möge, ein wenig modifiziert, in folgender Form als Theorem 1 verwendet werden:

Theorem 1: Positive Ionen (Kanalstrahlen), die hauptsächlich aus der Umgebung des Glimmlichtsaumes (so nenne ich die der Kathode nächststehende Grenzfläche des negativen Glimmlichts) stammen, befreien durch Stoß an der Kathodenoberfläche Elektronen, welche als primäre Kathodenstrahlen — oder, wie ich sie auch bisweilen kurz nennen werde — primäre Elektronen ausgehen.

In § 8 werden Gründe angegeben für folgende

Hypothese 2: Die primären Kathodenstrahlen werden durch Ionenstoß hauptsächlich aus der Kathode gelöst, zu geringen Mengen aus dem Gas vor der Kathode.

Das Gebiet, welches die aus der Kathode Elektronen lösenden Ionen liefert, umfaßt einen (wohl den größten) Teil des Dunkelraums und eine daran grenzende dünne Schicht vom negativen Glimmlicht. Ich nenne dieses Gebiet die Kanalstrahlenquelle. In dem von der Kathode entferntesten Teil (Dicke = $^1/_5$ bis $^1/_3$ der Dunkelraumdicke) der Kanalstrahlenquelle ist die Ionisation am dichtesten. Von dort stammen die meisten Kanalstrahlen. In diesem dichten Ionisierungsgebiet befindet sich der Glimmlichtsaum und deswegen bezeichne ich diese Hauptquelle der Kanalstrahlen als Glimmsaumgebiet.

Recht allgemein, auch von J. Stark in Winkelmanns Handbuch vertreten, ist folgendes

Theorem 3: Die primären Kathodenstrahlen erregen das negative Glimmlicht, so daß ihre Reichweiten sozusagen an der negativen Glimmlichterscheinung abzulesen sind.

Man hat sich den Ionisierungsvorgang in den negativen Glimmentladungsteilen so zu denken, daß die primären Kathodenstrahlen fast längs ihrer ganzen Bahn ionisieren, während die sekundären Elektronen fast nur innerhalb der Kanalstrahlenquelle dazu kommen. In dem sonstigen negativen Glimmlicht und im zweiten Dunkelraum ist das Feld zu schwach, um den sekundären Elektronen Ionisierungsgeschwindigkeit geben zu können. Die meisten dort erzeugten Ionen und Elektronen werden wieder molisiert.

Es werden in § 8 und 10 Belege für die Auffassung gebracht, daß ein Primärelektron im Mittel meistens mehrere Ionenpaare erzeugt; auch wird wahrscheinlich gemacht das

Theorem 4: Das Verhältnis der Anzahl ausfliegender primärer Elektronen zur Anzahl dieselben lösender Ionen ist nahezu vom Kathodenfall unabhängig.

Im Dunkelraum dürften infolge des da herrschenden starken Feldes (vgl. Hyp. 5, 6, 7) äußerst wenige Wiedervereinigungen vorkommen. Da nun die Elektronen einige hundert- bis tausendmal beweglicher als die Ionen sind, so erklärt sich ein Überwiegen der Anzahl auf einmal anwesender positiver Ionen, d. h. die Aufrechterhaltung einer großen positiven Raumladung vor der Kathode[1]). Eine wenig größere negative Ladung dürfte in der Kathodenoberfläche stecken. Nach der Anodenseite kompensieren sich die Kraftwirkungen der beiden Ladungen fast vollständig, so daß die Feldkraft im negativen Glimmlicht sehr schwach wird[2]). Zwischen den beiden Ladungen und teilweise innerhalb der positiven entstehen kräftige Felder. Es sind dies das äußerst kräftige Feld des Kathodensprunggebietes[3]) und das weniger kräftige, mit wachsender Kathodenentfernung abnehmende und in das schwache Feld des negativen Glimmlichts stetig übergehende Feld des Dunkelraums. Die ganze Potentialzunahme vom Inneren der Kathode bis zum Glimmlichtsaum[4]) nennt man den Kathodenfall.

Es ist zu beachten, daß nach mehreren Beobachtungen zu beurteilen der Glimmlichtsaum keine besonders hervortretende Verände-

1) Siehe Starks Artikel in Winkelmanns Handbuch IV, § 19.

1) Vgl. Thomson-Marx, Elektrizitätsdurchgang in Gasen. Leipzig 1906, § 265.

2) Allerdings spielt die negative Ladung des zweiten Dunkelraums hier auch eine gewisse Rolle. Vgl. weiter unten.

3) Über „Kathodensprung" siehe besonders W. H. Westphal, Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 275, 1910; **14**, 223, 1912; siehe auch unten am Schluß des § 8. Wenn viele von den nach der Kathodenoberfläche gelangenden Ionen vor dieser eine gewisse Zeit warten müssen, bis sie von Elektronen aus der Kathode neutralisiert werden, so muß ein „Kathodensprung" entstehen. C. A. Skinner, Phil. Mag. (6) **4**, 490, 1902, erklärt die betr. Wartezeit der Ionen durch die Annahme einer wiederholten Reflexion vieler Ionen an der Kathodenoberfläche.

4) Vgl. G. Gehlhoff, Ann. d. Phys. **24**, 553, 1907 und K. Rottgardt, Ann. d. Phys. **33**, 1163, 1910.

rung der elektrischen Feldstärke bezeichnet[1]). In dem Saum selber scheinen Feldstärken von der Größenordnung 30 bis 100 Volt/cm zu herrschen.

Den Abstand von der Kathodenoberfläche bis zum Glimmlichtsaum nennt man die Dunkelraumlänge.

Die früher von einigen Forschern vertretene Erklärung der Dunkelraumlänge als eine Art freie Weglänge positiver oder negativer Ionen läßt sich mit den Begriffen der kinetischen Gastheorie nicht vereinen. Man muß nämlich beachten, daß eine gaskinetische mittlere freie Weglänge keine Größe ist, um die sich die einzelnen freien Weglängen häufen. Ich glaube den Dunkelraum und den Glimmlichtsaum durch die folgenden Hypothesen 5, 6 und 7 erklären zu können.

Hypothese 5: Dasjenige Leuchten, wodurch sich der Glimmlichtsaum und das ganze negative Glimmlicht vom Kathodendunkelraum abhebt, hängt von atomistischen Gebilden ab, die nur in schwachen Feldern entstehen und bestehen können. Dieses Leuchten kann deshalb nur in einer gewissen Entfernung von der Kathode, wo der Potentialgradient unter eine gewisse Grenze sinkt, anfangen.

Hypothese 6: Die in der Hypothese 5 erwähnten, in kräftigen Feldern zerfallenden atomistischen Gebilde sind die in der Hypothese A[2]) meiner Theorie der positiven Säule vorkommenden Ionen, welche aus einem Molekül mit einem daran klebenden Elektron bestehen.

Hypothese 7: Das in der Hypothese 5 erwähnte Leuchten kommt bei Wiedervereinigung zustande[3]).

Weil die bei der Wiedervereinigung mitwirkenden Elektronen hauptsächlich solche sein müssen, die an Molekülen kleben geblieben sind[4]), kann das Leuchten nur dort merkbar auftreten, wo klebende Elektronen vorkommen. Hiernach bezeichnet der Glimmlichtsaum eine Äquigradientfläche, auf deren Anodenseite das Feld gerade genügend schwach wird, um das Kleben der Elektronen zu gestatten.

Beachtenswert ist, daß die Hypothese 5 eine einfache Erklärung für den doppelten Glimmlichtsaum, den E. Gehrcke in seinem Buch „Die Strahlen der positiven Elektrizität", S. 27 beschreibt, liefert, wenn man nämlich annehmen darf, daß die beiden Glimmlichtsäume Äquigradientflächen mit für die bezüglichen gemischten Gase charakteristischen Gradientwerten darstellen.

Nach den Hypothesen 5, 6, 7 § 7 und A § 2 muß das Wiedervereinigungsleuchten auch in der positiven Säule vorkommen, denn nach § 2 spielt die Wiedervereinigung in der positiven Säule eine große Rolle. Die Hypothesen 5, 6, 7 erhielten nun tatsächlich ihre oben angegebene Form erst, nachdem ich gefunden hatte, daß es gerade das für die positive Säule charakteristische Leuchten ist, wodurch sich das negative Glimmlicht vom Kathodendunkelraum abhebt. Die Sache ist allerdings nicht so einfach, daß in der positiven Säule nur Wiedervereinigungsleuchten und im negativen Glimmlicht nur eine Art Stoßleuchten plus Wiedervereinigungsleuchten vorkommt, sondern es scheint auch die positive Säule direkt durch Stoß erregtes Licht auszusenden und es scheint das Stoßleuchten überhaupt und auch im negativen Glimmlicht sehr von der Geschwindigkeit der stoßenden Partikelchen abzuhängen[1]). Vorläufig möchte ich auf die Frage nach den erwähnten Spektren[2]) nicht näher eingehen. Ich begnüge mich damit, ein besonders deutliches Beispiel zu erwähnen:

Mit dem Spalt eines zweckmäßigen Spektrographen senkrecht zur scheibenförmigen Kathodenoberfläche des Entladungsrohres montiert, machte ich eine Aufnahme vom Licht aus dem Dunkelraum und dem Anfang des negativen Glimmlichts einer Entladung durch N_2. Auf dieser Aufnahme zeigen die (nicht bei Molisierung emittierten) negativen Banden in der ganzen Spaltbildlänge dieselbe Stärke, während die (bei Molisierung emittierten) positiven Banden nahe an der Abbildungsstelle der Kathode deutlich sind, dann in der Abbildungs-

1) Verf. hat mehrmals bei Sondenmessungen dies bestätigen können. Vgl. sonst z. B. Fig. 6 bei Eisenmann, Verh. d. D. phys. Ges. **14**, 308, 1912. Allerdings darf den Sondenmessungen in der Kanalstrahlenquelle nicht zuviel Vertrauen geschenkt werden.

2) Diese Zeitschr. **15**, 245, 1914.

3) Die Hypothese einer Lichtemission mit Bandenspektren bei Wiedervereinigung stammt von J. Stark. Siehe besonders Starks Artikel in Winkelmanns Handbuch IV, §§ 192 und 193.

4) Wie ich in § 2 gezeigt habe, muß man sich denken, daß Elektronen durch Kleben an Molekülen zuerst gebremst werden müssen, ehe sie zur Wiedervereinigung mit einem positiven Ion gelangen. In Übereinstimmung mit den Hypothesen 5 und 6 hat man sich vorzustellen, daß ein klebendes Elektron in dem starken elektrischen Feld in nächster Umgebung eines positiven Ions von seinem Molekülgenossen weggerissen wird, so daß die Wiedervereinigung zwischen Elektron und positivem Ion, nicht zwischen negativem Ion und positivem Ion stattfindet.

1) Vgl. § 5, dessen Überschrift etwas mißverständlich ist und zweckmäßig gelautet hätte: Über das gleichzeitig mit Ionisierung auftretende Leuchten der Gase.

2) Nähere Untersuchungen hierüber sind im Gange.

stelle des Dunkelraums sehr schwach werden, aber da, wo das Bild des negativen Glimmlichts beginnt, plötzlich sehr stark werden.

Daß die positiven Banden auch im Licht der ersten Kathodenschicht, wo wegen des kräftigen Feldes keine Wiedervereinigung mit freien Elektronen stattfinden kann, auftreten, ist zunächst überraschend. Die Wiedervereinigungshypothese kann aber auch für das positive Leuchten der ersten Kathodenschicht behalten werden, wenn man annimmt, daß die Stöße seitens der Kanalstrahlen Elektronen aus ihren Verbänden in den Molekülen lockern können, und daß derartig gelockerte Elektronen mit ihren ursprünglichen Molekülgenossen sofort Wiedervereinigung anknüpfen. Das hierbei entsandte Licht wird natürlich keinen Dopplereffekt zeigen. Eine Bestätigung dieser Schlußfolgerung ist darin zu erblicken, daß das bei Kanalstrahlen beobachtete positive Stickstoffbandenspektrum keinen Dopplereffekt zeigt[1]). Auf die Frage, inwiefern eine Molekülverbandlockerung von der beschriebenen Art auch von Elektronenstößen hervorgerufen werden kann, soll hier nicht eingegangen werden.

Gegen die Hypothese 5 könnte man einwenden, daß der Potentialgradient im Glimmlichtsaum nicht für jedes Gas eine Konstante ist, sondern bei großen Drucken mit dem Gasdruck wächst. Hiergegen möge folgendes Theorem aufgestellt werden.

Theorem 8: Die elektrischen Felder der Ionenladungen besitzen, wie man leicht ausrechnet bis zu Entfernungen vom Ionenzentrum von der Größenordnung einiger 100 $\mu\mu$ eine Stärke von mehr als 30 bis 100 Volt/cm. Bei größeren Gasdrucken kommen die Ionen dichter aneinander, wodurch die von den einzelnen Ionenfeldern herrührenden Verzerrungen des äußeren Hauptfeldes einen prozentual größeren Teil des ionisierten Gasvolumens als bei niedrigen Drucken einnehmen werden. Hierdurch erklärt sich die bekannte Tatsache, daß der Glimmlichtsaum bei größeren Drucken verwaschen wird, und es erklärt sich auch, wie das positive Leuchten bei großen Drucken noch in Gebieten auftreten kann, wo der mittlere Gradient größer ist als die Feldstärken, welche das Kleben der Elektronen zulassen.

Die obige Erklärung des Glimmlichtsaumes wäre unrichtig, wenn dort in der positiven Säule, wo meiner Meinung nach Wiedervereinigungslicht ausgesandt wird, das Feld kräftiger wäre als im Glimmlichtsaum. Wegen der Unzuverlässigkeit der Sondenmessungen und auch anderer hier gebrauchter Meßmethoden konnte der Gradient im Glimmlichtsaum bisher nicht einwandfrei festgestellt werden. Nach allen mir bekannten und von mir gemachten Messungen zu beurteilen, kann aber mit großer Wahrscheinlichkeit behauptet werden, daß das Feld in der positiven Säule — außer vielleicht unmittelbar vor den Schichten, vgl. § 9! — schwächer als im zugehörigen Glimmlichtsaum ist, so wie es ja die Theorie verlangt.

Einen Beleg dafür, daß es für die Ausbildung eines Crookesschen Dunkelraumes auf die Feldstärke und nicht auf gewisse totale Potentialfälle ankommt, geben Versuche mit „künstlichen" Dunkelräumen, welche ich in § 9 schildre. Ich konnte bei weniger als 4 bis 5 Volt totalem Potentialfall zwischen den Dunkelraumgrenzen Dunkelräume erhalten, in denen die Felder aber kräftig waren, denn die Dunkelraumdicke war dabei dem Potentialfall entsprechend klein.

Ein direkter Beweis dafür, daß positives Licht entsteht, wenn Elektronen und Ionen, deren Wiedervereinigung nicht durch kräftige Felder verhindert wird, gemischt werden, fehlt noch. Die nächstliegende Deutung meiner in § 5 beschriebenen Versuche, nach denen für die Erregung eines positiven Leuchtens etwa dieselbe Minimalgrenze der Elektronengeschwindigkeit wie für die Ionisierung gilt, ist gerade die, daß das positive Leuchten bei der auf die Ionisation folgenden Wiedervereinigung entsandt wird (vgl. § 9)[1]).

Ich konnte meine obige Theorie in einem wichtigen Punkt bestätigen. Eine nach meiner Theorie notwendige Bedingung für das Entstehen des Glimmlichtsaumes, das Kleben der Elektronen an Molekülen, fehlt in ganz reinen Edelgasen. Es gelang mir nun, *He* so rein zu bekommen, daß in dem durch grünes Leuchten bezeichneten Weg der Kathodenstrahlen jede Spur von einem Glimmlichtsaum bei etwa 1 mm Hg Druck[2]) verschwand. Die Grenze der Kanalstrahlenquelle konnte aber dadurch bestimmt werden, daß die Anodenscheibe gegen die Kathodenscheibe geführt wurde. Bei einer bestimmten Minimalentfernung zwischen Kathode und Anode sank die Stromstärke stark und bei einer etwas kleineren Entfernung erlöschte die Entladung; vgl. § 8!

1) Siehe H. Konen, Das Leuchten der Gase, S. 323, Braunschweig 1913.

1) Ich vertrete hier eine etwas andere Ansicht als Franck und Hertz in Verh. d. D. phys. Ges. **16**, 516, 1914.

2) Ich hatte vorläufig leider keine Gelegenheit den Druck zu variieren.

In der hier gegebenen Theorie tritt die Dunkelraumlänge nicht als eine unmittelbare, durch den Vorgang der zweifachen Grenzionisation gegebene Größe auf. Sie gibt aber ein gewisses Maß für die Ausdehnung der Kanalstrahlenquelle aus dem Grunde, daß die durch den Glimmlichtsaum bezeichnete Äquigradientfläche gerade in den von der Kathode entfernteren Teilen der Kanalstrahlenquelle, nämlich im Glimmsaumgebiet, liegen muß. Denn in diesem vorzüglich leitenden Gebiet muß der Gradient schwach werden.

Da dieses Saumgebiet einen beträchtlichen, manchmal den größten Teil seiner Ionisation den sekundären Elektronen verdankt (vgl. § 8!), so ist klar, daß es erst in einer Entfernung von einigen freien Elektronenweglängen von der Kathode weg entstehen kann. Die Dunkelraumlänge hat auch in Wirklichkeit die Größe von 4 bis 7 freien Elektronenweglängen[1]) oder 5,7mal so viele molekulare Weglängen[2]).

Der primäre Kathodenstrahl wird infolge der Diffusion und Absorption mit wachsender Entfernung von der Kathode immer schwächer, bis er schließlich erlischt. Dasselbe gilt demjenigen Leuchten und derjenigen Leitfähigkeit, die vom Kathodenstrahl erzeugt werden. Die Stromleitung wird allerdings unter Umständen über die Reichweite der Kathodenstrahlen hinaus durch den zweiten Dunkelraum hindurch von aus dem negativen Glimmlicht stammenden Elektronen und negativen Ionen besorgt. Im letzten Teil des negativen Glimmlichts oder im zweiten Dunkelraum oder, bei seitlich angebrachter Anode, in einer gewissen seitlichen Entfernung vom dichtesten Glimmlicht wird nun die Leitfähigkeit infolge des Klebens und der Wiedervereinigung schwächer werden als diejenige Leitfähigkeit, welche die positive Säule unter den vorhandenen Umständen aufrecht hält (vgl. § 2!). Dort setzt die positive Säule ein.

1) Bei 1 mm Druck und etwa 50⁰ im Gase ist die konstante Dunkelraumlänge in Millimetern gemessen: in H_2 gleich etwa 4,3 (Messung des Verf. an *Al*-Kathode. Aus einer Tabelle bei Thomson-Marx, § 235, ergibt sich der Wert 4,0. Nach H. Ebert und P. Ewers, Ann. d. Phys. **10**, 101, 1903, wäre sie 5,59; in N_2 gleich etwa 2,11 (nach Riecke, Gött. Nachr., Okt. 1904, in Übereinstimmung mit einer Angabe von Ebert und Ewers, loc. cit.); in O_2 gleich etwa 1,41 (nach Ebert und Ewers, loc. cit.); in *He* mindestens 9 (Messung des Verf.), wenn da überhaupt ein Glimmlichtsaum ausgebildet ist. Mit Benutzung der Angaben über freie Weglängen in den Tabellen von Landolt-Börnstein-Roth berechnen sich die bezüglichen Dunkelraumlängen in der freien Weglänge eines Elektrons als Einheit gemessen zu bzw.: in H_2 4,7; in N_2 4,4; in O_2 2,7; in *He* 6,8.

2) Vgl. Thomson-Marx, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, § 236.

Im zweiten Dunkelraum, wo Ionisation nicht stattfindet, muß man wohl einen Mangel an positiven Ionen — daher besonders kleine Wiedervereinigung und die Dunkelheit — also eine negative Raumladung voraussetzen[1]). Die Leitung durch dieses Gebiet dürfte wie gesagt von aus dem negativen Glimmlicht stammenden Elektronen und negativen Ionen besorgt werden. Für die Richtigkeit dieser Auffassung spricht, daß sie zu erklären vermag, weshalb der zweite Dunkelraum, in freien Elektronenweglängen gemessen, am größten wird, wenn der Kathodenfall klein und der Druck groß ist: Bei kleinerem Kathodenfall ionisiert jedes Primärelektron dichter auf seiner allerdings kürzeren Bahn und, wegen der Kürze der Glimmlichtlänge, wird der Elektronenverlust nach den Wänden (vgl. § 10!) klein, so daß ein verhältnismäßig großer Prozentsatz Kathodenstrahlen nach dem Ende des Glimmlichts gelangen. Die Folge hiervon ist, daß die Grenzschicht zwischen dem negativen Glimmlicht und dem zweiten Dunkelraum nach diesem letzten eine im Verhältnis zur Stromstärke größere Anzahl negativer Ionen und Elektronen als sonst liefern kann. Ein großer Druck wirkt insofern vorteilhaft für die Ausbildung einer großen Länge des zweiten Dunkelraumes, als er infolge der mit ihm zusammengehörigen Stromvergrößerung die Aufrechterhaltung der nötigen Raumladungen erleichtert.

Bei kleineren Drucken und größeren Kathodenfällen kann die positive Säule schon an einer Stelle anfangen, wo das negative Glimmlicht ohne die Säule noch sichtbar sein würde (vgl. § 10 und Fig. 14!).

Eine von dem bisherigen Beobachtungsmaterial allerdings nur unvollständig gestützte Theorie des Kathodenfalles wird im § 8 gegeben.

§ 8. Näheres über die zweifache Grenzionisation, über den Kathodendunkelraum und über den Kathodenfall.

Im vorigen Paragraphen wurde erwähnt, daß die Dunkelraumlänge etwa 5 freie Elektronenweglängen beträgt. Beim Durcheilen einer solchen Schicht werden, nach Kossels Beobachtungen über die Ionisation seitens langsamer Kathodenstrahlen[2]) zu beurteilen, 200- bis 700-voltige Kathodenstrahlen im Mittel etwa je einmal ionisieren. Ein großer Teil der dabei

1) Diese Annahme braucht nicht gegen die Tatsache eines bei Annäherung an die positive Säule steigenden Potentialgradienten zu verstoßen. Vgl. die Berechnungen in § 6.

2) W. Kossel, Ann. d. Phys. **37**, 393, 1912.

erzeugten Sekundärelektronen dürfte noch innerhalb des Dunkelraumes Ionisationsgeschwindigkeit erlangen und auch da oder im Glimmsaumgebiet zum Ionisieren kommen. Bei oberhalb der Optimumgrenze (bei 120 bis 200 Volt) wachsenden Kathodenfällen ionisieren die primären Elektronen (vgl. Kossel loc. cit.!) immer spärlicher bei den Stößen, die sie erleiden. Ihre totale Ionisation dürfte zwar größer werden, aber die Anzahl der von jedem Primärelektron innerhalb der Kanalstrahlenquelle erzeugten Ionenpaare wird kleiner. Dagegen dürften bei höheren Kathodenfällen die Ionisierungsgelegenheiten der Sekundärelektronen sich vermehren. Diese Kompensation der verminderten Primärionisierung durch die vergrößerte Sekundärionisierung macht es möglich, daß die Kanalstrahlenquelle, die nach Theor. 4, § 7 pro primäres Elektron eine bestimmte Anzahl Ionisierungen (seitens primärer und sekundärer Elektronen) enthalten soll, eine vom Kathodenfall fast unabhängige Ausdehnung senkrecht zur Kathodenoberfläche behält.

Zur Stütze der Behauptung, daß die für die Grenzionisation in Frage kommenden Ionen fast nur aus dem Dunkelraum und aus dem Saumgebiet stammen, möge folgendes angeführt werden: Wenn man in einem, mit den Querschnitt ausfüllenden Scheibenelektroden versehenen Rohr die Anodenscheibe im negativen Glimmlicht bei konstant gehaltener Elektrodenspannung bewegt, so verändert sich die Stromstärke wenig, solange mindestens eine Glimmsaumschicht von 0,1- bis 0,2mal der Dunkelraumdicke vor der Anode frei bleibt. Dringt die Anode in diese Saumschicht hinein, so sinkt die Stromstärke sehr. Wird die Anodenscheibe weiter in das eigentliche Gebiet des Dunkelraums geschoben, so erlischt die Entladung bekanntlich[1]) gänzlich. Das eben Erwähnte, ebenso wie die Existenz der „Schatten" an der Kathode von im Dunkelraum angebrachten Gegenständen[2]) demonstriert die gemachte Behauptung und die in § 7 erwähnte Bedeutung des Saumgebietes als Hauptlieferant der an der Kathode primäre Elektronen erzeugenden Ionen.

1) Genau gilt das Gesagte nur bei kleinen Drucken (1 mm und weniger) und bei Kathodenfällen von etwa 800 bis 1500 Volt. Bei größeren Drucken ist, wie oben gesagt, der Saum weniger scharf. Bei ungefähr normalem Kathodenfall muß immer etwas vom Glimmsaum sichtbar bleiben, damit der Strom nicht auslöscht. Bei sehr hohen Kathodenfällen (3000 Volt und mehr) können die Elektroden in kürzere gegenseitige Entfernung (kürzer, je höher die Elektrodenspannung ist) als die Minimaldunkelraumlänge gebracht werden, ohne daß der Strom ausgeht. Diese Tatsachen erklären sich alle zwanglos aus der in § 7 gegebenen Theorie des Glimmlichtsaums.

2) A. Wehnelt, Wied. Ann. 67, 421, 1899.

Das Vorhandensein der erwähnten Schatten beweist auch, daß die Bewegung der positiven Ionen gegen die Kathode ziemlich geradlinig erfolgt. Die 20 bis 40 Stöße, die die Ionen auf ihrem Weg durch den Dunkelraum im Mittel erleiden, vermögen also nicht ihre Wege zu nennenswerten Abweichungen von den Kraftlinienbahnen zu veranlassen. Die Gradlinigkeit der Ionenwege deutet darauf, daß die Ionen im schwachfeldigen Teil des Dunkelraumes meistens infolge der Stöße so gebremst werden[1]), daß eine derartige Diffusion ihrerseits wie die der Elektronen in der positiven Säule (vgl. § 6!) von dem kräftigen Dunkelraumfeld verhindert werden kann. Wenn die Ionen größere Geschwindigkeiten erlangen, dürften sie die Fähigkeit erhalten, Moleküle gewissermaßen zu durchfliegen. Diese Fähigkeit trägt dazu bei, die sonst zu erwartende Diffusion zu vermindern.

Der eben erwähnte Energieverlust der Ionen bei den Stößen bewirkt, daß die Kanalstrahlen, wie durch die Beobachtungen des Dopplereffekts bestätigt wird, stets kleinere und zum größten Teil bedeutend kleinere Geschwindigkeiten aufweisen, als dem ganzen Kathodenfall entsprechend zu erwarten wäre[2]). Bemerkt man, daß dies auch für den Fall des normalen Kathodenfalls gilt, so muß man die bisher übliche Hypothese aufgeben, welche den normalen Kathodenfall gleich dem kleinsten Geschwindigkeitspotential, mit dem die positiven Ionen auf die Kathodenoberfläche anprallen müssen, um Kathodenstrahlen[3]) zu erzeugen, setzt. Es ist sogar unrichtig anzunehmen, daß der normale Kathodenfall mit einer bestimmten mittleren Geschwindigkeit der Ionen an der Kathode verbunden ist. Denn man kann künstlich, so wie ich jetzt beschreiben werde, die Stoßzahl der positiven Ionen und also auch ihre Endgeschwindigkeit verändern, ohne daß sich der normale Kathodenfall um die zu erwartenden Beträge ändert. Ich habe mit einem Entladungsrohr gearbeitet, dessen Elektroden aus zwei konaxialen Blechzylindern bestanden. Zwi-

1) Die mehr als kinetische Geschwindigkeit besitzenden Ionen können nicht wie die leichten Elektronen ohne Geschwindigkeitsverlust von den Molekülen reflektiert werden. Die Reflexion zwischen Massen von derselben Größenordnung (Ion und Molekül) muß nämlich, wenn ihre Geschwindigkeiten verschiedenen Größenordnungen gehören, nach der Theorie des Stoßes mit einem Geschwindigkeitsverlust der schnelleren Masse verbunden sein.

2) Die meisten Kanalstrahlen stammen ja aus dem Glimmsaumgebiet und durchlaufen den ganzen oder fast den ganzen Kathodenfall.

3) Daß der normale Kathodenfall viel größer als die Ionisierungsspannung der positiven Ionen gegen Gasmoleküle ist, haben E. v. Bahr und J. Franck gezeigt, Verh. d. D. phys. Ges. 16, 57, 1914.

schen den Zylindern konnte eine Sonde zum Messen der Potentiale bewegt werden. Ihre Lage wurde mit einem Fernrohr durch ein Fenster am Rohrende visiert. Das Rohr war von einer Spule umschlossen und konnte also unter den Einfluß eines mit der Zylinderachse parallelen Magnetfeldes gesetzt werden. Mit diesem Rohr wurde die von J. Stark[1]) und anderen beobachtete Verminderung der Dunkelraumlänge und des abnormalen Kathodenfalles und die Vergrößerung der Stromdichte (auch der normalen) an der Kathode im Magnetfeld bestätigt. Die Erklärung der Verkürzung der Dunkelraumschicht hat Stark (loc. cit.) gegeben. Diese beruht darauf, daß die Kathodenstrahlbahnen gekrümmt werden, so daß ihre Ionisierungsgebiete näher an die Kathodenoberfläche fallen. Zur Erklärung der Vergrößerung der Stromdichte verweise ich auf eine Berechnung weiter unten. Was nun die Frage vom normalen Kathodenfall angeht, so ergab sich, daß der normale Kathodenfall nur um sehr kleine Beträge, höchstens um etwa 10 Volt, vermindert wurde, trotzdem die Dunkelraumlänge auf den zehnten Teil ihres ursprünglichen Betrages reduziert wurde, womit eine fast ebensogroße Reduktion der mittleren Stoßzahl der positiven Ionen im Dunkelraum hervorgebracht werden mußte. Den mittleren Geschwindigkeitspotentialverlust der Ionen im normalen Dunkelraum dürfte man je nach dem Gas zu mehr als 50 bis 100 Volt schätzen müssen.

Ich habe nun einige für die bisherige Theorie des Kathodenfalles unüberwindliche Schwierigkeiten hervorgehoben und gehe dazu über, eine neue und, soweit ich sie prüfen konnte, sehr leistungsfähige Theorie des Kathodenfalles zu skizzieren.

In Übereinstimmung mit K. Rottgardt[2]) denke ich mir, daß die primären Kathodenstrahlen aus dem Kathodenmaterial losgeschlagen werden — die Hypothese 2 des § 7. Dadurch erklärt sich die Abhängigkeit des Kathodenfalles vom Kathodenmaterial. Wie Rottgardt nehme ich an, daß Kanalstrahlen mit gewisser Geschwindigkeit aus verschiedenen Materialien verschieden große Kathodenstrahlmengen lösen. Es scheint (vgl. Theorem 4), als ob eine Vergrößerung der Kanalstrahlgeschwindigkeit oberhalb einer gewissen Grenze, die bedeutend unterhalb der dem normalen Kathodenfall entsprechenden Geschwindigkeit liegt, die gelöste Elektronenmenge wenig vergrößert.

1) J. Stark, Elektrizität in Gasen. Leipzig 1902, S. 402.

2) K. Rottgardt, Ann. d. Phys. 33, 1161, 1910.

Die spontane Einregulierung des Kathodenfalles beruht einfach darauf, daß die positive Ladung vor der Kathode eine eindeutige Funktion von der Dichte des sie unterhaltenden Stromes ist, und daß der Kathodenfall von dieser Ladung eindeutig bestimmt ist (vgl. unten). Zu jedem Kathodenfall gehört also eine bestimmte Stromdichte an der Kathodenoberfläche.

Es ist zu bemerken, daß die ganze Anzahl der von den primären und sekundären Elektronen erzeugten Ionen beim normalen Kathodenfall gerade für die Grenzionisation genügt. Nur ein kleiner Überschuß geht durch Wiedervereinigung für den Stromvorgang verloren. An diesem Überschuß möge durch die magnetische Verkürzung des Dunkelraumes eine Veränderung eingetreten sein, diese konnte aber, wie eben das Experiment zeigte, einen nur sehr kleinen Einfluß auf den normalen Kathodenfall ausüben. Bei weniger als dem normalen Kathodenfall muß die Entladung aus dem Grunde erlöschen, daß eine für die Grenzionisierung ungenügende Anzahl positiver Ionen erzeugt werden[1]).

Geht man zu größeren Kathodenfällen über, so erzeugen die Kathodenstrahlen einen immer größeren Überschuß von Ionen, der in dem langen negativen Glimmlicht zur Wiedervereinigung gelangt. Die Anzahl der innerhalb der Kanalstrahlenquelle erzeugten Ionen behält aber, wie im Anfang dieses Paragraphen auseinandergesetzt wurde, ein fast unverändertes Verhältnis zur Anzahl der Primärelektronen (Theor. 4). Daß dies so sein kann und daß deswegen die Kanalstrahlenquelle sich bei wachsendem Kathodenfall nicht ausdehnt, muß bedeuten, daß die Fähigkeit eines Ions, Elektronen aus dem Metall zu lösen, fast unabhängig von der Geschwindigkeit des Ions ist, wenn diese nur oberhalb einer gewissen Grenze liegt[2]). Weil es

1) Zur Beantwortung solcher Fragen wie der, ob die Kleinheit des Kathodenfalles in Edelgasen auf der großen Fähigkeit ihrer positiven Ionen Elektronen aus den Metallen zu lösen beruht oder darauf, daß die Stöße ionisierungsfähiger Elektronen in ihnen besonders oft wirklich zur Ionisation führen, fehlt noch das nötige Beobachtungsmaterial.

2) Für diesen hier hergeleiteten Satz habe ich in der Literatur nur einen schwachen direkten Beleg gefunden, nämlich die Daten, auf welche H. Baerwald seinen Satz 2 (Ann. d. Phys. 41, 654, 1913) gründet. Baerwalds sonstige Schlußfolgerungen bedürfen einer Revision. Seine Fig. 2, S. 650, zeigt 4 Kurven, die auf gleiche Sekundärstromstärke reduziert innerhalb der wahrscheinlichen Fehlergrenzen zusammenfallen. Seine Beobachtungen zeigen damit, daß die Geschwindigkeiten der Sekundärstrahlen von der Geschwindigkeit der primären Kanalstrahlen unabhängig sind. Mit unterhalb einer gewissen Grenze abnehmender Primärspannung nehmen die

auf die Geschwindigkeiten der Ionen wenig ankommt, hat die Verminderung des Energieverlustes der Ionen bei Stößen beim magnetisch verkürzten Dunkelraum keine Veränderung des Kathodenfalles veranlassen können, was sich besonders in der Unveränderlichkeit des normalen Kathodenfalls zeigte.

Die Ausdehnung der Kanalstrahlenquelle und die daran gebundene Lage der Raumladungen verändert sich, wie gesagt, wenig bei variablem Kathodenfall. Wäre nun die Ionengeschwindigkeit unabhängig vom Kathodenfall, so müßte die Raumladungsdichte und der Kathodenfall proportional der Stromdichte wachsen. Nun wächst aber die Ionengeschwindigkeit bzw. verkürzt sich der Aufenthalt der einzelnen Ionen in einem gewissen Raumladungsgebiet gleichzeitig damit, daß der Kathodenfall wächst. Deshalb muß die Raumladungsdichte und der Kathodenfall langsamer wachsen als proportional der ersten Potenz der Stromdichte. Von J. Stark experimentell gefundene Gesetze[1]) bestätigen diese Überlegung.

Bei der magnetischen Verkürzung des Dunkelraumes vergrößert sich die Stromdichte. Im Falle des normalen Kathodenfalles ist die Stromdichtenvergrößerung umgekehrt proportional der Dunkelraumverkleinerung. Daß es so sein muß, ist leicht mit derartigen Berechnungen, wie diejenigen, die ich weiter unten zur Herleitung der Stromdichteabhängigkeit vom Druck ausführe, zu beweisen.

Nach der hier gegebenen Theorie sollte der normale Kathodenfall vermindert werden, wenn die Kathodenoberfläche künstlich die Fähigkeit erhält, mehr Elektronen als sonst zu liefern. Gehlhoff und Dember[2]) haben dieser Schlußfolgerung eine Bestätigung gegeben, indem sie den normalen Kathodenfall an gewissen Metallen durch den lichtelektrischen Effekt herabsetzten. Eine andere Bestätigung liefert die bekannte Herabsetzung des Kathodenfalles an Wehnelt-Elektroden und an anderen stark glühenden Elektroden, wie z. B. im Lichtbogen. Vgl. übrigens Rottgardt, loc. cit.!

Wenn man die Länge der Kanalstrahlenquelle in der mittleren freien Weglänge λ eines Elektrons mißt, so ist nach der gegebenen Theorie zu erwarten, daß die so gemessene Länge vom Druck beinahe unabhängig ist. Dieselbe Länge in Millimetern gemessen, muß also dem Druck umgekehrt proportional sein. Die Theorie besagt nun, daß der Glimmlichtsaum sich nahe dem Ende der Kanalstrahlenquelle im Glimmsaumgebiet befindet. Die Theorie verlangt also, daß die Dunkelraumlänge dem Druck angenähert umgekehrt proportional sein soll, aber nicht genau, denn die Feldstärke in den hier in Frage kommenden Schichten steigt proportional dem Druck und der Glimmsaum muß also beim wachsenden Druck immer weiter nach von der Kathode entfernteren Teilen des Glimmsaumgebietes verschoben werden, um den für ihn passenden Gradienten zu treffen. Für die Dunkelraumlänge D ergibt sich also ein Gesetz etwa von der Form

$$D = \text{Konst.}\, p^{-\beta}, \text{ wo } 0 < \beta < 1,$$

und wo p den Druck bedeutet. Ein solches Gesetz ist tatsächlich von Ebert und Riecke[1]) experimentell festgestellt worden.

Rechnen wir nun mit dem Gesetz

$$D' = \text{Konst.}\, p^{-1} \qquad (1)$$

für die mittlere Entfernung D' zwischen der Kathode und der vor dieser vorhandenen positiven Raumladung, so läßt sich wie folgt die Abhängigkeit der Stromdichte an der Kathodenoberfläche vom Druck berechnen. Wir gehen von einem gewissen Punkt (Kathodenfall, D', p) aus. Wird p vergrößert und D' demgemäß verkleinert, ohne daß der Kathodenfall sich ändert, so ist dies nur dadurch möglich, daß die den Kathodenfall bedingenden Raumladungen ihre Dichte[2]) in umgekehrtem Verhältnis zu D' verändern. Die betreffenden Ladungen im Gase bestehen aus Ionen. Die Anzahl A der in der betreffenden Schicht auf einmal anwesenden Ionen wird angenähert der Anzahl H der sekundlich in der Kanalstrahlenquelle erzeugten Ionen proportional sein und außerdem proportional der Zeit t, die ein Ion im Mittel in der betreffenden Schicht zubringt. Wir bezeichnen Punkte, die eine gewisse An-

von Baerwald erreichten wirksamen Kanalstrahlenstromstärken offenbar ab und unter 900 Volt Primärspannung ist der nach der bestrahlten Platte gelangende Kanalstrahlstrom offenbar zu schwach, um eine meßbare Sekundärstrahlung zu erzeugen. Baerwald deutet seine Beobachtungen wesentlich anders. Leider hat Baerwald nicht die Stärke des wirksamen Kanalstrahlstroms gemessen. Dank dieses Versäumnisses muß Baerwald seinen Satz 11, S. 667, der in Widerspruch mit meiner und Rottgardts Theorie des Kathodenfalls steht, auf Daten basieren, die den Satz 11 nicht beweisen.

1) Siehe Winkelmanns Handbuch IV, § 74, S. 516.

2) H. Dember und G. Gehlhoff, Verh. d. D. phys. Ges. **8**, 263, 1906 und G. Gehlhoff, daselbst **12**, 411, 1910.

1) Ebert, Wied. Ann. **69**, 200, 372, 1899; E. Riecke, Ann. d. Phys. **25**, 624, 1908.

2) Wir können im Dunkelraum mit parallelen Kraftlinien rechnen, so daß die seitliche Ausdehnung des Glimmlichts vor der Kathode auf die Feldstärke im Dunkelraum keinen zu berücksichtigenden Einfluß hat. Wir rechnen so, als ob die bedeckte Kathodenoberfläche konstant wäre.

zahl freier Weglängen von der Kathodenoberfläche entfernt sind, als homolog und können behaupten (vgl. § 4 und da unter „Beziehung D"!), daß in homologen Punkten im Mittel dieselbe Ionengeschwindigkeit herrscht. Hieraus folgt, daß die Zeit t proportional zu D' ist, d. h.

$$t = \frac{a}{p}, \text{ wo } a = \text{Konst.}$$

Es gilt weiter:

$$H \text{ unabhängig von } p,$$

$$H = bj,$$

wo b eine Konstante und j die Stromdichte ist.

Wir haben also

$$A = H \cdot t \cdot \text{Konst.} = bj \cdot \frac{a}{p} \cdot \text{Konst.} = \frac{j}{p} \cdot \text{Konst.}$$

und gleichzeitig, weil die Raumladung umgekehrt proportional zu D', d. h. proportional zu p ist,

$$A = p \cdot \text{Konst.}$$

$$\frac{j}{p} \cdot \text{Konst.} = p \cdot \text{Konst.}$$

$$j = \text{Konst.}\, p^2. \qquad (2)$$

Würde (1) nicht genau gelten, sondern statt dessen

$$D' = \text{Konst.}\, p^{-m}, \text{ wo } 0 < m < 1,$$

so nehmen, wie man leicht findet, unsere letzten Gleichungen folgende Form an:

$$t = \frac{a}{p^m}; \; H = bj\,p^{1-m}; \; A = p^m \cdot \text{Konst.}$$

und schließlich

$$j = \text{Konst.}\, p^{3m-1}.$$

Wäre $3m - 1 = 1$, so würde die von J. Stark[1]) aufgestellte Formel

$$j = \frac{\varkappa \cdot p}{\vartheta},$$

wo j = der normalen Stromdichte an der Kathode, ϑ = der abs. Temperatur und $\varkappa$ eine Konstante ist, gültig sein. Herr Dr. W. H. Westphal teilte mir in einer Diskussion mit, daß, nach gewissen Messungen zu beurteilen[2]), die Formel (2) den wirklichen Verhältnissen bedeutend besser gerecht wird als die Starksche Formel. Die Bestätigung der Formel (2) bedeutet auch eine Bestätigung der Formel (1).

Zum Schluß möchte ich darauf aufmerksam machen, daß man vielleicht in dem Kathodensprung die Ursache des Intensitätsminimums zwischen der ruhenden und der bewegten Intensität des Kanalstrahl-Dopplereffekts zu suchen hat. Es sei in der Fig. 1 K die Ka-

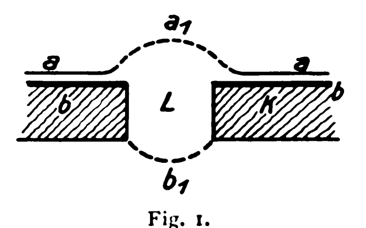


Fig. 1.

thode (schattiert) und L ein Loch in derselben. Die dick gezogenen Linien a und b mögen zwei Äquipotentialflächen, die den Kathodensprung umfassen, andeuten. Im Loch L nehmen diese Äquipotentialflächen etwa die durch a_1 und b_1 angedeutete Gestalt an. Gewöhnlich hat man mit einer im Vergleich zur Dunkelraumdicke dünnen Kathode gearbeitet. Deshalb war die Entfernung $a_1 b_1$ im Verhältnis zur Dunkelraumlänge klein. Zwischen a_1 und b_1 haben nur wenige Kanalstrahlen entstehen können; die meisten haben den Kathodensprung von a_1 bis b_1 ohne Stöße durchlaufen müssen. Hieraus ergibt sich eine gewisse Minimalgeschwindigkeit der Kanalstrahlen. Eine Probe der Stichhaltigkeit dieser Überlegung würde man bekommen, wenn man den Dopplereffekt, den man mit einer dünnen Kathode bekommt, mit dem vergleicht, den man mit einer dicken Kathode erhält, deren Löcher so geformt sind, daß in ihnen (wenn möglich) die Grenz-Potentialflächen des Kathodensprunggebietes weit auseinander gezogen werden. Eine andere Probe würde eine Untersuchung über den Kathodensprung in O_2 und He liefern. In diesen Gasen sollte der Kathodensprung ganz oder fast fehlen, denn in ihren Kanalstrahlspektren schließt sich die verschobene Intensität fast ohne Zwischenraum an die ruhende an[1]).

Wenn die hier vorgeschlagenen Proben positiv ausfallen, so bedeuten sie natürlich Belege für die etwas umstrittene Existenz des Kathodensprungs.

§ 9. Über das Leuchten des Kathodendunkelraums, des Glimmlichts und der positiven Säule.

In § 5[2]) habe ich über Versuche berichtet, deren Hauptresultat so lautet: Die kleinsten Ionisationspotentiale der Elektronen in verschiedenen Gasen sind beinahe gleich

1) Siehe Winkelmanns Handbuch IV, Starks Artikel, § 61.

2) Nähere Angaben habe ich von Dr. Westphal infolge seiner Tätigkeit im jetzigen Krieg nicht erhalten können.

1) Vgl. H. Konen, Das Leuchten der Gase und Dämpfe, Braunschweig 1913, S. 322 und 323 und H. Gerdien und R. Holm, Ann. d. Phys. **27**, Fig. 3, S. 853, 1908.

2) Diese Zeitschr. **15**, 292, 1914.

den kleinsten sichtliches Licht erregenden Geschwindigkeitspotentialen. Der Unterschied zwischen den betreffenden Potentialen kann vermutlich darauf zurückgeführt werden, daß der erste Anfang einer Ionisation schärfer und eher als die erste Lichterregung beobachtet werden konnte. Ich habe (in Übereinstimmung mit den bezüglich der Spannungsmessung allerdings weniger genauen Messungen von Gehrcke und Seeliger) festgestellt, daß das bei Ionisation seitens Elektronen mit etwa 5 bis 30 Volt über das kleinste Ionisationspotential erregte Leuchten dasselbe Spektrum wie die positive Säule hat. Wahrscheinlich ist das gerade bei Ionisierungsgeschwindigkeit erregte Leuchten von derselben Art. Ich habe weiter in § 7 darauf aufmerksam gemacht, daß dasselbe Spektrum im Glimmlicht das Spektrum des Dunkelraums überlagert. Das letztgenannte (negative) Spektrum wird vermutlich direkt durch die Stöße der primären Kathodenstrahlen erzeugt. Weil das erste dort (im Dunkelraum) fehlt, wo das Feld stärker als in der positiven Säule und im Glimmlicht ist, habe ich die Hypothese 5 in § 7 aufstellen können. Mit Rücksicht darauf, daß die elektrostatischen Kräfte, die zwei in Wiedervereinigung begriffene und also nach Stark Bandenspektren emittierende Ionen infolge ihrer Ladungen zusammenhalten, von einer höheren Größenordnung sein müssen als die Feldkraftwirkung auf ein Elektron im Dunkelraum vor dem Glimmsaum, habe ich über die empfindlichen Gebilde der Hypothese 5 die Hypothese 6 gemacht. Es ist nicht anzunehmen, daß das von verhältnismäßig schwachen Kräften zustande gebrachte Phänomen des Klebens der Elektronen ein Leuchten auslösen kann; darin liegt einer der vielen Gründe, welche zur Hypothese 7 führen.

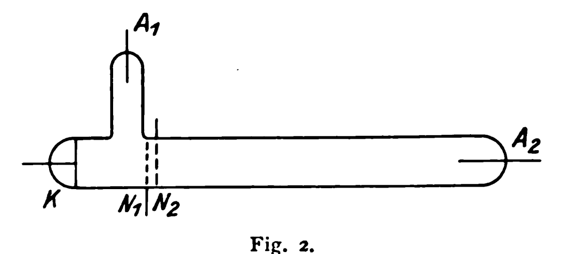


Fig. 2.

Die Hypothese 5 ladet zu Versuchen mit künstlichem Dunkelraum ein. Ich beschreibe hier derartige Versuche mit einem in der Fig. 2 abgebildeten Rohr. A_1 oder A_2 ist die Anode, K die scheibenförmige Kathode, N_1 und N_2 zwei Platindrahtnetze, 5 mm auseinander. Ich richtete so ein, daß die Kathodenstrahlen durch die Netze hindurchschossen und gab (durch Abzweigen von einem mit AK parallel geschalteten Widerstand) den dabei miteinander verbundenen N_1 und N_2 ein solches Potential, daß die Gegenwart der Netze sich an der Glimmlichterscheinung so wenig wie möglich merkbar machte. Dann ließ ich N_1 dieses Potential behalten, während ich dem N_2 ein um 5 bis 50 Volt höheres oder niedrigeres Potential gab. Es hätten 25 bis 50 Volt zwischen N_1 und N_2 genügen müssen, ein gleichförmiges Feld zwischen diesen vorausgesetzt, um dort das Kleben der Elektronen zu verhindern und also einen Dunkelraum hervorzurufen. Ein gleichförmiges Feld stellte sich aber wegen entstehender Raumladungen nicht ein.

Der zu erwartende Dunkelraum füllte nur einen Teil des Zwischenraumes zwischen N_1 und N_2 aus. Weil die Spannung hauptsächlich auf dem kleinen Dunkelraum lag, konnte sich in diesem auch bei nur etwa 5 Volt zwischen N_1 und N_2 die für seine Existenz nötige Feldstärke ausbilden. Vgl. mit dem über die künstlichen Dunkelräume in § 7 Gesagten!

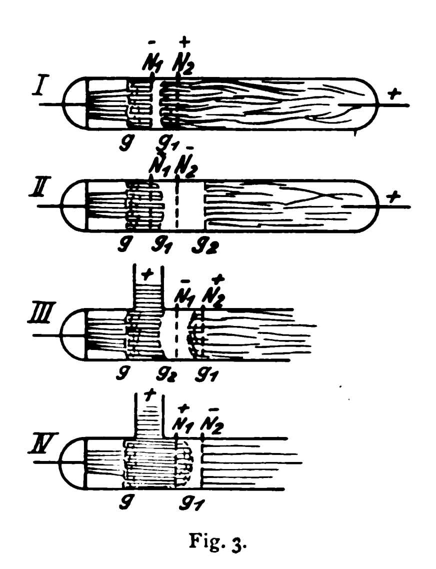


Fig. 3.

Je nach der Schaltung konnte ich die aus der Fig. 3 leicht verständlichen Typen I, II, III, IV erhalten. In der Fig. 3 bedeutet g den normalen Glimmsaum, g_1 und g_2 die Begrenzungen des künstlichen Dunkelraums. Bei I und II geht der Elektronenstrom nach der Anode von links nach rechts durch N_1 und N_2; bei III und IV zieht ein Strom langsamer Elektronen nach der Anode gegen die Kathodenstrahlen von rechts nach links durch N_1 und N_2. Die Säume g_2 begrenzen Dunkelräume, welche außerhalb des Gebietes $N_1 N_2$ aus dem Grunde entstehen, daß Elektronenver-

armungsgebiete mit kleiner Leitfähigkeit und großen Gradienten dort, infolge der für den Strom der Sekundärelektronen hinderlichen Felder zwischen N_1 und N_2, zustande kommen. Man beachte, daß der Strom der Sekundärelektronen bei I und II in der Richtung $N_1 N_2$ und bei III und IV in der Richtung $N_2 N_1$ fließt; damit hängt zusammen, daß die Dunkelräume bei III und IV gewissermaßen Spiegelbilder von denen bei II und I sind.

Es möge erwähnt werden, daß es bei kleinen Potentialdifferenzen zwischen N_1 und N_2 und bei zweckmäßigen Drucken zu erreichen war, daß die Säume g_1 und g_2 dasselbe Aussehen wie die vordere (von der Kathode gerechnet) Fläche der ersten positiven Schicht annehmen[1]). Es scheint demnach wahrscheinlich, daß die oft scharfe Begrenzung der positiven Schichten nach der Kathode zu darauf beruht, daß die Feldstärke unmittelbar vor den Schichten groß genug ist, um ein Kleben der Elektronen zu verhindern, d. h. um Dunkelräume zu schaffen[2]). Sondenbeobachtungen scheinen allerdings die größte Feldstärke im hellsten Teil der Schichten zu zeigen. Ich halte es nach meinen Erfahrungen aber für durchaus wahrscheinlich, daß die Sondenmessungen in diesem Falle nicht zuverlässig sind. Die Schichten buchten sich nämlich hinter den Sonden ein, so daß eine Sondierung dort, wo die Schicht ohne Sonde ihre größte Helligkeit zeigt, tatsächlich vor der deformierten Vorderfläche der Schicht geschieht.

Ich habe in § 6[3]) auf gewisse, schwer zu deutende Beobachtungen, die P. Neubert an Sauerstoff gemacht hat, hingewiesen. Meine Theorie darf natürlich mit den betreffenden Phänomenen nicht in Konflikt geraten. Ob sie das tut oder nicht, läßt sich mit dem bisherigen Beobachtungsmaterial nicht entscheiden. Ich gestatte mir eine Arbeitshypothese für vervollständigende Beobachtungen zu geben: Wegen der „Klebrigkeit" des Sauerstoffs erfahren durch Sauerstoff geführte Elektronen einen sehr großen Bewegungswiderstand. Dies hat zur Folge, daß die Elektronen nur bei sehr großen Gradienten (mit Ionisationsspannungen schon auf wenige freie Weglängen) zur Ionisation gelangen, und daß große Gradienten sich ausbilden müssen, um den Strom unterhalten zu können. Solch große Gradienten vermindern das Kleben der Elektronen. Sowohl die Erschwerung der Ionisation wie die Erschwerung des Klebens führt zum verminderten Leuchten. Es kann aus solchen Gründen zu den von Neubert beobachteten dunklen Entladungen kommen. Wenn nun, so wie es bei den Neubertschen Experimenten geschah, ein wenig H_2 zum O_2 zugesetzt wird, so verändern sich die Bewegungsbedingungen der Elektronen wenig. Die Ionisierungshäufigkeit der Elektronenstöße kann sich auch nicht viel ändern, denn H_2 hat eine größere Ionisierungsspannung als O_2. Es werden aber einige H^+-Ionen erzeugt werden. Diese sind im Verhältnis zu den O_2-Molekülen leicht genug, um von ihnen mit nur wenig Geschwindigkeitsverlust reflektiert werden zu können. Sie kleben nicht an den O_2-Molekülen, so wie es die Elektronen tun. Es ist also wahrscheinlich, daß die H^+-Ionen sich auf mehreren freien Weglängen Ionisierungsspannung holen und die Ionisierrolle der Elektronen übernehmen. Wenn es nun so ist, daß die H^+-Ionen bedeutend leichter H_2-Moleküle als O_2-Moleküle ionisieren, so erklären sich auch Neuberts Spektralbeobachtungen an dem Gemisch O_2 + etwas H_2.

(Wird fortgesetzt.)

1) Ich habe in § 3, diese Zeitschr. **15**, 248, 1914, erste Spalte, auf Grund gewisser Beobachtungen von Gehrcke und Seeliger und von mir die Ansicht vertreten, daß die Farbenfolge im Anfang der Schichten auf Verschiedenheiten der Geschwindigkeiten der ionisierenden Elektronen beruht. Diese Ansicht ist, was positives Licht betrifft, mit der Hypothese 7 vereinbar, wenn man sich vorstellt, daß die Prädisposition eines Ions zur Strahlung bei späterer Wiedervereinigung etwas verschieden ausfallen kann, je nach der Geschwindigkeit des ionisierenden Elektrons. Direkt durch Stoß erregtes („negatives") Licht kommt übrigens auch in der positiven Säule dort vor (vgl. die Spektralbeobachtungen in meiner Abhandlung: Göttinger Abhandl., neue Folge, Bd. 6, Nr. 2, 1908, S. 45—47), wo die Elektronen die größten Geschwindigkeiten besitzen. Es wird natürlich die Farbe beeinflussen.

2) Die Analogie zwischen einer Schicht und dem Glimmlicht kann also recht beträchtlich sein. Vgl. § 3, S. 248.

3) Diese Zeitschr. **15**, 784, 1914.

Das Röntgenspektrum des Platins.

(Bemerkungen zu der gleichnamigen Arbeit von H. Seemann.)

Von Ernst Wagner.

(Mit Tafel II.)

Das von Herrn Seemann in dieser Zeitschrift **15**, 794, 1914 beschriebene und in vierfacher Vergrößerung wiedergegebene Platinspektrum zeigt an Stelle der von den anderen Autoren gefundenen kontinuierlichen Banden im wesentlichen ein dichtes Linienspektrum neben den starken Platinlinien, deren Wellenlängen feststehen. Herr Seemann glaubt durch die Methode des unbewegten Kristalles (an Stelle des nach de Broglie drehenden

Kristalles) und durch Verwendung eines engen Spaltes (0,1 mm) eine erhöhte Auflösung erreicht zu haben.

Da dies Resultat von prinzipieller Wichtigkeit ist für den Verbleib des kontinuierlichen Bremsspektrums, so will ich im folgenden zeigen, daß jene Linien nicht reell und wohl eine Folge der bekannten fehlerhaften Struktur des verwandten Steinsalzkristalles sind in Verbindung mit der Methode des unbewegten Kristalles, daß andererseits Strukturfehler des Kristalles fast unschädlich gemacht werden bei der Methode des drehenden Kristalles. Mit ihrer Hilfe konnte denn auch bei vorzüglicher Auflösung reeller feiner Linienstrukturen die Existenz des intensiven kontinuierlichen Spektrums außer Zweifel gesetzt werden.

Hinsichtlich des Aussehens der Linien Seemanns fällt auf, daß namentlich im langwelligen Gebiet zwischen 12^0 und 16^0 die Struktur den Eindruck von verwischten Streifen macht im Vergleich zu der Schärfe der echten Platinlinien. Ferner lassen folgende Umstände auf störende Fehler in der spektralen Zerlegung schließen: Die — von Seemann bemerkte — Nichtübereinstimmung der Linienstruktur oben und unten, parallel dem Spalt, und vor allem das Auftreten starker Trabanten bei $11^3/_4{}^0$ durch Spaltverengerung, das durch die beigebrachten Gründe keineswegs erklärt wird.

Diese Fehler sind ohne Zweifel in der mangelhaften Struktur der Steinsalzkristalle begründet, die bei manchen Spaltflächen in die Augen fällt und wohl meistens in einer Verwerfung sehr kleiner — sonst kristallinisch intakter — Schichten mit geringen Winkelneigungen gegeneinander besteht. Bisweilen werden auch Fehler vorkommen, wo die kristallinische Struktur selbst zerrissen ist und die Reflexion ganz ausbleibt. Erinnern wir uns zuerst des Falles, wo auf eine fehlerfreie, ebene, feststehende Kristallfläche das divergente Bündel eines kontinuierlichen Spektrums auffällt. Hier wird jede bestimmte Wellenlänge ausschließlich von einem ganz bestimmten, sehr kleinen Teil der bestrahlten Kristallfläche reflektiert, die Nachbarwellenlänge von der Nachbarfläche, so daß dem Kontinuum der Wellenlängen das Kontinuum der Einfallswinkel erschöpfend entspricht. Bestehen aber die besprochenen, eventuell sprunghaften, Neigungsfehler im Bau des Kristalles, so wird das Kontinuum der Einfallswinkel sprunghaft unterbrochen und es resultiert die Seemannsche Struktur, die ein Bild für die fehlerhafte Struktur des benutzten Steinsalzkristalles abgibt. Es ist auf Grund der angedeuteten Fehler im Kristall ferner verständlich, daß ein streng homogenes Bündel sich z. B. als Duplett — wie bei Seemann bei $11^3/_4{}^0$ — abbilden kann: es werden dann zwei Bereiche in der Kristallfläche so gelagert sein, daß sie gleichzeitig reflektieren, was, wie leicht zu zeigen, nach verschiedenen Richtungen stattfindet.

Charakteristisch für die Wirkungsweise des stehenden Kristalles ist, daß eine bestimmte Wellenlänge ausschließlich von ihrem ganz bestimmten, sehr kleinen Bereich des Kristalles reflektiert wird, eine andere Wellenlänge von einem anderen Bereich, infolgedessen müssen sich die Fehler in diesen Bereichen in der Reflexion nach Richtung und Intensität geltend machen[1]).

Folgender einfache Versuch könnte zur Unterscheidung reeller von nicht reellen Linien beitragen. Man photographiert gleichzeitig in zwei verschiedenen Abständen vom Kristall das Reflexionsbild in der Seemannschen Anordnung. Reelle Strukturen müssen sich hierbei ähnlich bleiben, unreelle dürften sich ändern.

Wesentlich günstiger für eine getreue spektrale Abbildung liegen die Verhältnisse beim drehenden Kristall unter den früher angenommenen Fehlern. Denn während der Drehung durch den Öffnungswinkel des auffallenden Bündels werden nacheinander immer andere Kristallbereiche und schließlich der gesamte bestrahlte reflexionsfähige Kristall zur Reflexion einer und derselben Wellenlänge verwendet und vermöge des sehr eigenartigen fokussierenden Strahlenverlaufes würden alle diese reflektierten Strahlen sich in einem Punkte schneiden, — wo die Platte zu denken ist —, wenn die reflektierende Flächenschicht fehlerfrei ist; die Fehler bewirken, daß während jener Drehung der reflektierte Strahl um jene fehlerfreie Richtung nach Fehlerart herumschwankt: Das Resultat wird eine gewisse Unschärfe der fokussierenden Abbildung sein; es ist gleichwertig mit einer Mittelung über sehr viele Seemannsche Einzelaufnahmen bei stehendem Kristall, der in immer andere Positionen gebracht wird, sei es durch Drehung, sei es durch Verschiebung, in seiner reflektierenden Fläche. Im Gegensatz zum festen Kristall stehen alle Wellenlängen beim drehenden Kristall unter genau den gleichen Reflexionsbedingungen — der ganze bestrahlte Kristall ist ihre Domäne —, und deshalb heben sich die Kristallfehler in der Abbildung verschiedener Wellenlängen gegenein-

1) Auch die scheinbar so elegante Methode des gebogenen Glimmerblattes nach de Broglie und Rohmann wird von dieser Kritik getroffen, soweit der Glimmer nicht fehlerfrei ist; faktisch ist er weit besser als Steinsalz.



ander völlig heraus; dem Kontinuum der Wellenlängen entspricht hier das Kontinuum der Drehwinkel, das mechanisch leicht durch einen genügend gleichmäßigen Gang zu erreichen ist.

Obwohl die dargelegten Gründe die Überlegenheit der Drehmethode[1]) hinlänglich zu beweisen scheinen, so bestand doch die Möglichkeit einer reicheren Linienstruktur im Platinspektrum und, in Anbetracht der großen Schärfe mancher reeller Platinlinien, die Möglichkeit eines besonders guten Steinsalzkristalles bei Seemanns Versuchen. Es wurden daher unter möglichst ähnlichen Bedingungen Platinspektren mit einem sehr exakt konstruierten Drehapparat aufgenommen. Verwandt wurde eine Müllerröhre mit Lindemannfenster; Spalt und Platte waren 12 cm von der Drehachse entfernt; die Spaltweite war 0,2 mm bei Fig. 1, 0,12 mm bei Fig. 2, was bei 12 cm Plattenabstand einer Spaltweite von 0,07 mm in der Seemannschen Anordnung entspricht. S. benutzte 0,1 mm.

Auf Fig. 1[2]) wurde, um die Expositionszeit nicht zu groß werden zu lassen, nur ein Bruchteil des Platinspektrums aufgenommen, indem der Kristall zwischen engen Grenzen hin- und hergedreht wurde. Neben einzelnen schwächeren Linien ist deutlich das kontinuierliche Spektrum zwischen den Hauptlinien *a*, *b* und *c* zu sehen.

Auf Fig. 2 wurde mit dem feinsten Spalt und großer Expositionsdauer das Stück kontinuierliches Spektrum links von der *a*-Linie aufgenommen; die starken Linien *b* und *c* wurden zur Orientierung im Spektrum nach jener Aufnahme kurz hinzuexponiert; darum fehlt zwischen den Linien *a* bis *c* das kontinuierliche Spektrum, das auf Fig. 1 zu sehen war. Man bemerkt keine Spur einer Linienstruktur in dem Spektralbereich links von *a*, der bei Seemann besonders linienreich ist. Die vorzügliche auflösende Kraft[3]) des Apparates erhellt am besten an mehreren feinen Dupletts und der unerwarteten Schärfe der Bandkante bei *d*, die die spektrale Erregungsgrenze der Bromfluoreszenz in der empfindlichen Schicht darstellt (vgl. meine in der Bayr. Akad. demnächst erscheinende Arbeit).

Als Gegenstück folgen in Fig. 3 und Fig. 4 Aufnahmen bei stehendem Kristall. In Fig. 3 ist ein Stück aus dem kontinuierlichen Spektrum wiedergegeben, zur Orientierung im Spektrum sind wieder einige Platinlinien mit bewegtem Kristall kurz daneben gedruckt. Die sich hier offenbarende wolkige Struktur der Kristallfehler ist erstaunlich groß, noch erstaunlicher ist die Leistung der Drehmethode, die solche Fehler so völlig unschädlich macht. (Vgl. Fig. 2.)

Fig. 4 endlich zeigt die, im Verhältnis zum kontinuierlichen Spektrum auf Fig. 3, viel bessere Wiedergabe des Platinliniendupletts *c*.

Es zeigt sich auch bei Seemann, daß die Abbildung wahrer Linien unter den Kristallfehlern wie es scheint viel weniger zu leiden hat.

Die Fig. 1—4 sind ohne Retusche in ca. 1,5 facher Vergrößerung ausgeführt, so daß sie der Größe der Seemannschen Figur gleichen, nur sind hier die Spektrallinien dunkel, bei Seemann hell. *a* entspricht der Linie bei 10°, *c* bei 14°.

Für die Hilfeleistung bei den Expositionen bin ich Herrn cand. math. J. Engl zu Dank verpflichtet.

München, Phys. Institut. d. Univ., Ende November.

(Eingegangen 2. Dezember 1914.)

1) Vgl. zu den obigen Ausführungen W. H. Bragg, Phil. Mag. **27**, 886, 1914, dessen Erörterungen sich im wesentlichen mit den meinigen decken; sowie E. Rutherford, l. c. S. 862 und Phil. Mag. **28**, 264, der auch die Vorzüge der Drehmethode bemerkt hat.

2) Die Figuren befinden sich auf Tafel II.

3) Anm. bei der Korrektur. Diese hätte genügt, sämtliche Seemannsche Linien aufzulösen, wenn sie reell wären.

Zur Röntgenspektrographie.

Bemerkung zur vorstehenden Arbeit von E. Wagner.

Von H. Seemann.

Herr Wagner zeigt in der vorstehenden Arbeit experimentell, daß die normalen Fehler eines gewöhnlichen Steinsalzkristalls sich bei ruhendem Kristall im Röntgenspektrogramm mit abbilden, bei bewegtem Kristall sich aber so gleichmäßig über das ganze Photogramm verteilen, daß selbst große Verzerrungen (unter geeigneten photographischen Bedingungen) unsichtbar werden und sich nur durch eine geringe Unschärfe der hellsten Linien bemerkbar machen. Aus dem Vergleich[1]) seiner mir von ihm freundlichst übersandten Originalkopien mit den meinigen ersehe ich jedoch, daß diese durch die Drehung hervorgerufene Unschärfe immer noch so groß ist, daß die Auflösung so feiner Linien, wie ich sie wiedergegeben habe, bei ihm kaum möglich gewesen sein dürfte. Vor allen Dingen aber beweisen seine mit ruhendem Kristall aufgenommenen Spektren, die allerdings, wie er selbst sagt, „erstaunlich große wolkige Struktur

1) Ein Schärfevergleich verschieden vergrößerter Originale ist auch mit optischen Hilfsmitteln unmöglich. Ein Vergleich von Original und Vergrößerung nach Augenmaß führt zu grober Überschätzung der Schärfe des kleineren Bildes, besonders wenn dessen Strukturfeinheiten in das Gebiet der physiologisch unbequemen Auflösung fallen.



haben", während die meinigen nur noch ganz geringe Ungleichmäßigkeiten zeigen, daß er mit einer ganz erheblich schlechteren Kristallfläche gearbeitet haben muß. Ich habe mit einem alten abgegriffenen Exemplar genau solche wolkigen Strukturen bekommen wie Herr Wagner. Es ist mir jedoch gelungen, durch geeignete Spaltung und Behandlung ausgesucht schöner Stücke diese Fehler in hohem Maße zu vermeiden. Meine Kristallflächen waren blank wie Glas ohne jede sichtbaren Risse, Absätze oder Krümmungen. Spaltfehler oder Strukturfehler, die so regelmäßige und geradlinige Trabanten hervorrufen sollen, müßten nicht nur ebenso regelmäßig, sondern auch optisch nachweisbar, ja sogar mit bloßem Auge sichtbar sein. Etwas anderes wäre es, wenn gruppenweise Verrückungen der Raumgitter vorkommen könnten, so daß Geister entstehen könnten. Hierüber fehlen jedoch alle Anhaltspunkte.

Die in Herrn Wagners Photogrammen wiedergegebenen scheinbar kontinuierlichen Banden deute ich daher ebenso wie die de Broglieschen bis auf weiteres dahin, daß sie aus unaufgelösten Linien bestehen, die noch obendrein überlagert sind von der durch die Kristallfehler bedingten schief abgelenkten — also im ganzen diffusen — Strahlung.

Die Wagnerschen Versuche reichen noch nicht aus, die Realität der von mir gefundenen feinen Linien anzuzweifeln.

Würzburg, Physikalisches Institut.

(Eingegangen 19. Dezember 1914.)

Die Gehaltsbestimmung schwach radiumhaltiger Substanzen durch Gammastrahlen-Messung.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Von Walther Bothe.

Die Bestimmung des Radiumgehalts schwach radioaktiver Substanzen (Erze, Erzrückstände usw.) geschah bisher fast ausschließlich nach der Emanationsmethode. Diese setzt aber, wenn sie zu brauchbaren Resultaten führen soll, einen nicht unerheblichen Aufwand an Zeit und experimenteller Geschicklichkeit voraus. Insbesondere sind die nötigen chemischen Vorarbeiten in den meisten Fällen ziemlich langwierig, und die Zahl der möglichen Fehlerquellen ist bei dem ganzen Verfahren eine recht große. Weit bequemer wäre die Gammastrahlen-Methode, wenn sie empfindlich genug gemacht werden könnte. Allerdings hat die Gammastrahlen-Methode den Nachteil, daß etwa in der Substanz enthaltenes Mesothor mitgemessen wird, während die Emanationsmethode direkt den Gehalt am Radium allein liefert; doch ist es meist möglich, aus dem Ursprung der Substanz zu schließen, ob dieselbe merkliche Mesothorbeimengungen enthält oder nicht. Im folgenden soll ein Elektroskop beschrieben werden, mittels dessen es verhältnismäßig leicht möglich ist, den Radiumgehalt schwach aktiver, mesothorfreier Substanzen in kurzer Zeit mit einer für die Praxis ausreichenden Genauigkeit durch Messung der von einer abgewogenen Menge ausgesandten Gammastrahlung zu bestimmen.

Für die Konstruktion eines solchen hochempfindlichen Instruments sind offenbar folgende Gesichtspunkte maßgebend:

1. Die von der Substanz emittierte Gammastrahlung muß möglichst allseitig für die Messung ausgenutzt werden.

2. Die natürliche Zerstreuung muß sehr konstant, insbesondere unabhängig von gleichzeitiger oder vorhergehender Bestrahlung sein[1]), da nur dann die als Differenz gegen die natürliche Zerstreuung gemessene Wirkung auch für kleine Strahlungsintensitäten mit hinreichender Annäherung proportional dieser Intensität ist.

3. Die Kapazität des Instruments muß möglichst klein gehalten werden.

4. Die ganze Anordnung muß so getroffen sein, daß die Absorption der Gammastrahlen in der Substanz selbst nicht zu groß und leicht zu bestimmen ist. Auch ist es vorteilhaft, wenn die von irgend zwei gleich großen Volumenelementen der Substanz herrührenden Wirkungen möglichst gleich sind, damit der Vergleich mit einem punktförmigen Normalpräparat möglich ist.

Den Bedingungen 1 und 4 läßt sich am vollständigsten in der Weise genügen, daß man das Elektroskop in der Form eines Zylinderkondensators konstruiert, innerhalb dessen innerer Elektrode die Substanz untergebracht wird. Folgende Anordnung erwies sich nach vielfachen Abänderungen als die vorteilhafteste (Fig. 1). Der äußere, aus Zinkblech hergestellte, innen mit 0,5 mm dickem Blei[2]) ausgekleidete Zylinder A ist 32 cm hoch und hat 20 cm Durchmesser. Der Deckel kann auf-

1) Bei einer anderen Anordnung als der unten beschriebenen zeigten sich systematische Unregelmäßigkeiten im Gang des Instruments, die wahrscheinlich auf eine Änderung der natürlichen Zerstreuung infolge der Einwirkung der Strahlen auf das Isoliermaterial zurückzuführen sind.

2) Das zu verwendende Blei muß einige Jahrzehnte alt sein. Gewöhnliches Handelsblei ist wegen seines *RaD*-Gehalts vollkommen unbrauchbar.

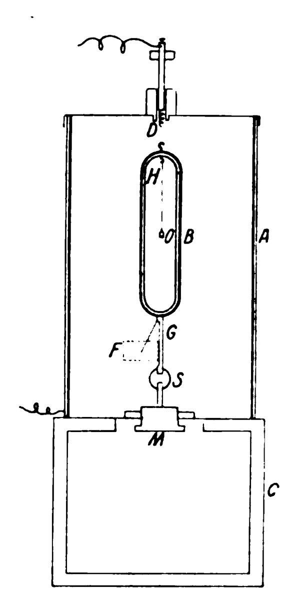


Fig. 1.

geklappt werden. In den Boden ist mit flachem Gewinde ein Messingstück M eingeschraubt, welches die innere Elektrode B trägt. Diese hat die Form eines beiderseits durch halbkugelförmige Kuppen geschlossenen Hohlzylinders von 16 cm innerer Länge und 2,8 cm innerem Durchmesser. Sie ist aus 3 mm starkem Messing hergestellt und außen mit 0,5 mm starkem Blei verkleidet. Die obere Kuppe kann mittels eines kleinen Hakens abgenommen werden. An dem die Elektrode tragenden Messingstab G ist das Goldblatt angebracht. A und B sind voneinander isoliert durch die 2 cm im Durchmesser haltende Schwefelkugel S. Die Entfernung zwischen dem unteren Ende von B und dem Boden von A beträgt 11 cm. Der äußere Zylinder ist geerdet, der innere mit dem Goldblattsystem kann durch die an die Hochspannung angelegte und isoliert eingeführte Spiralfeder D auf etwa 600 Volt aufgeladen werden. Das Goldblatt wird mittels eines Ablesemikroskops von großer Brennweite durch zwei in dem äußeren Zylinder angebrachte Glimmerfenster F hindurch beobachtet. Durch Drehen des Stückes M läßt sich leicht erreichen, daß das Goldblatt sich genau senkrecht zur Achse des Mikroskops bewegt. Der Apparat wird auf dem Gestell C erschütterungsfrei aufgestellt.

Das zu messende Präparat wird in folgender Weise hergestellt. Ein dünnwandiges Reagenzrohr von 2,6 cm Durchmesser wird 12 cm hoch mit der zu prüfenden, fein gepulverten Substanz gefüllt und, nachdem das Gewicht der Substanz bestimmt worden ist, zugeschmolzen (wobei man vorteilhaft gleich ein kleines Häkchen anschmilzt, an welchem das Präparat in den Zerstreuungszylinder B eingelassen werden kann). Dieses Präparat läßt man ev. bis zur Emanationsreife liegen (was nur nötig ist, wenn die Substanz frisch hergestellt oder beim Einschmelzen stark erhitzt worden ist). Das Standardpräparat wird an dem Häkchen H so in den Zerstreuungszylinder hineingehängt, daß es sich in der Mitte O des Hohlraumes befindet.

Nachdem man nun in der bekannten Weise, durch Messung des Potentialabfalls für Präparat und Standard in Skalenteilen pro Minute und Subtrahieren der natürlichen Zerstreuung die zur Wirkung kommende Gammastrahlung in Äquivalenten von Milligramm Radium bestimmt hat, bleibt noch eine zweifache Korrektion anzubringen: 1. wegen der Ausdehnung des Präparates und 2. wegen der Absorption der Gammastrahlen in der Substanz selbst. Die erstere Korrektion läßt sich offenbar ein für allemal in der Weise ermitteln, daß man mit einem punktförmigen Präparat den ganzen von der Substanz eingenommenen Raum ausmißt und den prozentualen Unterschied der mittleren Abfallsgeschwindigkeit gegen die Abfallsgeschwindigkeit für die Normallage O des Standards bestimmt. Diese Bestimmung wurde in folgender Weise ausgeführt. Zunächst wurde der Standard in der Richtung der Achse des Zerstreuungszylinders verschoben. Die so erhaltenen Abweichungen der Abfallsgeschwindigkeit gegen die in der Normallage O in Prozenten werden durch die Kurve a der Fig. 2

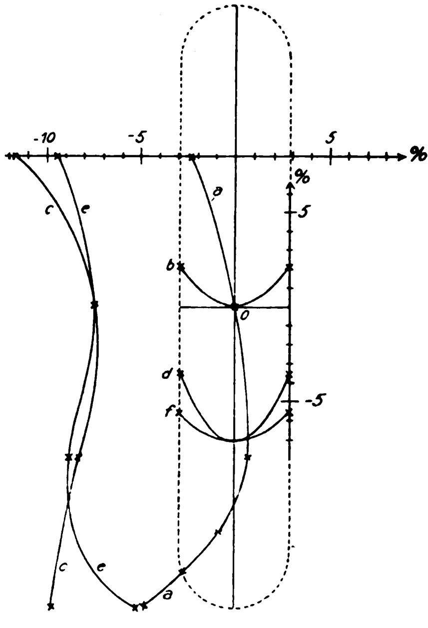


Fig. 2.

dargestellt. (Der Zylinder ist in der Figur angedeutet.) In analoger Weise ergab sich bei Querverschiebung in mittlerer Höhe des Zylinders die Kurve *b*. Für andere Höhen ergaben sich die Verhältnisse genau gleich. Es findet also bei vertikaler Verschiebung eine geringe Abnahme der Empfindlichkeit nach den Enden des Zylinders zu, bei horizontaler Verschiebung eine geringe Zunahme der Empfindlichkeit nach dem Rande zu statt, so daß der Mittelwert der Änderungen, genommen über das ganze von der Substanz eingenommene Volumen nicht merklich von Null verschieden ist. Diese Korrektion kann daher vernachlässigt werden.

Dagegen ist die Absorption der Gammastrahlen in der Substanz deutlich bemerkbar. Eine Berechnung derselben ist schon deshalb nicht möglich, weil für so kleine Schichtdicken die Absorption nicht dem bekannten Exponentialgesetz folgt[1]). Dies geht auch schon daraus hervor, daß die experimentell bestimmte Absorption (s. u.) sich durchaus nicht proportional der Dichte ergibt, wie es bei einer exponentiellen Absorption mit den bekannten Werten der Absorptionskoeffizienten sein müßte. Die Absorption ist zwar, ganz allgemein gesprochen, für größere Dichten größer als für kleinere, doch scheint die chemische Zusammensetzung der Substanz eine wesentliche Rolle zu spielen. Eine experimentelle Bestimmung der Absorption wurde zunächst für den Fall durchgeführt, daß das Radium in gewöhnlichem feinem Sand gleichmäßig verteilt ist. Es handelt sich offenbar darum, den Mittelwert der Absorption über die verschiedenen Volumenelemente der Substanz zu ermitteln. Dies geschah, ganz ähnlich wie bei der Bestimmung der ersten Korrektion, in der Weise, daß ein Reagenzrohr, wie es zum Einschmelzen der Substanzen dient, 12 cm hoch mit dem Sand gefüllt wurde, worauf das Standardpräparat nacheinander an verschiedenen Stellen in den Sand eingebettet, das Ganze in den Zerstreuungszylinder gebracht und die prozentualen Unterschiede der Abfallsgeschwindigkeiten gegen die in der Normallage *O* in Luft gemessene bestimmt wurden. Bei vertikaler, bzw. horizontaler Verschiebung des Standardpräparats ergaben sich die Kurven *c* und *d* (Fig. 2). Subtrahiert man noch die Änderungen, die allein von der Lageverschiebung herrühren, d. h. die Kurven *a* bzw. *b*, so erhält man die Absorptionen selbst. Diese werden durch die Kurven *e* und *f* dargestellt. Man erkennt wieder, daß innerhalb der Versuchsfehlergrenze der Mittelwert gleich dem für den Mittelpunkt *O* des Zylinders gemessenen Wert ist. Die gesamte anzubringende Korrektion beträgt also für den untersuchten Sand (Dichte $s = 1,6$) 7,5 %. Eine Kontrolle dieser Bestimmung wurde folgendermaßen ausgeführt. Von einer sehr verdünnten Radiumlösung wurden zwei Proben von je genau 5 ccm entnommen. Die erste Probe wurde in einem kleinen Röhrchen vorsichtig zur Trockne eingedampft und eingeschmolzen, während die zweite Probe in das oben erwähnte Rohr mit Sand gebracht und mit letzterem innig gemischt wurde, worauf das Rohr zugeschmolzen wurde. Nach Eintritt des radioaktiven Gleichgewichts wurden beide Präparate verglichen. Es ergab sich ein Unterschied von 8,2%, in befriedigender Übereinstimmung mit dem obigen Wert. Für andere Substanzen kann man wohl annehmen, daß die Kurven *e* und *f* ganz ähnlich verlaufen, so daß in jedem Falle die Gesamtkorrektion *k* sich einfach ermitteln läßt als die Absorption, die die Gammastrahlung von einem bei *O* in die Substanz eingebetteten kleinen Radiumpräparat erleidet. In dieser Weise wurde z. B. gefunden für

	s	*k* in %
Bleichromat	2,8	26,3
Gemisch von Bleichromat und Sand	2,1	17,2
Calciumoxyd	0,44	3 7
Schwach radiumhaltiges Bariumsulfat (gefällt)[1])	0,53	4,9
Sand	1,6	7,5

Für Substanzen von der Dichte $s < 1$, wie sie weitaus am häufigsten vorkommen (gefällte Sulfate), kann man, ohne einen Fehler von mehr als 1,5% zu begehen,

$$k = 7s$$

setzen.

Was nun die Meßgenauigkeit für verschieden hohe Radiumgehalte betrifft, so ist diese wesentlich bedingt durch die Konstanz der natürlichen Zerstreuung. Diese blieb bei dem oben beschriebenen Instrument im allgemeinen während des Verlaufs einer Messung innerhalb 0,03 Skt./min konstant (1 Skt. = ca. 2 Volt), oft änderte sie sich tagelang nicht um mehr als 0,01 Skt./min. Die Empfindlichkeit betrug dabei 510 Skt./min pro mg Radium-Element. Da das von der Substanz eingenommene Volumen ca. 60 ccm beträgt, so ergibt sich, daß mit dem Instrument ein Gehalt von 10^{-4} mg/ccm mit einer Genauigkeit von ± 1%, ein Gehalt von 10^{-5} mg/ccm mit einer Genauig-

1) Vgl. z. B. Soddy und Russell, Phil. Mag. 18, 620, 1909.

1) Natürlich wurde auf die von der Substanz selbst herrührende Strahlung entsprechende Rücksicht genommen.

keit von $\pm$ 10 % gemessen werden kann. Zahlreiche schwach aktive Radium-Bariumsulfate wurden sowohl nach der Emanationsmethode als auch mit dem beschriebenen Instrument gemessen, und es ergab sich in allen Fällen Übereinstimmung innerhalb der zugegebenen Fehlergrenzen. Als Standard diente hierbei ein Präparat von 0,0151 mg Radium. Die Brauchbarkeit der Methode wird auch durch folgenden Versuch demonstriert. Von einer Substanz, deren Radiumgehalt nach der Emanationsmethode zu $2{,}18 \cdot 10^{-4}$ mg *Ra* pro g bestimmt worden war, wurden mehrere Gemische mit gepulvertem Calciumkarbonat in solchen Verhältnissen hergestellt, daß deren Konzentrationen etwa $^1/_2$, $^1/_4$ ... $^1/_{32}$ von derjenigen der ursprünglichen Substanz betrugen. Der Radiumgehalt dieser Mischungen wurde gemessen und auf die ursprüngliche Konzentration umgerechnet. Die Resultate einer einzelnen Messungsreihe sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Gehalt in $\frac{\text{mg } Ra}{\text{ccm}}$	Konzentr. der ursprüngl. Subst.	Fehler
$1{,}3 \cdot 10^{-4}$	$2{,}18 \cdot 10^{-4}$	0
$6{,}7 \cdot 10^{-5}$	$2{,}19 \cdot 10^{-4}$	+ 0,5 %
$3{,}3 \cdot 10^{-5}$	$2{,}26 \cdot 10^{-4}$	+ 3,7 %
$1{,}7 \cdot 10^{-5}$	$2{,}11 \cdot 10^{-4}$	— 3,2 %
$8{,}5 \cdot 10^{-6}$	$2{,}09 \cdot 10^{-4}$	— 4,1 %
$4{,}2 \cdot 10^{-6}$	$2{,}33 \cdot 10^{-4}$	+ 6,9 %

Es sei zum Vergleich darauf hingewiesen, daß die Konzentration des letzten Gemisches nur noch etwa 2 % von derjenigen der Joachimsthaler Pechblende beträgt.

Zum Schluß sei noch bemerkt, daß eine Messung mit dem beschriebenen Instrument sich bequem in 1—1$^1/_2$ Stunden ausführen läßt, während eine Emanationsmessung einschließlich der chemischen Vorarbeiten sehr leicht mehrere Tage in Anspruch nehmen kann. Für die Messung noch geringerer Konzentrationen als der angegebenen, z. B. für die Radiumgehaltsbestimmung gewöhnlicher Mineralien, wie sie von Strutt[1]) ausgeführt worden ist, wird man allerdings immer auf die Emanationsmethode zurückgreifen müssen, da eine weitere Steigerung der Empfindlichkeit der Gammastrahlen-Methode nicht ohne beträchtliche Komplizierung des Meßverfahrens möglich scheint.

1) Strutt, Proc. Roy. Soc. A. **77**, 472, 1906; **78**, 150, 1907.

(Eingegangen 17. September 1914.)

Notiz über Doppelbanden der Reststrahlen von zweiatomigen Substanzen.

Von W. C. Mandersloot.

Es kann vielleicht nützlich sein, hinzuweisen auf eine Ähnlichkeit zwischen den Doppelbanden im näheren Ultrarot von Gasen[1]) und denen weiterhin im Spektrum der Reststrahlen von festen Substanzen[2]).

Die ersteren sind in meiner Utrechter Dissertation[3]) behandelt worden, wobei ich Äquipartition der Energie bei Translation und Rotation annahm.

Die Doppelbanden bei Gasen werden nur erklärt, wenn die elektrisch geladenen Atome lineare Schwingungen senkrecht zur Rotationsachse ausführen, sonst würde ein Bjerrum-Triplett[4]) entstehen, d. h. eine scharfe Linie flankiert von zwei diffusen.

Bei einem zweiatomigen Verbindungsgas[5]) gilt für die beiden Maxima der einzigen Doppelbande im λ-Spektrum folgende Beziehung

$$\pi c \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2} = \sqrt{\frac{kT}{\Theta}},$$

oder, indem man das Trägheitsmoment

$$\Theta = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} l^2 \ (l = \text{Atomabstand}) \text{ setzt:}$$

$$l = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\pi c (\lambda_2 - \lambda_1)} \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} kT}.$$

Wenn man nun diese Formel auch bei den Reststrahlendoppelbanden von zweiatomigen festen Substanzen benutzt, so erhält man Werte für den Atomabstand l, welche denjenigen der Gase ungefähr gleich sind.

Weiter ist beachtenswert, daß das Bindungsmaß f der quasi-elastischen Kraft der Atome an ihre Ruhelage bei diesen Substanzen untereinander nahezu dasselbe ist, und viel geringer als bei Gasen.

Man berechnet f bekanntlich aus

$$\omega_0 = \frac{2 \pi c}{\lambda_0} = \sqrt{f \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}},$$

wobei

$$\lambda_0 = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2).$$

1) W. Burmeister, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 589, 1913; Eva van Bahr, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 710 u. 1150, 1913.

2) H. Rubens, Sitz.-Ber. Berl. Akad. 1913 u. 1914.

3) W. C. Mandersloot, Breedte van Spectraallijnen, Kap. III, Utrecht 1914.

4) N. Bjerrum, Nernst-Festschrift, S. 90, 1912.

5) Die zweiatomigen Elementgase absorbieren nicht, und sind deshalb keine Dipole.

Die Tabelle

Gas	$[\lambda_1\ \lambda_2]$	$l \cdot 10^8$ cm	$f \cdot 10^{-4}$
CO	[4,62; 4,74 μ]	1,14	179,4
HCl	[3,40; 3,55 μ]	1,34	48,81
HBr	[3,84; 4,01 μ]	1,49	37,57
fest			
NaCl	[47,5; 54,3 μ]	1,67	3,10
KCl	[62,4; 70,7 μ]	2,08	2,41
KBr	[74,2; 86,4 μ]	1,31	2,33
AgCl	[74,0; 90,3 μ]	1,46	2,28

will nur eine Übereinstimmung zwischen den beiden Arten von Doppelbanden hervorheben.

Man ist natürlich unsicher, ob die Verteilung der Rotationsgeschwindigkeiten α für die Moleküle der festen Körper wirklich

$$\alpha \cdot e^{-\frac{\Theta \alpha^2}{2kT}}$$

sei, wie es unseren Berechnungen zugrunde liegt.

Dann sind auch bei den Gasen die Doppelbanden nicht ganz symmetrisch.

Dieses wird zugleich mit einem Aufrücken der Eigenfrequenz gegen das kleinere Maximum hin (proportional mit der Temperaturerhöhung) erklärt durch eine zur quasi-elastischen hinzutretende Kraft, welche proportional mit der zweiten Potenz des Ruhelageabstandes[1]) ist.

Obwohl Wasserdampf die Oberfläche der festen Substanzen direkt beeinflußt, braucht man diesen nicht, um die immer auftretenden Einsenkungen der Reststrahlenbanden zu erklären.

Vielmehr sollen im festen Zustand die Moleküle bestehen bleiben, deren Rotieren durch die Doppelbande merklich wird.

Nähere praktische Bestimmungen der Intensitätskurven sind jedoch erwünscht um entscheiden zu können, ob man sich in dem Raumgitterpunkte die Atome oder (wie oben) die Schwerpunkte der Moleküle denken muß.

1) W. C. Mandersloot, loc. cit., S. 62.

Utrecht, 18. Dezember 1914.

(Eingegangen 22. Dezember 1914.)

BESPRECHUNGEN.

W. Foerster, Kalenderwesen und Kalenderreform. (Sammlung Vieweg. Heft 13.) 8. 49 S. Braunschweig, Friedr. Vieweg u. Sohn. 1914. Geh. M. 1.60.

Keinen Geeigneteren hätte der Verlag Vieweg finden können, um jeden Gebildeten mühelos in das Verständnis unseres Kalenderwesens und der in letzter Zeit öfters erörterten Pläne einer Kalenderreform einzuführen. In seiner geistvollen, wohlgeformten Sprache, unter tunlichster Vermeidung alles trocken Zahlenmäßigen geleitet der Verfasser den Leser durch die Entwicklungsgeschichte unserer Zeitrechnung und macht ihn mit der Einrichtung des Kalenders bekannt, wobei auch eine interessante Betrachtung über Astrologie und Wetterprophezeiung eingeflochten wird. Foerster zeigt, daß sich unsere jetzige, von Gregor XIII. im Jahre 1582 eingeführte Anordnung der Schaltjahre mit einer erstaunlichen Genauigkeit noch für Jahrtausende der wahren Jahreslänge anschließt und dabei von einer unübertrefflichen Einfachheit der Anordnung ist. Die Vorschläge der Kalenderverbesserer beziehen sich daher auch weniger auf eine Änderung dieses Schaltverfahrens, als vielmehr auf zwei andere Fragen, nämlich erstens die Beschränkung der jetzt 34 Tage betragenden Beweglichkeit des Osterfestes und zweitens die Vereinfachung unseres jetzt unnötig komplizierten Kalenders mit seinen Monaten von 28, 29, 30 und 31 Tagen. Bezüglich der ersten Frage, die gerade der Verfasser schon seit vielen Jahren eifrigst gefördert hat, macht er den Vorschlag, mit dem Jahre 1917 beginnend das Osterfest am ersten Sonntag nach dem 4. April zu feiern. Die Einführung dieser Neuerung könnte, wie Foerster stets betont, nur vom Papst bewirkt werden. In der zweiten Frage nimmt der Verfasser einen gegenüber den oft ganz radikalen Plänen mancher Kalenderverbesserer wohltuend gemäßigten Standpunkt ein, indem er unter Anerkennung der Bestrebungen nach einer Vereinheitlichung unserer Zeitrechnung das Recht der Anhänglichkeit an die Jahrtausende alten, ehrwürdigen Formen des Kalenders der verschiedenen Völker hervorhebt. J. Hartmann.

E. Przybyllok, Polhöhen-Schwankungen. (Sammlung Vieweg. Heft 11.) 8. 41 S. mit 8 Abbildungen im Text und auf 3 Tafeln. Braunschweig, Friedr. Vieweg u. Sohn. 1914. Geb. M. 1.60.

In einer auch für Fernerstehende leicht verständlichen, übersichtlichen Form hat der Verfasser alles Wissenswerte über die Breitenschwankungen zusammengestellt. Nach einer allerdings nur ganz kurzen Andeutung über die mechanische Theorie der Erdrotation werden die Beobachtungsmethoden besprochen, die sich gerade hier zu einem außerordentlich hohen Grade von Genauigkeit entwickelt haben; die Breitenbestimmungen durch Zirkumpolarsterne, im ersten Vertikal und nach der Horrebow-Talcott-Methode werden beschrieben unter Erwähnung ihrer spezifischen Fehlerquellen, ebenso Nutation, Aberration und Parallaxe, die gleichfalls periodische Schwankungen in der scheinbaren Deklination hervorrufen. Es folgt eine kurze geschichtliche Darstellung der Bemühungen, die seit Bessel (1820) gemacht wurden, um die winzigen Polschwankungen nachzuweisen, bis dies endlich den hervorragend sorgfältig und kritisch angestellten Beobachtungen Küstners in Berlin (1888) gelang, worauf Chandler durch ausgedehnte Rechnungen die wahre Dauer der Periode auffand. An die eingehende Schil-

derung des 1895 begründeten Internationalen Breitendienstes schließt sich dann die Darstellung unserer jetzigen Kenntnisse der Polhöhen-Schwankungen, der Untersuchungen über die Jahres-Schlußfehler, das von Kimura eingeführte z-Glied und die von Schumann vermuteten, zum Teil mit dem Mondlaufe zusammenhängenden kürzeren Perioden sowie der sonst zur Erklärung der letzten Reste gemachten Versuche.

Das Buch kann jedem zur raschen Orientierung über diesen Gegenstand bestens empfohlen werden.

J. Hartmann.

P. Guthnick und R. Prager, Photoelektrische Untersuchungen an spektroskopischen Doppelsternen und an Planeten. (Veröffentlichungen der Königlichen Sternwarte zu Berlin-Babelsberg, Band 1, Heft 1.) VIII. 68 S. mit 15 Tafeln. Berlin, Ferd. Dümmlers Verlag. 1914. M. 6 —

Den Lesern dieser Zeitschrift sind die verschiedenen Aufsätze der Herren Elster und Geitel über photoelektrische Probleme namentlich aus den letzten Jahren bekannt. In der vorliegenden Arbeit wird die Anwendung der neuen photometrischen Methode für astronomische Zwecke auseinandergesetzt, und um das Resultat gleich vorweg zu nehmen, sie hat allen Erwartungen vollauf entsprochen, gestattet sie doch Messungen von Helligkeitsänderungen im Betrage von $^1/_5$ Größenklasse. Mit Hilfe des photoelektrischen Verfahrens wird in absehbarer Zeit der Zustand eintreten, daß die Beobachtung der Konstanz der Helligkeit eines Fixsternes zur Ausnahme, diejenige der Veränderlichkeit zur Regel wird, und die Astronomen werden gezwungen sein, für eine große Anzahl von Sternen, deren Periode gut bekannt ist, die Helligkeiten ephemeridenartig anzugeben, um stets im Besitze einer Reihe von Vergleichssternen zu sein.

Der erste Teil der „Photoelektrischen Untersuchungen" enthält die Beschreibung der instrumentellen Ausrüstung. Den Verfassern gebührt besonderer Dank dafür, daß sie die einzelnen Apparate unter Beigabe von Zeichnungen ausführlich beschrieben haben; denn den meisten Astronomen wird die neue Beobachtungsart von Sternhelligkeiten wohl wenig bekannt sein. Der photoelektrische Apparat wurde an das Okularende des 30 cm-Refraktors angesetzt, und die Beobachtung erfolgte durch ein zur Achse des Hauptfernrohrs senkrecht angebrachtes Einstellungsfernrohr. Im Brennpunkt des Hauptobjektivs befand sich zur Abhaltung des Lichtes des Himmelsgrundes eine Irisblende, und zur Reflexion des Sternbildes in das Einstellungsfernrohr ein rechtwinkliges Prisma zwischen der Objektivlinse des Hilfsfernrohrs und einer andern Linse, in deren Brennpunkt sich ein Milchglasfenster befand, durch welches der Zelle Licht von einer in verschiedenen Entfernungen anzubringenden Glühlampe zugeführt werden konnte. Auf diese Weise konnte die Prüfung der Zelle auf Proportionalität erfolgen. Die Zellenkapsel selbst hatte die von Elster und Geitel gewählte Form und konnte durch eine leicht entfernbare Metallplatte von jeglichem Licht abgeschlossen werden. Sie besaß auch eine Vorrichtung, vermittels deren die Zelle in die Mitte der Kapsel gebracht werden konnte und hatte zwei Metallträger, die ein in Kugellagern drehbares Cardanisches Gehänge hielten, an welchem ein Elektrometer von der Gestalt hing, wie es in dieser Zeitschrift **15**, 250, beschrieben wurde. Es wurden vier verschiedene Sorten von Photozellen benutzt und zwar *Na*-, *K*-, *Cs*- und *Rb*-Zellen. Die ersteren beiden unterschieden sich von den beiden andern, indem *Na* und *K* mehr auf blauviolettes, *Cs* und *Rb* mehr auf grünblauviolettes Licht reagierten. Sehr instruktiv wirken beigegebene Zeichnungen von Kurven, deren eine Koordinate die Wellenlänge des Lichtes und deren andere die Empfindlichkeit der Zelle darstellen. Ebenso lehrreich sind die vielen beigegebenen Tabellen, wie die der selektiven Lichtempfindlichkeit der vier Zellen für nichtfiltriertes und durch Flintglas und Schwefelkohlenstoff hindurchgelassenes Licht, ferner eine mit den Zahlen der Abhängigkeit der Empfindlichkeit sowohl der Zelle von Spannung als auch des Elektrometers vom Abstande der Influenzschneiden, sodann eine tabellarische Übersicht der Kapazität in verschiedenen Deklinationen und der Proportionalität der Photozelle für verschiedene Entfernungen künstlicher Beleuchtung.

Als Stromquelle dienten ausschließlich Akkumulatorenzellen von 4—5 Ampère-Stunden Kapazität, die in der Kuppel des Fernrohrs untergebracht waren. Die Leitungen wurden in Bleirohren bis zum Kopf der Instrumentensäule geführt. Dort gingen sie mit Spielraum für die Drehung des Fernrohrs bis zum Okularende. Die beiden Leitungen für das Elektrometer reichten bis zu den Klemmen der Influenzschneiden. Die Erdung der Zellenbatterie erfolgte auf dreifache Weise, mit Hilfe der Lichtleitung, des Blitzableiters und der mit der Wasserleitung in Verbindung stehenden Warmwasserheizung. Die Reduktion der Messungen erfolgte nach der Formel

$$\frac{s}{t_2 - t_1} = \frac{N_2 - N_1}{T_2 - T_1},$$

worin N_1 und N_2 die beiden Nullpunktsstellungen des Elektrometerfadens, T_1 und T_2 die Zeitangaben ihrer Ablesung, t_1 und t_2 die Zeitangaben der passierten Skalenteile und s deren Intervall bedeuten. Vorausgesetzt wird hierbei die Proportionalität der Skalenteile mit der Differenz der Sternhelligkeiten.

Eine besondere Beachtung verdient der Einfluß der Extinktion des Lichtes. Die Verfasser stellen ihre Erfahrungen in folgenden drei Sätzen zusammen: 1. das Verhältnis der visuellen zur photoelektrischen Extinktion schwankt für die kolloidale Natriumzelle und für die Zenitdistanz bis zu etwa 60° zwischen den Grenzen 1,3—2,2. 2. Bei klarer Luft nehmen für große Zenitdistanzen die Extinktionswerte rascher zu als bei weniger durchsichtiger Luft. Da die Extinktionsverhältnisse sich von Abend zu Abend ändern, ist es ratsam, dieselben Sterne mehrere Stunden hindurch zu beobachten, um eine Verbesserung der angenommenen Extinktionswerte ableiten zu können. 3. Für kurzwelliges Licht ist die Extinktion nach Ende der Abenddämmerung, besonders an heißen Tagen, am stärksten, nimmt zuerst unregelmäßig, dann bis zum Morgen regelmäßig zu. Genauere Bestimmungen über Extinktionswerte stellen die Verf. für eine spätere Zeit in Aussicht.

Der zweite Abschnitt enthält unter der Überschrift „Messungen und Messungsergebnisse von ausgewählten Sternen" die Beobachtungen von bekannten veränderlichen und einigen neu entdeckten Sternen; von diesen letzteren seien hier nur erwähnt α Aurigae, α Geminorum und γ Orionis. Außerdem wurden während des Winters 1913 noch die Planeten Mars und Saturn regelmäßig auf ihre Helligkeit geprüft, um die von einigen amerikanischen Astronomen vermuteten Helligkeitsschwankungen der Sonne zu kontrollieren. Es hat sich zwar eine Bestätigung dieser Schwankung nicht ergeben, was aber daran liegen mag, daß die Vergleichssterne selbst variabel sein mochten oder einer andern Spektralklasse angehörten. Als sicher

veränderlich hat sich die wegen Phase reduzierte Helligkeit des Mars ergeben mit einer Amplitude von 0,18 Größenklasse, und zwar fiel das Helligkeitsminimum mit derjenigen Rotationsphase zusammen, bei der die sichtbare Hemisphäre die Hauptfleckengegend enthielt.

Von anderen Resultaten möge noch erwähnt werden, daß die schwächere Komponente von α Geminorum eine Amplitude von 0,09 Größenklasse zeigte, und das Maximum der Helligkeit beider Komponenten nicht mit dem Durchgang der Hauptkomponente, sondern der Nebenkomponente durch den absteigenden Knoten zusammenfiel. Die von Curtiß gefundene spektroskopische Periode betrug 2,93 Tage.

Über die Genauigkeit der Messungen wollen die Verf. noch eingehende Untersuchungen anstellen; einige Reihen der Vergleichungen von γ Ursae minoris mit ζ Draconis liefern im Durchschnitt den wahrscheinlichen Fehler einer Vergleichung zu $\pm 0{,}0060$ Größenklasse. Das neue Verfahren übertrifft somit die bisher angewandten photometrischen Methoden an Genauigkeit ganz erheblich, und da es, wie bereits oben hervorgehoben wurde, sehr geringe Helligkeitsdifferenzen zu bestimmen gestattet, so verspricht das photoelektrische Meßverfahren noch sehr wichtige Resultate. Vielleicht wird es auch gelingen, durch stärkere elektrische Belastung der Photozelle — die Maximalbelastung an dem Instrument des Berliner Refraktors betrug 137 Volt — noch bei Sternen unterhalb der neunten Größenklasse, d. i. der von den Verf. erprobten Grenze, einen Lichteffekt zu erzielen.

B. Cohn.

J. Salpeter, Einführung in die höhere Mathematik für Naturforscher und Ärzte. gr. 8. XII u. 336 S. mit 146 Textfig. Jena, Gustav Fischer. 1913. M. 12.—, gebunden M. 13.—

Der Maßstab, mit dem der Wert eines Buches zur Einführung in die Mathematik für Nicht-Mathematiker zu messen ist, gründet sich darauf, wie das Gleichgewicht zwischen den Forderungen mathematischer Strenge und Leichtverständlichkeit hergestellt ist. Der Verfasser des vorliegenden Buches hat darin eine sehr glückliche Hand gezeigt. Sein Bestreben ist es, an einfachen Beispielen den Leser zu den Definitionen hinzuleiten, die zu einem strengen Aufbau der Infinitesimalrechnung führen; den Ausgangspunkt bilden die Begriffe der Zahlenfolge und ihres Grenzwertes, die an sehr hübschen Beispielen eingeführt werden. Das „Unendlichkleine“ spielt natürlich die ihm gebührende, untergeordnete Rolle, als ein mnemotechnisches Hilfsmittel (im Kapitel I des zweiten Teils: die Technik des Integrierens). Auf eine vollständige Arithmetisierung wird mit Recht verzichtet; gibt man die anschaulichen Sätze über Grenzwerte zu, die allen Beweisen zugrunde liegen, so ist der weitere Aufbau einwandfrei. Das ist der Standpunkt, auf den sich auch der gern stellen wird, der in der Mathematik nicht bloß ein brauchbares Hilfsmittel naturwissenschaftlicher Forschung sieht, sondern auch durch sie logische Schulung des Geistes sucht. Zwei besondere Kapitel (XII und XIII des 1. Teiles) werden der Frage nach dem Wesen der mathematischen Behandlung der Naturwissenschaften gewidmet; sie enthalten das Programm des ganzen Bandes, um das sich das übrige gruppiert. Die Auswahl der naturwissenschaftlichen Anwendungen umfaßt die verschiedensten Gebiete, Physik, Chemie, Physiologie, Serologie. Daß die Reihenentwicklung nach Taylor nur im Anhange dargestellt wird, ist bei ihrer Wichtigkeit für die Anwendungen vielleicht darum zu bedauern, weil mancher Leser nicht bis dahin vordringen mag. Der zweite Anhang über „stetige und unstetige Funktionen“ wird wohl nur bei denen Beachtung finden, die für die logischen Grundlagen der Mathematik ein besonderes Interesse haben. Die Beispiele und Übungsaufgaben sind im allgemeinen gut gewählt; nur scheinen die Rechnungen nicht frei von Fehlern zu sein, wie mir Stichproben zeigten (z. B. Aufgabe 13, Seite 78).

Dem Buch ist eine weite Verbreitung zu wünschen.

M. Born.

L. Holborn und K. Scheel, Vier- und fünfstellige Logarithmentafeln nebst einigen physikalischen Konstanten. Zweite, verbesserte Auflage. gr. 8. 24 S. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1914. Geh. M. —.80

Die handlichen Tafeln sind für viele Zwecke des Physikers und Chemikers ausreichend und sehr bequem.

M. Born.

St. Loria, Die Lichtbrechung in Gasen als physikalisches und chemisches Problem. 8. VI u. 92 S. mit 3 Textabbildungen und 1 Tafel. (Sammlung Vieweg, Heft 4.) Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1914. M. 3.—

Das vorliegende Buch beschäftigt sich mit denselben Problemen wie das, **15**, 932, 1914, besprochene Werk von Goldhammer, doch beschränkt sich der Verfasser allein auf die Behandlung der Dispersion in Gasen. Andererseits geht der Inhalt weit über den des Goldhammerschen Buches hinaus, indem die Beobachtungsmethoden ausführlich dargelegt und die vorliegenden Beobachtungsresultate kritisch gesichtet werden. Es zeigt sich hierbei, daß die Resultate verschiedener Forscher häufig sehr wenig übereinstimmen, so daß leider in vieler Hinsicht das vorliegende Material zu einer genauen Prüfung der Theorie nicht ausreicht. Es ist gewiß ein Verdienst dieses Buches, daß es auf die Lücken und Unsicherheiten vieler vorliegender Messungen hinweist, deren Ausfüllung für die Theorie so wichtig ist. K. Försterling.

Moderne Naturkunde. Einführung in die gesamten Naturwissenschaften. Lex. 8°. Lieferung 1—3: P. Gruner, Physik. Mit zahlreichen Figuren. Godesberg, Naturwissenschaftlicher Verlag. 1914. Preis jeder Lieferung M. 1,20.

Es liegt mir von diesem Werk der Abschnitt über Physik von Gruner vor, der vom Ende der ersten bis zur Mitte der dritten Lieferung (jede Lieferung hat 128 Spalten) reicht. Die Darstellung ist einfach und klar ohne jede Formel und wird jedem physikalisch interessierten Laien eine angenehme Lektüre sein.

Valentiner.



Tagesereignisse.

Viktor Schumanns Apparate. Mit Ende des Jahres 1914 sind eine Anzahl wertvoller physikalischer Apparate aus dem Nachlasse Viktor Schumanns in den Besitz der Universität Leipzig übergegangen. Es handelt sich um Apparate, die in ihrer Eigenart und Feinheit einzig dastehen. Schumann (geb. am 21. Dezember 1841, gest. am 1. September 1913) war in rastloser Tätigkeit der Entdecker neuer wichtiger Gebiete der Wissenschaft geworden, vor allem des nur im luftleeren Raume nachweisbaren Strahlengebietes unterhalb 185 $\mu\mu$. Von seinen zahlreichen nachgelassenen Werken, **deren Gesamtausgabe vom Verlag S. Hirzel in Leipzig** vorbereitet wird, seien hier nur genannt: Über die Photographie der Lichtstrahlen kleinster Wellenlängen; Über ein neues Verfahren zur Herstellung ultraviolett-empfindlicher Platten; The absorption and emission of air and its ingredients for light of wavelengths from 250 $\mu\mu$ to 100 $\mu\mu$.

Ausschuß für Einheiten und Formelzeichen (AEF).

Der Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen (AEF) hat in der letzten Zeit folgende Drucksachen herausgegeben:

1. Formelzeichen des AEF in Plakatform. Das Blatt von 60 × 78 cm Größe enthält die Formelzeichen der 1. Liste; vgl. diese Zeitschr. **14**, 167, 1913. Es kostet 25 Pf., Verpackung und Versand für 1 oder 2 Exemplare 35, für 3 oder 4 Exemplare 45 Pf.

2. Sätze und Zeichen des AEF in Taschenformat. Das Blatt von 18 × 18 cm Größe, einmal zusammenzulegen, enthält die Sätze, Einheits- und Formelzeichen, welche bis jetzt vom AEF festgestellt worden sind. Preis 3 Pf. für das Stück bei Bezug von mindestens 10 Stück.

3. Verhandlungen des Ausschusses für Einheiten und Formelgrößen in den Jahren 1907 bis 1914. Herausgegeben im Auftrage des AEF von Dr. Karl Strecker. 40 S. in 8°. Verlag von Julius Springer, Berlin. Preis 1,20 M.

Nr. 1 und 2 sind von der Geschäftsstelle des Elektrotechnischen Vereins (Berlin SW 11, Königgrätzerstr. 106) zu beziehen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Rudolf Seeliger für Physik.

Ernannt: Der a. o. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule und Privatdozent an der Deutschen Universität Prag Dr. Wilhelm Blaschke zum etatsmäßigen a. o. Professor der Mathematik an der Universität Leipzig, der Privatdozent an der Universität Göttingen Dr. Max Born zum a. o. Professor für theoretische Physik an der Universität Berlin, der Privatdozent an der Universität Jena Dr. Eduard Pauli zum a.o. Professor der Physik ebenda.

Verliehen: Dem etatsmäßigen Professor für organische Chemie und Technologie an der Technischen Hochschule Danzig Dr. Alfred Wohl der Titel Geh. Regierungsrat.

Auszeichnungen: Dem ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Berlin Geh. Reg. Rat Dr. Max Planck wurde von der Akademie der Wissenschaften in Berlin die Helmholtz-Medaille verliehen.

Preise: Dem ord. Professor der Physik an der Technischen Hochschule Zürich Dr. Pierre Weiss der Lasterre-Preis des Institut de France im Betrage von 8000 Francs.

Gestorben: Der frühere a. o. Professor für angewandte Mathematik und technische Physik an der Universität Jena Dr. Rudolf Rau (zuletzt in Göppingen tätig), der Privatdozent für angewandte physikalische Chemie (Radioaktivität) an der Universität Genf Dr. Otto Scheuer (gefallen als Reserveoffizier der österreichischen Armee), der Privatdozent für darstellende und projektive Geometrie an der Technischen Hochschule Wien Dr. Anton Lackner, der Privatdozent für Chemie an der Universität Graz Dr. Richard Weitzenböck, Charles Martin Hall in Dayton Fla (Erfinder des heute weit verbreiteten Verfahrens zur Darstellung von Aluminium), der frühere ord. Professor der Astronomie an der Universität Berlin Wirkl. Geh. Oberregierungsrat Dr. Arthur v. Auwers, der ord. Professor an der Universität Turin Dr. Michele Fileti.

Angebote.

Gesuche.

Mit einer Umarbeitung meiner **„Ziele der Leuchttechnik“** behufs vermehrter Neuauflage beschäftigt, bitte ich die Herren Kollegen und alle Interessenten, mir Ihre diesbezüglichen **Separata und geeignetes Material** zusenden zu wollen.

Dr. Otto Lummer,
Breslau, Goeppertstraße 1.

Für die Redaktion verantwortlich i. V. Professor Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



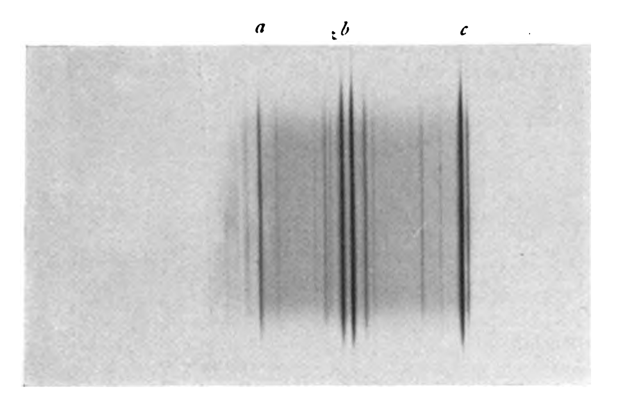


Fig. 1.

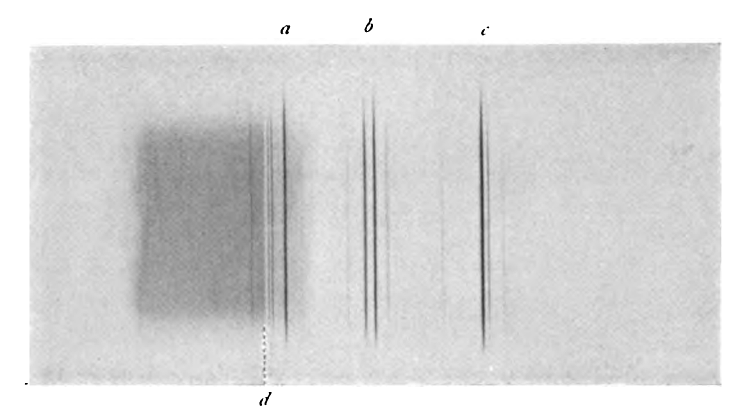


Fig. 2.



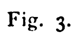


Fig. 3.



Fig. 4.

Ernst Wagner, Das Röntgenspektrum des Platins.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 4. 15. Februar 1915. 16. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 5 am 27. Februar 1915.

INHALT:

Dem Andenken der im Kriege gefallenen deutschen Physiker.

F. L. Kohlrausch (Freiberg).

In den verlustreichen Kämpfen um La Bassée in Nordfrankreich fiel bei einem Sturmangriff auf einen Schützengraben gegen Engländer und Hindus am 30. Oktober als Pionier-Reserveoffizier F. L. Kohlrausch.

Geboren am 16. Juli 1879 als Sohn des Justizrates Kohlrausch zu Hannover widmete er sich nach Absolvierung des Gymnasiums zu Hannover dem Studium der Physik, Chemie und Mathematik in Göttingen und Rostock. Hier promovierte er im Jahre 1904 auf Grund einer Arbeit: „Untersuchungen über innere Wärmeleitung und elektrisches Leitvermögen von Flüssigkeiten". In den nächsten Jahren war er am physikalischen Institut der Universität Rostock als Assistent tätig, bis er 1907 einem Ruf als Dozent für mathematische Physik an das Telegraphen-Versuchs-Amt nach Berlin folgte. Noch im selben Jahre wurde er wissenschaftlicher Beirat der Radiogen-Gesellschaft und hat hier zur praktischen Ausgestaltung und zur Verbreitung der verschiedenen Radium-Heil-Methoden mit unermüdlichem Eifer und großem Geschick gewirkt. Dank seiner Erfolge erhielt er bald die Stelle eines leitenden Direktors der schweizerischen Radiogen-Gesellschaft, und als sich daraus im Jahre 1910 die Allgemeine Radium-Aktien-Gesellschaft Amsterdam entwickelte, wurde er deren technischer Direktor. Seine Schriften und Vorträge über Radiumheilmethoden machten ihn in weiten Kreisen bekannt, so daß er im September 1913 als Professor für Radiumkunde an die Bergakademie in Freiberg i. Sa. berufen wurde. Seine großen Erfahrungen auf dem Gebiete der praktischen Radiumkunde sollten hier auch der weiteren Nutzbarmachung der Radiumquellen Sachsens zugute kommen. Nun hat er auf andere Weise seinem Vaterlande dienen können. M. Reich.



F. L. Kohlrausch

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Veränderlichkeit der Massen kleiner Quecksilberkügelchen, die in einem Gase in Bewegung gehalten werden.

Von A. Schidlof und A. Karpowicz.

Die nachstehend beschriebenen Versuche wurden im physikalischen Institut der Universität Genf im Laufe des Wintersemesters 1913/14 und des Sommersemesters 1914 ausgeführt. Ein vollständiger Bericht kann erst später an anderer Stelle erscheinen. Da aber Herr Professor F. Ehrenhaft durch eine von uns in den Comptes rendus[1]) veröffentlichte Notiz veranlaßt wurde, in dieser Zeitschrift gewisse von uns beobachtete Tatsachen in Zweifel zu ziehen[2]), so sehen wir uns gezwungen, einige unserer Resultate schon jetzt der Öffentlichkeit zu übergeben.

1. Mit Hilfe des in nebenstehender Abbildung ersichtlichen Apparates suchten wir die kleinsten von winzigen Quecksilbertröpfchen aufgefangenen oder abgegebenen Elektrizitätsmengen zu bestimmen. Unser Apparat bestand im wesentlichen aus dem eisernen Plattenkondensator C, der mit der darüber gestellten Glasflasche F luftdicht verbunden ist. In die Glasflasche wurde mit Hilfe des gläsernen Zerstäubers P zerstäubtes Quecksilber gebracht, wobei einige Tröpfchen durch eine winzige Öffnung der oberen Kondensatorplatte in den zwischen den beiden Stahlplatten befindlichen Gasraum gelangten. Durch ein seitliches Fenster wurden nun mit Hilfe des Kondensors K (ein photographisches Objektiv) die Lichtstrahlen einer mit einem Wechselstrom von 40 Amp. beschickten Bogenlampe auf die Tröpfchen konzentriert. Durch abwechselndes Ein- und Ausschalten eines elektrischen Feldes gelang es leicht ein einzelnes Tröpfchen zu isolieren, an dem die Beobachtungen vorgenommen wurden. Das Prinzip dieser Messungen dürfte gegenwärtig genügend bekannt sein, so daß eine ausführliche Beschreibung überflüssig erscheint.

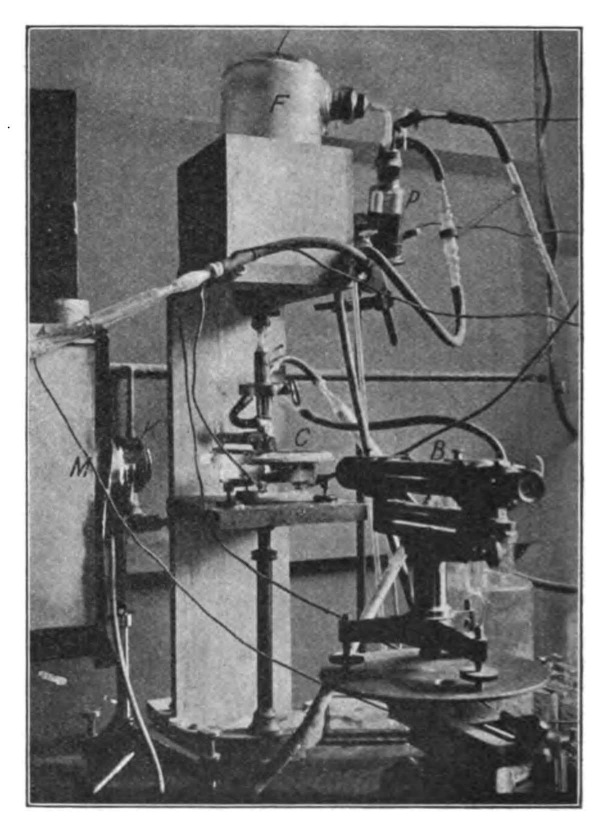
Es möge nur noch erwähnt werden, daß die Strahlen der Bogenlampe durch einen 60 cm langen und ca. 50 l enthaltenden Wassertrog gingen, und daß die Belichtung mittels des Momentverschlusses M unterbrochen werden konnte.

Die kreisförmigen Stahlplatten des Kondensators C hatten einen Durchmesser von 10 cm und einen Abstand von 0,5 cm. Dem Abstande zwischen den beiden Kreuzfäden des Beobachtungsfernrohres B entsprach eine Fallstrecke von 0,285 cm. Die Vergrößerung war bei allen Versuchen die gleiche, da die Einstellung durch mikrometrisches Verschieben des Fernrohres erzielt wurde.

1) A. Schidlof und A. Karpowicz, C. R. **158**, 1992, 1914.

2) F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **15**, 955, 1914.

Von Anfang an bemerkten wir die für unseren Zweck sehr störende Erscheinung, daß die Masse eines Quecksilbertröpfchens während der Dauer der Beobachtungen nie konstant blieb, sondern fortwährend abnahm. Die



Geschwindigkeit der Abnahme war nicht immer die gleiche. Dadurch, daß man das Teilchen möglichst im Finstern hielt, konnte man den Effekt zwar nicht verhindern aber doch verringern. Setzte man das Tröpfchen einer ununterbrochenen Einwirkung der Lichtstrahlen aus, so verlief die Erscheinung ziemlich regelmäßig und verhältnismäßig rasch, wie dies durch die von uns in den Comptes rendus veröffentlichten Kurven dargestellt wird.

Aus einer Reihe von Beobachtungen an 53 verschiedenen Tröpfchen[1]) seien zwei beliebige herausgegriffen, von denen die eine sich auf ein relativ großes, die zweite auf ein ziemlich kleines Tröpfchen bezieht:

1) Es wurden im ganzen an mehr als hundert Tröpfchen Beobachtungen gemacht.

Beobachtung Nr. 33. 18. III. 1914.

Temperatur 17°. Luftdruck 722 mm. Batteriespannung 268,3 Volt. Negativ geladener Tropfen.

Zeit in Minuten (von Anfang des Versuchs an gemessen)	Falldauer*) (Sekunden)	Steigdauer*) (Sekunden)	Anmerkungen
0,0	6,5	—	
0,3	—	1,3	
0,5	6,3	—	
0,7	—	1,1	
1,0	6,4	—	
1,3	—	1,2	Ladungsänderung, durch Röntgenstrahlen bewirkt.
1,5	6,5	—	
1,7	—	1,4	
1,9	6,7	—	
2,1	—	1,4	
2,4	6,8	—	Ladungsänderung, durch Röntgenstrahlen bewirkt.
2,7	—	2,4	
2,9	6,7	—	
3,1	—	2,5	
3,3	6,9	—	
3,6	—	2,5	
3,8	6,8	—	
4,0	—	2,4	Ladungsänderung, durch Röntgenstrahlen bewirkt.
4,3	6,9	—	
4,5	—	3,3	
4,8	7,0	—	
5,0	—	3,4	
5,2	7,1	—	
5,5	—	3,5	
5,8	7,1	—	
6,0	—	3,1	
6,2	7,5	—	
6,4	—	3,5	
6,6	7,4	—	
6,9	—	3,3	
7,1	7,4	—	Ladungsänderung, durch Röntgenstrahlen bewirkt.
8,0	7,5	—	
8,3	—	4,0	
8,5	7,5	—	
8,7	—	3,9	
9,2	7,7	—	
9,6	—	4,7	Spontane Ladungsänderg.
10,0	7,8	—	
10,5	—	13,6	Ladungsänderung, durch Röntgenstrahlen bewirkt.
10,9	8,1	—	
11,3	—	13,0	
11,6	8,2	—	
11,9	—	12,9	
12,2	8,4	—	
12,8	—	11,9	
13,1	8,4	—	
13,5	—	11,1	
14,2	8,7	—	Ladungsänderung, durch Röntgenstrahlen bewirkt.
14,7	—	15,6	
15,0	9,0	—	
15,4	—	14,7	
15,8	9,0	—	
16,1	—	14,0	
16,5	9,1	—	
16,9	—	13,2	
17,3	9,2	—	
17,8	—	13,0	Ladungsänderung, durch Röntgenstrahlen bewirkt.
18,4	9,4	—	
18,7	—	9,3	
19,0	9,5	—	
19,5	—	9,0	
19,8	9,5	—	
20,1	—	8,6	
20,5	9,7	—	
20,8	—	8,9	
21,3	9,8	—	Ladungsänderung, durch Röntgenstrahlen bewirkt.
21,7	—	10,8	
22,1	10,1	—	
22,5	—	10,4	
22,8	10,1	—	
23,1	—	10,5	
23,5	10,2	—	
23,9	—	10,0	
24,2	10,6	—	
24,5	—	10,0	
24,9	10,2	—	
25,3	—	9,9	Ladungsänderung, durch Röntgenstrahlen bewirkt.
25,8	10,4	—	
26,1	—	13,0	
26,5	11,0	—	
26,8	—	12,6	
27,3	10,7	—	

*) Die Falldauer wurde bei Kurzschließen des Kondensators, die Steigdauer beim Anlegen der für jede Beobachtung angegebenen Batteriespannung beobachtet.

Beobachtung Nr. 36. 5. V. 1914.

Temperatur 18,5°. Luftdruck 728,5 mm. Batteriespannung 98,7 Volt.

Zeit in Minuten (von Anfang des Versuchs an gemessen)	Falldauer (Sekunden)	Steigdauer (Sekunden)	Anmerkungen
0,0	40,6	—	
0,9	—	27,0	
1,8	43,8	—	
2,3	—	26,2	
2,9	45,4	—	
3,5	—	24,6	
4,7	42,6	—	
5,2	—	22,4	Ladungsänderung, durch Röntgenstrahlen bewirkt.
6,7	49,0	—	
8,2	—	87,2	
9,2	49,4	—	
10,2	—	77,4	
11,1	51,0	—	
12,2	—	63,8	

Es ist zu beachten, daß wir bei den hier angegebenen Experimenten die Masse des beobachteten Teilchens möglichst konstant zu halten strebten. Zu diesem Zwecke wurde das Tröpfchen nach Möglichkeit vor dem Lichte geschützt.

In vielen Fällen beobachteten wir in den gleichen Zeiträumen eine noch raschere Abnahme der Fallgeschwindigkeit als in den oben angegebenen Versuchen; in manchen Fällen erfolgte die Abnahme langsamer; doch haben wir niemals Zunahme oder auch nur Konstanz der Fallgeschwindigkeit beobachten können.

Einer beständigen Zunahme der Falldauer entspricht anderseits stets eine gleichzeitige Abnahme der Steigdauer, die nicht auf Ladungsänderungen zurückgeführt werden kann, da solche fast nie spontan, sondern meist bloß nach erfolgter Ionisierung des Gases durch Röntgenstrahlen eintraten und sich dann durch eine viel größere und sprunghafte Änderung — und zwar meistens durch eine Zunahme — der Steigdauer bemerkbar machten.

Die beobachtete Erscheinung läßt sich somit bloß durch eine fortwährende Abnahme der Masse der beobachteten Teilchen erklären.

2. Es kann ferner kein Zweifel bestehen, daß die in dem Kondensator befindlichen Tröpfchen chemisch reine Quecksilberkügelchen waren. Vor jedem Versuche wurde der Kondensator sorgfältig gereinigt, der ganze Apparat ausgepumpt und mit staubfreier Luft gefüllt, so daß wir unbedenklich behaupten können, mit einem gut bekannten Material gearbeitet zu haben.

Wir haben in dem gleichen Kondensator auch mit Öltröpfchen Experimente angestellt[1]) und haben in diesem Falle stets konstante und mit den von Millikan[2]) angegebenen gut übereinstimmende Werte gefunden.

Übrigens ist es uns gelungen, die für kleinere und schwach geladene Quecksilberkügelchen beobachteten Daten zur Berechnung der elektrischen Elementarladung zu verwerten. Störend wirkt bei diesen Versuchen die bei kleinen Teilchen sehr merkliche Brownsche Bewegung, deren Effekt nur durch eine große Zahl von Beobachtungen eliminiert werden kann. Nun ist es uns aber selten geglückt, die an einem und demselben Tröpfchen vorgenommenen Bestimmungen über mehr als eine halbe Stunde auszudehnen, so daß die Zahl der Einzelbeobachtungen, namentlich bei sehr kleinen Tröpfchen, allzu gering ist. Überdies beziehen sich die verschiedenen an demselben Tröpfchen vorgenommenen Bestimmungen infolge der unaufhörlichen Massenänderung jedesmal auf einen anderen Wert des Halbmessers. Doch erlaubt gerade dieser Umstand die Bildung von Mittelwerten aus Beobachtungen an verschiedenen Tröpfchen von gleichem Halbmesser, sobald nur die Bestimmungen an einer genügend großen Zahl von Tröpfchen vorgenommen sind.

Wir hatten sogar befürchtet, selbst bei Bildung von Mittelwerten keine brauchbaren Resultate errechnen zu können. Doch hat sich gezeigt, daß man für schwach geladene Teilchen den Wert der Elementarladung mit einiger Genauigkeit unter Zuhilfenahme geeigneter Korrektionsformeln feststellen kann.

Da diese Frage aber den Gegenstand einer späteren Publikation bilden soll, so wollen wir uns hier auf die Angabe der Größe unserer Quecksilberkügelchen beschränken, von denen die kleinsten die Strecke von 0,285 cm in 50 bis 60 Sekunden zurücklegten.

Berechnet man die entsprechenden Halbmesser nach dem Widerstandsgesetze von Cunningham unter Zugrundelegung des Wertes $f = 0$, so ergibt sich ungefähr:

$$a = 1{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}.$$

Nun liegen die von Herrn Prof. Ehrenhaft[1]) nach dem gleichen Widerstandsgesetze berechneten Halbmesser zwischen

$$2{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ und } 8{,}4 \cdot 10^{-6} \text{ cm}.$$

Da diese Werte der Größenordnung nach ungefähr richtig sein dürften, so fallen die Größen der von uns beobachteten Kügelchen in das von Herrn Prof. Ehrenhaft untersuchte Gebiet[2]).

Es sei übrigens bemerkt, daß das Cunninghamsche Gesetz auf so kleine Kügelchen überhaupt nicht anwendbar zu sein scheint.

Subelektronen konnten wir bei keinem einzigen Versuch beobachten. Allerdings ist die relativ kurze Dauer unserer Experimente eine sehr ungünstige Bedingung für das Aufsuchen dieser Erscheinung. Auch für die genaue Bestimmung des elektrischen Elementarquantums scheint Quecksilber wegen der oben beschriebenen Eigenschaft kein geeignetes Material.

3. Nach einer Erklärung der Massenabnahme der von uns beobachteten Quecksilbertröpfchen suchend, kamen wir schließlich auf den Gedanken, daß das Quecksilber einfach verdampfe. Die Schwierigkeiten, die sich dieser Auffassung in den Weg stellten, haben wir nicht übersehen, doch schien uns diese Erklärung den beobachteten Tatsachen am besten zu entsprechen. Übrigens war die Erscheinung für uns eher störend als interessant.

Erst als die Versuche von Herrn Prof. Ehrenhaft, der völlig unveränderliche Quecksilberkügelchen beobachtet haben will, zu unserer Kenntnis gelangten, stellten wir uns die Frage, ob die gleiche Erscheinung auch in reinem, trockenem Stickstoff auftrete. Da dies der

1) Vgl. auch A. Schidlof und J. Murzynowska, C. R. **156**, 304, 1913.

2) R. A. Millikan, diese Zeitschr. **14**, 796, 1913.

1) F. Ehrenhaft, Wiener Ber. Bd. CXXIII, Abt. IIa, S. 53, Januar 1914.

2) Wir machen diese Anmerkung, weil Herr Prof. Ehrenhaft behauptet, daß die von ihm beobachteten Quecksilberkügelchen von einer Größenordnung waren, die sich bei unserer Versuchsanordnung der Beobachtung entzogen hätte.

Fall war, zogen wir in den Comptes rendus die Aufmerksamkeit auf den Widerspruch zwischen unseren Beobachtungen und denen von Herrn Prof. Ehrenhaft, wobei wir das Gewicht auf die von uns beobachtete Tatsache und nicht auf die ganz nebensächliche Erklärung der Erscheinung durch eine Verdampfung legten.

Nun haben die von Herrn Prof. Ehrenhaft angeregten und von Herrn Dr. Schweiger ausgeführten Mikrophotographien ergeben, daß kleine, ruhende Quecksilbertröpfchen selbst bei sehr intensiver Bestrahlung ihr Volumen nicht ändern; somit wäre die Unrichtigkeit unserer Auffassung, daß es sich um eine Verdampfung handle, erwiesen, sofern dieser Versuch wirklich mit zerstäubtem Quecksilber angestellt wurde. Für diesen Fall sei versuchsweise nachfolgende Erklärung vorgeschlagen:

Durch die Gasreibung könnten von der Oberfläche des in einem Gase auf- und abbewegten Tröpfchens Teilchen losgelöst werden, so daß die Masse des Tröpfchens allmählich abnimmt. Bei Öltröpfchen ist die innere Reibung der Flüssigkeit zu groß, als daß eine merkliche Änderung der Masse selbst bei mehrstündiger Dauer der Beobachtungen eintreten könnte. Bei Verwendung von Quecksilber dagegen, dessen Reibungskoeffizient kaum 100 mal größer ist als der der Luft, wird das Tröpfchen nach und nach abgerieben. Die derzeit vorliegenden Daten geben leider keine genügenden Anhaltspunkte für die Erforschung der wahren Ursache dieser Erscheinung. Experimente, die möglicherweise zu einer Aufklärung führen werden, sind im Gange.

Der Einfluß einer intensiven Bestrahlung ließe sich aus den zuletzt gemachten Annahmen in einer den Beobachtungen entsprechenden Weise erklären, da die Erwärmung den Reibungskoeffizienten des Gases erhöht und den des Quecksilbers vermindert, so daß der Effekt, auch wenn er keine Verdampfungserscheinung, sondern eine Folge der Reibung ist, durch die Wärmewirkung der Lichtstrahlen vergrößert werden muß.

Welches immer aber die Ursache der beobachteten Tatsache sein mag, wir gelangen zu nachfolgender Schlußfolgerung:

Unsere Annahme, daß die im Gasraume schwebenden Quecksilberkügelchen unter dem Einfluß einer intensiven Bestrahlung verdampfen, ist durch den von Herrn Prof. Ehrenhaft angeregten Versuch möglicherweise widerlegt.

Dagegen ist die Massenabnahme kleiner Quecksilberteilchen, die in einem Gase auf und ab bewegt werden, eine Tatsache, die mit den von Herrn Prof. Ehrenhaft gemachten Beobachtungen in Widerspruch steht, da Herr Prof. Ehrenhaft ja ebenfalls Quecksilberkügelchen beobachtet haben will.

Die von uns geäußerten Bedenken gegen die Anwendung des Stokes-Cunninghamschen Widerstandsgesetzes auf die im Quecksilberlichtbogen zerstäubten Partikelchen, sowie gegen die daraus gezogenen Folgerungen müssen solange aufrecht erhalten werden, als ein Beweis, daß die von Herrn Prof. Ehrenhaft beobachteten Kügelchen aus chemisch reinem Quecksilber bestanden, nicht erbracht ist.

Genf, Januar 1915.

(Eingegangen 16. Januar 1915.)

Zur Frage der isotopen Elemente.

(Erwiderung auf die gleichnamige Abhandlung von K. Fajans.)

Von G. v. Hevesy und F. Paneth.

1. Das Thema der Diskussion.

Wir haben vor einiger Zeit durch elektrochemische Versuche gezeigt, daß man ebenso wie die Fällungsreaktionen auch das elektrochemische Verhalten der Isotopen am einfachsten so darstellen kann, daß man sie trotz ihrer thermodynamischen Verschiedenheit chemisch als ein und denselben Stoff betrachtet. Die hierdurch vorgeschlagene Erweiterung des Begriffs der chemischen Individualität ist zunächst bloß die einfachste Methode der Darstellung dieser neuen Erscheinungen, im Zusammenhang aber mit den auf Grundlage anderer Experimente entwickelten theoretischen Vorstellungen über die Konstitution der Atome[1]) schien sie uns gleichzeitig den Vorteil zu besitzen, deutlich zur Anschauung zu bringen, daß die chemische Natur nicht vom Energieinhalt oder der Masse, sondern in erster Linie vom Aufbau des Atoms abhängt.

Gegen unsere Darstellung hat K. Fajans[2]) Einwände erhoben; sofern sie bloß betonen, daß unser Vorschlag nicht der einzig mögliche ist, sondern daß man ein Gemisch von Isotopen auch als Mischung zweier verschiedener chemischer Substanzen von genau gleichen chemischen Eigenschaften betrachten kann, sind wir vollständig einverstanden; immerhin scheint uns

1) E. Rutherford, Phil. Mag. **21**, 669, 1911; A. van den Broek, diese Zeitschr. **14**, 32, 1913; N. Bohr, Phil. Mag. **26**, 1, 476 u. 857, 1913; H. G. J. Moseley ebenda **26**, 1024, 1913 u. **27**, 703, 1914.

2) Diese Zeitschr. **15**, 935, 1914.

unser Vorschlag zweckmäßiger zu sein. Jene Versuche und Überlegungen aber, durch die Fajans unseren Standpunkt als unzulässig darzustellen strebt, können wir durchaus nicht als stichhaltig anerkennen.

2. Die Beweisführung von Fajans und Kritik derselben.

Als Grundlage seiner Einwände verwendet Fajans die thermodynamische Verschiedenheit der Isotopen; der ausführliche, von M. Polányi für diese Verschiedenheit erbrachte geistvolle Beweis bestätigt unsere in der Anmerkung über das Gibbssche Paradoxon ausgesprochene Ansicht und bildet nicht die geringste Differenz mit unseren Anschauungen[1]. Fajans erklärt aber, daß unsere Auffassung, die Isotopen erscheinen chemisch als ein und dasselbe Element, mit der thermodynamischen Ungleichheit im Widerspruch stehe und kündigt einen Beweis für diese These an; diesen Beweis wollen wir uns nun näher betrachten.

Er führt zunächst einen Versuch über die Diffusion von Thorium B und Blei aus, der das Resultat ergibt, daß sich die Isotopen in ihrer osmotischen Betätigung nicht beeinflussen und daß sie sich freiwillig durch Diffusion mischen (vom Autor gesperrt[2]); daraus wird erstens geschlossen, daß man wegen der damit verbundenen Abnahme an freier Energie die Isotopen als thermodynamisch verschiedene Stoffe betrachten muß[3] — was wir, wie erwähnt, durch eine ganz ähnliche Überlegung, nämlich bei Diffusion im Gaszustand, gezeigt haben —, zweitens aber, und dies ist etwas Neues, daß wegen der selbständigen osmotischen Betätigung der Isotopen Bleisuperoxyd gegenüber einer Radium D-Lösung keine definierte Potentialdifferenz besitzt[4].

Es scheint uns, daß zu diesem Schluß nur eine rein thermodynamische Denkweise unter Vernachlässigung der kinetischen Vorstellungen führen kann; denn nicht nur Isotope, sondern auch Atome eines und desselben Stoffes beeinflussen einander in ihrer osmotischen Betätigung nicht[5], und mischen sich freiwillig durch Diffusion. Dies folgt unmittelbar aus der Auffassung der Diffusion als Folge der Molekularbewegung[1]. Die Moleküle wandern nicht nur im Konzentrationsgefälle, sondern ihrer ungeordneten Bewegung entsprechend auch dagegen. Die Thermodynamik zeigt uns nur die Resultante, den Überschuß der in der einen Richtung wandernden Atome über die in der anderen Richtung diffundierenden, gibt also keinen Aufschluß über die Bewegung der einzelnen Atome; die kinetische Vorstellung dagegen lehrt, daß Moleküle eines einheitlichen Stoffes mit derselben Geschwindigkeit im eigenen Medium diffundieren, mit welcher sie in einem ganz fremden Medium diffundieren würden, wenn nur der Reibungswiderstand, auf den sie stoßen, gleich wäre; es ist dies der Fall, den für den Gaszustand zuerst Maxwell theoretisch behandelt und „Diffusion in sich selbst“ genannt hat.

Es ist also, wie wir sehen, vollkommen unmöglich, aus der unabhängigen Diffusion irgendwelche Schlüsse auf die von uns behandelten elektrochemischen Fragen zu ziehen. Wenn Fajans argumentiert, daß wegen der selbständigen osmotischen Betätigung der Isotopen PbO_2 gegenüber einer RaD-Lösung keinen definierten Potentialsprung besitzen kann, könnte man genau mit demselben Recht folgern, daß dies auch bei PbO_2 in einer Pb-Lösung nicht der Fall sein kann, denn auch die Pb-Atome diffundieren vollständig selbständig und ungehindert voneinander.

Noch ausführlicher setzt Fajans an einer anderen Stelle[2] seine Ansicht auseinander:

„Mit diesem Resultat (selbständige osmotische Betätigung und thermodynamische Verschiedenheit) läßt sich die von v. Hevesy und Paneth gegebene Deutung ihrer Versuche nicht vereinbaren. Nach diesen Autoren soll ja z. B. metallisches Radium D, in eine Bleilösung gebracht, einen bestimmten Potentialsprung geben. In Wirklichkeit ist ein solches System zunächst elektrochemisch undefiniert. Denn da in der Lösung keine Ionen des Radium D sich befinden, wird dieses Metall ein großes Bestreben haben in Lösung zu gehen, das nach dem Obigen durch die Anwesenheit der Bleiionen nicht beeinflußt wird. Das Radium D der Elektrode wird deshalb ein negatives Potential gegenüber der Lösung annehmen. Andererseits aber werden die Bleiionen der Lösung wegen der ursprünglichen Abwesenheit von Blei in dem Metall ein großes Bestreben haben sich zu entladen, was zu einer negativen Aufladung der Lösung gegenüber dem sich in kleiner Menge ausscheidenden Metall führt. Dieser Zustand kann natürlich nicht bestehen bleiben, und es entsteht ein kurzgeschlossenes galvanisches Element, dessen

1) Wir möchten sogar noch hinzufügen, daß nicht nur Verschiedenheit der Masse, sondern sogar eine Differenz im Energieinhalt genügt, um zwei noch so ähnliche Stoffe stets thermodynamisch verschieden erscheinen zu lassen. Herr Dr. O. Stern machte uns gelegentlich darauf aufmerksam.

2) S. 936, 2. Spalte.

3) S. 937, 1. Spalte.

4) S. 938, 1. Spalte; S. 939, 2. Spalte.

5) Eine gegenseitige Behinderung ist nur in konzentrierteren Lösungen anzunehmen, wo sie jedenfalls auch bei Isotopen nachweisbar sein wird.

1) Auch Fajans spricht an einer Stelle (S. 936, 2. Spalte) von der kinetischen Theorie und sagt, daß von ihrem Standpunkt aus die Frage von vornherein entschieden ist; umso unverständlicher ist es uns, warum er dann seinen Versuch angestellt und aus dem unter allen Umständen zu erwartenden Resultat die folgenden Schlüsse gezogen hat; denn an der Richtigkeit der kinetischen Theorie wird heute doch wohl niemand mehr zweifeln.

2) S. 937, 1. Spalte.

Anode das metallische Radium D und Kathode das metallische Blei bildet."

Nach dem oben Gesagten wird es ohne weiteres verständlich sein, wenn wir behaupten, daß ganz derselbe Vorgang sich auch an einer Bleielektrode abspielt, die in eine Bleilösung taucht. Auch hier muß ein ununterbrochener Austausch von Atomen stattfinden, die vom Metall in Lösung gehen und sich aus der Lösung am Metall niederschlagen; dieser Austausch ist aber rein kinetisch und führt nicht, wie man nach der Darstellung von Fajans vermuten könnte, zu elektrischen Potentialdifferenzen, „die nicht bestehen bleiben können"; eine meßbare Potentialdifferenz wird sich erst gar nicht ausbilden, da wir nur den Mittelwert der kinetischen Geschehnisse beobachten und im anderen Falle, wenn der kinetische Austausch die Messungen beeinflussen würde, überhaupt niemals eine definierte Potentialdifferenz finden könnten. Die zwei von Fajans gedanklich und sprachlich getrennten Vorgänge verlaufen in der Natur ganz gleichzeitig und durcheinander, so daß es zu gar keiner Aufladung kommt. Wenn wir einen Stab von Radium G in eine Bleinitratlösung tauchen, wird selbstverständlich gleich im ersten Augenblick etwas Pb sich auf der Elektrode niederschlagen und etwas Radium G in Lösung gehen (bei welchem Vorgang mehr Atome beteiligt sind, hängt von der Konzentration der Lösung ab); ganz dasselbe wird aber auch der Fall sein, wenn wir eine Bleielektrode in eine Bleinitratlösung tauchen, auch hier wird momentan der Austausch beginnen

Der einzige Unterschied, auf den sich immer wieder alles beschränkt, besteht darin, daß im einen Fall die beiden Stoffe thermodynamisch verschieden, im andern thermodynamisch gleich sind, daß also in weiterer Folge der kinetische Austausch einmal mit Abnahme an freier Energie verbunden ist, das andere Mal nicht[1]). Es ergibt keinen Sinn, diesen Vorgang als elektrochemischen aufzufassen, wenn man, wie es Fajans ja tut, die Normalpotentiale der Isotopen als gleich annimmt; denn daraus folgt ja, daß bei allen elektrochemischen Vorgängen an der Einzelelektrode das isotope Atom genau dasselbe tut wie das gleichartige, daß sie, wie wir es ausdrückten, elektrochemisch vollständig „vertretbar" sind; denn die Normalpotentiale bestimmen im Sinne der Nernstschen Theorie eindeutig das elektrochemische Geschehen an den Elektroden. Die Potentialdifferenz wird dadurch gar nicht geändert, daß beim kinetischen Austausch die freie Energie in dem einen Falle abnimmt; wir können nicht einsehen, wieso daraus „unmittelbar folgt, daß ein Metall A gegen die Lösung der Ionen des mit ihm isotopen Elementes B keine bestimmte Potentialdifferenz hat"[2]). — Bei nicht isotopen Elementen, z. B. Zink in einer Kadmiumlösung, zeigt der Potentialsprung deshalb einen „Gang", weil infolge der verschiedenen Lösungstensionen sich mehr Zn löst, als sich von Cd loslösen würde; wieso Fajans aber bei Gleichheit der Lösungstensionen einen Potentialgang erwarten kann (siehe weiter unten seine Deutung unserer Versuche), verstehen wir nicht.

3. Experimenteller Beweis, daß der Potentialsprung eines Elements gegen die Lösung seines Isotopen vollkommen definiert ist.

Um die Behauptung von Fajans nicht nur durch theoretische Überlegungen, sondern auch durch das Experiment zu widerlegen, führten wir folgende Versuche aus: Wir maßen nach der Kompensationsmethode die elektromotorische Kraft der Kette:

$$Hg\;\Big|\;\underset{\text{ges.}}{Hg_2Cl_2},\;\;\underset{\text{1 norm.}}{KCl}\;\Big|\;\underset{^1/_{1000}\text{ norm.}}{HNO_3}\;\Big|\;\underbrace{\underset{^1/_{1000}\text{ norm.}}{Pb(NO_3)_2},\;\;\underset{^1/_{1000}\text{ norm.}}{HNO_3},\;\;\underset{\text{ges.}}{PbO_2}}\;\Big|\;PbO_2\;\Big|\;(Pt)$$

wobei wir den Wert $E_{Hg} = 0{,}9175$ fanden. — Sodann wurde die durch eine horizontale Klammer bezeichnete Lösung möglichst rasch ersetzt durch eine andere, die an Stelle des $Pb(NO_3)_2$ das Nitrat von RaG[1]) enthielt und statt mit PbO_2 mit $RaGO_2$ gesättigt war. Schon die erste Messung, die 2—3 Sekunden nach Einsetzen der neuen Lösung vorgenommen wurde, ergab wieder denselben Wert (die Fehlergrenze unserer Messung betrug $\pm 0{,}01$ Millivolt, wie sich aus den Verschiebungen am Kompensationsapparat, die ein Steigen bzw. Sinken des Quecksilbermeniskus

1) Das bleifreie RaG verdanken wir der Freundlichkeit des Herrn Prof. Otto Hönigschmid, dem es mit Frl. Dr. St. Horovitz gelungen ist, aus einer aus Deutsch-Ostafrika (Morogoro) stammenden Pechblende ein Bleiisotop vom Atomgewicht 226,0 abzuscheiden, welche Zahl von der Theorie von Rutherford und Soddy für das Atomgewicht des Endprodukts der Radiumzerfallsreihe gefordert wird (226,0 — 5 · 4,0 = 206,0).

1) Fajans bemerkt, wir „geben zu, daß von diesem allgemeinsten Standpunkt aus isotope Elemente nicht identisch sind". Wir haben dies weniger „zugegeben" als konstatiert; die thermodynamische Verschiedenheit ist bei Verschiedenheit des Atomgewichts ja etwas ganz Selbstverständliches und die Isotopen würden ohne Bestehen dieser Verschiedenheit aufhören, ein Problem für die physikalische Chemie darzustellen. Der Zweck unserer Arbeit war ja eben die Prüfung der elektrochemischen Vertretbarkeit bei thermodynamischer Verschiedenheit.

2) S. 938, 1. Spalte.



im Kapillarelektrometer bewirkten, erkennen ließ); dieser Wert blieb bei einer Fortsetzung der Messung von 5 zu 5 Sekunden vollständig unverändert. Ein analoger Versuch wurde auch mit $RaGO_2$ ausgeführt, das erst in eine RaG-Lösung und dann in eine entsprechende Bleilösung getaucht wurde; auch hier ergab sich in beiden Fällen innerhalb der Versuchsgenauigkeit von $\pm$ 0,01 Millivolt vollständig dasselbe Potential[1]).

Fajans ist der Ansicht, daß ein Metall gegen die Lösung seiner Isotopen „ebensowenig eine bestimmte Potentialdifferenz hat, wie metallisches Zink gegen eine Kadmiumlösung“[2]), und daß zum mindesten der Austausch in einer „sehr dünnen äußeren Schicht des Metalles“[3]) stattfinden muß, wenn die Potentialdifferenz definiert sein soll. Nun läßt sich aber zeigen, daß während einiger Sekunden nur ein minimaler Bruchteil der obersten Molekularschicht ausgetauscht wird[4]), daß das Potential also nicht erst infolge dieses Austausches definiert sein kann. Wir glauben nicht, daß nach diesem Versuch noch irgendjemand zweifeln kann, daß das Potential eines Metalls gegen die Lösung seines Isotopen elektrochemisch vollständig definiert ist[5]), was uns aber — wir wiederholen es — auch theoretisch mit Notwendigkeit aus der von Fajans gemachten Annahme der Gleichheit der Normalpotentiale zu folgen scheint.

Daß für die Gleichwertigkeit einer $RaDO_2$-Elektrode mit einer PbO_2-Elektrode, die wir in der früheren Arbeit gefunden haben, der geringe Austausch an der Oberfläche bestimmend sei, machen schon die Versuche von Koenigsberger und Müller[1]) sehr unwahrscheinlich, die speziell bei Bleisuperoxydelektroden zeigten, daß eine Schicht von acht Molekülen Dicke notwendig ist, um das PbO_2-Potential zu geben. Übrigens scheint uns die von Fajans in diesem Zusammenhang geäußerte Meinung, daß für die definierte Potentialbildung der Austausch nur in einer sehr dünnen äußeren Schicht des Metalls stattzufinden braucht, mit dem Grundgedanken seiner Überlegungen im Widerspruch zu stehen, daß Definiertheit des Potentials an Konstanz der freien Energie gebunden ist; mit dieser Behauptung steht und fällt ja seine Argumentation, daß Isotope einander nicht ebenso vertreten können, wie Atome eines thermodynamisch einheitlichen Stoffes, und der an dieser einen Stelle eingenommene mittlere Standpunkt, daß wenigstens ein teilweiser Austausch, eine Annäherung an thermodynamisches Gleichgewicht notwendig sei, erscheint uns rein willkürlich.

4. Die Deutung unserer Versuche durch Fajans.

Den auf den osmotischen Versuch gestützten Beweis von Fajans, daß mit thermodynamischer Verschiedenheit nicht vollständige elektrochemische Vertretbarkeit verbunden sein kann[2]), halten wir demnach aus theoretischen und experimentellen Gründen für verfehlt. Zwischen den beiden Fällen Blei in Bleinitratlösung und Radium D in Bleinitratlösung besteht der Unterschied, daß der kinetische Austausch in letzterem Falle mit einer Abnahme an freier Energie verbunden ist, und in ersterem nicht. Es tauschen sich aber bei beiden Vorgängen in der Zeiteinheit die gleiche Zahl von Atomen und entsprechend auch von elektrischen Ladungen aus und beide Vorgänge gehen darum bei konstantem und definiertem Potential vor sich, elektrochemisch besteht also gar kein Unterschied.

Unsere Antwort auf die Deutung, die Fajans unseren Versuchen gibt, ist nach dem Gesagten wohl ohne weiteres klar. Bei den Experimenten über die Zersetzungsspannung von Radioelementen zeigt er bloß, daß die Auffassung der Isotopen als zweier auch elektrochemisch verschiedener Stoffe ebenso zum Ziel führt. Selbstverständlich, da wir ja jederzeit auch Atome eines einheitlichen Stoffes gedanklich in

1) Zwei Bleisuperoxydelektroden zeigen untereinander meist geringe Verschiedenheiten, und dies ist der Grund, warum wir zur Entscheidung, ob die Potentialdifferenz eines Elements gegen die Lösung seines Isotopen definiert ist, nicht die Elektroden, sondern die Lösungen austauschten, da sich diese leicht vollkommen gleich herstellen lassen. Durch sorgfältige Einhaltung konstanter Bedingungen bei der elektrolytischen Abscheidung gelang es uns übrigens, mehrere Superoxydelektroden von Blei und RaG zu erhalten, die sich um weniger als $5 \cdot 10^{-6}$ Volt unterschieden; dies bildet also die Grenze, bis zu welcher die Gleichheit der Normalpotentiale der beiden Isotopen bereits als direkt geprüft gelten kann. (Z. Klemensiewicz [Comptes rendus **158**, 1899, 1914] schloß aus seinen Ausschüttelungsversuchen, daß die Differenz bei ThB und Blei kleiner als $2 \cdot 10^{-5}$ Volt sein müsse.)

2) S. 936, 1. Spalte.

3) S. 938, 1. Spalte.

4) Zum Austausch einer ganzen Molekularschicht sind unter denselben Versuchsbedingungen wie oben etwa 10^m erforderlich; vgl. eine in dieser Zeitschrift (**16**, 52, 1915) erscheinende Mitteilung von G. v. Hevesy.

5) Als Undefiniertheit einer Potentialdifferenz bezeichnen wir ebenso wie Fajans den Fall, daß sich beim Eintauchen der Elektrode in die Lösung an die momentane Ausbildung der elektrischen Doppelschicht noch ein langsamer verlaufender elektrochemischer Vorgang anschließt, so daß die „Einstellung des konstanten Elektrodenpotentials einige Zeit erfordert“.

1) Diese Zeitschr. **6**, 849, 1905 und **12**, 606, 1911.

2) Sie könnte natürlich, wie oben schon erwähnt, nicht vorhanden sein, wenn aus der thermodynamischen Verschiedenheit eine Verschiedenheit der Normalpotentiale gefolgert würde; Fajans nimmt aber ausdrücklich Gleichheit des Normalpotentials an.

zwei verschiedene Gruppen zerlegen können. Alles, was er über die verringerte Zersetzungsspannung des durch Isotopen verdünnten Metalls sagt, läßt sich darauf zurückführen. Wenn aber zwei Darstellungsweisen gleich zulässig sind, wird man in der Regel wohl die einfachere wählen; wir kommen am Schluß unserer Arbeit noch auf diesen Punkt zu sprechen.

Bei der Besprechung der Abscheidung unterhalb der Zersetzungsspannung hält Fajans es für „verfrüht, eine erschöpfende Erklärung zu versuchen"; wir haben bereits in unserer Abhandlung betont, daß wir auf diesen Punkt noch zurückzukommen hoffen, da er auch nach unserer Ansicht noch nicht genügend geklärt ist. Doch läßt sich bereits so viel sagen, daß unsere Experimente dafür sprechen, daß auch hier Isotope einander elektrochemisch völlig ersetzen können. Die Unklarheiten, die diesem Gebiet noch anhaften, haben nichts mit der Isotopenfrage zu tun, sondern liegen an der mangelhaften theoretischen Durchsichtigkeit dieses Vorganges[1]); aus diesem Grunde betrachten auch wir diese Versuche als weniger beweisend.

Bei unserer dritten Versuchsreihe, der direkten Messung einer $RaDO_2$-Kette, weist Fajans unsere Deutung deswegen zurück, weil PbO_2 „wegen der selbständigen osmotischen Betätigung der Isotopen" gegenüber einer *RaD*-Lösung keine definierte Potentialdifferenz zeigen könne. Wie wenig stichhaltig diese theoretischen Erwägungen sind, haben wir schon ausführlich auseinandergesetzt; hier möchten wir nur darauf hinweisen, daß auch eine von uns beschriebene experimentelle Tatsache, die Fajans zugunsten seiner Theorie deuten möchte, mit ihr nichts zu tun hat. Wir fanden, daß das Potential von $RaDO_2$ sich nicht sofort einstellt; Fajans möchte dies so auffassen, daß erst nachdem ein Austausch zwischen *RaD* und Bleiatomen stattgefunden hat, der Potentialsprung definiert ist. Wir deuteten es so, daß die äußerst starke Radioaktivität der Elektrode infolge irgendwelcher chemischer Veränderungen eine Störung bewirkt. Da wir inzwischen in die Lage kamen, mit Radium *G*, das so gut wie inaktiv ist, analoge Versuche zu machen — neben den oben beschriebenen auch Experimente mit einem Stab aus metallischem *RaG* in einer Bleinitratlösung — und diese Störung hier nicht beobachteten, halten wir unsere Deutung nach wie vor für wahrscheinlich, die von Fajans jedenfalls für widerlegt.

Wir möchten auch noch einmal auf jenen Passus in unserer Abhandlung hinweisen, wo wir betonen, daß die Unterscheidung zwischen Gravitations- und Elektroneneigenschaften nur in Grenzfällen scharf durchführbar ist. Alle chemischen Reaktionen und auch die elektrochemischen Vorgänge an den Elektroden bilden einen solchen Grenzfall, wo nur die Atomhülle, nicht die Atommasse von Einfluß ist[1]); auf der anderen Seite stehen das Atomgewicht und die anderen Eigenschaften, die in erster Linie vom Kern abhängen. Als ein typisches Beispiel des Übergangs können wir die Diffusion in Flüssigkeiten betrachten, die bei den schweren Radioelementen praktisch von der Masse unabhängig ist und nur vom Radius bestimmt wird; gäbe es dagegen Wasserstoffisotopen mit merklich verschiedenem Atomgewicht, so würde eine Trennung durch Diffusion in Flüssigkeiten vielleicht schon möglich sein[2]). Da die Ionenbeweglichkeit der Diffusionsgeschwindigkeit proportional ist, gelten für sie dieselben Überlegungen, und deshalb gehören die Flüssigkeitsketten, deren Entstehung ja auf Verschiedenheiten der Ionenbeweglichkeiten beruht, gleichfalls in diese Erscheinungsgruppe, nicht zu den elektrochemischen Vorgängen an den Elektroden, die wir in der ersten Arbeit behandelt haben. Wir sind dabei, durch Feststellung des Diffusionspotentials *RaG*-Nitrat — Bleinitrat die Grenze der Unabhängigkeit der Diffusionskonstante von der Masse festzustellen.

---

1) Wir möchten die Gelegenheit benützen, um einen auf diesen Vorgang bezüglichen Satz unserer ersten Arbeit zu korrigieren; wir sagten, der Einfluß der *RaE*-Ionen ließe sich „nicht anders als" durch Vertretbarkeit deuten. Wir bitten die betreffende Stelle durch die Worte „am einfachsten" zu ersetzen. Was wir nämlich in der gleichen Arbeit bezüglich der Deutung der Adsorptionsversuche (Anm. S. 799) gesagt haben, gilt auch hier: Isotope werden zwar stets denselben Einfluß haben wie Zusatz des gleichen Elements, andere Elemente müssen aber darum nicht wirkungslos sein. Vertretbarkeit bei einem einzelnen Vorgang berechtigt noch nicht zum Schluß auf Isotopie, die Wahrscheinlichkeit, daß sie vorhanden ist, wird nur um so höher, je größer die Zahl der Reaktionen ist, bei denen chemische und elektrochemische Vertretbarkeit festgestellt wurde.

1) Im Prinzip ist natürlich wegen des allgemeinen funktionellen Zusammenhangs, in dem die einzelnen Naturerscheinungen miteinander stehen, auch irgendein Einfluß der Masse auf die chemischen Eigenschaften zu erwarten, aber er ist jedenfalls von einer derart verschwindenden Größenordnung, daß man wohl berechtigt ist ihn zu vernachlässigen. Eine mehr oder weniger starke Vereinfachung muß jeder theoretischen Begriffsbildung vorausgehen, und von den vielen Abstraktionen, die heute in der physikalischen Chemie üblich sind — man denke z. B. an die Annahme semipermeabler Wände, des Auskristallisierens der reinen Salze und andere Unmöglichkeiten im Sinn einer strengen Thermodynamik, oder an die häufige Vernachlässigung des Einflusses des Lösungsmittels bei der Theorie der verdünnten Lösungen — scheint uns unsere eine der unbedenklichsten zu sein.

2) G. v. Hevesy, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 11, 419, 1914.

5. Vorteile der neuen Betrachtungsweise.

Zum Schluß sei es uns gestattet, nachdem wir die Einwände gegen die Zulässigkeit unseres Standpunktes als unbegründet dargetan haben, noch etwas zu erläutern, warum wir ihn für empfehlenswerter halten als den von Fajans, der sich aber, wenn man seine, wie eben gezeigt wurde, unrichtige Auffassung der Definiertheit eines Potentials fortläßt, nur in der Ausdrucksweise von unserem unterscheidet. Wir fanden, daß man das Verhalten der Isotopen völlig beschreiben kann, wenn man sie als vertretbar in allen chemischen und elektrochemischen Reaktionen bezeichnet, und schlugen entsprechend eine Erweiterung des Begriffes der chemischen Individualität vor. Dieser sollte nicht an die vollkommene Gleichheit aller Eigenschaften gebunden sein, namentlich nicht an die der Masse oder des Energieinhalts, sondern nur an den gleichen Aufbau des Atoms, an die gleiche Zahl und Anordnung der Elektronen.

Nach der heutigen Anschauung unterscheiden sich Isotope nur durch die Verschiedenheit ihrer Atomkerne; da die chemische Natur aber von den Elektronenringen abhängt, bilden Isotope keinen Übergang von einem chemischen Element zum andern. Man kennt bereits acht Bleiisotope zwischen den Atomgewichten 214 (*RaB*) und 206 (*RaG*), und es sind noch andere vorstellbar, die alle möglichen Abstufungen in ihrer Masse und den hiervon abhängigen Eigenschaften zeigen. Im Gegensatz dazu ändern sich die chemischen Eigenschaften (Elektroneneigenschaften) sprungweise zwischen Bleiisotopen und Wismut- oder Thalliumisotopen. Diese prinzipielle Unstetigkeit der chemischen Natur kommt bei unserer Definition der chemischen Individualität — Isotope sind chemisch und elektrochemisch vollkommen vertretbar — klar zum Ausdruck.

Die Vermeidung der Einführung neuer Begriffe, die Fajans für sich in Anspruch nimmt, scheint uns hier, wo ganz neue Tatsachen vorliegen, kein Vorteil zu sein. Es muß doch als etwas vollkommen Neues und den bisherigen chemischen Ansichten geradezu Widersprechendes angesehen werden, daß es Elemente mit verschiedenem Atomgewicht gibt, die sich in keiner chemischen Reaktion unterscheiden. Wir halten es für richtiger, dieses Novum deutlich zu betonen, als es durch eine Ausdrucksweise, die die radikalen Änderungen in weniger auffälliger Form bringt — Gleichheit der Normalpotentiale verschiedener chemischer Elemente usw. — gewissermaßen zu verschleiern.

Daß auch für die rein praktische Orientierung in diesem Gebiet unsere Darstellungsweise empfehlenswert ist, geht vielleicht am deutlichsten aus einem Vergleich unserer Annahme mit denen von Fajans hervor. Die Erscheinungen beim Umkristallisieren lassen sich nach Fajans nur dann erklären[1]), wenn man folgende Annahmen macht:

1. Die molare Löslichkeit der Salze der Isotopen ist gleich.
2. Alle einander entsprechenden Salze der Isotopen sind im festen Zustand in allen Verhältnissen ineinander löslich, d. h. sie bilden eine lückenlose Mischkristallreihe.
3. Die molare Löslichkeit der Mischkristalle ist gleich der der reinen Komponenten.

Für die elektrochemischen Beziehungen kommen später noch folgende drei Annahmen hinzu:

1. Die Normalpotentiale der reinen isotopen Metalle sind gleich.
2. Die Isotopen sind auch in metallischem Zustand in allen Verhältnissen ineinander löslich.
3. Die Lösungstension jeder Komponente der festen Lösung ist genau proportional ihrer Konzentration in der festen Lösung.

Alle diese Annahmen genügen noch nicht zur Erklärung des elektrochemischen Verhaltens der Isotopen, wenn man wie Fajans auf dem Standpunkt steht, daß ein Potentialsprung nur bei thermodynamischem Gleichgewicht definiert sei; denn dazu ist noch die Annahme der raschen Vermischung notwendig, die durch unsere oben erwähnten Experimente widerlegt wurde. Wenn man diesen Standpunkt aber mit Rücksicht auf die Versuchsergebnisse und die dargelegten theoretischen Gründe fallen läßt, kann man mit Hilfe der sechs Annahmen das Verhalten der Isotopen ebensogut darstellen, wie wenn man kurz sagt, ihre Atome können einander in allen chemischen und elektrochemischen Reaktionen vollkommen vertreten. Wir würden ihre Betrachtung als zweier verschiedener Stoffe für vollständig gerechtfertigt und notwendig halten, wenn eine der Annahmen nicht zuträfe. Wenn einmal, was ja auch Fajans für möglich hält, nachgewiesen werden sollte, daß die Verschiedenheit der Masse eine merkliche Beeinflussung einer der chemischen Eigenschaften zur Folge hat[2]), wird selbstverständlich nur mehr

1) Bezüglich Fajans' Bemerkung über die Heranziehung der Adsorptionserscheinungen verweisen wir auf die inzwischen erschienene Abhandlung über Adsorbierung und Fällung der Radioelemente (F. Paneth, diese Zeitschr. 15, 924, 1914), wo der Zusammenhang beider Erscheinungen besprochen und gezeigt wird, daß „die Form der Adsorptionsgleichung", auf die sich Fajans beruft, hier wahrscheinlich eine andere als die gewöhnlich angenommene ist.

2) Wir halten es allerdings kaum für nötig, das Schmelzdiagramm zweier Bleisorten aufzunehmen, die gleiche Spektren und gleiche Normalpotentiale haben, be-

die Behandlung der Isotopen als zweier auch **chemisch** verschiedener Stoffe möglich sein. So lange man aber die chemischen Eigenschaften der einzelnen Isotopen als ununterscheidbar gleich annimmt, besteht kein Gegengrund, sie theoretisch ebenso wie bei allen praktischen Überlegungen als einen und denselben chemischen Stoff zu betrachten.

Nach allem Gesagten glauben wir nicht, daß Gefahr vorhanden ist, daß unsere Ausführungen „zu irrtümlichen Vorstellungen über die wahre Natur der Isotopen" Veranlassung geben könnten.

vor man ihre gegenseitige Mischbarkeit als „bewiesen" ansehen kann (S. 937, 2. Spalte).

Zusammenfassung.

Wir haben in unserer ersten Arbeit die Ansicht vertreten, daß ein Isotopengemenge vom thermodynamischen Standpunkt aus als Gemisch zweier verschiedener Stoffe betrachtet werden muß, daß man aber in speziellen Fällen, z. B. allen chemischen und elektrochemischen Reaktionen, trotzdem berechtigt ist, es wie ein einheitliches Element von mittlerem Atomgewicht zu behandeln.

K. Fajans hält dieses Verfahren für unzulässig, weil „wegen der selbständigen osmotischen Betätigung der Isotopen" der eine Stoff gegen die Lösung des andern keine definierte Potentialdifferenz besitzen könne. Demgegenüber wird darauf hingewiesen, daß die selbständige osmotische Betätigung keine solchen Schlüsse gestattet, da auch die Atome eines und desselben Stoffes sich freiwillig durch Diffusion mischen (Maxwells „Diffusion in sich selbst").

Die Definiertheit des Potentialsprungs einer Bleielektrode kommt dadurch zustande, daß bei einer bestimmten Aufladung die Zahl der in Lösung gehenden Bleiatome gleich ist der Zahl der innerhalb derselben Zeit aus der Lösung auf die Elektrode auftreffenden, daß also kinetisches Gleichgewicht im Austausch der elektrischen Ladungseinheiten besteht. Wenn wir die Bleiatome der Lösung durch *RaD*-Atome ersetzen, wird bei demselben Potential Gleichgewicht im Austausch der elektrischen Ladungen erreicht werden, also das Potential in genau derselben Weise definiert sein. Aus der Abnahme an freier Energie in letzterem Falle folgt durchaus nicht, wie Fajans meint, daß „ein Metall A gegen die Lösung der Ionen des mit ihm isotopen Elements B keine bestimmte Potentialdifferenz haben kann".

Die Ansicht von Fajans, daß die Potentialdifferenz einer Bleielektrode gegen die Lösung eines Bleiisotopen nicht definiert sein könne, wird auch experimentell widerlegt. Die elektromotorische Kraft der Kette /Bleisuperoxyd/Bleinitratlösung/Vergleichselektrode/ bleibt innerhalb $\pm$ 0,01 Millivolt ungeändert, wenn an Stelle der Bleinitratlösung eine gleichnormale Lösung von *RaG*-Nitrat gesetzt wird. Die Messung kann so rasch ausgeführt werden, daß der kinetische Austausch von *Pb*-Atomen der Elektrode gegen *RaG*-Atome der Lösung viel zu gering ist, um die Einstellung des Potentials erklären zu können; es geht also aus diesen Versuchen die vollständige Definiertheit des Potentials Bleisuperoxyd/*RaG*-Nitratlösung hervor.

Hiermit ist gezeigt, daß die einzige tatsächliche Behauptung, in der Fajans von uns abweicht, nicht zutreffend ist. Im übrigen handelt es sich bloß um Unterschiede in der Darstellungsweise.

Die starke Betonung der thermodynamischen Verschiedenheit der Isotopen, die wir auch konstatiert hatten, hätte nur dann eine Bedeutung, wenn daraus irgendeine Verschiedenheit in den chemischen oder elektrochemischen Reaktionen, z. B. ein Unterschied in den Normalpotentialen gefolgert würde. Da Fajans aber ausdrücklich Gleichheit des Normalpotentials, gleiche molare Löslichkeit usw. annimmt, beschränkt sich der Unterschied zwischen beiden Betrachtungsweisen darauf, daß er alle diese gleichen chemischen und elektrochemischen Eigenschaften einzeln aufzählt und ein Isotopengemenge auch in seinen chemischen Reaktionen als Gemisch zweier verschiedener Stoffe mit gleichen chemischen Eigenschaften behandelt, während wir ganz dieselben Resultate durch die einfachere Darstellungsweise erhalten, daß wir das Isotopengemenge wie ein einheitliches chemisches Element von mittlerem Atomgewicht ansehen.

Für die theoretische Chemie scheint uns ein Vorteil unserer Darstellungsweise, abgesehen von der Vereinfachung der Formeln, darin zu liegen, daß die neue Erkenntnis klar zum Ausdruck gebracht wird, daß für den chemischen Charakter eines Atoms nicht Energieinhalt oder Masse, sondern die elektrische Ladung des Atomkerns maßgebend ist. Da sich diese — experimentell bestimmbare — Größe von Element zu Element sprungweise ändert, folgt dasselbe auch für den chemischen Charakter, und ein Isotopengemenge ist prinzipiell etwas anderes als ein Gemenge zweier verschiedener Elemente von noch so ähnlichen chemischen Eigenschaften.

Wir halten auf Grund der geschilderten Experimente und Überlegungen an unserem Standpunkte fest, daß es zulässig und empfehlenswert ist, unter der Ionenkonzentration in der Nernstschen Formel die Summe der isotopen Ionen zu verstehen, und zu betonen, daß isotope Atome einander bei allen chemischen Reaktionen vollständig vertreten können.

(Eingegangen 16. Januar 1915.)

Über den Austausch der Atome zwischen festen und flüssigen Phasen[1]).

Von G. v. Hevesy.

1. Ist eine Flüssigkeit mit ihrem gesättigten Dampfe in Berührung, so wird nach unseren kinetischen Anschauungen ein ständiger Austausch zwischen den Molekülen der beiden Phasen stattfinden. Entsprechend ist zu erwarten, daß, wenn ein Bodenkörper mit seiner gesättigten Lösung in Berührung steht, gleichfalls ein kinetischer Austausch der Moleküle der beiden Phasen stattfinden wird.

Die radiochemischen Methoden ermöglichen eine experimentelle Untersuchung dieses Austausches. Will man z. B. den Wechsel zwischen den Molekülen einer festen Bleichloridschicht und einer gesättigten Bleichloridlösung ermitteln, so verfährt man folgendermaßen: Einer Lösung von bekanntem $Pb(NO_3)_2$-Gehalt setzt man eine in relativen (elektroskopischen) Einheiten bekannte Menge ThB zu und fällt mit Salzsäure. Aus dem so erhaltenen $(PbCl_2 + ThBCl_2)$-Gemisch läßt sich nach allen bisherigen Erfahrungen das ThB mit chemischen Mitteln nicht mehr entfernen; ist in diesem Gemisch z. B. durchschnittlich je ein ThB-Atom mit je 10^{10} Bleiatomen vermengt[2]), so wird dieses Verhältnis nach jeder chemischen Operation dasselbe bleiben, und wenn wir ein ThB-Atom in der vorher ThB-freien Chlorbleiphase elektroskopisch nachweisen können, so läßt sich daraus schließen, daß auch 10^{10} dieser Bleiatome, die ursprünglich mit dem ThB vermengt waren, in diese Phase eingetreten sind. So dient das ThB oder ein anderes mit dem Blei isotopes Element als „Indikator" des Bleies.

Schüttelt man solches mit ThB indiziertes festes Bleichlorid mit einer gesättigten (nicht indizierten) Chlorbleilösung 36 Stunden lang bei 20^0, so findet man, daß weniger als $^1/_2$ Proz. aus einer Phase in die andere übergetreten ist[3]).

Die Ermittlung der Lösungsgeschwindigkeit von Bleichlorid derselben Korngröße ergab, daß bereits in einer Stunde 44 Proz. der der Sättigung entsprechenden $PbCl_2$-Menge in Lösung gingen; da die Anzahl der ausgetauschten Moleküle (in Proz. aller vorhandenen ausgedrückt) äußerst gering ist, ergibt sich, daß die Austauschgeschwindigkeit der Bleichloridmoleküle zwischen dem festen Chlorblei und der gesättigten $PbCl_2$-Lösung neben der Lösungsgeschwindigkeit des festen Chlorbleies verschwindet.

Ein anderes Ergebnis erhält man jedoch, wenn man nicht den Austausch zwischen einer endlichen Bleichloridschicht und ihrer gesättigten Lösung untersucht, sondern den zwischen einer molekularen Chlorbleischicht, die sich auf radiochemischem Wege leicht darstellen läßt, und der gesättigten $PbCl_2$-Lösung beobachtet. Es zeigt sich dann, daß die Anzahl der ausgetauschten Moleküle sehr erheblich und die Austauschgeschwindigkeit mit der Lösungsgeschwindigkeit der molekularen Schicht durchaus kommensurabel wird.

Dieses Ergebnis läßt sich nach den kinetischen Anschauungen erwarten, ein schneller Austausch kann, wenn überhaupt, nur in den oberflächlichen Schichten stattfinden; der innerhalb der festen Phase erfolgt nur langsam.

Näheres über diese von Frl. E. Rona und dem Verfasser ausgeführten Versuche wird demnächst in der Zeitschr. f. phys. Chem. erscheinen. Im folgenden werden Versuche mitgeteilt, welche die Ermittlung des Austausches zwischen den Atomen einer Metalloberfläche und den Ionen der umgebenden Salzlösung zum Zwecke hatten.

2. Ein 4 cm langer blanker Bleistab von 5 mm Dicke wurde unter möglichster Vermeidung von Bewegung der Flüssigkeit für eine Minute in 10 ccm einer Bleinitratlösung getaucht, welche mit einer bekannten ThB-Menge indiziert war, und nunmehr festgestellt, wieviel ThB sich an der Bleifläche abgeschieden hat. Das gibt uns die Anzahl der Bleiionen, die, ursprünglich in der Lösung, sich nunmehr an der Bleioberfläche befinden. Die erste Kolumne der Tabellen enthält die Normalität der Lösung an $Pb(NO_3)_2$, die zweite die in Promille ausgedrückte Menge der Bleiionen, die ursprünglich in der Lösung waren und sich nunmehr an der Bleioberfläche befinden, die dritte die Bleimengen in Grammen, die vierte in molekularen Schichten von 1^2 cm Ausdehnung, die vierte in Bruchteilen der Menge

Tabelle I.

Normalität der Lösung an $Pb(NO_3)_2$	Promille der in die feste Phase übergetretenen Bleiatome	Ausgetauschte Bleimenge in Grammen	Anzahl der molekularen Schichten von 1^2 cm Ausdehnung, welche die ausgetauschte Bleimenge zu decken vermag
10^{-5}	4,3	$4,4 \times 10^{-8}$	0,082
10^{-4}	4,5	$4,6 \times 10^{-7}$	0,72
10^{-3}	3,9	4×10^{-6}	6,2
10^{-2}	3,7	$3,8 \times 10^{-5}$	59
10^{-1}	1,7	$1,7 \times 11^{-4}$	266
1	0,4	$0,4 \times 10^{-3}$	625

1) Aus den Sitzungsberichten der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien vom 14. Januar 1915.

2) Elektroskopisch können nicht weniger als 10^6 ThB-Atome nachgewiesen werden, so daß bei den obigen Erörterungen die von der statistischen Mechanik geforderten Konzentrationsschwankungen nicht in Betracht kommen.

3) Die Versuchsbedingungen waren so gewählt, daß beide Phasen dieselbe Menge $PbCl_2$ enthielten. — Da alle Fehlerquellen einen zu großen Austausch vorzutäuschen geneigt sind, so muß der Wert von $^1/_2$ Proz. als eine obere Grenze betrachtet werden.

ausgedrückt, welche nach Müller und Koenigsberger[1]) erforderlich ist, um das Potential des Bleisuperoxyds zu zeigen. Unter Zugrundelegung der Loschmidtschen Zahl berechnet sich[2]) die Masse einer Schicht von Moleküldicke der Formel PbO_2 zu $3{,}2 \times 10^{-7}$ g. Nach den Messungen von Koenigsberger und Müller ist das doppelte dieser Masse erforderlich um sich optisch bemerkbar zu machen und das achtfache um einer Oberfläche von 1^2 cm Ausdehnung das PbO_2 Potential zu verleihen.

3. Nach unseren Anschauungen über den Vorgang der galvanischen Stromerzeugung wird beim Eintauchen eines Bleistabes in eine Bleinitratlösung Blei in Lösung gehen oder umgekehrt sich aus der Lösung auf dem Stabe niederschlagen, je nachdem die Bleinitratkonzentration der Lösung sich diesseits oder jenseits der Grenze befindet, bei welcher zwischen der $Pb(NO_3)_2$-Lösung und dem Blei die Potentialdifferenz Null herrscht (absoluter Nullpunkt des elektrolytischen Potentials). So könnte man daran denken, daß die bei den obigen Versuchen ausgeschiedene Bleimenge nicht etwa den Austausch zwischen den zwei Phasen darstellt, sondern die Folge eines solchen einseitigen elektrolytischen Vorganges ist. Die Berechnung der an einer Einzelelektrode abgeschiedenen Menge zeigt jedoch, daß diese von einer viel kleineren Größenordnung ist als die beobachtete.

Die Kapazität der Doppelschicht an der Grenzfläche Metall/Elektrolyt beträgt nach den Messungen von Krüger und Krumreich[3]) 27 Mikrofarad, die Potentialdifferenz dieses Kondensators ist im Falle $Pb/Pb(NO_3)_2$ stets geringer als $\pm 0{,}2$ Volt, so berechnet sich für die Ladung des Kondensators $5{,}4 \cdot 10^{-6}$ Coulomb. Dieser Elektrizitätsmenge entspricht $5{,}6 \cdot 10^{-9}$ g Blei, also wesentlich weniger als die gefundene Bleiabscheidung.

4. Um sich auch experimentell zu vergewissern, daß es sich um einen Austausch der Atome zwischen den zwei Phasen handelt und nicht eine einseitige Abscheidung, wurden die folgenden Versuche ausgeführt:

Ein Bleistab, wie er zu den bereits erwähnten Versuchen angewandt war, wurde mit einer dünnen, mit *ThB* indizierten metallischen Bleischicht elektrolytisch überzogen, dann in 10 ccm einer Bleinitratlösung für eine Minute eingetaucht und nunmehr durch Bestimmung des *ThB*-Gehaltes des letzteren festgestellt, wie viele der früher in der metallischen Phase vorhandenen Bleiatome sich jetzt in der Bleinitratlösung befinden.

So konnte festgestellt werden, daß, während aus 10 ccm einer $^1/_{10}$ $Pb(NO_3)_2$-Lösung sich auf einer Fläche von 2 cm^2 in einer Minute $1{,}7 \cdot 10^{-4}$ g abgeschieden hatten, bei den zuletzt erwähnten Versuchen entsprechend $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ g *Pb* unter denselben Bedingungen in Lösung gingen.

Es handelt sich demnach bei unseren Versuchen tatsächlich um einen Austausch der Atome zwischen der metallischen Phase und der Bleinitratlösung. Wegen der Größen der ausgetauschten Mengen, die unter Umständen das Hundertfache der Molekularschicht betragen, kann es sich um keinen reinen „kinetischen" Austausch (Austausch bei völligem thermodynamischen Gleichgewicht) handeln, sondern um einen, der davon herrührt, daß die Bleioberfläche ungleichmäßig ist, daß an einzelnen Punkten sich Bleiatome aus der Lösung ausscheiden. Der beobachtete Austausch ist im wesentlichen ein Ergebnis von „Lokalströmen".

5. Die Geschwindigkeit, mit welcher der Austausch der Bleiatome im Inneren der festen, metallischen Phase stattfindet, läßt sich rechnerisch annähernd verfolgen, denn sie ist gleich der Diffusionsgeschwindigkeit von Blei in festem Blei.

Die Diffusionsgeschwindigkeit von Blei in Quecksilber beträgt nach M. v. Wogan[1]) bei 18° 0,06 cm^2 $Stunde^{-1}$, die in festem Blei so vielmal weniger, als die Zähigkeit des festen Bleies größer ist als die des Quecksilbers[2]). Die Zähigkeit des Quecksilbers beträgt bei 18° 0,016, die des festen Bleies nach Kurnakow und Zemcuzny[3]) 3×10^{12}, daraus berechnet sich für die Geschwindigkeit der Bleidiffusion in festem Blei 2×10^{-14} cm^2 $Stunde^{-1}$. Die Kleinheit dieser Diffusionsgeschwindigkeit geht am besten durch die folgende Betrachtung hervor: Es soll ein Diffusionszylinder aus vier gleichen Teilen bestehen, jeder Teil vier Molekularschichten umfassen — als deren Dicke $0{,}8 \cdot 10^{-7}$ cm angenommen wird —, und die Bleiatome der untersten vier Molekularschichten gekennzeichnet sein. Dann werden nach einer Stunde im obersten Teil des Diffusionszylinders weniger als 1 Promille der gekennzeichneten Bleiatome sich vorfinden, im dritten Teil nur 1,6 Proz. Der kinetische Austausch während einer Minute kann sich nur auf die oberste Molekularschicht und in geringem Maße auf die zweite und dritte Schicht erstrecken.

6. Trotz des Obigen sind die Versuche recht

1) Vgl. J. Koenigsberger und W. J. Müller, diese Zeitschr. 6, 849, 1905.
2) Koenigsberger und Müller, diese Zeitschr. 12, 606, 1911.
3) Zeitschr. f. Elektrochem. 19, 620, 1913.

1) Ann. d. Phys. 23, 345, 1907.
2) Wie weit eine solche Extrapolation auch für den festen Aggregatzustand gestattet ist, wird demnächst auf einer experimentellen Grundlage besprochen.
3) Jahrb. d. Radioakt. u. Elektr. 11, 25, 1914.



gut reproduzierbar. Tabelle II enthält die Bleimengen, die sich zwischen einer $^1/_{1000}$ normal. $Pb(NO_3)_2$-Lösung und einem Bleistab in verschiedenen Zeiten ausgetauscht haben.

Tabelle II.

Zeit	Ausgetauschte *Pb*-Menge	Anzahl der Molekularschichten von 1^2 cm Ausdehnung, welche die ausgetauschte Bleimenge zu decken vermag
15 Sek.	$2{,}0 \times 10^{-6}$ g	3,1
15	$2{,}3 \times 10^{-6}$	3,3
30	$2{,}8 \times 10^{-6}$	4,4
30	$2{,}8 \times 10^{-6}$	4,4
60	$3{,}5 \times 10^{-6}$	5,5
60	$3{,}6 \times 10^{-6}$	5,6

Tabelle III enthält das Ergebnis solcher Versuche, wo ein Bleistab in 10 ccm einer $^1/_{10}$ normal $Pb(NO_3)_2$-Lösung tauchte.

Tabelle III.

Zeit	Ausgetauschte Bleimenge	Anzahl der Molekularschichten von 1^2 cm Ausdehnung, welche die ausgetauschte Bleimenge zu decken vermag
1 Min.	1×10^{-4} g	156
10	$2{,}1 \times 10^{-4}$	328
30	$3{,}2 \times 10^{-4}$	564

7. Andere Verhältnisse finden wir bei der Untersuchung des Verhaltens von Bleisuperoxydflächen, die in eine mit *ThB* indizierte Lösung tauchen. Der Austausch ist hier viel geringer; zwischen einer PbO_2-Fläche von 2 cm² Ausdehnung und 10 ccm einer $^1/_{1000}$ normal $Pb(NO_3)_2$-Lösung, welche an HNO_3 $^1/_{1000}$ normal und mit gleichfalls indiziertem PbO_2 gesättigt war, findet der folgende Austausch statt:

Tabelle IV.

Zeit	Ausgetauschte *Pb*-Menge	In molekularen Schichten von 1^2 cm Ausdehn. ausgedrückt	In Bruchteilen d. Menge ausgedrückt, welche erforderl. ist, um der Oberfläche von 1^2 cm das PbO_2 Potential zu verleihen
10 Sek.	$1{,}6 \times 10^{-7}$	$^1/_4$	$^1/_{32}$
1 Min.	$2{,}4 \times 10^{-7}$	$^1/_3$	$^1/_{24}$
10 "	$1{,}0 \times 10^{-6}$	1,5	$^1/_5$
60 "	$2{,}0 \times 10^{-6}$	3,1	$^3/_8$

Tabelle V.

Die Versuchszeit beträgt hier stets eine Minute, die Konzentration der Bleinitratlösung variiert zwischen 10^{-1} und 10^{-6} normal.

Normalität der Lösg. an Bleinitrat	Ausgetauschte Bleimenge	In molekularen Schichten von 1^2 cm Ausdehn. ausgedrückt	In Bruchteilen d. Menge ausgedrückt, welche erforderl. ist, um der Oberfläche von 1^2 cm das PbO_2 Potential zu verleihen
10^{-6}	$0{,}64 \times 10^{-8}$ g	$^1/_{10}$	$^1/_{80}$
10^{-5}	$4{,}0 \times 10^{-8}$	$^1/_6$	$^1/_{48}$
10^{-3}	$3{,}0 \times 10^{-7}$	$^1/_2$	$^1/_{16}$
10^{-1}	$2{,}2 \times 10^{-6}$	3,5	$^1/_2$

Auch hier handelt es sich um einen Austausch und keine einseitige Auflösung, wie die folgenden Versuche beweisen: Wir tauchen eine diesmal indizierte PbO_2-Fläche von 2 cm² Ausdehnung in 10 ccm einer mit PbO_2 gesättigten $^1/_{1000}$ normal $Pb(NO_3)_2$-Lösung, die an HNO_3 $^1/_{1000}$ normal ist und finden, daß die folgenden Bleimengen aus der festen in die flüssige Phase übergetreten sind:

Tabelle VI.

Zeit	Ausgetauschte Bleimenge	In molekularen Schichten von 1^2 cm Ausdehn. ausgedrückt	In Bruchteilen d. Menge ausgedrückt, welche erforderl. ist, um der Oberfläche von 1^2 cm das PbO_2 Potential zu verleihen
10 Sek.	$1{,}5 \times 10^{-7}$ g	$^1/_4$	$^1/_{32}$
1 Min.	$2{,}8 \times 10^{-7}$	$^1/_3$	$^1/_{24}$
20	$0{,}8 \times 10^{-6}$	1,2	$^1/_6$

Die Ausführung der zuletzt erwähnten Versuche wird dadurch erschwert, daß bereits das Abbröckeln von unsichtbaren Superoxydmengen, welche in die Lösung hineinfallen und beim Eindampfen der letzteren mitbestimmt werden, einen zu großen Austausch vortäuscht.

8. Bei den hier besprochenen Versuchen wurde allein vorausgesetzt, daß Blei und *ThB* mit der Hilfe von chemischen und elektrochemischen Reaktionen untrennbar sind, wie es zuerst von Fleck nachgewiesen und seither von vielen Seiten bestätigt wurde. Enthält — wie in der Einleitung bereits erwähnt — die eine Phase durchschnittlich pro Atom *ThB* z. B. 10^{10} Atome, und können wir in der vorher *ThB*-freien anderen Phase ein *ThB*-Atom nachweisen, so können wir daraus den Schluß ziehen, daß auch 10^{10} Bleiatome von der ersten in die zweite Phase übergetreten sind. Wie viele Atome zwischen den zwei Phasen öfters den Platz gewechselt haben, geht aus unseren Versuchen nicht hervor, doch ließe sich auch dieser mehrmalige Austausch durch Indizieren des Bleies mit verschiedenen Bleiisotopen, wie *RaB*, *RaD* und *AktB* verfolgen.

Es sei noch erwähnt, daß man, wenn es sich um Diffusionsvorgänge handelt, aus dem Vorhandensein eines *ThB*-Atoms streng genommen nicht folgern darf, daß wie oben 10^{10} Bleiatome mit vorhanden sind, denn die Diffusionsgeschwindigkeiten von *ThB* und *Pb* sind streng genommen nicht gleich. Soweit es sich jedoch um feste und flüssige Phasen handelt — in welchen die Diffusionsgeschwindigkeit von der Masse sehr wenig abhängig ist — wird man praktisch auch hier den obigen Schluß ziehen dürfen und z. B. aus der Diffusionsgeschwindigkeit von Bleiisotopen in Blei auf die von Blei in Blei schließen können.

Zusammenfassung.

Der Austausch der Atome zwischen zwei Phasen, z. B. zwischen metallischem Blei und einer Bleinitratlösung, läßt sich verfolgen, wenn man das Blei in der einen Phase mit einem seiner Isotopen, z. B. *ThB*, mengt (indiziert) und feststellt, wieviel vom letzteren in einer gegebenen Zeit in die andere Phase übergetreten ist.

Im Falle $Pb/Pb(NO_3)_2$ ist der Austausch ein sehr reger und beruht der Hauptsache nach auf Lokalströmen. An einzelnen Stellen des Metalles geht etwas Blei in Lösung, an anderen Stellen scheidet sich Blei aus der Lösung aus.

Der Austausch zwischen einer Bleisuperoxydfläche und einer Bleinitratlösung ist viel geringer und beträgt unter den in der Arbeit beschriebenen Versuchsbedingungen im Falle einer $^1/_{1000}$ normal. Lösung im Laufe einer Minute nur den dritten Teil einer molekularen Bleisuperoxydschicht. Erst nach 10 Minuten wird die ganze molekulare Oberflächenschicht ersetzt.

Man kommt bei der Anwendung des stabilen Bleisuperoxyds viel näher zum idealen Falle des „kinetischen Austausches" — Austausch bei völligem thermodynamischen Gleichgewicht zwischen den zwei Phasen — als bei dem leicht angreifbaren metallischen Blei.

(Eingegangen 16. Januar 1915.)

Über die Emissionsbedingungen einiger Bandenspektra des Stickstoffs und Kohlenstoffs.

Von R. Seeliger.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Techn. Reichsanstalt.)

Durch eine Reihe von Arbeiten, die in letzter Zeit von verschiedenen Seiten ausgeführt wurden, ist man in der Erkenntnis des Mechanismus der Leuchterregung von Gasen einen beträchtlichen Schritt weiter gekommen. Man hat gelernt, experimentell die Bedingungen zu erkennen, unter denen gewisse Spektra oder Teile von solchen zur Emission gebracht werden können, und hat dadurch wenigstens einen Anfang gemacht in der Erforschung der Vorgänge im Atom, welche der Emission zugrunde liegen. Dabei sind nun vornehmlich zwei Methoden angewandt worden, die — physikalisch naturgemäß letzten Endes auf dasselbe hinauskommend — experimentell voneinander verschieden sind. Die eine Methode wurde in erster Linie von Stark und seinen Schülern ausgearbeitet und in einer Reihe sehr geistvoller und inhaltsreicher Arbeiten benutzt[1]); die Fragestellung zielt hier direkt darauf hin, den einzelnen Linien oder Spektren eines Gases bestimmte Träger zuzuweisen, und zwar gelingt die Lösung des Problems durch die Diskussion der Intensitätsverteilung im Dopplereffekt der Kanalstrahlen. Die zweite Methode, die Gehrcke und der Verf.[2]) angegeben haben, verlegt den Schwerpunkt der Problemstellung in eine exakte Definition der Anregungsbedingungen und realisiert diese durch Verwendung von Elektronen einheitlicher und bestimmter Geschwindigkeit zur Emissionsanregung eines Gases. Es ist diese Methode im Prinzip bereits enthalten in zahlreichen Arbeiten über die Verschiedenheiten der Spektra bei verschiedenen Entladungsbedingungen in der Glimmentladung, im Bogen und Funken usw., die jedoch alle wegen der komplizierten und zum Teil unbekannten Einzelprozesse naturgemäß rein beschreibend bleiben mußten.

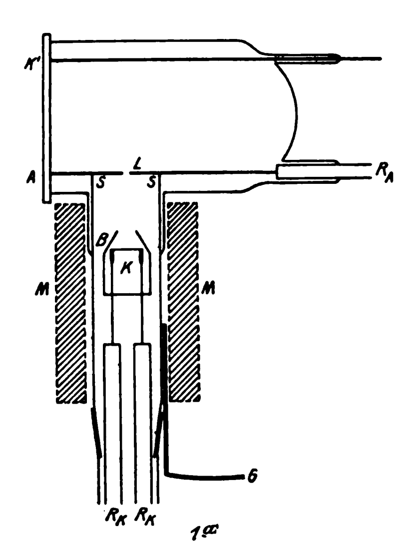
Die bisher vorliegenden Arbeiten unter Benutzung der eben charakterisierten exakteren Methoden bezogen sich fast ausschließlich auf die Emissionsbedingungen von Linienspektren; ich habe nun versucht, in derselben Weise auch einige Bandenspektren zu studieren und möchte im folgenden über die bereits erhaltenen Resultate berichten.

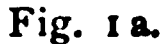
1. Will man ein Gas durch Elektronen einer bestimmten Geschwindigkeit zum Leuchten anregen, so stehen zwei verschiedene Wege zur Verfügung. Entweder man schickt, wie dies Gehrcke und der Verf. getan haben, einen Kathodenstrahl von einheitlicher Geschwindigkeit in das Gas und bremst nun den Strahl durch ein gegengeschaltetes Feld bis auf die Geschwindigkeit Null ab. Dann erhält man gleichzeitig und räumlich voneinander getrennt die durch Strahlen verschiedener Geschwindigkeit erregbaren Teile des Spektrums. Die zweite Methode, die z. B. Rau und Franck und Hertz benutzt haben[3]), bremst den Strahl in einem vom eigentlichen Beobachtungsraum getrennten Kondensator auf die gewünschte Geschwindigkeit ab. Wenn nun diese Methode den Vorteil hat, quantitative Messungen von größerer Genauigkeit zu ermöglichen, bietet

1) Eine bis zum Jahr 1913 reichende Zusammenstellung der zahlreichen, hauptsächlich in den Ann. d. Phys., in dieser Zeitschrift, in den Berl. Ber. und Münchn. Ber. erschienenen Arbeiten hat Stark gegeben in einer Broschüre „Die Atomionen chemischer Elemente". Berlin, Springer, 1913.

2) Gehrcke u. Seeliger, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 335, 1023, 1912.

3) Fulcher, diese Zeitschr. **13**, 1137, 1912; Rau, Würzburger Ber. 1914; Franck u. Hertz, Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 512, 1914.




Fig. 1a.

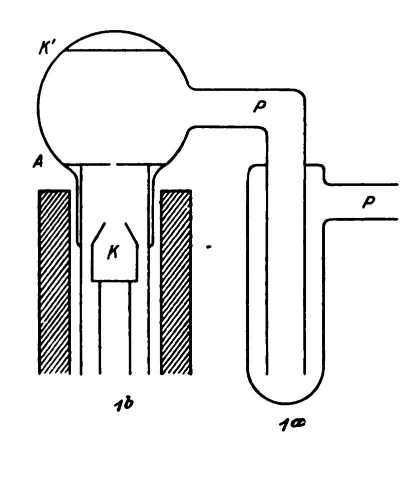


Fig. 1b.

anderseits die Methode von Gehrcke und Seeliger den Vorteil, daß sie, wie bereits gesagt, die verschiedenen Spektra gleichzeitig, also unter sonst genau denselben Bedingungen liefert; es ist das namentlich bei der Untersuchung leicht veränderlicher Gase oder Dämpfe (z. B. Kohlenstoffverbindungen) ein nicht zu unterschätzender Vorteil, der mich auch hier diese Methode wählen ließ.

Die Versuchsanordnung war im wesentlichen der früher benutzten nachgebildet. Ich habe jedoch eine Reihe Verbesserungen technischer Art an derselben angebracht, die eine genauere Beschreibung rechtfertigen mögen, zumal manche Einzelheiten nur durch längere Erfahrung und mühsames Herumprobieren ihre endgültige praktischste Gestalt erhalten haben. Das Hauptziel dieser Verbesserungen bildete die Erreichung einer möglichst großen Lichtstärke der Leuchterscheinung und ich konnte in der Tat eine ganz beträchtliche Verkürzung der Expositionszeiten erreichen; so nahmen die Aufnahmen, zu denen früher Zeiten von etwa 10 Stunden nötig waren, nunmehr etwa 1 Stunde in Anspruch. Außer der beträchtlichen Zeitersparnis ist mit dieser Verkürzung der Expositionszeit vor allem der Vorteil verbunden, daß sich die Entladungsbedingungen (Druck und Stromstärke) nun ohne Schwierigkeiten in dem bei der angewandten Methode erforderlichen hohem Maß konstant halten ließen.

In dem von einer Spiegelglasplatte verschlossenen Beobachtungsraum (Fig. 1) befinden sich zwei allseitig dicht an die Glaswandungen anschließende Messingscheiben K' und A, zwischen denen das bremsende Feld von 900 Volt angelegt wurde. A diente als Anode für den von der Oxydkathode gelieferten Kathodenstrahl (Geschwindigkeit 600 Volt) und besaß ein Loch von 3 mm Durchmesser, um den Strahl durchtreten zu lassen. Die Kathode war eine Oxydglühkathode gewöhnlicher Konstruktion, deren Glühstreifen (ca. $15 \times 2 \times 0{,}01$ mm) der leichten Auswechselbarkeit halber zwischen kleinen Stahlbecken eingeklemmt war. Die Zuführungen R_K von Spannung und Heizstrom waren unten mit weißem Siegellack in ein Schliffstück eingekittet, so daß die ganze Kathode stets leicht herausgenommen und mit neuem Oxyd beschickt werden konnte. Wesentlich war nun einmal, daß der die Kathode umschließende Rohransatz durch ein Stück S bis an die Anode A reichte und auf dieser dicht mit seinem abgeschliffenen Ende auflag, so daß der Raum zwischen A und K' vollständig getrennt von der Kathode und die Ausbildung einer Entladung zwischen A und K' verhindert war. Zweitens war über der Kathode eine verschiebbare Metallbüchse B angebracht, die, an geeigneter Stelle befestigt, eine Konzentration der Kathodenstrahlen bewirkte. Bei manchen Versuchen wurde diese Konzentration verstärkt durch ein longitudinales Magnetfeld, das von einer wassergekühlten Stromspule M geliefert wurde. Bei den beträchtlichen auftretenden Stromstärken erwies es sich endlich als notwendig, sowohl die Zuführungen R_K zur Kathode wie die R_A zur Anode als Röhren auszubilden, die beständig von kaltem Wasser durchspült waren. Das zu untersuchende Gas wurde in den meisten Fällen aus einem Vorratsgefäß unter konstantem Druck durch eine lange Kapillare (G) zugeleitet und beständig durch die weite und kurze, mit Kühlsack ver-

sehene Röhre P (Fig. 1b) durch eine Gaedepumpe abgepumpt. In einigen Fällen erwies es sich als notwendig, den Druck in anderer Weise konstant zu halten. Dies geschah in der Weise, daß mit dem Beobachtungsraum (AK') ein großer Glaskolben von 5 l Inhalt durch ein kurzes weites Rohrstück dauernd verbunden war und nach Einstellung des günstigsten Druckes die Pumpe abgestellt wurde; die Kapillare war dann natürlich (durch einen Hahn) abgeschlossen.

Bei richtiger Justierung aller Teile und unter günstig gewählten Bedingungen von Druck und Stromstärke schoß der Kathodenstrahl in Form eines scharf begrenzten Zylinders von etwa 3 mm Durchmesser in das verzögernde Feld zwischen A und K' hinein und wurde in $^2/_3$ des Abstandes $K'A$ bis auf die Geschwindigkeit Null abgebremst. Durch geeignete Orientierung ließ sich erreichen, daß der Strahl dann in sich selbst zurückkehrte und daß man also die doppelte Intensität des einfachen Strahles erreichen konnte. Der interessante Teil des Strahles in der Umgebung der Umkehrstelle wurde auf dem Spalt des Spektralapparates abgebildet, so daß man auf der Platte gleichzeitig und räumlich voneinander getrennt die Spektra der einzelnen Strahlteile erhielt.

Als Spektrograph benutzte ich ein von der Firma Schmidt & Haensch gebautes sehr lichtstarkes Instrument (Öffnungsverhältnis 1 : 3), dessen allerdings geringe Dispersion (bei H_γ etwa 40 Å.-E. pro mm) jedoch für meine Zwecke ausreichte. Ein wesentlicher Punkt ist natürlich die scharfe und tunlichst achromatische Abbildung, die ohne großen Lichtverlust vorgenommen werden muß. Ich bediente mich dabei mit Vorteil eines Kondensors, den die Firma Schmidt & Haensch für den vorliegenden speziellen Zweck für mich gebaut hatte. Dieser Kondensor hatte dasselbe Öffnungsverhältnis wie der Spektralapparat und besaß — in einfacher Weise aus zwei Ramsdenschen Systemen zusammengesetzt — alle geforderten Eigenschaften in hinreichendem Maß[1]).

Sieht man ab von der Verzerrung des bremsenden Feldes durch den ionisierenden Kathodenstrahl, so trifft auf 1 mm Weg des Strahles im verzögernden Feld eine Änderung der Strahlgeschwindigkeit von V/l Volt, wenn V die Potentialdifferenz zwischen A und K' und l die Entfernung AK' in Millimetern ist. Bei der hier benutzten Anordnung war nun $V = 900$ Volt, l etwa 45 mm, so daß auf 1 mm also eine Änderung von etwa 20 Volt entfällt. Bei der gewählten Art der Abbildung durch Kondensor und Apparat konnten nun etwa 4 mm des Strahles zugleich abgebildet werden, so daß also bequem der ganze Teil des Strahles, der hier interessierte, abgebildet werden konnte. Nach den Erfahrungen, die Gehrcke und ich früher gemacht haben, sind nämlich Änderungen im Spektrum bei Geschwindigkeiten von 20 bis 30 Volt zu erwarten.

Über dem Umkehrpunkt des Strahles (Fig. 2), d. h. zwischen dem Scheitelpunkt und K' ist nun stets ebenfalls ein Leuchten des Gases zu

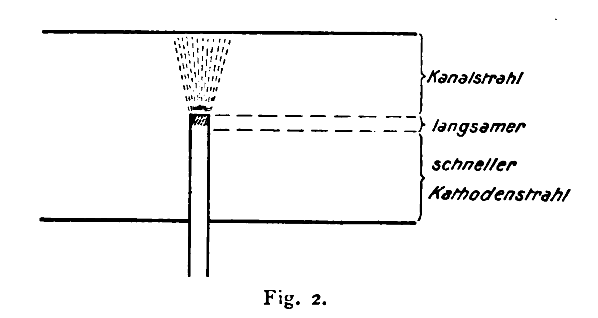


Fig. 2.

beobachten, ähnlich etwa einem diffusen Spiegelbild des Strahles, das bis zur Gegenkathode K' reicht. Dieses Leuchten kann offenbar nur herrühren von positiv geladenen Teilen, die von dem ionisierenden Kathodenstrahl erzeugt und im Felde AK' beschleunigt werden, d. h. es wird hervorgebracht von Kanalstrahlen. Durch Abbildung der Umgebung des Umkehrpunktes kann man nun außer den Spektra des schnellen und des langsamen Kathodenstrahls zugleich auch noch das Spektrum des Kanalstrahles erhalten, man bekommt also mit einer Aufnahme drei Spektra, die von demselben Gas unter dreierlei verschiedenen Bedingungen der Anregung emittiert werden. Bei der Interpretation dieser Spektra ist nun einige Vorsicht nötig, da der schnelle sowohl wie der langsame Kathodenstrahl naturgemäß ebenfalls Kanalstrahlen enthalten, herrührend von der Ionisation durch die anderen (schnelleren) Teile des Kathodenstrahls. Aus diesem Grunde habe ich stets auch Kontrollaufnahmen unter Verzicht auf die Intensitätssteigerung infolge exakter Rückkehr des Strahles in sich selbst gemacht und den Strahl unter einem kleinen Inzidenzwinkel in das verzögernde Feld hineingeschossen. Die Bahnkurve des Strahles ist dann eine Parabel und man sieht leicht ein, daß die obengenannte Schwierigkeit der Vermengung von Kanal- und Kathodenstrahlen nicht mehr auftritt, bzw. daß die Intensität der den einzelnen Teilen des Ka-

1) Das vom Kondensor entworfene Bild des Strahles wurde auf den Spalt des Spektralapparates in der Weise entworfen, daß erst an die Stelle des Spaltes ein als Mattscheibe dienendes, mattgeätztes Mikroskopdeckgläschen gebracht und auf dieses das Bild entworfen wurde.

thodenstrahles beigemengten Kanalstrahlen auf ein Minimum herabgedrückt ist.

2. Resultate im Stickstoff. Das Bandenspektrum des Stickstoffs besteht (Kayser, Bd. V) aus einer Anzahl von einzelnen Bandengruppen, deren wichtigste die folgenden sind: Die erste positive Gruppe von etwa 770 μ bis 500 μ, die zweite positive Gruppe von etwa 500 μ bis 300 μ, die dritte positive Gruppe von etwa 300 μ bis 200 μ und die negative Gruppe von etwa 470 μ bis etwa 330 μ. Da mir einerseits keine geeignete Quarzoptik zur Verfügung stand, anderseits die Dispersion des benutzten Apparates im Gelb und Rot schon recht gering ist, beschränkte ich mich zunächst auf die Untersuchung der zweiten positiven und der negativen Gruppe, die gerade in dem mir am besten zugänglichen Gebiet von 500—300 μ liegen und möchte zunächst eine Zusammenstellung der stärksten untersuchten Banden und der im schnellen und langsamen Kathodenstrahl und im Kanalstrahl gefundenen Intensitäten geben:

Wellenlänge des Bandenkopfes nach Kayser, Bd. V	Schneller Kathodenstrahl	Langsamer Kathodenstrahl	Kanalstrahl
4709 —	stark	sehr schwach	sehr schwach
4666 +	fehlt	mittel	fehlt
4653 —	mittel	schwach	schwach
4648 +	fehlt	mittel	fehlt
4601 —	schwach	fehlt	„
4574 +	sehr schwach	mittel	„
4555 —	„ „	sehr schwach	„
4516 —	„ „	fehlt	„
4489 +	„ „	mittel	„
4416 +	fehlt	schwach	„
4344 +	schwach	mittel	„
4281 —	stark	„	mittel
4269 +	sehr schwach	stark	fehlt
4239 —	stark	mittel	schwach
4200 +—	schwach	„	fehlt
4175 —	sehr schwach	fehlt	„
4141 +	„ „	schwach	„
4094 +	fehlt	fehlt	„
4058 +	sehr schwach	mittel	„
3998 +	„ „	„	„
3942 +	fehlt	schwach	„
3914 —	stark	„	schwach
3994 +	fehlt	„	fehlt
3884 —	schwach	fehlt	„
3857 +	fehlt	„	„
3805 +	„	mittel	„
3755 +	„	fehlt	„
3710 +	„	„	„
3671 +	„	„	„

Es sind in dieser Tabelle die Banden der zweiten positiven Gruppe mit dem Zeichen +, die Banden der negativen Gruppe mit dem Zeichen — versehen. Man kann aus der Tabelle das folgende allgemeine Resultat ableiten:

Die Banden der zweiten positiven Gruppe werden stark angeregt nur von Kathodenstrahlen, deren Geschwindigkeit gering (von etwa 20 Volt abwärts) ist; schnellere Kathodenstrahlen regen diese Banden nur äußerst schwach, Kanalstrahlen überhaupt nicht an. Umgekehrt werden die negativen Banden am stärksten angeregt von den schnellen Kathodenstrahlen, bedeutend schwächer von langsamen Kathodenstrahlen und Kanalstrahlen.

Im einzelnen ist noch zu bemerken, daß einige der Banden, besonders die bei 4094, 3857 bis 3671 von Kathodenstrahlen überhaupt nicht angeregt zu werden scheinen, während sie im Geißlerrohr in der positiven Säule ebenso intensiv wie alle übrigen emittiert werden; ferner ist zu der Tabelle zu bemerken, daß bei 4200 nach den Angaben von Kayser nahe zusammen eine positive und eine negative Bande liegen, von denen offenbar die positive Bande überwiegt. Endlich habe ich noch an einigen Banden merkwürdige Verschiedenheiten in der Anregung der verschiedenen Teile derselben Bande bemerkt, über die ich Genaueres jedoch erst nach weiteren Versuchen mit größerer Dispersion mitteilen möchte.

3. Resultate von Kohlebanden. Der Kohlenstoff und seine Verbindungen mit Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff zeigen bekanntlich eine große Anzahl sehr schön ausgebildeter Bandenspektra, von denen die noch am genauesten bekannten die Spektren der Kohle selbst (Swansches Spektrum), des Kohlenoxyds, des Cyans und gewisser $(C + H)$-Verbindungen sind. Die Banden des Kohlenoxyds wurden unschwer erhalten in CO, das in der üblichen Weise aus Na-Formiat hergestellt war. Die übrigen Spektra erhielt ich nach manchen vergeblichen Versuchen mit den Dämpfen von Alkohol, Äther, Petroleum usw. durch Verwendung von Leuchtgas, das zur Trocknung über Phosphorpentoxyd geleitet wurde. Ich mußte dabei jedoch auf die Durchströmungsmethode verzichten, da ich bei ihrer Anwendung stets nur die Linien und Banden der Kohle, des Stickstoffs und Sauerstoffs erhielt; es ist dies wohl durch eine Dissoziation der C-Verbindungen an dem glühenden Platinstreifen der Kathode zu erklären, an dem das Leuchtgas in langsamem Strom vorbeiströmte. Befriedigende Resultate ergab dagegen die bereits oben erwähnte Methode, den Druck durch Vergrößerung des Entladungsraumes konstant zu halten; zu diesem Zwecke war mit dem Entladungsraum ein großer, etwa 5 Liter fassender Glasballon durch ein kurzes und weites Rohr dauernd verbunden.

Die erhaltenen Aufnahmen zeigten neben den Banden des Swanschen Spektrums, des Kohlenoxyds, des Cyans und der mit ε und ζ bezeichneten Banden des $(C + H)$ eine große

Zahl weiterer Banden unbekannter Herkunft. Als allgemeines Resultat ergab sich, daß alle diese Banden in gleicher Weise von dem schnellen und langsamen Strahl angeregt werden. Im Spektrum der Kanalstrahlen treten neben den Linien des Wasserstoffs, des Sauerstoffs und der Kohle sehr schwach die Banden des Cyans, des Swanschen Spektrums und des $(C+H)$ auf, nicht dagegen die Banden des CO. Außerdem treten hier in auffallender Weise eine Reihe nach rot abschattierter Banden hervor, die nach der bei der geringen Dispersion naturgemäß nur ungenauen Bestimmung ihrer Lage wohl dem Schwefel angehören dürften.

4. Aus einer Diskussion des erhaltenen Beobachtungsmaterials ergeben sich die folgenden Möglichkeiten einer Deutung. Das Verhalten der Spektra der Kohlenstoffverbindungen findet seine einfachste Erklärung, wenn wir mit Stark annehmen, daß die Träger dieser Bandenspektra die Moleküle der betreffenden Verbindungen sind. Bei dem Prozeß der Leuchtanregung durch Elektronenstoß (d. h. im Kathodenstrahl) werden diese Trägermoleküle nicht zerstört. Im Kanalstrahl dagegen kann eine Dissoziation derselben stattfinden, wie z. B. bei den CO-Molekülen; andere Moleküle, wie das Cy und gewisse $(C+H)$-Moleküle sind dagegen stabiler und werden sicher nicht bei jedem lichterregenden Zusammenstoß dissoziiert. Es ist diese Folgerung auch in Übereinstimmung mit dem durch $\frac{e}{m}$ Messungen erhaltenen Befund, daß zwar Cy- und $(C+H)$-Moleküle, nicht aber CO-Moleküle in Kanalstrahlen vorhanden sind.

Während man bei den Kohlenstoffverbindungen also mit einer derartigen einfachen Hypothese der verschiedenen Dissoziierbarkeit auskommt, scheinen die Verhältnisse komplizierter zu liegen beim Stickstoff. Wenn man etwa die positiven Banden dem im schnellen Kathodenstrahl und Kanalstrahl dissoziierbaren N-Molekül, die negativen Banden dem Atom zuschreibt, so gibt sich ohne neue Hypothese keine Erklärung der Tatsache, daß die negativen Banden im schnellen Kathodenstrahl stärker angeregt werden als im langsamen. Die Analogie im Verhalten der positiven und negativen Banden mit den Bogen- und Funkenlinien vieler Elemente läßt nun noch eine andere, von Stark[1]) für diese Linien vorgeschlagene Annahme diskutabel erscheinen, nämlich die, daß der Ladungszustand des Trägers von Einfluß ist auf die Natur des ausgesandten Spektrums, und daß die negativen Banden (Funkenlinien) höherwertigen, die positiven Banden (Bogenlinien) niedrigwertigen positiven Trägern zuzuschreiben sind. Es ist allerdings zu bemerken, daß hierbei eine große Schwierigkeit auftritt. Denn es ist m. E. schwer einzusehen, warum dann die positiven Banden[1]) nicht ebenso stark von den schnelleren wie von den langsameren Strahlen angeregt werden sollten, wenn man nicht noch zu einer Hilfshypothese etwa im Sinne einer „selektiven Ionisation durch Stoß" seine Zuflucht nimmt. Eine derartige Hilfshypothese hat in der Tat Stark bereits eingeführt[2]).

1) Z. B. in Atomdynamik, Bd. II (Leipzig, S. Hirzel 1911).

Zusammenfassung.

1. Es wird die von Gehrcke und dem Verf. angegebene Methode des gebremsten Kathodenstrahls experimentell vervollkommnet und zum Studium der Anregungsbedingungen einiger Bandenspektra durch schnelle und langsame Kathodenstrahlen und durch Kanalstrahlen benutzt.

2. Die Stickstoffbanden der zweiten positiven Gruppe werden stark angeregt durch langsame Kathodenstrahlen (Geschwindigkeit kleiner als etwa 20 Volt), nur sehr schwach von schnelleren Strahlen und überhaupt nicht von Kanalstrahlen. Umgekehrt werden die Banden der negativen Gruppe am stärksten angeregt von schnellen Kathodenstrahlen, wesentlich schwächer von langsamen Kathodenstrahlen und Kanalstrahlen.

3. Die Banden des Kohlenstoffs und seiner Verbindungen zeigen keinen Unterschied in der Anregung durch schnelle und langsame Kathodenstrahlen. Durch Kanalstrahlen werden die Cy-, $(C+H)$- und die Swanschen Banden zwar nur schwach, die CO-Banden aber überhaupt nicht angeregt.

4. Das Beobachtungsmaterial wird auf Grund der von Stark vertretenen Anschauungen über die Träger der Bandenspektra diskutiert.

Die Untersuchung wurde zum größten Teil mit Mitteln ausgeführt, welche ich dem Solvay-Institut verdanke, es sei mir erlaubt, auch hier meinen besten Dank auszusprechen.

1) Und ebenso natürlich die Bogenlinien der Metalle. Vgl. Janicki und Seeliger, Ann. d. Phys. **44**, 1151, 1914.

2) Die Atomionen chemischer Elemente. Springer 1913

Charlottenburg, Januar 1915.

(Eingegangen 21. Januar 1915.)

Über den Einfluß von Druck auf die elektrische Leitfähigkeit der reinen Metalle nach einer Theorie von E. Grüneisen.

Von Bengt Beckman.

Wenn man von dem Ausdruck der Elektronentheorie für die elektrische Leitfähigkeit (σ)

$$\sigma = \frac{e^2 N l}{2mu} \qquad (1)$$

ausgeht, wird der Druckkoeffizient der elektrischen Leitfähigkeit

$$a = \frac{1}{\sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial p} = \frac{1}{N}\frac{\partial N}{\partial p} - \frac{1}{u}\frac{\partial u}{\partial p} + \frac{1}{l}\frac{\partial l}{\partial p} \qquad (2)$$

(m Masse, u Geschwindigkeit, e Ladung, l Weglänge, N Anzahl der Elektronen pro Kubikzentimeter). Bei den Metallen, mit Ausnahme von Wismut, ist die Konstante a positiv. Nach den Messungen von E. Wagner[1]) über die Änderung der Thermokraft mit Druck würde aus der elektronentheoretischen Formel hervorgehen, daß das erste Glied der rechten Seite im Verhältnis zum Druckkoeffizienten klein ist. Die Summe der beiden letzten Glieder würde also positiv sein, d. h. die Beweglichkeit der Elektronen wächst mit dem Druck. Diese Vermehrung der Beweglichkeit folgt nach E. Grüneisen[2]) daraus, daß die Amplituden der Atomschwingungen durch die Kompression vermindert werden. Grüneisen hat eine interessante Beziehung für den Druckkoeffizienten gegeben, die eine theoretische Berechnung der Konstante a, wenigstens approximativ, gestattet. Er findet:

$$a = \left(\frac{1}{\sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial p}\right)_T = -\frac{1}{u}\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_S + \frac{1}{N}\left(\frac{\partial N}{\partial p}\right)_S - x_S + \frac{1}{C_p}\frac{\partial v}{\partial T}(1 + a_T T); \qquad (3)$$

x_S ist die adiabatische Kompressibilität, $\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}$ der Volumausdehnungskoeffizient, C_p die Atomwärme, w der Widerstand, $a_T = \frac{1}{w}\frac{\partial w}{\partial T}$ = der Temperaturkoeffizient bei der absoluten Temperatur T, v das Atomvolumen.

Bei Vergleichung der berechneten Werte des Koeffizienten a mit den experimentellen, vernachlässigt Grüneisen das erste Glied $-\frac{1}{u}\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_S$. Das zweite Glied nimmt er aus den Beobachtungen von E. Wagner. Grüneisen findet, „daß die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung überraschend gut ist, so daß man sich versucht fühlt die oben gemachten Annahmen für richtig, z. B. auch die Vernachlässigung von $\frac{1}{u}\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_S$ für berechtigt zu halten". Die Formel gibt bei Gold, Silber, Aluminium und Kupfer gute Übereinstimmung. Für Metalle mit niedrigem Schmelzpunkt gibt die Theorie zu kleine Werte.

Um ein größeres Material zur Prüfung der Grüneisenschen Beziehung zu erhalten, habe ich noch drei Metalle untersucht, Zinn, Eisen und Palladium — das letzte in Zusammenhang mit einer Arbeit über die Änderung des Koeffizienten a bei dem System Palladium-Wasserstoff.

Die Messungen der Änderung des Widerstands bei Druck sind auf dieselbe Weise ausgeführt wie bei meinen früheren Arbeiten[1]). Das Resultat ist aus Tab. 1—3 ersichtlich. Die Druckeinheit ist 1 Atm. Die Widerstandsänderung wird durch

$$D = \lg\text{nat}\,\frac{w_1}{w_p} \qquad (4)$$

repräsentiert. (w_1 = Widerstand bei $p = 1$, w_p bei p Atm.) Für D hat man die Relation

$$D = a'p + bp^2, \qquad (5)$$

wo a', b zwei Konstanten sind; bp^2 ist nur ein Korrektionsglied. Weiter ist

$$a = a' + \frac{1}{3}x. \qquad (6)$$

Die Messungen gelten bei der Temperatur 0° C.

Tabelle I.
Zinn, rein von C. A. F. Kahlbaum, Berlin.

p in Atm.	D	$\frac{D}{p}$ beob.
565	$53{,}6 \times 10^{-4}$	$94{,}9 \times 10^{-7}$
713	68,8	96,7
893	83,9	94,0
1077	100,3	93,2
1116	107,3	96,2
1264	121,2	95,8
1253	118,9	94,9
1448	139,1	96,0
1495	143,3	95,9
1599	150,9	94,4
1754	167,3	95,5
1938	183,0	94,5
1980	189,4	95,7
2090	198,0	94,7

$a' = 95{,}15 \times 10^{-7}$.

Tabelle II.
Eisen, rein von Kohlswa, Schweden.

p in Atm.	D	$\frac{D}{p}$ beob.	$\frac{D}{p}$ ber.
425	$10{,}65 \times 10^{-4}$	$25{,}05 \times 10^{-7}$	$24{,}90 \times 10^{-7}$
778	19,1	24,55	24,45
926	22,55	24,35	24,30
1033	24,6	23,80	24,15
1154	27,6	23,90	24,00
1238	29,85	24,10	23,90
1423	34,0	23,85	23,65
1544	36,4	23,55	23,50
1633	38,35	23,50	23,40
1851	43,0	23,20	23,15
1780	43,2	23,10	23,10
1930	44,3	22,95	23,05
1974	45,75	23,15	22,95
2016	46,1	22,85	22,90
2082	47,75	22,90	22,85
2097	48,00	22,90	22,85

$a' = 25{,}45 \times 10^{-7}$, $b = -12{,}3 \times 10^{-11}$.

1) E. Wagner, Ann. d. Phys. (4) 27, 955, 1908.
2) E. Grüneisen, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 186, 1913.

1) B. Beckman, Inaug.-Diss. Upsala Univ. Årsskrift 1911. Ark. f. Mat., Astr. och Fys. Bd. 7, No. 42, 1912. Internat. Zeitschr. f. Metallographie, 1914, p. 246.

Tabelle III.
Palladium, rein von C. A. F. Kahlbaum, Berlin.

p in Atm.	D	$D/p_{\text{beob.}}$	$D/p_{\text{ber.}}$
567	$12,8 \times 10^{-4}$	$22,55 \times 10^{-7}$	$22,55 \times 10^{-7}$
749	16,8	22,40	22,50
964	21,7	22,50	22,45
1095	24,6	22,45	22,40
1234	27,7	22,45	22,35
1318	29,3	22,25	22,35
1560	34,7	22,25	22,30
1603	35,9	22,40	22,25
1882	41,6	22,10	22,20
1990	44,45	22,30	22,15
2002	44,4	22,15	22,15
2072	45,9	22,15	22,15
2075	45,95	22,15	22,15

$a' = 22,68 \times 10^{-7}$, $b = -2,55 \times 10^{-11}$.

Der Temperaturkoeffizient $\frac{1}{w}\frac{\partial w}{\partial T}$ wurde auch im Intervall 0° bis 100° C gemessen.

In Tab. 4 habe ich für alle bisher untersuchten Metalle, mit Ausnahme von Quecksilber und Wismut, die nach Grüneisens Formel berechneten Werte des Druckkoeffizienten und die dabei angewandten Konstanten angegeben. (Zu der von Grüneisen veröffentlichten Vergleichung Tab. 1, S. 198, kommen hier noch vier Metalle, Zinn, Palladium, Eisen und Zink.)

Die angeführten Werte des Ausdehnungskoeffizienten, der Kompressibilität und der Atomwärme sind aus einigen früheren Arbeiten von Grüneisen[1]) genommen. Für diejenigen Metalle, für welche die Angaben einer Konstante sehr verschieden sind, habe ich den größten und kleinsten Wert eingeführt. Die beobachteten Werte des Druckkoeffizienten rühren von E. Lisell[2]), W. E. Williams[3]) und mir[4]) her. Lisell und Williams haben den Temperaturkoeffizienten leider nicht gemessen. Die Werte des Koeffizienten α für Blei, Aluminium, Zink, Kupfer und Nickel sind von J. Dewar und J. A. Fleming[5]) genommen. Alle Angaben gelten für 0° C. Der Druckkoeffizient bezieht sich auf die Druckeinheit 1 Atm. Alle anderen Konstanten sind in C. G. S. angegeben.

Die Messungen des Druckkoeffizienten sind immer an gezogenen Drähten mit oft sehr kleinem Diameter gemacht, also einem ganz anderen Material als bei Bestimmungen von Ausdehnungskoeffizienten und Kompressibilität. Als Bedingung für die Relation (6) wird vorausgesetzt, daß der Draht sich bei der Kompression wie ein isotroper Körper zusammenzieht, was nur approximativ richtig ist. Bei den Metallen, für welche $\frac{x}{3a}$ ziemlich groß ist, kann hier ein beträchtlicher Fehler eingeführt werden.

Die Grüneisensche Beziehung (3) gibt, wie vorher gesagt, für Gold, Silber, Aluminium und Kupfer übereinstimmende Werte. Die Abweichung bei Gold und wohl auch bei Kupfer ist aus der Verschiedenheit des Materials zu erklären.

Von Nickel hat Lisell zwei Drähte untersucht. Der letztere, *Ni* 2, ist nicht rein und hat einen viel niedrigeren Wert gegeben als der erstere, *Ni* 1, bei welchem bei der Analyse fremde Metalle nicht zu finden waren. Für *Ni* 2 hat Lisell den Temperaturkoeffizienten bestimmt, aber nicht für *Ni* 1. Für *Ni* 1 habe ich den α-Wert nach Dewar und Fleming eingesetzt. Die Formel gibt bei Nickel einen zu hohen Wert.

Tabelle IV.

Metalle	v	$\left[\frac{1}{N}\frac{\partial N}{\partial p}\right]_T$	x	C_p	$\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}$	α	$a_{\text{ber.}}$	$a_{\text{beob.}}$
Pb	18,3	$+0,7 \times 10^{-13}$	24×10^{-13}	$26,7 \times 10^{7}$	$\{ 82 \times 10^{-6}$ 86	40×10^{-4}	101×10^{-7} 107	$\} 152 \times 10^{-7}$
Sn	16,3	$-0,1$	19	26,2	$\{ 64$ 75	43	69,5 85	$\} 101,5$
Cd	13,0	$+4,2$	21	25,8	$\{ 86$ 130	38	73,5 120,5	$\} 102,5$
Ag	10,3	$+1,0$	9,8	24,8	55	39	39,7	39,6
Au	10,3	$+0,5$	6,4	25,6	42	37	28,9	30,0
Al	10,0	$-0,1$	14	24,4	65	41	43,8	43,5
Zn	9,2	$+4,7$	(17)	24,9	$\{ 78$ 50	41	50,5 28,5	$\} 67,8$
Pt	9,1	$+2,2$	6,4	26,1	26,5	39	15,5	20,4
Pd	8,9	$+2,6$	5,7	25,4	34,5	34	20,9	24,6
Fe	7,2	$+1,5$	6,1	25,1	33,6	48	18,3	27,4
Cu	7,1	$+0,4$	7,5	24,2	48	43	24,3	21,8
Ni	6,6	$+1,1$	5,7	26,4	38	$\{ 56$ 41	20,0 16,2	16,1 14,1

1) E. Grüneisen, Ann. d. Phys. **26**, 211 u. 393, 1908; **33**, 33, 65 u. 1239, 1910. 2) E. Lisell, Upsala Univ. Årsskrift, 1903. 3) W. E. Williams, Phil. Mag. (6) **13**, 635, 1907. 4) B. Beckman, l. c. 5) J. Dewar und J. A. Fleming, Phil. Mag. (5) **36**, 271, 1893.

Bei Platin, Palladium und Eisen ist der berechnete Wert viel zu niedrig, was nicht aus der Verschiedenheit des Materials zu erklären ist. Dies ist auch der Fall bei Blei, Zinn und Zink, wie auch bei Quecksilber. Bei Zinn, Zink und Kadmium geben die Messungen des Ausdehnungskoeffizienten bei verschiedenem Material ganz verschiedene Resultate. Bei einem Kadmiumstab hat Grüneisen[1]) einen sehr hohen Wert des Ausdehnungskoeffizienten bekommen; wird dieser benutzt, würde der Druckkoeffizient einen größeren Wert bekommen als den von mir beobachteten. Mit einem Werte des Ausdehnungskoeffizienten von W. Voigt[2]) aber wird der berechnete Wert viel zu niedrig.

Bisher ist das Glied $\frac{1}{u}\frac{\partial u}{\partial p}$ ganz vernachlässigt worden. Setzt man nach W. Wien[3])

$$\frac{1}{2} m u^2 = h \nu_m, \tag{7}$$

wo ν_m die Eigenperiode der Atomschwingungen ist, so folgt

$$\left(\frac{1}{u}\frac{\partial u}{\partial p}\right)_S = \frac{1}{2}\frac{1}{C_p}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p. \tag{8}$$

Der berechnete Wert wird kleiner als in den Tabellen; die Übereinstimmung, Nickel ausgenommen, also schlechter.

Die in Tab. 4 berechneten Werte, mit Ausnahme derjenigen für Nickel und Kupfer, sind zu niedrig. Wenn die Beziehung von Grüneisen richtig ist, würde also das Glied $-\left(\frac{1}{u}\frac{\partial u}{\partial p}\right)_S$ einen positiven Wert haben, der bei einigen Metallen, z. B. Blei, recht beträchtlich ist. Bei Kompression wäre die Elektronengeschwindigkeit kleiner, d. h. der Druck wirkte in dieser Hinsicht als eine Temperaturerniedrigung.

Nach Grüneisen würde auch die Gleichung (6) bei niedriger Temperatur gelten. Bei Blei ist der Druckkoeffizient bei dem Siedepunkt des Wasserstoffs und Sauerstoffs von H. Kamerlingh Onnes und mir gemessen[1]). Für unseren Bleidraht ist bis auf 4 Proz. der Faktor $1 + \alpha T$ im ganzen Temperaturgebiet konstant. Nach einer Beziehung von Grüneisen[2]) hätte auch der Quotient $\frac{1}{C_p}\frac{\partial v}{\partial T}$ approximativ konstanten Wert. Der Druckkoeffizient wäre also bei niedrigen Temperaturen wenig veränderlich. Der Ausdehnungskoeffizient ist von Ch. L. Lindemann[3]) bis auf $T = 20{,}4^0$ gemessen. Rechnet man mit seinem Resultate, würde der Druckkoeffizient bei Sauerstofftemperatur einen wenig niedrigeren Wert bekommen als bei dem Eisschmelzpunkt. Dies spricht gegen die Beobachtungen, nach welchen die Konstante von $a = 152 \times 10^{-7}$ für $T = 273^0$ bis auf $a = 231 \times 10^{-7}$ für $T = 90^0$ steigt. Für $T = 20{,}3^0$ kann man aus den experimentellen Daten kaum einen Wert des Koeffizienten $\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}$ extrapolieren und also keine Berechnung nach der Formel (3) durchführen. Die Beobachtungen geben für den Druckkoeffizienten den Wert $a = 175 \times 10^{-7}$; die Konstante ist also bei dem Siedepunkt des Wasserstoffs kleiner als bei Sauerstofftemperaturen.

Zusammenfassung.

Die Grüneisensche Beziehung (3) gibt bei den Metallen, Wismut und Quecksilber ausgenommen, die richtige Größenordnung des Druckkoeffizienten. Mit Ausnahme von Gold, Silber, Aluminium und Kupfer, für welche sie streng gilt, ist die Beziehung als eine erste Annäherung zu betrachten.

1) E. Grüneisen, Ann. d. Phys. **33**, 33, 1910.
2) W. Voigt, Wied. Ann. **49**, 697, 1893.
3) W. Wien, Sitzber. d. Berl. Akad. 1913, S. 184.

1) H. Kamerlingh Onnes und B. Beckman, Communications, Leiden, No. 132b, 1912.
2) E. Grüneisen, Ann. d. Phys. **26**, 211, 1908.
3) Ch. L. Lindemann, diese Zeitschr. **12**, 1197, 1911; siehe auch K. Scheel und W. Heuse, Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 1, 1914.

Upsala, Physikalisches Institut der Universität, Januar 1915.

(Eingegangen 29. Januar 1915.)

BESPRECHUNGEN.

O. Lummer, Verflüssigung der Kohle und Herstellung der Sonnentemperatur. (Sammlung Vieweg, Heft 9/10.) X u. 140 S. 8° mit 50 Abbildungen. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1914. M. 5.—

Das vorliegende Doppelheft der sehr interessanten Sammlung Vieweg enthält einen zusammenfassenden Bericht über die hochbedeutsamen, noch in voller Entwicklung befindlichen Versuche O. Lummers, einerseits die Temperatur der Kohleelektroden (speziell der positiven) eines elektrischen Lichtbogens möglichst zu steigern und andererseits den Kohlenstoff zu verflüssigen bzw. im flüssigen Zustand zu studieren.

Was das erste Problem anlangt, so ist bereits seit langem bekannt, daß die Temperatur der positiven Kohleelektrode eines bei 1 Atm. Druck brennenden Lichtbogens auch bei starker Variation der Strom-

stärke und der Bogenlänge so gut wie konstant bleibt. Man kann dies durch Betrachtung der Helligkeit der Kohleelektrode konstatieren. Lummer stellte mit Hilfe seines Interferenzphotometers fest, daß z. B. bei einer positiven Homogenkohle von 17,5 mm Durchmesser und einer Variation der Stromstärke von 10 bis 68 Ampere (bzw. der Lichtbogenlänge von 1 bis 18 mm) die Helligkeit der positiven Elektrode innerhalb der photometrischen Einstellungsgenauigkeit konstant blieb, also die Temperatur nur sehr wenig variieren konnte. Durch eine Steigerung der in den Lichtbogen hineingeschickten Energie ist also eine Temperatursteigerung der Kohleelektrode nicht zu erreichen. Ein anderer möglicher Weg zeigt sich, wenn man die beobachtete Temperaturkonstanz zu erklären sucht. Man hat vermutet, daß die Temperatur der positiven Kohleelektrode ihre Sublimationstemperatur bei 1 Atm. Druck ist. Es müßte dann die Elektrodentemperatur vom Druck der umgebenden Atmosphäre abhängen, mit sinkendem Druck müßte sie kleiner, mit steigendem Druck größer werden. Lummer beabsichtigte diese Konsequenz experimentell zu prüfen, wozu er in erster Linie die Temperaturmessung der Kohleelektrode exakt ausgestalten mußte. Lummer studierte zuerst die Gesamtstrahlung von Glühlampenkohlefäden. In einen Kohlefaden, der in einem elektrisch geheizten, mit Le Chatelierschen Thermoelement versehenen Kohlerohr ausgespannt war, wurde solange elektrische Energie hineingeschickt, bis der Kohlefaden nicht mehr zu sehen war, er also die Temperatur des Kohlerohres angenommen hatte. Aus der bekannten Heizenergie des Glühfadens, die insgesamt ausgestrahlt wird, aus seiner bekannten Oberfläche und Temperatur, ergab sich für das beobachtete Temperaturintervall von 1300 bis 1700° abs., daß die Gesamtstrahlung nicht die eines schwarzen Körpers ist, also nicht durch die Gleichung

$$0{,}2388 \,.\, J \,.\, V = 1{,}38 \,.\, 10^{-12} \,.\, F \,.\, T^4$$

(J Stromstärke, V Spannung, F Oberfläche, T Temperatur), sondern durch die Gleichung:

$$0{,}2388\, J \,.\, V = 0{,}725 \,.\, 10^{-12} \,.\, F \,.\, T^4 \qquad (1)$$

dargestellt wird. Der Kohlefaden strahlt wie ein grauer Körper. Nunmehr konnte Lummer die Beziehung zwischen Flächenhelligkeit des Glühfadens und seiner Temperatur leicht festlegen, indem er den Faden einerseits photometrierte und andererseits aus der hineingeschickten Energie und der gemessenen Oberfläche die Temperatur nach Gleichung 1 berechnete. Er verfolgte die Beziehung zwischen Helligkeit und Temperatur zwischen 1700 und 2900° abs. und drückte sie mathematisch durch die Gleichung:

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^x \qquad (2)$$

aus, wo H die Flächenhelligkeit ist und x nur für kleine Temperaturintervalle konstant bleibt. Lummer fand so die folgende Tabelle:

Absol. Temp.	1700	1800	1900	2000	2100	2200
x	33	28	22,5	19	16,2	14

2300	2400	2500	2600	2700	2800	2900
12	10	9,3	8,8	8,5	8,5	8,5

Lummer führte dann in sehr interessanter Weise den Beweis, daß auch die Bogenlampenkohle als grauer Körper strahlt. Er vergleicht für eine bestimmte Wellenlänge mittels eines Lummer-Brodhunschen Spektralphotometers die Helligkeit eines schwarzen Körpers (gleichmäßig geheizter Hohlraum mit kleiner Öffnung) bekannter Temperatur mit der Helligkeit der positiven Kohleelektrode eines bei 1 Atm. Druck in gewöhnlicher Weise brennenden Lichtbogens; dieser Vergleich wird für eine Reihe steigender Temperaturen des schwarzen Körpers durchgeführt. Trägt man sich die reziproken Werte der Temperaturen als Abszissen und die Logarithmen der Helligkeit des schwarzen Körpers, ausgedrückt als Bruchteil oder Vielfaches der Helligkeit der konstanten Vergleichslichtquelle (positive Kohleelektrode), als Ordinaten auf, so erhält man die sogenannte logarithmische Isochromate, welche für den schwarzen Körper geradlinig ausfällt. Lummer nimmt nun für verschiedene Wellenlängen die logarithmischen Isochromaten des schwarzen Körpers für ein möglichst großes Temperaturintervall auf. Verlängert man alle Isochromaten geradlinig nach dem Gebiet der nicht beobachteten höheren Temperaturen, so schneiden sie sich alle in einem Punkte, welcher zur Temperatur 4200° C gehört. Damit ist der Nachweis geführt, daß erstens die wahre Temperatur der positiven Kohleelektrode 4200° C ist und daß sie ebenso wie der Glühlampenfaden als grauer Körper strahlt. Denn nur wenn die Vergleichslichtquelle (Kohleelektrode) als grauer (oder schwarzer) Körper strahlt, ergibt sich, daß die Helligkeit des schwarzen Körpers bei einer bestimmten Temperatur für sämtliche Wellenlängen dasselbe Verhältnis zur Helligkeit des Vergleichskörpers aufweist. Die Temperatur, für welche dies der Fall ist, muß dann die wahre Temperatur der Vergleichslichtquelle sein (Lummer-Pringsheimsche Methode der wahren Temperaturbestimmung).

Nachdem Lummer auf diese Weise die graue Strahlungsnatur der Kohleelektrode nachgewiesen hat, verwendet er zu ihrer Temperaturbestimmung bei allen wechselnden Versuchsumständen, die früher für den grau strahlenden Glühlampenkohlefaden gefundenen Gesetze. Die Berechnung höherer Temperaturen als 2900° abs. aus der photometrisch gemessenen Helligkeit der Gesamtstrahlung von glühender Kohle stellt eine Extrapolation des obigen Gesetzes (Gleichung 2) dar und ist daher mit Unsicherheit behaftet. Lummer berechnete höhere Temperaturen aus der gemessenen Helligkeit der Kohleelektrode einerseits unter der Annahme, daß x (Gleichung 2) bei höheren Temperaturen konstant den Wert 8,5 behält, andererseits unter der Annahme, daß x mit steigender Temperatur eine ebensolche Abnahme zeigt, wie sie strahlungstheoretisch für einen schwarzen Körper berechnet werden kann. Beide Berechnungen ergeben natürlich ziemlich erhebliche Unterschiede.

Durch Variation des atmosphärischen Druckes, unter welchem der elektrische Lichtbogen brennt, konnte nun Lummer eine sehr große Temperaturvariation der positiven Kohleelektrode erzielen. Er variierte den Druck von 0,1 bis etwa 22 Atmosphären und erreichte hiermit eine Variation der Helligkeit der positiven Kohleelektrode von 0,6 bis 18,0, wenn ihre Helligkeit bei 1 Atm. mit 1,0 bezeichnet wird. Die zugehörige Variation der Temperaturen berechnet sich aus Gleichung 2 unter Zugrundelegung von $H_1 = 1$ und $T_1 = 4200^0$ abs. (bei 1 Atm. Druck) sowie eines konstanten Wertes von 8,5 zu 3900 bis 5900° abs.; bei Annahme von Veränderlichkeit des x-Wertes nach Art eines schwarzen Körpers berechnete Lummer aber die höchste erreichte Temperatur (bei 22 Atm.) zu 7500° abs., womit die wahre Sonnentemperatur, die Lummer auf 5900° abs. schätzt, erreicht, bzw. beträchtlich überschritten ist.

Aus den Versuchen Lummers scheint hervorzugehen, daß auch bei anderen Drucken als 1 Atm. die Stromstärke die Temperatur der positiven Kohleelektrode nur relativ wenig beeinflußt. Trotzdem darf man jedoch nicht annehmen, daß die zu jedem

Druck gehörige Temperatur eine Sublimationstemperatur ist. Die Konstanz der Temperatur gilt nämlich nur bis zu einer gewissen Stromstärke, unter welche man nicht hinabgehen darf. Wenigstens ist dies für das Druckintervall von 1/3 bis 2 Atm. nachgewiesen. Erniedrigt man nämlich die Stromstärke bis zu einem mit dem Druck wechselnden Grade, so wird die Spitze der positiven Kohleelektrode bis zu einer geringen Tiefe dünnflüssig, d. h. die Temperatur ist beträchtlich gestiegen. Die Konstanz der Temperatur der Kohleelektrode oberhalb der „kritischen" Stromstärke darf demnach nicht auf die Konstanz des Druckes zurückgeführt werden. Vielmehr ist sie wahrscheinlich auf die elektrischen Entladungsverhältnisse zurückzuführen. Bleibt man z. B. bei 1 Atm. Druck über der kritischen Stromstärke, so bleibt bei Variation der Stromstärke die Stromdichte auf der Flächeneinheit der Kohleelektrode ungefähr konstant, während die glühende Fläche der Kohle der Zunahme der Stromstärke proportional wächst. Mit Variation der Stromstärke würde also die Temperatur der Kohleelektrode konstant bleiben und nur die Ausdehnung der hohen Temperatur über die Kohlenoberfläche wachsen. Sinkt die Stromstärke unter die kritische, welche bei 1 Atm. beträchtlich unter der normalen Belastungsstromstärke liegt, so nimmt die Ausdehnung der glühenden Fläche stark ab, aber die Stromdichte steigt, so daß die glühenden Partien viel heißer werden und schmelzen. Die Änderung der Temperatur der Kohleelektrode mit dem Druck würde dann darauf zurückzuführen sein, daß der variable Druck die elektrischen Entladungsverhältnisse verschieden gestaltet. Dieser Druckeinfluß auf die Temperatur der Kohlenelektrode ist jedoch noch nicht genügend aufgeklärt.

Das Schmelzen des Kohlenstoffs, das bisher nur zwischen 1/3 und 2 Atm. festgestellt werden konnte, wurde in objektiver Weise dadurch beobachtet, daß durch ein Objektiv ein 30fach vergrößertes Abbild des Kraters auf einen Gipsschirm geworfen wurde. Lummer hat auch zahlreiche wunderschöne photographische Aufnahmen des schmelzenden Kraters gemacht, welche dem Heft beigegeben sind. Lummer stellte fest, daß die dünnflüssige Schmelze wenig leuchtete und daß sich in ihr zahlreiche sehr helle, ungefähr sechseckige Körperchen (Durchmesser etwa 0,1 mm) lebhaft bewegten. Lummer vermutet, daß diese Körperchen Graphitkristalle sind, die sich auf dem kälteren Grund der Schmelze abscheiden. Die wahre Temperatur der Schmelze und der „Graphitkristalle" ist bis jetzt nicht feststellbar, da man ihr Emissionsgesetz nicht kennt. Jedoch wurde konstatiert, daß die Helligkeit der leuchtenden „Graphitkristalle" vom Druck kaum abhängt. Dies würde dafür sprechen, daß die Temperatur der „Graphitkristalle" gleich dem Schmelzpunkt des Graphits ist. Das Schmelzphänomen wurde in gleicher Weise mit den verschiedensten reinsten, analysierten, „amorphen" Kohlesorten, mit Graphit und mit glasklaren Diamanten beobachtet. Es wurde auch in verschiedenen Gasen (N_2, O_2, CO_2) und auch an der negativen Kohleelektrode unter geeigneten Versuchsbedingungen konstatiert. Das Erstarrungsprodukt der Schmelze war in allen Fällen, wie chemisch nachgewiesen wurde, Graphit.

Das Schmelzphänomen konnte, wie erwähnt, weder unter 1/3 Atm. noch über 2 Atm. beobachtet werden. Nimmt man an, daß von 2 Atm. bis zu den höchsten beobachteten Drucken von 22 Atm. die Kohleelektrode ganz und gar keine Schmelze aufweist, so müßte die Erweichung der „amorphen" Kohle erst oberhalb 5900°, bzw. 7500° abs. eintreten. Möglicherweise ist die Schmelze bei hohen Drucken zwar vorhanden, aber schwer beobachtbar. Da aber bei 2 Atm. Druck, bei welchen noch unter geeigneten Bedingungen Festbleiben der Kohleelektrode, bei veränderten Bedingungen aber Schmelzen zweifellos konstatiert wurde, die feste Kohleelektrode nach der Berechnung von Gleichung 2 eine Temperatur von 4700° abs. hat, so muß die Erweichung jedenfalls erst über dieser Temperatur erfolgen. Wenn somit auch die äußerst interessante Verflüssigung des Kohlenstoffs Lummer unter verschiedenen Bedingungen gelungen ist, so sind wir vorläufig doch noch nicht imstande, den Schmelzpunkt der kristallisierten Kohlenstoffmodifikationen, bzw. das Erweichungsintervall der amorphen Kohle auch nur annähernd anzugeben.

Der Wert des Heftes, welches, wie erwähnt, erst in vorläufiger Weise über die Versuche Lummers, die das dem Experiment zugängliche Temperaturgebiet außerordentlich erweitert und das alte Problem der Verflüssigung der Kohle gelöst haben, berichtet, wird durch die zahlreichen schönen Photographien des Schmelzphänomens, sowie der Versuchsanordnungen noch beträchtlich erhöht. K. Jellinek.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der a. o. Professor an der Universität Heidelberg Dr. Erich Ebler zum a. o. Professor der Chemie an der Universität Frankfurt a. M., der Privatdozent an der Technischen Hochschule Berlin Professor Dr. Erich Salkowski zum etatsmäßigen Professor der darstellenden Geometrie an der Technischen Hochschule Hannover.

Verliehen: Den Privatdozenten an der Universität München Dr. Ernst Wagner (Physik) und Dr. Alfred Heiduschka (pharmazeutische und angewandte Chemie), sowie den Privatdozenten für Chemie an der Universität Würzburg Dr. Bruno Emmert und Dr. Johann v. Halban der Titel Professor.

Gestorben: Der Assistent am Physikalischen Institut der Tierärztlichen Hochschule Wien und Mitglied des Instituts für Radiumforschung daselbst Dr. Wilhelm Michl, der emer. ord. Professor der technologischen Chemie an der Universität Kiew Dr. Nikolaj Andrejevič Bunge (am 13. Januar), der frühere ord. Professor an der Polytechnischen Lehranstalt in Kopenhagen Dr. Niels Steenberg (am 6. Februar), Professor Dr. Gustav Kraemer, einer der führenden Männer der deutschen chemischen Industrie, in Berlin.

Anzeigen.

Für die Redaktion verantwortlich i. V. Professor Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 5. | 1. März 1915. Redaktionsschluß für No. 6 am 12. März 1915. | 16. Jahrgang.

INHALT:

Dem Andenken der im Kriege gefallenen deutschen Physiker.

Gustav Rümelin und Werner Planck.

Mit den jungen Fachgenossen, die der große Krieg dahinrafft, sinken viele Hoffnungen, die wir Älteren hegten, ins Grab, und viele Bande werden zerrissen, deren Bestehen unsere Freude und unser Stolz war. Ich will hier zweier junger Männer gedenken, die längere und kürzere Zeit an dem von mir geleiteten Institut gewirkt haben.



G. Rümelin.

G. Rümelin hat die Stelle des ersten Assistenten während der Zeit vom Herbst 1909 bis zum Frühling 1914 innegehabt. Ich hatte ihn zu deren Übernahme aufgefordert, gerade weil er meiner Schule nicht entstammte, denn ich hielt und halte es für zweckmäßig, einem größeren Laboratorium durch Gedanken und Erfahrungen aus anderen Instituten immer neues Blut zuzuführen. Rümelin hat seine wissenschaftliche Ausbildung wesentlich von der chemischen Seite her angefangen und ist über die Zwischenstation der physikalischen Chemie zur Physik gelangt. Er begann sein Universitätsstudium in ziemlich frühem Alter (in seinem 18. Jahre) um 1899 in Freiburg i. B., bestand dort 1903 das chemische Verbandsexamen und trat darnach in das Nernstsche Institut in Göttingen. Hier promovierte er 1905 magna cum laude auf Grund einer Dissertation „Über die Verdünnungswärme konzentrierter Lösungen". Nach Erfüllung der einjährigen militärischen Dienstpflicht bei dem 14. Dragoner-Regiment in Colmar siedelte er 1906 nach Montreal (Canada) über und arbeitete dort unter Rutherford über Radioaktivität. In den Jahren 1907 bis 1909 war er Assistent an dem physikalischen Institut in seiner Vaterstadt. Von dort kam er zu mir nach Göttingen und

habilitierte sich hier 1911 auf Grund einer von Rutherford angeregten Arbeit über „Die Wiedervereinigung von Gasionen".

Rümelin war ein Beobachter von großer Geschicklichkeit und peinlicher Gewissenhaftigkeit. Die hiesige erste Assistentenstelle hat er mustergültig verwaltet. Seine reichen physikalischen Kenntnisse und technischen Fertigkeiten befähigten ihn hervorragend, die selbständigen Arbeiten reiferer Schüler zu beaufsichtigen. Eine ganze Reihe dieser Untersuchungen ist durch seine Anregungen und Vorschläge wesentlich gefördert worden, und die von ihm geleiteten Schüler bewahren ihm für seine selbstlose Hilfe aufrichtige Dankbarkeit. Im übrigen stand er innerhalb des Kreises der gleichstrebenden Altersgenossen im Institut durch seine zurückhaltende stille Art menschlich einigermaßen abseits. Er fand sein Genügen in der gemeinsamen Arbeit und darnach in dem geistigen Verkehr mit den Heroen unserer deutschen Tonkunst, deren Werke ihm sein ausgezeichnetes Klavierspiel erschloß. Beim Musizieren in meinem Hause ließ er in glücklichen Stunden unwillkürlich auch die Hülle fallen, die er sonst um sein Inneres zog, und gab sich da rückhaltlos, gelegentlich sogar in fröhlicher Erregung, aber immer mit großer Bescheidenheit und natürlichem Taktgefühl. An solche Gelegenheiten knüpfen die freundlichsten Erinnerungen an, die ich an ihn habe.

Wie bei manchen anderen Fachgenossen haben sich die Anlagen und Neigungen zu Wissenschaft und Kunst bei Rümelin schon in den Knabenjahren betätigt. In seinem 10. Jahre entdeckte er beim Zuhören in einer Chorprobe sein absolutes Tonempfinden; in seinem 15. Jahre hatte er sich durch Privatarbeit die Grundlehren der Chemie angeeignet, wenig später diejenigen der Infinitesimalrechnung, letzteres so weit, daß er sie im Maturitätsexamen auf eigne Faust zur Lösung einer eigentlich auf elementare Hilfsmittel eingerichteten Aufgabe zu benutzen vermochte. Infolge seiner vorsichtig zurückhaltenden Art hat Rümelin weniger publiziert, als man nach seiner Begabung und seinem Fleiß hätte erwarten sollen; ich habe ihn mehrfach drängen müssen, seine Scheu vor der Öffentlichkeit zu überwinden.

Ostern 1914 folgte Rümelin dem Ruf als Dozent für physikalische Metallurgie und als Abteilungsvorsteher an dem eisenhüttenmännischen Institut der Technischen Hochschule in Aachen. Bei seiner Anhänglichkeit an Göttingen und an das Institut, in dem er so nützlich gewirkt hatte, war ihm der Entschluß, uns zu verlassen, nicht leicht. Ich habe ihm zugeredet, so ungern ich meinen treuen Helfer von mir ließ, da ich es für richtig hielt, daß er die ihm gebotene Möglichkeit, vorwärts zu kommen, benutzte, und da ich zugleich überzeugt war, daß er für die neue Tätigkeit hervorragend geeignet wäre. Nach allen Anzeichen hat er sich schnell in die neuen Verhältnisse hineingefunden und in seiner Tätigkeit Anerkennung und Befriedigung gewonnen.

Bei Ausbruch des Krieges fand Rümelin zunächst Verwendung als berittener Offizier einer Trainkolonne, erst im Elsaß, dann in Lothringen, schließlich in Nordfrankreich. In dieser Zeit erhielt ich wiederholt direkte Nachrichten von ihm, die immer frisch und zuversichtlich lauteten. Er war mit Leib und Seele Soldat, dazu geübter und leidenschaftlicher Reiter, und die Lebensfülle der großen Zeit scheint ihn die gewohnte Zurückhaltung vergessen gemacht zu haben.

Am 10. November kam er zu einem württembergischen Infanterie-Regiment (Nr. 126), das in der Gegend von Ypern kämpfte, und wie in dem früheren Kreis,

so wurde er auch in dem neuen schnell geachtet und beliebt und dadurch auch heimisch. Mehrere seiner höheren Vorgesetzten haben nach seinem jähen Tode in Briefen an die ihn betrauernde Mutter ihrer besonderen Wertschätzung des jungen Offiziers warmen Ausdruck gegeben. Am 16. Dezember raffte ihn im Schützengraben bei Zillebeke, südöstlich Ypern, mit acht Leuten seiner Kompagnie ein Granatschuß dahin. Wenige Tage nach seinem Tode traf das ihm für tapferes Verhalten vor dem Feinde verliehene eiserne Kreuz ein; doch war ihm durch die Mitteilung des betr. Antrages wenigstens die Vorfreude gewährt worden. —

W. Planck hatte mehrere Semester neben Rümelin und darnach noch im Sommer 1914 die Stelle eines Hilfsassistenten an dem mir unterstellten Institut inne. Beträchtlich jünger als Rümelin hatte er sich noch nicht zu einer geschlossenen wissenschaftlichen Persönlichkeit entwickelt, versprach aber durch die Begeisterung für seine Arbeit, durch seine gewissenhafte Treue und seine guten Anlagen Günstiges für die Zukunft. Stand er durch seine freudige und offenherzige Persönlichkeit in einem gewissen Gegensatz zu dem ernsten und zurückhaltenden älteren Kollegen, so war er diesem, außer durch die gleiche Hingabe an seine Wissenschaft, durch die gleiche Liebe zur Musik verbunden und durch die gleiche Bescheidenheit und Feinfühligkeit ähnlich. Eigen war ihm ein reges Interesse für Botanik und eine wirkliche Liebe zu Pflanzen und Blüten. Wie bei Rümelin, so haben sich auch bei ihm die spezifischen Anlagen und Neigungen schon in früher Jugend geltend gemacht, und er ist seinen Weg geradeaus ohne Schwanken gegangen.

Er begann sein akademisches Studium (wie Rümelin) im 18. Lebensjahr, also ziemlich früh, hörte von 1906 bis 1907 in München, von da bis 1909 in Berlin und kam zur Zeit der Übersiedelung Rümelins nach Göttingen hierher. 1913 promovierte er auf eine Untersuchung über „Die elektrischen Eigenschaften (Widerstände und Thermokräfte) des kristallinischen Antimonits", die durch die großen Schwierigkeiten, welche das Kristallmaterial bot, sehr mühselig wurde. Planck hat den hierbei sich einstellenden Enttäuschungen gegenüber immer Tatkraft und Frische bewahrt. Von seiner Promotion an wirkte er dann als Hilfsassistent am Institut, in erster Linie bei dem Lehrpraktikum, in gewissem Umfange aber auch bei der Beaufsichtigung selbständiger Untersuchungen. Bei der Klarheit seines Denkens und seinen sicheren Kenntnissen gelang es ihm auch mit geringerer Erfahrung nach beiden Hinsichten wertvolle Hilfen zu leisten. Daneben führte er eine Beobachtungsreihe über die optischen Eigenschaften dünnster Kupferschichten aus; eine Neubestimmung der piezoelektrischen Konstanten von Quarz ist über Vorversuche nicht herausgekommen.

Wie Rümelin war Planck ein tüchtiger Klavierspieler, und seine Kunst verband sich seiner sympathischen Persönlichkeit, um ihm den Eintritt in Familienkreise zu eröffnen. Auch in meinem Hause war er häufiger und gern gesehener Gast und Helfer bei musikalischen Veranstaltungen.

Beim Ausbruch des Krieges meldete sich Planck als Freiwilliger und wurde zu seiner großen Freude, trotz seiner etwas schmächtigen Gestalt, angenommen. Während seiner hier in Göttingen stattgefundenen Ausbildung habe ich ihn noch öfter gesehen; er war glücklich darüber, daß er körperlich den nicht geringen Anforderungen des Dienstes genügen konnte, und behauptete, sich wohler zu fühlen als je zuvor. Am 1. Oktober wurde er mit einer

Anzahl anderer in der Ausbildung besonders schnell vorgeschrittener Kameraden als Ersatz nach dem östlichen Kriegsschauplatz gebracht. Er berichtete in großer Befriedigung dem Elternhaus in Berlin über die durch die organisierte Fürsorge an allen Haltestellen gewährte Erleichterung der mehrtägigen Bahnfahrt und über die Begeisterung, mit der jenseits Kattowitz die russische Grenze passiert wurde. Dann begannen lange mühselige Märsche in meist schlechtem Wetter auf grundlosen Wegen und mit übler Unterkunft, bis am 12. Oktober das 95. Infanterieregiment, dem die Abteilung überwiesen war, in der Nähe der Weichsel bei Julianow erreicht war. Es folgten der Kriegsdienst in Schützengräben und Plänkeleien bis Ende Oktober, wo infolge des Herankommens der russischen Hauptmacht der strategische Rückzug bis an die deutsche Grenze nötig wurde. Auch aus dieser Periode mit ihren Anstrengungen und Entbehrungen lauteten die treulich und reichlich gegebenen Nachrichten tapfer und freudig; mit besonderer Rührung wird der Opferwilligkeit der deutschen Landleute in den schließlich erreichten Grenzbezirken gedacht, ebenso der in zahllosen Liebesgaben sich äußernden Fürsorge naher und ferner Kreise daheim.



Werner Planck

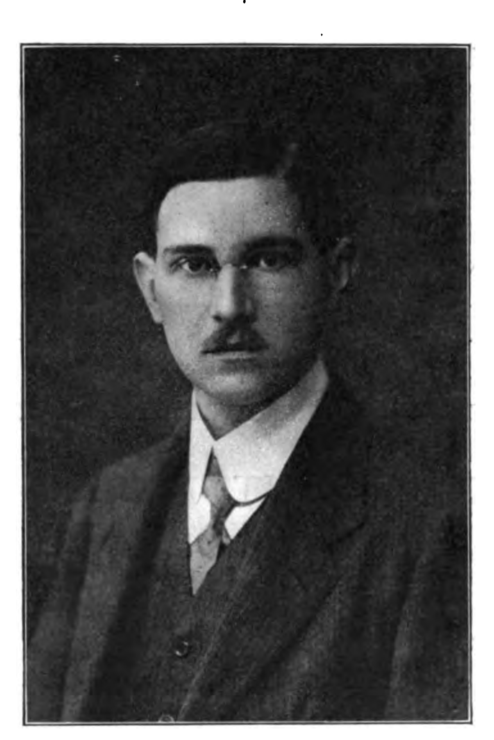
Bei den Kämpfen zur Abwehr des russischen Einbruchversuches wurde Plancks Regiment viel hin und her gezogen — offenbar fehlte infolge hiervon zeitweise jede Verbindungsmöglichkeit mit Deutschland —; vom 10. November datiert die letzte Nachricht, die er gegeben hat. Unter dem 1. Dezember schrieb dann einer seiner Kameraden, wie es scheint nach Bekundung eines anderen, der ihn tot liegend gesehen haben will, daß Planck am 19. November in einem heftigen Gefecht bei Lutomirsk gefallen sei. Eine offizielle Bestätigung ist nicht zu erhalten gewesen; von Plancks Vorgesetzten wird nur sein schneidiges Vorgehen im heftigen feindlichen Feuer und sein Verlust gemeldet, daneben die Unmöglichkeit bei dem durch feindliche Übermacht erzwungenen Zurückgehen Nachforschungen anzustellen; seine Kompagnie führt ihn als vermißt. Aber da alle Bemühungen der Angehörigen keine Spur von ihm haben auffinden lassen, so wird man an die Richtigkeit jener vereinzelten Meldung glauben und die Hoffnung auf seine Rettung aufgeben müssen.

Rümelin und Planck waren beide die einzigen Söhne ihrer Eltern; das macht den Angehörigen ihren Tod doppelt schmerzlich. Mir waren sie mehr als nur Gehilfen in meiner amtlichen Tätigkeit: Kameraden und Freunde, mit denen ich vieles von dem Besten und Wertvollsten gemeinsam hatte, was das Menschenleben reich macht.

W. Voigt.

Wilhelm Michl (Wien).

Am 16. November 1914 ist Dr. phil. Wilhelm Michl, k. u. k. Reserveleutnant im Feldkanonenregiment Nr. 21 gestorben. Zuerst auf dem serbischen, dann auf dem galizischen Kriegsschauplatz kämpfend, ist er bei Chyrów am 24. Oktober schwer verwundet worden und dann in Troppau im Krankenhaus seinen Verletzungen und hinzugetretenen Komplikationen erlegen.





Noch knapp vorher hatte er uns ahnungsvoll geschrieben: „Soeben erhalte ich Ihre Karte, die mich inmitten der Schrecknisse des Krieges wie ein Hauch aus einer höheren Welt berührte. Ich befinde mich Gott sei Dank ganz wohl, obgleich ich schon sehr oft im Feuer stand und harte Strapazen ertrug. Wir stehen jetzt in einer anmutigen Hochgebirgsgegend in den Karpathen, frieren aber in unseren Zelten bis auf die Knochen. Daß das liebe Radiuminstitut trotz der Abgänge an wissenschaftlichem Personal und Dienerschaft gleichwohl noch rüstig weiter arbeitet, freut mich von Herzen. Leider werde ich Ihrer freundlichen Einladung wieder mitzuarbeiten noch sehr lange nicht Folge leisten können, wenn mein Schicksal es überhaupt noch zuläßt ...."

Wie hoch ihn seine Regimentskameraden einschätzten, geht aus einem Briefe der Batterie-Offiziere an den Vater hervor. Darin heißt es: „Die ganze Batterie empfindet sehr lebhaft den Verlust eines so außerordentlich gewissenhaften bis zur Aufopferung pflichtgetreuen Offiziers. Das Gefühl der Dankbarkeit, ja der Verehrung wird sein Andenken in unseren Herzen nie erlöschen lassen. Er wird uns immer ein Muster und leuchtendes Beispiel eines ganzen Mannes sein und bleiben. Mit Stolz können wir berichten, daß er sehr viel dazu beigetragen, daß in der Batterie so viele Tapferkeitsmedaillen ausgeteilt werden konnten. Sein Name wird in der Regimentsgeschichte mit goldenen Lettern aufgezeichnet werden zur Verherrlichung der Batterie, des Regiments und der Feldartillerie."

Als Sohn des Hofrats Eduard Michl am 12. Februar 1886 in Tarvis (Kärnten) geboren, hatte er seine Mittelschul- und Hochschul-Studien in Wien absolviert und daselbst auch 1911 den Doktorhut erworben. Seit 1910 war er zuerst Demonstrator, dann Assistent am physikalischen Institut der k. k. Tierärztlichen Hochschule, wo er das physikalische Praktikum zu leiten hatte; kurze Zeit war er auch Supplent am k. k. Franz-Josefs-Realgymnasium in Wien. Gleichzeitig hat er in den letzten Jahren als Mitglied des Radiuminstituts seine Forschertätigkeit ausgeübt.

Seine wissenschaftlichen Publikationen sind:

1. Über die Äquivalenz zwischen Luft und Metallen in bezug auf die Absorption von α-Strahlen verschiedener Geschwindigkeit. (Wiener Sitzber. CXX (IIa), 663, 1911.)
2. Über die Photographie der Bahnen einzelner α-Teilchen. (Wiener Sitzber. CXXI (IIa), 1431, 1912.)
3. Neue Versuche mit Flüssigkeitslamellen. (Phys. Zeitschr. **14**, 1218, 1913.)
4. Zur photographischen Wirkung der α-Teilchen. (Mitt. a. d. Instit. f. Radiumforschung Nr. 68; Wiener Sitzber. 9. Juli 1914.)
5. Über die Reichweite der α-Strahlen in Flüssigkeiten. (Mitt. a. d. Instit. f. Radiumforschung Nr. 69; Wiener Sitzber. 9. Juli 1914.)

Insbesondere die Aufklärung der Erscheinungen bei der Photographie der α-Partikel-Bahnen haben ihn interessiert, und er hat nicht nur die richtige Deutung der betreffenden Phänomene zu geben verstanden, es ist ihm dabei auch gelungen, wertvolle Schlußfolgerungen auf die Vorgänge in den obersten Schichten photographischer Platten während des Entwicklungsprozesses zu ziehen und in einer Präzisionsarbeit, die besonderes experimentelles Geschick verlangte, auf photographischem Wege unmittelbar die Reichweiten in Flüssigkeiten zu bestimmen.

Daneben hat er auch philosophische Artikel und Gedichte hinterlassen.

Wer Wilhelm Michl kannte, mußte ihn gern haben.

Institut für Radiumforschung, Wien.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Theorie des Glimmstroms. V.[1])

Von Ragnar Holm.

§ 10. Das negative Glimmlicht.

Kurze Übersicht über die Resultate der Messungen und der Überlegungen.

Als einer der wichtigsten Gründe für das Theorem 3, d. h. für die Vorstellung, daß die primären Kathodenstrahlen das negative Glimmlicht durchlaufen und es dabei erzeugen, gelten bekanntlich gewisse Anzeichen einer Trägheit des Glimmlichts. Das Glimmlicht behält seine Hauptausdehnung senkrecht zur Kathodenoberfläche, unabhängig davon, wo die positive Säule ansetzt; so, wie es zu erwarten ist, wenn es von senkrecht zur Kathodenoberfläche herausgeschleuderten trägen Elektronen erzeugt wird. Allerdings hat man sich nicht vorzustellen, daß die einzelnen Kathodenstrahlbahnen gerade Linien sind. Aus gewissen bekannten, von C. T. R. Wilson gemachten Aufnahmen von Kathodenstrahlbahnen[2]) ist ersichtlich, wie sehr die Bahnen nicht besonders schneller Elektronen bei Stößen gegen Moleküle abgelenkt werden. Solche Ablenkungen veranlassen im Glimmlicht eine beträchtliche Diffusion der Kathodenstrahlen, welche aber nicht größer ist, als daß die erwähnten Trägheitserscheinungen recht deutlich zutage treten. Einige meiner Versuche haben den Zweck, im Glimmlicht zutage tretende Wirkungen der Trägheit der Kathodenstrahlen zu demonstrieren.

Die Reichweite sehr schneller Elektronen (β-Strahlen) in einem gewissen Gase hat man immer als nur von ihrer Geschwindigkeit abhängig gefunden, wenn sie in der freien Weglänge der Moleküle oder in der 5,7 mal größeren freien Weglänge der Elektronen gemessen wird. Versuche, die ich angestellt habe, um die Gültigkeit dieses Gesetzes — es mag Gesetz 9 heißen — auch für die das Glimmlicht erzeugenden Kathodenstrahlen zu untersuchen, bestätigen das Gesetz insofern, als man für zunächst gefundene scheinbare Abweichungen vom Gesetz genügende Erklärungen finden kann.

Ein gewisser Aufschluß über das Gesetz der

1) IV mit §§ 7, 8, 9, diese Zeitschr. **16**, 20, 1915.
2) C. T. R. Wilson, Jahrb. d. Radioakt. **10**, 34 usw., besonders Tafel III, 1913.



Diffusion und der Absorption der Kathodenstrahlen wird aus einigen meiner Versuche gewonnen. Beim Verwerten der betreffenden Beobachtungen wird vorausgesetzt, daß das Leuchten teils durch ionisierende Stöße schneller Elektronen, teils bei Wiedervereinigungen erregt wird, daß in dem immer schwachfeldigen Glimmlicht fast alle Ionen zur Wiedervereinigung gelangen, und daß also jede der beiden Lichtemissionen proportional zu der Ionisation ist, so daß es angenähert gilt: — Gesetz 10 — Die Leuchtstärke eines Raumelements im Glimmlicht ist der Anzahl sekundlich dort stattfindender Ionisationen proportional. Durch dieses Gesetz in Verbindung mit der schon auf andere Weise begründeten Auffassung — Theorem 4 —, daß das Verhältnis der Anzahl primärer Kathodenstrahlen zur Anzahl auf die Kathode aufprallender Ionen ziemlich unabhängig von der Stromstärke ist, lassen sich gewisse, auf den Beobachtungen gestützte Berechnungen gut deuten, wodurch für die betreffenden Gesetze ein Beleg erhalten wird.

Geräte:

Es wurde hauptsächlich mit 3 Röhren von der in Fig. 4 abgebildeten Art gearbeitet. K

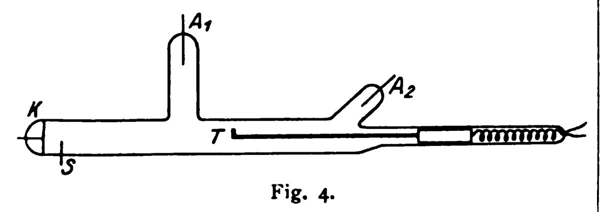


Fig. 4.

ist die scheibenförmige Kathode. A_1 oder A_2 wird als Anode gebraucht. S ist eine zur Messung des Kathodenfalles gebrauchte Sonde. T ist ein magnetisch verschiebbares Thermoelement, dessen messende Lötstelle L in Fig. 5 deutlicher abgebildet ist. In Fig. 5

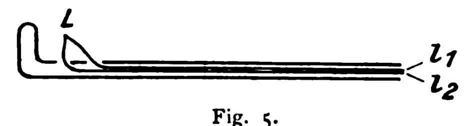


Fig. 5.

bedeuten l_1 und l_2 einen Kupfer- und einen Konstantandraht, die voneinander isoliert durch ein sehr dünnes Glasrohr geführt sind. Ihre blanken Enden sind durch zwei Löcher in der Rohrwand hinausgeführt und bei L aneinander gelötet. Vor L ist, wie die Fig. 5 zeigt, das Ende des Glasrohres nach oben gebogen, so daß L vor direktem Anprall der Kathodenstrahlen geschützt wird[1]). Es hat

[1]) Die unten beschriebene Diffusion der Kathodenstrahlen könnte allerdings den beabsichtigten Schutz in vielleicht nicht geringem Maß vereiteln.

das Rohr 1 die lichte Weite 20 mm u. Al-Kathode,
„ „ 2 „ „ „ 38 „ „ Al- „
„ „ 3 „ „ „ 38 „ „ Pt- „

Bei Rohr 3 sind K und S magnetisch beweglich. Sobald der Zerstäubungsniederschlag vor K an einer Stelle störend wurde. wurden K und S über diese Stelle hinweg vorgeschoben. In den Röhren mit einer Kathode aus dem sehr wenig zerstäubenden Al ist eine Beweglichkeit des K nicht nötig.

Bei allen Messungen wurde das Glas vor K ringsherum durch ein Bündel gegen es gerichteter Luftstrahlen gekühlt, so daß dessen Außentemperatur nie über etwa 40° kam.

Zu den Messungen des Kathodenfalls wurde ein mit minimaler Reibung gebautes, mit guten Voltmetern geeichtes Braunsches Elektrometer gebraucht.

Bei einigen Messungen wurde das in Fig. 6 abgebildete Rohr gebraucht. A_1 oder A_2 ist die Anode, K die scheibenförmige Kathode, L ein Kondensator für Leitfähigkeitsbestimmungen mittels Querströme.

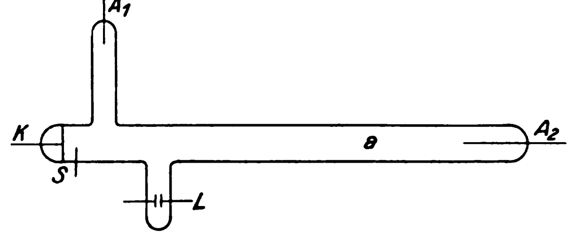


Fig. 6.

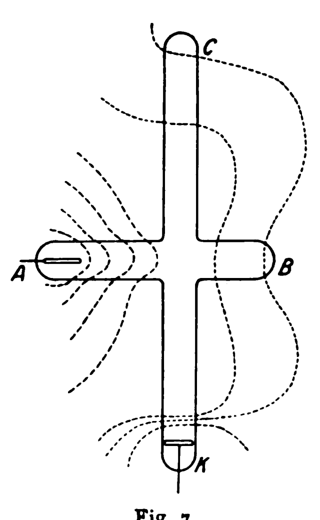


Fig. 7.

Auch ein kreuzförmiges, in Fig. 7 abgebildetes Rohr mit beweglichen Sonden wurde für gewisse Zwecke verwendet.

Versuche über die Trägheit der das Glimmlicht erzeugenden Kathodenstrahlen.

Mit dem in der Fig. 6 abgebildeten Rohr wurde gezeigt, daß Kathodenstrahlen von K aus, die bis etwa a sichtbares Glimmlicht erzeugten, eine Leitfähigkeit bei L ergaben, welche wenigstens bis auf 2 Proz. genau unabhängig davon war, ob A_1 oder A_2 als Anode diente, wenn nur der Kathodenfall konstant blieb. Mit den Röhren 1, 2 und 3 wurde die Unabhängigkeit der Glimmlichtlänge L (über deren Bestimmung siehe unten!) davon, ob A_1 oder A_2 als Anode diente, für solche Fälle bestätigt, wobei im Glimmlicht kein beträchtliches Feld vorkam. Wenn A_2 als Anode dient, so ist der Gradient im ganzen Glimmlicht gleichgerichtet: von A_2 nach K. Ist A_1 Anode, so ist der Gradient rechts vom A_1-Stutzen (auf der Fig. 4) nach rechts gerichtet, weil ja der Elektronenstrom nach A_1 gezogen wird[1]). Bei sehr langen Glimmlichtern (dabei großer Stromstärke) kam es vor, daß das rechte Ende des Rohres kräftig negativ geladen wurde, so daß rechts vom A_1-Stutzen ein beträchtlicher, die Kathodenstrahlen dort bremsender Gradient entstand. In solchen Fällen wurde das Glimmlicht — bei konstantem Kathodenfall — kürzer, wenn A_1, als wenn A_2 als Anode diente[2]).

Zur weiteren Demonstration der eben besprochenen elektrischen Felder seien einige, mit Hilfe eines Wulfschen Elektrometers ausgeführten Sondenmessungen angeführt. Ihr Resultat ist aus der Fig. 7 zu entnehmen. Die Figur zeigt den Verlauf einiger Äquipotentialflächen. Nur ihre Lage in der Nähe der Rohrachsen wurde sondiert. Der übrige Verlauf ist geschätzt. Das sichtbare Glimmlicht reichte etwas über die Kreuzmitte.

Die Versuche mit den Röhren 1, 2 und 3 umfaßten:

Messung des Kathodenfalles, der Stromstärke und des Gasdruckes.

Photographieren der betreffenden Entladung aus einer mit der Kathodenscheibe parallelen Richtung und aus etwa 2 m Entfernung. Expositionsdauer und Blende wurden dabei notiert.

Messung der Temperatur in verschiedenen Teilen des Glimmlichts mittels des beschriebenen, magnetisch beweglichen Thermoelements.

Messung der Schwärzung in der Achsenlinie des Bildes vom negativen Glimmlicht vermittels eines Schwärzungsphotometers, das dem astronomischen Observatorium in Potsdam gehört[1]).

1) Vgl. Fig. 3, III und IV in § 9.

2) Vgl. die Erklärung der „magnetischen Strahlen" in § 12.

Die benutzten Gasfüllungen waren spektroskopisch recht gut rein. Als Schutz gegen Dämpfe diente ein in flüssige Luft tauchendes Kühlrohr.

Die Aufnahmen wurden gruppenweise gemacht. Die Platten einer Gruppe wurden in demselben Bad und gleich langer Zeit (indem sie alle gleichzeitig eingetaucht bzw. gleichzeitig ausgehoben und in das Fixierbad getaucht wurden) entwickelt. Unter jeder Plattengruppe befanden sich Platten mit einer Intensitätsskala. Diese wurde so erhalten, daß von einem von einer konstanten Glühlampe beleuchteten Papierstreifen Aufnahmen mit verschiedenen Expositionszeiten und Blenden genommen wurden.

Ich habe mit dem Schwarzschildschen Schwärzungsgesetz gerechnet, d. h. wenn

- S die mit der Photometerskala bestimmte Schwärzung,
- t die Expositionszeit der Aufnahme in Sekunden und
- I die Intensität der Lichtquelle in einem willkürlichen Maß bedeutet,

so wurde gesetzt

$$S = \varphi(I \cdot t^{0,9}), \qquad (s)$$

wo die Funktion φ für jede Plattengruppe in Übereinstimmung mit der Formel (s) aus den Aufnahmen des Papierstreifens graphisch bestimmt wurde.

Eine Ungenauigkeit der betreffenden Messungen liegt darin, daß die auf besonderen Platten aufgenommene Intensitätsskala nur unter der nicht streng gerechtfertigten Voraussetzung gleicher Schichtdicke und Korngröße aller Platten einer Gruppe gültig ist. Eine andere Ungenauigkeit konnte davon herrühren, daß das Licht der gebrauchten Lampe andere Farbe hatte als das Licht der photographierten Entladung. Für eine ziemliche Zuverlässigkeit meiner Messungen spricht allerdings die recht gute Übereinstimmung zwischen verschiedenen Beobachtungsgruppen.

Es muß hervorgehoben werden, daß die gemachten Temperaturmessungen keinen großen Ansprüchen an Genauigkeit genügen. Ich schätze sie als auf nur 15 Proz. genau.

Die Intensitätsbestimmungen am Glimmlicht wurden in Diagramme eingetragen und ergaben Intensitätsverteilungskurven einer Art,

1) Für die Freundlichkeit, mir dieses Instrument zur Verfügung zu stellen, spreche ich dem Direktor des Observatoriums Herrn Geh. Rat Prof. Dr. K. Schwarzschild meinen ergebenen Dank aus.

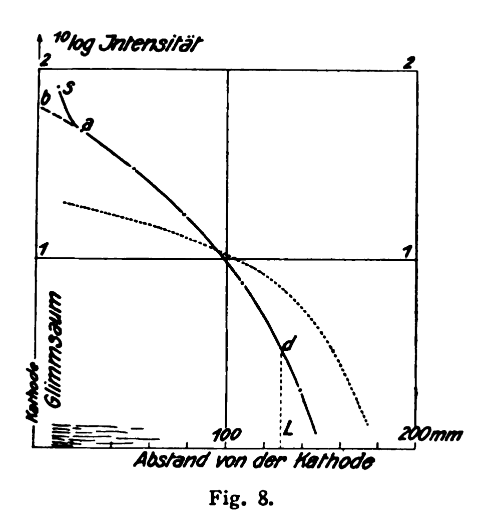


Fig. 8.

von der die ausgezogene Kurve der Fig. 8 ein Beispiel gibt. Diese Kurve bezieht sich auf die Beobachtung Nr. 19 mit Rohr 1, H_2-Füllung, 0,39 mm Druck Hg, 770 Volt Kathodenfall und 180 Sekunden Expositionsdauer. Die Gastemperatur um die Rohrachse herum betrug vor der Kathode und im Anfang des Glimmlichts 35—40° C. Weiter weg sank sie mit wachsender Entfernung von der Kathode so, daß sie im letzten Ende des sichtbaren Glimmlichts gleich der Zimmertemperatur war (18 bis 20°). Die Temperaturunterschiede waren also in dem betreffenden Glimmlicht recht unbeträchtlich. Deshalb dürfte die Intensitätskurve ungefähr die Gestalt besitzen, die einer überall gleichen Temperatur entsprechen würde. Bei größerer Stromstärke bleibt die Temperaturverteilung ähnlich, die Temperaturunterschiede werden aber größer. Vgl. Tabelle 1 und 2!

In den heißeren Teilen der Entladungsbahn werden die freien Weglängen der Moleküle und der Elektronen der absoluten Temperatur pro-

Tabelle I. Wasserstoff.

Gruppe	Beob. Nr.	Druck mm Hg	Rohr	Kathodenfall	i Stromstärke, mA	t_1	t_2	L	L_1	β	I_0	α
I	1	1,62	1	380	11	50	22	26	44	8,7	9,8	2,02
	2	„	1	730	30	148	56	61	90	4,5	22,4	1,83
	3	„	2	325	19	52	28	22	39,5	7,4	12,3	1,58
	4	„	2	600	103	140	98	60	86	7,2	20,0	3,8
	5	„	3	690	14	35	23	55	103,5	9,8	2,7	5,1
	6	„	3	945	36	60	28	72	128	10	7,6	4,3
II	7	1,29	1	340	3,5	45	28	26	37	2,5	4,9	1,04
	8	„	1	635	14,5	73	35	64	87	4,3	7,8	2,45
	9	„	1	1040	39	145	53	113	130	4,0	14,2	3,0
	10	„	2	280	8	35	25	19	29	6,6	6,3	1,0
	11	„	2	500	33	68	40	46	62,5	7,1	11,2	2,15
	12	„	2	750	100	145	62	94	107	5,1	22,0	2,6
	13	„	3	1035	32	60	25	91	129,5	7,6	8,3	2,8
	14	0,43	1	730	3,4	35	20	102	50,5	2,9	0,58	2,8
	15	„	1	1300	14,0	47	21	178	88	6,0	1,62	4,12
	16	„	2	490	5	32	20	90[1])	46[1])	2,0	0,62	2,15
	17	„	2	1240	42	62	35	210	96,5	4,9	2,9	3,4
	18	„	3	650	1,6	23	20	104	54	2,8	0,11	3,9
III	19	0,39	1	770	4,0	36	21	129	60	2,3	0,66	2,7
	20	„	1	1500	17	48	21	229	102	6,4	1,78	4,1
	21	„	3	1045	9	31	20	152	70	4,8	0,78	2,8

1) Unsicher.

Tabelle II. Stickstoff.

Gruppe	Beob. Nr.	Druck mm Hg	Rohr	Kathodenfall	i Stromstärke, mA	t_1	t_2	L	L_1	β	I_0	α
IV	22	1,10	1	520	18,5	175	92	20,3	33,5	4,9	25,8	1,17
	23	„	1	1040	65	345	150	55	76	6,0	118	0,78
	24	„	2	410	31	115	75	17	31,5	6,6	44,7	0,69
	25	„	2	610	101	240	125	35	51	6,7	280	0,27
	26	0,31	2	500	5	45	28	43	28	2,0	3,2	0,54
	27	„	2	1035	39	100	35	110	65	3,8	10,0	1,13
	28	„	3	1250	12	43	22	126	82	4,4	5,0	0,83
V	29	1,07	1	570	23	195	95	28	44	4,3	41	0,85
	30	„	1	760	40	305	130	39	51	4,3	50	1,01
	31	„	3	620	15	82	40	26	51	4,2	13,5	1,01
	32	„	3	1045	35	135	65	60	105	4,4	24	1,36
	33	0,31	1	640	3,4	35	23	59	40	3,9	1,0	2,3
	34	„	1	1150	13	81	31	102	61	3,8	3,1	2,45
	35	„	1	1500	21	110	48	127	67,5	4,3	10,0	1,13
	36	„	3	740	4,2	28	20	69	47,5	4,7	1,7	0,90

portional vergrößert. Demgemäß werden die betreffenden Glimmlichtteile verlängert und die Intensität ihres Leuchtens vermindert. Besonders wird der der Kathode nächstliegende heiße Teil des Glimmlichts ausgezogen. Bei großer Stromstärke und hohem Druck kommt deshalb eine Intensitätskurve nach Art der in der Fig. 8 punktierten Kurve zustande.

Die Intensitätskurve behält im Saumgebiet nicht die sonst schwach nach unten konkave Form, sondern sie macht da einen Bogen *as* nach oben. Das kräftige Leuchten im Saumgebiet dürfte von der in §§ 7 und 8 besprochenen Ionisation seitens der im Dunkelraum freigemachten, wenig durchdringenden sekundären Elektronen veranlaßt werden.

Die wichtigsten numerischen Beobachtungen mit den Röhren 1, 2 und 3 sind in den Tabellen 1 und 2 zusammengestellt.

Erläuterung zu den Tabellen 1 und 2.

In der ersten Kolonne wird angegeben, welche Platten zu einer Gruppe zusammengehören. Die Aufnahmegruppe I wurde mit der „Kranz-Platte VII, Diapositiv" genommen. Zu den anderen Gruppen wurden „Agfa-Diapositiv-Trocken-Platten" verwendet.

Die fünf zunächst auf der ersten folgenden Kolonnen brauchen keine besondere Erklärung.

Unter t_1 steht die mittlere Temperatur in C° in der Achsennähe der ersten (von der Kathode gerechnet) Hälfte des mit negativem Glimmlicht gefüllten Rohrteiles; unter t_2 steht die entsprechende mittlere Temperatur der zweiten Hälfte des erwähnten Rohrteiles.

L ist ein Maß in mm für die Länge des negativen Glimmlichts, welches folgendermaßen bestimmt wurde. Die Intensitätskurve wurde aufgezeichnet und nach einem Punkt b auf der Ordinatenachse verlängert, und zwar so, als ob der Bogen *as* (vgl. Fig. 8!) nicht da gewesen wäre. Das gestrichelte Kurvenstück *ab* in der Fig. 8 ist die betreffende Verlängerung der da aufgezeichneten Intensitätskurve der Beobachtung Nr. 19. Die Ordinate b gibt den Logarithmus einer Intensität I_0, die so groß ist, wie die Intensität im Anfang des Glimmlichts sein sollte, wenn im Dunkelraum keine Absorption und keine Diffusion der Kathodenstrahlen stattgefunden hätte und wenn das von der Ionisation seitens langsamer Sekundärelektronen herrührende Leuchten fehlte. L wird nun bestimmt als die Abszisse eines Kurvenpunktes d, in dem die Intensität I 20mal kleiner als I_0 ist.

L_1 ist ein L entsprechendes Maß für die Glimmlichtlänge, aber in freien Weglängen der Elektronen unter Berücksichtigung der Temperatur im Gase berechnet. Siehe unten!

$$\beta \text{ ist} = 100 \frac{\text{Kathodenfall} \times \text{Stromstärke in mA}}{L \times (t_1 - 20) \times \text{Rohrumfang in mm}}.$$

I_0 wurde oben unter L erklärt.

$$\alpha \text{ ist} = \frac{\varepsilon \times \text{Stromstärke in mA}}{\lambda_{t_1} \times I_0},$$

wo ε für das Rohr 1 gleich 1 und für die Röhre 2 und 3 gleich $^{20}/_{38}$ ist. λ_{t_1} ist die freie Weglänge der Elektronen beim betreffenden Druck und bei der Temperatur t_1.

Näheres über L_1.

Wenn man die L-Werte in ein Diagramm mit den Koordinaten Kathodenfall und L-Werte einträgt, so offenbart sich eine recht unübersichtliche Abhängigkeit der L-Werte von Kathodenfall, Druck, Rohrweite und Kathodenmaterial. Übersichtlichere Diagramme sind aber nach den Gesetzen 3 und 9 zu erwarten, wenn man statt L-Werte L_1-Werte einträgt, welche in folgender Weise berechnet worden sind. Zuerst wird die Intensität I_0 für die Erwärmung des Gases im Anfang des Glimmlichts und für die daher rührende Verdünnung des Gases durch Multiplikation mit dem Faktor λ_s/λ_0 korrigiert, wo λ_s die freie Weglänge eines Elektrons bei der im Saumgebiet herrschenden Temperatur und λ_0 die entsprechende Weglänge bei der Zimmertemperatur 20° C bedeutet. Vom Punkt $x = 0$, $y = {}^{10}\log\left(I_0 \frac{\lambda_s}{\lambda_0}\right)$ aus wird nachher eine korrigierte Intensitätskurve so gezogen, daß sie für größere x-Werte, die Stellen im Glimmlicht mit etwa 20° Temperatur entsprechen, mit der ursprünglichen Intensitätskurve zusammenfällt. Es wird schließlich an der korrigierten Intensitätskurve die Abszisse x des Punktes, in dem die Ordinate $= {}^{10}\log\left(I_0 \frac{\lambda_s}{\lambda_0} \cdot \frac{1}{20}\right)$ ist, gemessen und L_1 als

$$L_1 = \frac{x}{2\lambda_{t_1}} + \frac{x}{2\lambda_{t_2}}$$

berechnet, wo λ_{t_1} und λ_{t_2} die freie Weglänge eines Elektrons bei t_1° bzw. t_2° C bedeuten. Das so berechnete L_1 gibt offenbar mit guter Annäherung an, nach wie vielen mittleren freien Weglängen das Kathodenstrahlbündel durch Diffusion nach den Wänden und durch Absorption im Gase so geschwächt worden ist, daß es nur $^1/_{20}$ seiner anfänglichen Ionisierfähigkeit besitzt. Die L_1-Werte sind in die Diagramme der Fig. 9 und 10 eingetragen.

Diskussion der Tabellen 1 und 2 und der Figuren 8, 9 und 10.

Zur Fig. 8 ist zunächst zu bemerken: Hätten

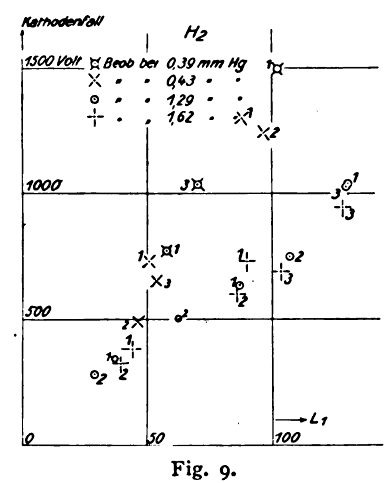


Fig. 9.

Fig. 10.

Die an den eingetragenen Punkten vermerkten Ziffern geben das betr. Rohr an.

die Kathodenstrahlen alle bis zur Absorption eine mit der Rohrachse parallele Bahn gehabt, so wäre zu erwarten gewesen, daß sie alle — jedenfalls bei großen Kathodenfällen — so ziemlich dieselbe Reichweite besäßen. Die Lichtintensität im Glimmlicht müßte dann bis wenig unter der mittleren Reichweite ungeschwächt bleiben[1]). Die Fig. 8 zeigt etwas ganz anderes. Sie, wie auch die übrigen aus meinen Messungen bestimmten Intensitätskurven, zeigt eine unmittelbar nach dem Glimmsaumgebiet anfangende schnelle Abnahme der Glimmlichtintensität bei wachsender Entfernung von der Kathode. Man muß sicher die Ursache dieser Abnahme hauptsächlich[2]) in Ablenkungen der Elektronen bei Stößen gegen Moleküle suchen. C. T. R. Wilson hat bekanntlich Elektronenbahnen sichtbar gemacht. Unter seinen Aufnahmen befinden sich auch solche von Kathodenstrahlbahnen im feldlosen Raum[3]). Diese haben sehr unregelmäßige Formen. Derartige Formen müssen die Kathodenstrahlbahnen im fast feldlosen negativen Glimmlicht haben. Diejenigen Kathodenstrahlen, die bis zum Ende des Glimmlichts laufen, müssen offenbar als besonders gerade geratene Ausnahmen betrachtet werden; viele Bahnen dürften teilweise gegen die Kathode gerichtet sein und viele Elektronen dürften an den Wänden gebremst und wiedervereinigt werden. Eine schon im Dunkelraum vorkommende, auf Feldwirkungen beruhende Divergenz der Randkathodenstrahlen hat Wehnelt[1]) beobachtet. Überhaupt gelangt man ungezwungen zur Erklärung eines etwa derartigen Schwindens des Glimmlichts mit wachsender Kathodenentfernung, wie es die Fig. 8 demonstriert, wenn man die Elektronendiffusion und die Divergenz der Kathodenstrahlen berücksichtigt[2]).

Für meine hier geäußerte Auffassung spricht auch, daß das Glimmlicht verlängert und verstärkt wird, wenn in ihm ein longitudinales Magnetfeld erweckt wird, welches die Diffusion und damit den Elektronenverlust an den Wänden verhindert[3]). Durch das Magnetfeld kann erreicht werden, daß die Glimmlichthelligkeit nicht vom Anfang an mit wachsender Kathodenentfernung schwindet, sondern in gewisser Kathodenentfernung ein Maximum erreicht[4]), ganz so, wie es ohne Diffusion nach der oben zitierten Ramsauerschen Arbeit zu erwarten ist. Die Verminderung der Diffusion im longitudinalen Magnetfeld zeigt sich auch darin, daß in das Glimmlicht hineinragende Gegenstände bedeutend schärfere und längere Schatten im Glimmlicht (von der Kathode weg) mit als ohne Magnetfeld werfen.

Bei im Verhältnis zum Rohrdurchmesser kurzen Glimmlichtern muß die Elektronenab-

1) Vgl. C. Ramsauer, Jahrbuch d. Radioakt. **9**, 515, 1912.

2) Die im Gas erzeugten Primärelektronen werden natürlich langsamer und absorbierbarer als die aus dem Metall stammenden und veranlassen eine etwas größere Steilheit der Intensitätskurven, als die Metallelektronen allein ergeben würden. Daß sie aber eine kleine Rolle spielen, geht aus der Möglichkeit hervor, den Intensitätsabfall in der ersten Hälfte des Glimmlichts durch ein longitudinales Magnetfeld aufzuheben, vgl. unten.

3) C. T. R. Wilson, Jahrb. d. Radioakt. **10**, 34 usw., besonders Tafel III, 1913.

1) A. Wehnelt, Verh. d. D. phys. Ges. **14**, 832, 1912.

2) Die obige Darstellung wird zweckmäßigerweise mit Starks Artikel in Winkelmanns Handbuch IV, §§ 149—154 verglichen.

3) Vgl. § 12, hier unten. — Die Kathodenstrahlbahnen folgen den magnetischen Kraftlinien, indem sie sich um diese als Schraubenlinien mit größerer oder kleinerer Ganghöhe aufwinden. Vgl. Thomson-Marx, Elektrizitätsleitung in Gasen, § 273.

4) Ausphotometrieren von solchen magnetisch beeinflußten Glimmlichtern, wozu ich vorläufig keine Gelegenheit hatte, wäre natürlich sehr wünschenswert.

sorption an den Wänden eine kleine Rolle spielen. Tatsächlich erhalten die Intensitätskurven solcher Glimmlichter auch nach der Reduktion auf Zimmertemperatur (vgl. oben!) eine Form, die sich der Form der in Fig. 8 punktierten Kurve annähert.

Was die Diagramme der Fig. 9 und 10 betrifft, so ist nach dem eben über kurze Glimmlichter Gesagten zu erwarten, daß der Elektronenverlust an den Wänden eine Verkleinerung der L- und L_1-Werte besonders bei langen Glimmlichtern und ganz besonders im engen Rohr 1 veranlaßt. In H_2 sind die L überhaupt länger als in N_2. In H_2 sowohl wie N_2, aber besonders in H_2 müssen also die zu kleinen Drucken (mit großen L-Werten) gehörigen L_1-Werte kleiner als die zu größeren Drucken gehörigen ausfallen. Diese Überlegung wird von den Fig. 9 und 10 bestätigt.

Unter der nicht unannehmbaren Voraussetzung, daß die nach Berücksichtigung der Beobachtungsfehler in den Diagrammen der Fig. 9 und 10 zurückbleibende Abhängigkeit der L_1-Werte vom Rohrdurchmesser und vom Druck gänzlich auf den erwähnten Elektronenverlust nach den Wänden beruht, werden die Gesetze 3 und 9 von den Diagrammen Fig. 9 und 10 bestätigt.

Wichtig ist, zu beachten, daß das Kathodenmaterial in den Diagrammen keinen Einfluß auf die L_1-Werte zeigt. Allerdings ist die Genauigkeit der betreffenden Messungen so klein, daß erst eine L_1-Veränderung um 5 bis 10 Proz. deutlich zutage treten würde[1]). C. Ramsauer[2]) hat neulich wahrscheinlich gemacht, daß lichtelektrisch aus Metallatomen gelöste Elektronen beim Passieren der Grenzschicht Metall-Gas weniger als 0,5 Volt Geschwindigkeit verlieren. Es liegt wohl kein Grund vor anzunehmen, daß die durch Ionenstoß aus den Molekülen gelösten Elektronen es bedeutend schwerer haben würden, die Metalloberfläche zu passieren[3]). Liegt also der ganze Kathodensprung außerhalb des Kathodenmetalls, so muß er gänzlich für die Beschleunigung der aus dem Metall stammenden Kathodenstrahlen ausgenützt werden, und es muß, wenn die aus dem Gas stammenden Primärelektronen eine sehr untergeordnete Rolle spielen, ziemlich exakt gelten, was die Diagramme hier oben andeuten, daß nämlich die L_1-Werte vom Kathodenmaterial unabhängig sind. Die L-Werte sind aber vom Kathodenmaterial (wie man auf Grund der Tabellen 1 und 2 leicht prüfen kann) sehr abhängig. Es beruht auf der Temperatureinfluß-Korrektion, daß die L_1-Werte es nicht sind.

Über die Größe β der Tabellen 1 und 2.

Die Energie des Kathodenstrahlbündels muß proportional dem Produkt aus dem Kathodenfall und der Stromstärke sein. Die Temperatur im Glimmlicht muß mit dem genannten Produkt steigen, dagegen kleiner werden, je größer die wärmeableitende Fläche: Glimmlichtlänge mal Rohrumfang wird. Hieraus geht hervor, daß die Größe β, so wie es auch die Tabellen zeigen, einigermaßen konstant bleiben muß.

Über die Größe α der Tabellen 1 und 2.

Die Größe α wurde zur Kontrolle der Gesetze 4 und 10 berechnet. Wir wollen auf Grund der Gesetze 4 und 10 die Lichtmenge berechnen, welche zu einem Achsenpunkt einer unserer Glimmlichtaufnahmen gelangt ist. Das betreffende Licht stammt aus einem Zylinder, dessen Länge gleich dem betreffenden Rohrdurchmesser D ist. Die Lichtmenge ist nach dem Gesetz 10 proportional der sekundlichen Anzahl Ionisationen in diesem Zylinder; sie ist also proportional seiner Länge und proportional der Ionisierungshäufigkeit im Einheitsvolumen. Diese Ionisierung ist, insofern sie von den primären Elektronen besorgt wird (die berechnete Intensität I_0 bezieht sich [vgl. oben!] auf die nur von den primären Kathodenstrahlen besorgte Ionisation), proportional dem von diesen Elektronen gebildeten Strom. Laut Gesetz 4 tragen aber die primären Kathodenstrahlen einen bestimmten, von der Stromstärke unabhängigen Teil des Stromes. Die betreffende Ionisierung muß also proportional der Stromdichte j sein. Sie ist außerdem umgekehrt proportional der mittleren Weglänge λ_1 eines Elektrons zwischen zwei Ionisierungen. λ_1 ist ferner

1) Es ist zu bemerken, daß die zu gleichen Stromstärken gehörigen Kathodenfälle im Rohr 2 und Rohr 3 nach den Tabellen 1 und 2 sehr verschieden sind. Der normale Kathodenfall ist nach Rottgardt, loc. cit., in H_2 gegen Pt 276, gegen Al 171 Volt, und in N_2 gegen Pt 216, gegen Al 179 Volt. Die gebrauchten Metalle Al und Pt sind also als Kathodenmaterial sehr verschieden. Eine starke Abhängigkeit der L_1-Werte vom Kathodenmaterial wäre, wenn überhaupt vorhanden, bei meinen Messungen zu erwarten.

2) C. Ramsauer, Ann. d. Phys. **45**, 1121, 1914.

3) Bemerkung zur Korrektur: Berechnungen von Deininger, Ann. d. Phys. **25**, 285, 1908 und W. Schottky (Herr S. hat mir freundlichst, über seine Berechnungen, welche demnächst im Jahrbuch der Radioaktivität erscheinen werden, Mitteilungen gemacht) ergeben, daß das Metall verlassende Elektronen ein Austrittspotential von nur etwa 4 Volt zu überwinden haben. Dieses Potential genügt um die Kräfte, mit denen die Leitungselektronen an Metallen gebunden sind, zu erklären; es ist zu klein um auf die Reichweite der Kathodenstrahlen merkbar einwirken zu können.



gleich der freien Elektronenweglänge λ multipliziert mit einer gewissen Zahl ν. Die gesuchte Lichtmenge ist also proportional

$$\frac{j \cdot D}{\lambda \nu}, \text{ wo } j = \frac{4i}{\pi D^2},$$

wenn i die Stromstärke ist. Dies muß auch für die berechnete Intensität I_0 gelten, d. h. es ist

$$I_0 = \text{Konst.} \frac{i}{D \cdot \lambda \cdot \nu} \qquad (I_0)$$

Die Größe α ist proportional $\frac{i}{D \lambda I_0}$, und wenn die Voraussetzungen und Berechnungen, welche zur Formel I_0 führten, richtig sind, ist also α proportional ν. Die Größe ν muß von der Rohrweite, vom Druck und von der Stromdichte als solche unabhängig sein. Mit wachsendem Kathodenfall muß ν, nach Untersuchungen der Lenardschule zu beurteilen, etwas zunehmen. Wenn wir diese erwähnten Eigenschaften bei α wiederfinden, so spricht das dafür, daß die Gesetze 4 und 10, auf welchen die Herleitung der Formel (I_0) basiert, richtig sind. Tragen wir die α-Werte der Tabellen 1 und 2[1]) in Diagramme mit den Koordinaten α und Kathodenfall ein, so zeigt sich tatsächlich, obwohl die α bildenden Faktoren innerhalb weiter Grenzen variieren, keine Abhängigkeit von Rohrweite, Druck oder Kathodenmaterial (also auch nicht von der Stromdichte). Bei den α-Werten der Tabelle 1, die in das Diagramm der Fig. 11 eingetragen sind, kommt auch, obwohl die Punkte nicht sehr schön fallen, eine deutliche Zunahme des α mit wachsendem Kathodenfall zutage, und zwar eine Zunahme von etwa derselben Größe wie die, die sich aus einer Tabelle von Kossel[2])

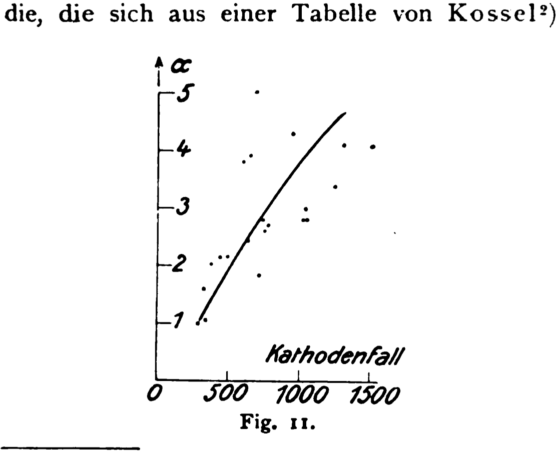


Fig. 11.

1) Es muß bemerkt werden, daß die α-Werte der Tab. 1 mit den α-Werten der Tab. 2 nicht direkt vergleichbar sind. Durch eine Verschiebung des für die Intensitätsskalen photographierten Papierstreifens wurde die Einheit der I-Werte der Tab. 2 um einen wahrscheinlich kleinen, aber unberechenbaren Betrag von der Einheit der I-Werte der Tab. 1 verschieden.

2) W. Kossel, Ann. d. Phys. **37**, 407, 1912.

berechnet. Durch die Prüfung der α-Werte haben wir also Belege für die Gesetze 4 und 10 erhalten.

Über die Figuren 12 und 13.

Fig. 12 zeigt in Diagrammdarstellung das Resultat einiger Messungen des Abstandes des Scheitels der positiven Säule von der Kathode.

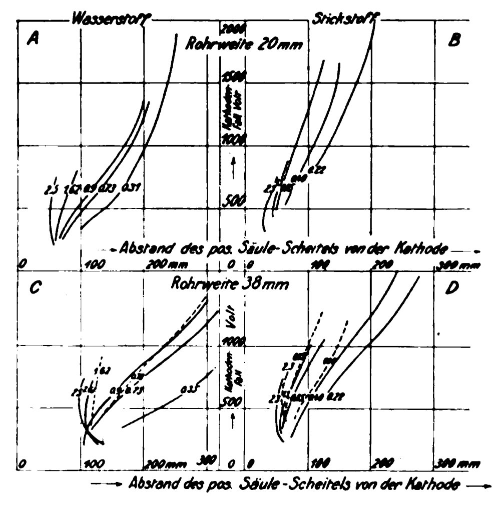


Fig. 12.

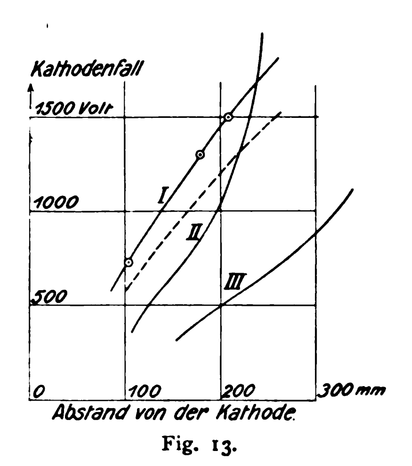


Fig. 13.

Die ausgezogenen Kurven wurden mit *Al*-Kathode, die gestrichelten mit *Pt*-Kathode gewonnen. In Fig. 13 sind die Kurven II und III aus der Fig. 12 interpolierte Kurven, die sich auf den Druck 0,43 mm Hg in H_2 beziehen. Die Kurve II gehört zum Rohrdurchmesser 20 mm, die Kurve III zum Rohrdurchmesser 38 mm. Die Kurve I gibt L-Werte in dem 20 mm weiten Rohr. Die überhaupt sichtbare Glimmlichtlänge ist 15 bis 30 Proz. länger als L und ist durch die gestrichelte Kurve angegeben. Man sieht, wie die Glimmlichtlänge bei höheren Kathodenfällen größer wird als der Abstand

des Scheitels der positiven Säule von der Kathode.

Zum Schluß bemerke ich, daß viele meiner in diesem Paragraphen beschriebenen Versuche zu denen gehören, denen ich aus in der ersten Mitteilung angegebenen Gründen nur einen provisorischen Charakter geben konnte. Ich habe sie ausführlich beschrieben, um zu eventuellen genaueren Untersuchungen anzuregen, und um für solche hervorzuheben, wie viele Variable bei derartigen Messungen zu berücksichtigen sind. Viele sonst gute Beobachtungen auf dem Gebiet der Glimmentladung sind nämlich ziemlich wertlos geworden, weil die betreffenden Autoren zu wenig Variable angeben.

Es wäre natürlich wertvoll, wenn Reichweitenbestimmungen an Kathodenstrahlen unter solchen Umständen ausgeführt würden, daß eine Kathodenstrahlabsorption an den Wänden dabei nicht vorkommt oder genau zu berechnen ist.

§ 11. Eine Unstimmigkeit.

Aus den Auseinandersetzungen des vorigen Paragraphen erhellt, wie ausgezeichnet das Theorem 3 in § 7 mit den Erscheinungen im negativen Glimmlicht übereinstimmt. Es überrascht dann zu finden, daß es aber mit den Absorptionsmessungen an Kathodenstrahlen von der Lenard-Schule in Konflikt gerät. Die hier in Frage kommenden Messungsdaten findet man in einer Arbeit von Kossel in einer Tabelle[1]) zusammengestellt. Diese Tabelle enthält für verschieden schnelle Kathodenstrahlen die Anzahl n[2]) sekundärer Ionenpaare pro kinetischer Durchquerung von Molekülen und auch die totale Anzahl N[2]) der sekundären Ionenpaare, die im Mittel von einem Kathodenstrahl der betreffenden Sorte erzeugt werden. Die Größe N/n ist also die mittlere Reichweite der Kathodenstrahlen in der freien Weglänge λ eines Elektrons als Einheit gemessen. Ich gebe in der nachstehenden Tabelle 3 einige von den Kosselschen Angaben wieder und daneben in der vierten Kolonne die aus den Kosselschen Daten für Luft berechneten mittleren Reichweiten, in λ gemessen.

Die 5. Kolonne gibt Werte der mittleren Reichweite in N_2, folgendermaßen aus meinen Beobachtungen berechnet. Aus den reduzierten Intensitätskurven (§ 10, Fig. 8) geht hervor, daß die Lichtintensität den Wert $I_0/2$ für einen Abszissenwert von etwa 0,25 L_1 besitzt. Das bedeutet nach der hier vertretenen Theorie, daß nur die Hälfte der primären Kathodenstrahlen sich weiter als 0,25 L_1 von der Kathode entfernen, ehe sie bis auf weniger als die Ionisationsgeschwindigkeit gebremst und „absorbiert" werden, so daß 0,25 . L_1 als eine der Größe N/n entsprechende Reichweite in meinen Röhren darstellt. Die betreffenden L_1-Werte habe ich aus dem Diagramm Fig. 10 für 1,07 mm Hg-Druck berechnet. Die Beobachtungen bei den niedrigeren Drucken sind ja infolge des Elektronenverlustes an den Wänden besonders entstellt. Durch besondere Beobachtungen der sichtbaren Glimmlichtlänge habe ich festgestellt, daß die Messungen an N_2 mit wenigen Prozent Fehler auch für Luft gelten. Die 5. Kolonne gibt die betreffenden 0,25 . L_1-Werte.

Tabelle 3.

Kathodenfall Volt	Totale Anzahl sekundärer Ionenpaare nach Kossel	Anzahl sekund. Ionenpaare pro kinetische Durchquerg. nach Kossel	Mittlere Reichweite in λ nach Kossel	Mittlere Reichweite in λ nach Tab. 2
300	0,83	0,4	2,1	5,7
500	0,66	0,2	3,3	14
1000	0,87	0,13	6,7	33

Die Zahlen der 4. Kolonne sind 3- bis 5 mal kleiner als die Zahlen der 5. Kolonne. Meines Erachtens bedeutet diese Unstimmigkeit, daß man vor das Dilemma gestellt wird: Entweder das Theorem 3, d. h. die ausgezeichnet bewährte Erklärung des Vorganges im negativen Glimmlicht zu verwerfen oder auch gewisse Daten der Lenard-Schule als hier nicht anwendbar anzusehen. Die von Kossel berechneten N-Werte basieren nämlich wesentlich auf den Lenardschen Absorptionsmessungen der Kathodenstrahlen. Die Berechtigung der Anwendung dieser Zahlen zu diesem Zwecke ist aber meines Ermessens solange recht zweifelhaft, als Kossel (loc. cit., pag. 405) selbst genötigt ist „einen Vorgang anzunehmen, der die Wirkung der mit wachsendem Druck wachsenden absorbierten Menge zunächst sehr genau ersetzt". Jedenfalls dürfte das Kosselsche Resultat, daß ein z. B. 1000-Volt-Strahl im Mittel nur 0,87 sekundäre Elektronen erzeugt, theoretisch schwer verständlich sein, da nach Beobachtungen von Franck und Hertz[1]) (die allerdings für kleinere Geschwindigkeiten ausgeführt sind) ein Elektron bei der Ionisation nur eine Geschwindigkeitseinbuße von einigen 10—20 Volt erleidet[2]). Der oben demonstrierte

1) W. Kossel, loc. cit.
2) Unsere Bezeichnung.

1) J. Franck und G. Hertz, Verh. d. D. phys. Ges. 15, 34, 379, 1913.
2) Eine neulich von N. Åkesson in den Sitz.-Ber.

Ionenreichtum des negativen Glimmlichts, der infolge des schwachen Feldes des Glimmlichts nicht auf sekundärer Ionisation beruhen kann, spricht, wie hervorgehoben, dafür, daß die primären Kathodenstrahlen recht stattliche Mengen Sekundärelektronen freimachen. Auch das zweite Kosselsche Resultat, daß die Gesamtzahl der gebildeten Ionenpaare bei einem 500-Volt-Strahl geringer ist als bei einem 300-Volt-Strahl, scheint mir schwer verständlich, denn durch Energieverluste bei Ionenstößen mit den Gasmolekülen, die zum Teil als Ionisierungsenergie verwandt werden, wird aus dem schnellen Strahl allmählich ein langsamer, so daß nicht verständlich erscheint, weshalb ein von vornherein langsamerer Strahl mehr Ionen erzeugen sollte. Eine eingehende Kritik an diesen Arbeiten auszuüben, liegt mir fern. Ich wollte nur gewisse Unstimmigkeiten, die bisher kaum genügend beachtet worden sind, hervorheben.

§ 12. Erklärung der sogenannten magnetischen Strahlen.

Im Anschluß an die von mir ausgearbeitete Theorie der Glimmentladung erhält man sehr einfache Erklärungen zu den von Righi beschriebenen und vorläufig[1]) als auf gewisse „magnetische Strahlen" beruhend dargestellten Phänomenen. Ich begnüge mich hier damit, die wichtigsten Erscheinungen der „magnetischen Strahlen" zu erklären.

Betrachten wir die Fig. 20, Seite 197 in „Strahlende Materie und magnetische Strahlen" von Aug. Righi, übersetzt von Max Iklé, Leipzig 1909! Die Aufnahme *a* zeigt eine gewöhnliche Glimmentladung. Sie ist sehr geeignet, die in § 10 behandelte Diffusion der Kathodenstrahlen zu demonstrieren. Dank der gewählten Form der Kathode treten die Kathodenstrahlen zuerst als ein dünnes Bündel auf. Rings um dieses herum erscheinen diffuse Kathodenstrahlen und nach einem kurzen Lauf löst sich das ganze Bündel in diffuses Leuchten auf. Die Aufnahme *b* ist mit erregtem, longitudinalem Magnetfeld genommen. Sie zeigt, wie (vgl. § 10!) die Diffusion magnetisch vermindert worden ist. Die Aufnahme *c*, die einem kräftigeren Magnetfeld gehört, zeigt einen auf einer noch längeren Strecke zusammengehaltenen Bündelhals. Die Ausdehnung des Glimmlichts nach der positiven Säule zu ist bei *b* größer als bei *a*. Dies kommt davon, daß infolge der Ausrichtung der Kathodenstrahlbahnen eine größere Anzahl von diesen bei *b* nach den von der Kathode entfernten Teilen des Glimmlichts führen. Es beruht aber nicht auf einer wirklichen Verlängerung der einzelnen Kathodenstrahlbahnen. Diese dürften, insofern es auf ganz im Gas verlaufende Bahnen ankommt, vielmehr bei *b* kürzer sein als bei *a*, weil das Magnetfeld den Kathodenfall etwas verringert. Bei der Entladung *c* ist die Verkürzung der Kathodenstrahlbahnen infolge vermindertem Kathodenfall so groß, daß das Glimmlicht trotz besseren Ausrichtens der Strahlen kürzer erscheint als bei *b*.

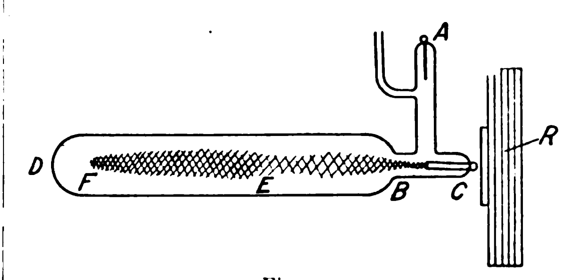


Fig. 14.

Verwendet man nun das in Fig. 24, Seite 207 des genannten Righischen Buches, hier in Fig. 14 abgebildete Entladungsrohr, so wird der Vorgang ein besonderer dadurch, daß die von den Kathodenstrahlen nach dem Rohrende *D* geschleuderten negativen Ladungen in der Richtung gegen die Kathode zurückkehren müssen, um nach der Anode zu gelangen (vgl. § 10 unter Trägheitsbeobachtungen am Glimmlicht!). Um diesen rückwärtigen Strom zu befördern, bildet sich im Glimmlicht ein von der Kathode weg gerichteter Gradient aus. Werden nun die Kathodenstrahlen magnetisch ausgerichtet, so tragen sie größere Ladungen als sonst nach dem Ende *F* des Glimmlichts und es kann dazu kommen, daß der erwähnte Gradient einen Augenblick genügend kräftig wird, um eine positive Säule *FE* im Glimmlicht hervorzurufen. Sobald diese Säule entsteht, geht in ihr die rückwärtige negative Ladungsbeförderung sehr schnell vonstatten, schneller offenbar als die Nachlieferung von Elektronen durch die Kathodenstrahlen. Deswegen erschöpfen sich die den Gradienten bestimmenden Ladungen, und die Säule erlöscht

der Heidelb. Akad., Math. Kl., Abt. A, 21. Abhandl., 1914, veröffentlichte bei Lenard gemachte Untersuchung bestätigt noch deutlicher als die Franck-Hertzsche Arbeit die von mir hier ausgesprochene Auffassung, indem sie zeigt, daß die Geschwindigkeitseinbuße, in Volt gerechnet, innerhalb des untersuchten Intervalls von der Geschwindigkeit der stoßenden Elektronen unabhängig ist. Ich vermute zwar, daß eine Untersuchung mit etwas schnelleren Elektronen, die Stoßleuchten erzeugen können, einen etwas größeren Geschwindigkeitsverlust pro ionisierendem Stoß zeigen würde, als Herr Å. mit recht langsamen, wahrscheinlich nur ionisierenden Elektronen fand.

1) Die Bezeichnung „vorläufig" für Righis Theorie der magn. Strahlen scheint mir nach mehreren Äußerungen Righis über seine Theorie (z. B. aus dem aus Righis Vorrede im Geleitwort des Übersetzers in Righi-Iklé: Strahlende Materie usw. zitierten) mit Righis eigener Auffassung übereinzustimmen.

auf eine kurze Zeit. Die Säule existiert also nur für diskrete Zeiträume. Gleichzeitig mit dem Vorhandensein der Säule ist der Strom durch die Anode verstärkt. — Die Säule bereitet ihre eigene Wiederzündung vor. Denn in einem Augenblick, wo sie den größten Teil der negativen Ladung aus der F-Gegend fortgeschafft hat, ist das die Kathodenstrahlen dort bremsende Feld natürlich besonders schwach, woraus folgt, daß die Kathodenstrahlen einen Augenblick eine größere Reichweite erhalten als sonst und also ihre Ladungen besonders weit gegen D werfen können, wodurch die Bedingungen der Wiederzündung der Säule befördert werden.

Durch das magnetische Ausrichten der Kathodenstrahlen und durch den beschriebenen wechselnden Vorgang erklärt sich also die Existenz der positiven Säule FE, die vergrößerte Längenausdehnung des ganzen Leuchtens, die gleichzeitig mit diesen Phänomenen auftretende Periodizität des Anodenstromes (bzw. auch der Stromstärke an der Kathode) und eine hiermit zusammenhängende Veränderung in der mittleren Elektrodenspannung (bzw. auch in dem mittleren Kathodenfall), alles Erscheinungen, die Righi bisher nur durch seine Theorie der magnetischen Strahlen erklären konnte. Eine Folge der Wechslungen der Größe der negativen Ladung bei F ist, daß die von dieser Ladung ausgehende positive Säule FE empfindlich gegen an die Rohrwand genäherte Kapazitäten ist[1]).

In einem Anhang zu seinem erwähnten Buch beschreibt Righi Messungen der positiven Ströme, die er aus im Gebiet FE eintauchenden Sonden erhält. Seine Versuche beweisen aber nicht, wie er meint, die Existenz einer positiven Ladung in der Säule FE, sondern sie bestätigen nur, daß, so wie ich es beschrieben habe, ein Elektronenstrom aus dem Gebiet FE nach der Anode fortgeleitet wird, und zeigen, daß dieser Strom eine Verstärkung aus den Sonden erhält, wenn diese durch zweckmäßige äußere Verbindungen instand gesetzt werden, eine solche zu liefern.

Die Figuren 42 u. 43, Seite 253 im erwähnten Righischen Buche sind gewissermaßen überraschend. Man sieht dort, wie die Kathodenstrahlen durch einen seitlichen Magneten abgelenkt werden, ohne daß die positive Säule FE in ihrer ursprünglichen Lage verschwindet. Die Erklärung dürfte folgende sein: Die sichtbar abgelenkten Kathodenstrahlen sind hauptsächlich solche, die während der Schwankungen des Kathodenfalls am weichsten werden. Von den härteren Strahlen vermögen viele an den seitlichen Magneten vorbeizuschießen. Diese schaffen immer noch bei F genügend kräftige Ladungen, um die positive Säule FE hervorzurufen.

Righi hat neulich[1]) gezeigt, daß die „magnetischen Strahlen" weiter reichen, je kleineres Molekulargewicht das betreffende Gas hat. Dies beruht natürlich darauf, daß die Kathodenstrahlen in leichteren Gasen größere Reichweiten besitzen. Die L-Werte für einen bestimmten Kathodenfall und einen bestimmten Druck sind z. B. nach den Tabellen 1 und 2 hier oben bedeutend größer in H_2 als in N_2.

Es würde zu weit führen, auf alle Righischen Beobachtungen an „magnetischen Strahlen" hier einzugehen. Sie lassen sich meistens zwanglos in Übereinstimmung mit dem obigen deuten.

Die richtige Erklärung der im erwähnten Righischen Buch § 26 geschilderten mit einem Faraday-Käfig ausgeführten Messungen hat schon Thirkill[2]) gegeben. Er erwähnt auch den diffusionsvermindernden Einfluß auf die Kathodenstrahlen seitens des Magnetfeldes, gibt aber im übrigen meines Erachtens mehr oder weniger unrichtige Erklärungen für die Righischen Erscheinungen.

§ 13. Schluß.

Die vorangehenden 12 Paragraphen enthalten eine ziemlich vollständige Grundlage für eine Theorie des Glimmstroms. Diese hat sich mit vielen von anderen Forschern stammenden theoretischen Überlegungen verschmolzen und basiert zum größten Teil auf von anderen als mir gemachten Beobachtungen. Die betreffenden benutzten Publikationen habe ich in üblicher Weise angegeben, ohne mich aber einer vollständigen Aufzählung der zum betreffenden Thema[3]) gehörigen Literatur zu befleißigen. In recht vielen Punkten fehlte bisher ein passendes Beobachtungsmaterial. Da habe ich nach Möglichkeit mit eigenen, aus erwähnten Gründen teilweise nur provisorischen Beobachtungen eingegriffen. Ich hoffe, daß meine Theorie sich als Unterlage für weitere Forschungen bewähren wird, und hoffe auch, daß es nicht zu üblen Mißverständnissen führen wird, daß ich in den späteren Teilpublikationen

1) Das Phänomen der Empfindlichkeit der positiven Säule intermittierender Entladungen habe ich im § 1 erwähnt, wo ich wegen dessen Erklärung auf eine Arbeit von R. Reiger hinweise.

1) A. Righi, diese Zeitschr. **15**, 528, 558, 1914.

2) H. Thirkill, Proceed. of the Roy. Soc. London, (A), **83**, 324, 1910.

3) Die Note 3, diese Zeitschr. **16**, 22, 1915 möchte ich etwas ergänzen. Die Hypothese eines bei der Wiedervereinigung emittierten Leuchtens (ohne nähere Angabe des Spektrums) wurde (vgl. J. Stark, Die elementare Strahlung. Lpzg. 1911, S. 213) schon 1899 von J. J. Thomson, Phil. Mag. **47**, 268, 1899, und 1900 von W. Kaufmann, Verh. d. D. Phys. Ges. **2**, 137, 1900 ausgesprochen. Kaufmann braucht diese Hypothese ebenfalls für eine Theorie des Dunkelraumes, welche sich allerdings in wesentlichen Punkten von der meinigen unterscheidet.

einige Verbesserungen mit Bezug auf die ersteren eingeführt habe.

Auf besondere Veranlassung werde ich auf die wichtigste der betreffenden Verbesserungen hier noch einmal eingehen. Die in § 2 aufgestellte, nicht ganz glückliche Hypothese E habe ich in § 6 durch die Hypothese E' ersetzt. Die Hypothese E' besagt in Kürze:

1. daß ein wichtiger Elektronenverlust der positiven Säule auf der in § 6 erklärten Elektronendiffusion nach den Wänden beruht;

2. daß die vom Stromvorgang aufrecht erhaltenen Ladungen einer solchen Form zustreben, daß dieser Elektronendiffusion von ihnen entgegengewirkt wird;

3. daß die für den Stromtransport günstigsten Ladungen bei größerer Stromstärke leichter zustandekommen.

Durch diese Hypothese erklärt sich:

1. das Anwachsen des Gradienten in der positiven Säule mit abnehmendem Rohrdurchmesser; vgl. § 6!
2. die Abnahme des Gradienten mit wachsender Stromstärke; vgl. § 6 und 2!
3. das Vorhandensein einer unteren Grenze des Gradienten (in § 2 auf die Sättigung des E-Effekts zurückgeführt), welcher der Gradient sich bei wachsender Stromstärke asymptotisch nähert. — Erklärung: Die günstigsten Ladungen können nur den Elektronenverlust nach den Wänden aufheben; der innerhalb der Säule durch Wiedervereinigung zustandekommende Elektronenverlust bleibt bestehen und bedingt die untere Grenze des Gradienten.

Die Tatsache, daß die untere Grenze des Gradienten bei kleinen Drucken eher (d. h. bei kleineren Stromstärken) nahe erreicht wird als bei großen Drucken, versuchte ich in § 2 durch die Hypothese E zu deuten (vgl. in § 2 die zweite Forderung für die Hypothese E!). Die richtige Erklärung dürfte folgende sein: Weil in der positiven Säule die mittlere Elektronengeschwindigkeit ziemlich unabhängig vom Druck ist (vgl. bei der Beziehung E in § 4!), so muß der zum Aufheben der Elektronendiffusion nach der Wand nötige Potentialsprung ziemlich unabhängig vom Druck sein. Dieser Potentialsprung muß etwa auf eine freie Elektronenweglänge fallen, um vollauf wirksam zu sein. Die Dicke des betreffenden Potentialsprunggebietes muß jedenfalls, wenn in freien Weglängen gemessen, unabhängig vom Druck sein. Die zu dessen Aufrechterhaltung nötigen Ladungen sind also bei kleinen Drucken kleiner als bei großen Drucken. Die für einen gewissen Bremseffekt gegenüber der Elektronendiffusion nach den Wänden nötige Stromstärke wird deshalb mit abnehmendem Druck abnehmen, denn die gleiche Stromstärke würde bei einem kleineren Druck mindestens dieselbe negative Wandladung (vgl. die erste Andeutung der Hypothese E' in § 2!) aufrecht erhalten wie bei einem größeren Druck. Es ist hier zu bemerken, daß die in der Note 1 der 2. Spalte § 2, Seite 245 erwähnte Schwierigkeit für die dortige Theorie hier wegfällt, indem jetzt eine Zunahme der Größe λ mit wachsendem Druck theoretisch nicht zu erwarten ist.

(Eingegangen 30. Dezember 1914.)

Das Wellenzahlensystem des Rutheniums.

Von Emil Paulson.

Beschreibung der Tabelle.

Die umstehende Tabelle veranschaulicht ein System gesetzmäßig geordneter Linien im Ruthenium. Sie enthält 548 Rutheniumlinien, welche in 65 Gruppen von je 18 Linien geordnet worden sind. Die Wellenzahlen, berechnet ohne Reduktion aufs Vakuum nach Kaysers vorzüglicher Ausmessung des Bogenspektrums[1]), sind in den Kolumnen A—R eingetragen, während ihre Differenzen und ihre Intensitäten in den Zwischenkolumnen gegeben sind.

Um die Tabelle bequemer zu machen, wurden jedoch bei ihrer Herstellung nach abgeschlossener Untersuchung viele hundert Linien fortgelassen, die nur Bruchteile einer vollständigen Gruppe bildeten. Die kürzesten Gruppen enthalten wenigstens je fünf Linien und sind nur im Falle einer besonders hohen Intensität der Linien aufgenommen. Aus gleichem Grunde wurden auch einige Differenzen, die verhältnismäßig wenig Linien mit dem System verbanden, vernachlässigt. Es ist daher nicht unwahrscheinlich, daß sämtliche Linien des Spektrums zu einem einzigen — obwohl sehr lückenhaften — System vereinigt werden können.

Kayser[2]) hat schon einige Paare im *Ru*-Spektrum angegeben. Von diesen habe ich nur die beiden Paare mit den Differenzen 938 und 601 (hier $= 40 + 561$) wiedergefunden, die übrigen sind wahrscheinlich nur zufällig.

Einige — vielleicht ganz zufällige — Eigentümlichkeiten der Differenzen sind zu nennen. Mit Ausnahme der drei Differenzen $B - A = 1408{,}78$,

1) Durch Berechnung der Wellenlängen der fehlenden Linien wurde es möglich, auch einige von Kayser nicht beobachtete, von Eder und Valenta bzw. Exner und Haschek dagegen gemessene Linien in die Tabelle einrücken zu lassen.

2) H. Kayser, Über die Bogenspektren der Elemente der Platingruppe, Abhandl. d. Berl. Akad. 1897.



Das Wellenzahlensystem des Rutheniums.

Nr.	*I*	*A*	1408,78	*I*	*B*	2198,97	*I*	*C*	792,94	*I*	*D*	31,04	*I*	*E*	1440,29	*I*	*F*	62,99
1																		
2													2	15415,87	1440,35	5	16856,22	
3										2	15662,12							1534,31
4							4	16063,19	793,03	5	16856,22	30,99	8	16887,21	1440,13	2	18327,34	
5																		
6										3	17845,09							1534,11
7													2	18271,34	1440,31	2	19711,65	
8																3	20248,69	
9																		
10																		
11																		
12																		
13										2	19698,61							1534,30
14																4	21358,53	
15				2	17317,46										4463,07	4	21780,53	
16	3	15994,24	1408,78	4	17403,02	2198,87	2	19601,89	792,87	5	20394,76	31,12	4	20425,88				1503,17
17				2	17544,66				2992,13	6	20536,79	30,80	2	20567,59	1440,18	2	22007,77	
18																		
19																		
20	3	16803,05				3607,53	1	20410,58	792,93	2	21203,51				1471,15	6	22674,66	63,16
21	2	17157,85	1408,53	4	18566,38	2199,07	5	20765,45							2264,14	6	23029,59	
22	2	17293,53				3607,51	2	20901,04							2264,32	2	23165,36	
23				3	18750,78	2198,96	0	20949,74	792,84	6	21742,58	31,10	4	21773,68	1440,29	4	23213,97	63,01
24	2	18122,31				3607,70	3	21730,01	792,82	5	22522,83				1471,39	5	23994,22	
25													2	22812,66	1440,17	2	24252,83	
26										4	22797,58							1534,50
27				2	19939,74	2198,54	4	22138,30				824,02	3	22962,32	1440,01	4	24402,33	
28													4	23110,75	1440,27	2	24551,02	
29													2	23454,63				1503,26
30													2	24264,25	1440,38	4	25704,63	
31																		
32	1	20757,61	1408,70	4	22166,31							3023,99	2	25189,30	1440,16	4	26629,46	63,04
33	2	21711,61	1408,60	4	23120,21	2199,07	2	25319,28				823,97	1	26143,25	1440,29	5	27583,54	63,00
34	4	22069,98	1408,88	5	23478,86	2199,11	2	25677,97	793,02	3	26470,99	30,94	2	26501,93				1503,47
35	4	22619,27	1408,67	4	24027,94	2199,03	3	26226,97				823,89	4	27050,86	1440,22	2	28491,08	
36																		
37	0	23658,39	1408,41	2	25066,80										4463,17	2	29529,97	
38				3	25369,06	2198,67	2	27567,73				823,99	1	28191,72	1440,69	4	29832,41	
39																2	29861,17	62,73
40																		
41				2	25794,47				2991,62	5	28786,09				1471,55	2	30257,64	62,85
42	2	24709,05	1408,38	6	26117,43	2198,75	3	28316,18	793,02	4	29109,20							
43				3	26254,85										4463,72	1	30718,57	
44										1	29377,90							1554,77
45				2	26595,88	2199,00	2	28794,88	793,11	4	29587,99	31,29	6	29619,28				1503,31
46										2	29629,28							1554,34
47										2	29792,05							1554,00
48				4*R*	26830,65													
49										3	29969,10							1534,50
50	2	25720,43	1408,44	4	27128,87	2199,13	2	29328,00	793,03	1	30121,03	31,06	6	30152,09	1440,39	1	31592,48	63,11
51	3	25901,10	1408,39	2	27309,49	2198,94	4	29508,43				824,10	2	30332,53	1440,54	2	31773,07	63,11
52	2	26135,32				3607,65	1	29742,97	792,97	5	30535,94	31,27	2	30587,21	1440,16	4	32007,37	62,72
53	3	26212,46	1408,57	4	27621,03	2199,09	2	29820,12	792,84	4	30612,96							1534,77
54	0	26434,82							4401,02	2	30835,84	30,74	3	30866,58				1503,73
55							4	30316,26	792,97	2	31109,23				1471,60	2	32580,83	
56										3	31234,38	30,86	2	31265,24				1503,38
57										2	31360,64	31,11	2	31391,75	1440,03	4	32831,78	
58				2	29217,72										4462,86	4	33680,58	63,07
59				4	29870,80	2199,29	4	32070,09	792,76	2	32862,85	31,12	2	32893,97				
60																		
61													1	34456,38	1440,59	1	35896,97	63,13
62	2	30672,02							4400,56	1	35072,58	31,27	1	35103,85	1440,51	1	36544,36	
63	2	30743,88													5872,34	2	36616,22	
64																		
65																2	37773,05	

$F-E=1440{,}29$ und $I-H=286{,}79$ können alle die übrigen als ganze Zahlen betrachtet werden. Die Mittel dieser Differenzen sind nämlich: $C-B=2198{,}97$, $D-C=792{,}94$, $E-D=31{,}04$, $G-F=62{,}99$, $H-G=62{,}94$, $K-I=195{,}54+491{,}44=686{,}99$, $M-K=$

Das Wellenzahlensystem des Rutheniums.

Nr.	I	G	62,96	I	H	286,79	I	I	195,54	I	J	491,44	I	K	40,48	I	L	560,67
1	3	16347,96				349,85	5	16697,81	195,54	6	16893,35	491,42	3	17384,77				600,97
2			126,15	1	16982,37	286,58	1	17268,95	195,55	4	17464,50	491,30	4	17955,80	40,43	3	17996,23	
3	5	17196,43				349,84	4	17546,27	195,43	7	17741,70	491,43	6	18233,13				601,25
4			126,05	4	18453,39	286,85	4	18740,24	195,61	2	18935,85	491,43	4	19427,28	40,39	5	19467,67	560,81
5	1	18898,84				349,81	4	19248,65	195,52	4	19444,17							1092,62
6	2	19379,20																1637,85
7			126,04	1	19837,69	286,84	2	20124,53	195,60	4	20320,13	491,35	2	20811,48	40,44	2	20851,92	560,67
8			126,00	3	20374,69	286,76	2	20661,45	195,56	2	20857,01	491,35	4	21348,36				
9							4	21125,07	195,62	4	21320,69	491,32	4	21812,01				
10										5	21515,61							1092,77
11	3	21134,95				349,68	4	21484,63				687,09	4	22171,72				601,15
12																		
13	6	21232,91							545,43	2	21778,34	491,39	2	22269,73	40,79	2	22310,52	560,31
14			126,10	4	21484,63				482,39	4	21967,02				531,84	4	22498,86	560,79
15			125,94	2	21906,47				482,38	2	22388,85	491,40	2	22880,25	40,44	1	22920,69	
16	4	21929,05	62,94	2	21991,99	286,92	4	22278,91	195,48	4	22474,39	491,41	6	22965,80	40,48	4	23006,28	560,67
17			126,02	4	22133,79	286,68	6	22420,47	195,63	4	22616,10	491,45	3	23107,55	40,33	5	23147,88	
18	4	22230,52				349,88	4	22580,40	195,48	6	22775,88	491,35	8	23267,23				601,17
19	2	22269,73				349,54	4	22619,27				687,00	2	23306,27				601,10
20	4	22737,82	62,94	5	22800,76	286,89	4	23087,65	195,46	5	23283,11	491,43	4	23774,54	40,42	4	23814,96	560,78
21			126,06	4	23155,65	286,78	2	23442,43	195,61	6	23638,04	491,26	4	24129,30	40,41	3	24169,71	
22			125,98	4	23291,34	286,72	6	23578,06				687,01	2	24265,07	40,46	1	24305,53	
23	5	23276,98	62,97	6	23339,95	286,86	4	23626,81	195,47	4	23822,28	491,40	4	24313,68	40,51	0	24354,19	560,73
24			125,94	4	24120,16	286,81	2	24406,97	195,58	4	24602,55	491,49	5	25094,04	40,30	5	25134,34	
25			126,06	4	24378,89	286,77	4	24665,66	195,55	5	24861,21	491,57	2	25352,78	40,50	3	25393,28	
26	0	24332,08				349,73	4	24681,81	195,67	2	24877,48	491,58	3	25369,06				601,19
27			126,11	5	24528,44										1014,34	4	25542,78	
28			125,95	4	24676,97	286,89	4	24963,86	195,58	4	25159,44	491,45	3	25650,89	40,40	4	25691,29	
29	4	24957,89	63,06	2	25020,95	286,86	4	25307,81	195,50	4	25503,31				532,18	3	26035,49	560,39
30			126,15	2	25830,78	286,65	0	26117,43	195,66	3	26313,09	491,17	4	26804,26	40,52	4	26844,78	
31							4	26716,97	195,36	4	26902,33	491,41	4	27393,74				
32	1	26692,50	62,99	3	26755,49	286,74	3	27042,23	195,64	2	27237,87	491,38	1	27729,25				
33	4	27646,54	63,04	2	27709,58	286,64	1	27996,22	195,50	1	28191,72	491,49	2	28683,21	40,29	4	28723,50	560,88
34	2	28005,40	62,73	2	28068,13				482,25	2	28550,38	491,45	2	29041,83	40,45	4	29082,28	
35			126,06	3	28617,14	286,76	2	28903,90	195,64	2	29099,54	491,51	4	29591,05	40,43	4	29631,48	
36							2	28938,95	195,60	3	29134,55	491,75	1	29626,30	40,95	2	29667,25	
37			126,11	4	29656,08	286,82	6	29942,90	195,65	4	30138,55	491,11	2	30629,66	40,57	5	30670,23	
38			126,01	4	29958,42	286,78	4	30245,20	195,55	4	30440,75	491,42	4	30932,17	40,53	4	30972,70	
39	4	29923,90							545,33	2	30469,23	491,67	2	30960,90				601,17
40	4	30049,61				350,16	2	30400,77	195,71	5	30596,48	491,84	4	31088,34				
41	3	30320,49	63,10	2	30383,59	286,64	5	30670,23										
42						1384,14	5	30993,34										1288,58
43									608,08	2	31326,65				531,94	4	31858,59	560,20
44	2	30912,67							545,34	1	31458,01	491,48	3	31949,49				
45	3	31122,59							545,63	2	31668,22							1092,35
46	1	31163,62				350,11	2	31513,73				686,99	2	32200,72				601,11
47	2	31326,65				349,79	2	31676,44				686,86	4	32363,30				601,27
48						4875,83	4	31706,48				687,01	2	32393,49				601,10
49	4	31503,60				349,82	2	31853,42							727,41	2	32580,83	560,72
50	4	31655,59				349,73	2	32005,32	195,40	2	32200,72				532,07	4	32732,79	560,59
51	4	31836,18	62,76	1	31898,94	287,06	3	32186,00	195,53	2	32381,53	491,26	1	32872,79	40,46	2	32913,25	
52	4	32070,09																1637,74
53	4	32147,73				349,56	2	32497,29	195,70	2	32692,99	491,24	3	33184,23				601,16
54	4	32370,31	62,99	3	32433,30				482,23	2	32915,53	491,41	3	33406,94	40,45	2	33447,39	560,78
55			125,95	3	32706,78	286,83	2	32993,61	195,46	3	33189,07	491,51	4	33680,58				
56	2	32768,62	63,16	4	32831,78	349,62	4	33118,46	195,39	3	33313,79	491,46	3	33805,25	40,40	4	33845,65	560,94
57			126,17	4	32957,95				482,28	2	33440,23	491,43	4	33931,66	40,47	1	33972,13	
58	2	33743,65							545,79	6	34289,44	491,96	5	34781,40	40,45	4	34821,85	
59									1858,70	1	34942,67	491,44	2	35434,11				
60	1	35171,73							545,47	2	35677,20	491,52	2	36168,72				601,25
61	2	35960,10	62,82	1	36022,92				482,63	4	36505,55	491,48	4	36997,03	40,55	1	37037,58	560,79
62																		1701,39
63			126,19	1	36742,41	286,67	1	37029,08	195,74	4	37224,82	491,53	2	37716,35	40,30	1	37756,65	
64							1	37639,55	195,67	4	37835,22	491,58	4	38326,80				601,06
65			125,84	2	37898,89				482,34	2	38381,23	491,28	2	38872,51	40,42	2	38912,93	560,79

40,48 + 560,67 = 601,15, $O - M = 938,29 + 3832,68 = 4770,97$, $Q - O = 621,86 + 901,23 = 1523,09$ und $R - Q = 1191,04$. Bemerkenswert sind auch die innerhalb der Gruppe gelegenen Tripletten $F—G—H$ mit äquidistanten Schwingungsdifferenzen der Komponenten.



Das Wellenzahlensystem des Rutheniums.

Nr.	*I*	*M*	938,29	*I*	*N*	3832,68	*I*	*O*	621,86	*I*	*P*	901,23	*I*	*Q*	1191,04	*I*	*R*
1	6	17985,74	938,38	4	18924,12				4454,46	2	23378,58	901,05	2	24279,63	1191,14	6	25470,77
2												6854,66	4	24850,89			
3	4	18834,38	938,27	4	19772,65				4454,44	2	24227,09	901,12	4	25128,21	1191,11	4*R*	26319,32
4	2	20028,48	938,26	4	20966,74	3832,63	4	24799,37				1523 07	4	26322,44			
5	6	20536,79							5393,19	3	25929,98	900,67	4R	26830,65			
6	6	21017,05	938,29	6*R*	21955,34							5355,95	7	27311,29			
7	4	21412,59	938,32	4	22350,91	3832,72	2	26183,63	621,78	7	26805,41	901,25	2	27706,66			
8						5372,18	5	26720,54	621,89	2	27342,43						
9			1539,60	2	23351,61				4454,60	5*R*	27806,21	900,88	2	28707,09	1191,23	4	29898,32
10	1	22608,38	938,21	4	23546 59	3832,15	3	27378,74									
11	4	22772.87	938,20	7	23711,07				4454,61	2	28165,68	901,05	4	29066,73	1190,91	2	30257,64
12	5	22802,11	938,23	5	23740,34							5355,74	5*R*	29096,08	1191,07	5	30287,15
13	5	22870 83	938,30	7	23809,13				4454,63	3	28263,76	901,05	2	29164,81	1190,93	6	30355,74
14	2	23059,65	938,26	0	23997,91	3832,59	4*R*	27830,50	621,83	4	28452,33	901,25	2	29353,58			
15						5331,73	2	28252,42	621,86	4	28874,28						
16	6	23566,95	938,17	7	24505,12	3832,81	2	28337,93	621,89	4	28959,82	901,35	2	29861,17			
17																	
18	0	23868,40	938,41	3	24806,81				4454,44	7	29261,25	901.29	3	30162,54	1191,12	2	31353,66
19	2	23907,37	938,28	2	24845 65	3832,71	2	28678,36	621,80	3	20300,16	901,37	4	30201,53			
20	2	24375,74	938,34	4	25314,08	3832,70	4	29146,78	621,94	6	29768,72	901,51	5	30670,23			
21						5331,95	4	20501 66	621,90	1	30123,56						
22						5331,82	2	29637.35									
23	4	24914,92	938,43	1	25853,35	3832,66	6	29686,01	621,79	2	30307,80						
24																	
25						5331,80	4	30725,08	622,00	4	31347,08	901,10	4	32248,18			
26	3	25970,25	938,09	3	26908,34				4454,76	5	31363,10	901,31	5	32264,41	1190,70	6	33455,11
27			1498,71	2	27041.49	3833,19	2	30874,68				1523,11	2	32397,79			
28						5331,95	4	31023,24	621,93	4	31645 17						
29	2	26595,88	938,22	3	27534,10	3832,93	2	31367,03	622,02	4	31989,05	901,14	3	32890,19			
30						5332,01	3	32176,79	621.92	4	32798,71						
31									5994.35	5	33388,09	901,35	6	34289,44	1190,92	4	35480,36
32						5372,43	2	33101,73	621,78	4	33723,51	901,21	2	34624 72			
33	3	29284,38										6294,57	3	35578,95	1191,02	5	36769,97
34						5332 13	3	34414,41	622,05	4	35036,46						
35						5332,21	4	34963,69				1522,85	4	35585,54			
36																	
37			1499,32	2	32169,55	3832.36	0	36001,91	621,49	2	36624,40	901,45	4	37525,85			
38																	
39	1	31562,07	938,28	2	32500,35												
40																	
41																	
42	4	32281,92															
43	2	32418,79							5392,54	0	37811,33	901,37	2	38712,70			
44																	
45	1	32760,57	938,28	2	33698,85												
46	4	32801,83	938,30	3	33740 13							5356,21	1	39096,34			
47	4	32964.57	938,21	4	33902,78												
48	2	32994.59															
49	5	33141,55	938,13	2	34079,68												
50	2	33293,38															
51			1498,91	1	34412,06												
52	1	33707,83										6294,21	2	40002,04			
53	2	33785,39	938,63	5	34724,12												
54	3	34008,17	938,42	5	34946,59												
55																	
56	3	34406,59	938,46	2	35345,05												
57																	
58																	
59																	
60	5	36760,97	938,27	4	37708.24												
61	4	37598,37	938,37	2	38536,74												
62	2	38245,75	937,93	0	39103,68												
63																	
64	4	38927,86	938,56	2	39866,42												
65	1	39473,72															

Lund, 30. Januar 1915.

(Eingegangen 2. Februar 1915.)

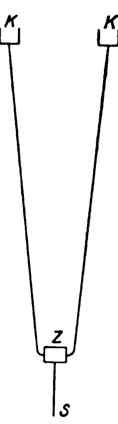


Schwingungen von elektrisch glühenden Platinfaden.

Von F. Streintz und A. Wesely.

(Mit Tafel III und IV.)

Ein Platinfaden wird mit seinen Enden an zwei rechtwinklig umgebogenen Kupferbleche *KK* der Textzeichnung gelötet, die zur Hälfte in eine Ebonitplatte eingelassen und mit Schrauben daran befestigt sind. Durch den Platinfaden wurde vor dem Verlöten ein kurzes Kupferzylinderchen *Z* mit konaxialer Durchbohrung hindurchgezogen. Die Mitte des Zylinders trägt eine 2 cm lange Nadel *S* aus demselben Metall. Die Ebonitplatte wird in ein Stativ wagrecht eingeklemmt, die Kupferbleche stehen mit der Stromzuleitung in Verbindung. Mit Hilfe der beiden Schrauben können die Fadenenden in verschiedene Entfernung voneinander gebracht werden. Man erhält ein bifilares Pendel, dessen Drehmoment beliebig geändert werden kann. Für die Versuche verwendet wurden Faden mit Stärken von 0,04 mm und 0,08 mm und Längen von 2 × 15 cm bis 2 × 31 cm.



Leitet man Gleichstrom durch die Faden, so werden sie bei Rotglut zunächst gerade gestreckt; nach längerer Zeit beginnt das Pendel in Schwingungen zu geraten, deren Dauer für den Fall, als die Faden ungefähr parallel hängen, die größte ist. Die Schwingungen gehen in der Ebene der Faden vor sich und erlangen eine recht beträchtliche Schwingungsweite, wenn die Erhitzung bis zur Gelbglut gesteigert wird. Fig. 1[1]) zeigt zwei Schwingungsphasen des Pendels, die bei einer Expositionsdauer von je 0,02 sec bei zwei Umkehrpunkten auf der photographischen Platte festgehalten wurden. Die Linien, die bei der Schwingung nach der linken Seite erhalten wurden, sind schwach und haarförmig, während die nach der rechten verbreitert erscheinen. Wahrscheinlich wurde im zweiten Falle der Augenblick der Umkehrung der Schwingung etwas verpaßt. Der Faden hatte eine Länge von 2 × 24 cm, sein Durchmesser war 0,08 mm. Der Schwingungsbogen betrug etwa 11 Grad.

Für alle photographischen Aufnahmen wurden die von der A.-G. Agfa gelieferten Chromo-Isorapid-Platten gewählt, die sich, wie aus der Figur ersichtlich wird, neben hoher Empfindlichkeit durch das vollkommene Fehlen eines Lichthofes auszeichnen.

In Fig. 2 wird das Ergebnis einer Aufnahme bei einer Expositionszeit von 2 × 0,04 sec dargestellt. Die Linien verbreitern sich nach unten. Außerdem bemerkt man, besonders auf der linken Seite, daß sich in ein und in zwei Drittel der Länge ein Schwingungsknoten gebildet hat. Platin wird bei hohen Temperaturen plastisch. Es mögen also schon geringe Erschütterungen der Faden, wie sie durch die aufsteigende heiße Luft entstehen, hinreichen, um Wellenbewegungen auszulösen.

Zum Verständnis der Abbildungen sei bemerkt, daß der mäßig warme Kupferzylinder keinen Eindruck auf der Platte hervorruft; infolgedessen zeigen die Bilder zwei vollkommen getrennte Hälften.

Ein unbelasteter Faden gerät nicht in Schwingungen; es genügt aber schon ein auf den Draht gehängtes Glashäkchen von nur 0,03 g Masse, um ein Pendel von 2 × 31 cm Länge bei einem Fadendurchmesser von 0,08 mm in ansehnliche Schwingungen zu versetzen. Wird als belastende Masse eine kleine Rolle verwendet, dann entstehen keine Schwingungen. Das Gleiten der Rolle auf dem Faden dürfte die Ursache sein, daß die Bewegung ausbleibt. Bringt man das Pendel unter den Rezipienten der Luftpumpe, dann treten bei einem Luftdruck von 12 cm Quecksilbersäule abwärts zuweilen keine Schwingungen, zuweilen nur solche von geringer Schwingungsweite auf.

Das Glühen der Faden ist niemals ein vollkommen gleichmäßiges. Durch die aufsteigenden heißen Luftströme treten auch bei sonst vollkommener Ruhe der Umgebung an verschiedenen Stellen Abkühlungen ein, die sich darstellen, als wenn Schatten über die Glühfaden huschen würden. Ein in den Stromkreis geschaltetes Amperemeter zeigt stets Stromschwankungen. Bei ruhendem Faden ist die Stromstärke am geringsten. Mit zunehmender Schwingungsweite nimmt sie zu. Ein Synchronismus der Pendel- und der Galvanometerbewegung ließ sich, wie das bei der Unregelmäßigkeit der Abkühlungsvorgänge zu erwarten war, nicht nachweisen.

Die Schwingungen nehmen nicht regelmäßig zu. Ohne sichtbaren Anlaß treten oft derartige Dämpfungen ein, daß das Pendel für kurze Zeit zum Stehen kommt. Dann beginnen die Schwingungen wieder von neuem.

Nach den mitgeteilten Versuchen wird es kaum zweifelhaft sein, daß die Luftbewegung die Erscheinung, wenn nicht hervorruft, so doch wesentlich beeinflußt. Eine asymmetrische Temperaturverteilung in den Fadenhälften wird Längenänderungen auf beiden Seiten zur Folge haben. Möge z. B. die linke Seite eine größere Verlängerung erfahren haben. Damit ist die erste Anregung zur Bewegung gegeben. Ist

1) Die Fig. 1—10 befinden sich auf Tafel III u. IV.



eine solche ausgelöst, so kann man sich vorstellen, daß die linke längere Seite sich bei der Bewegung stärker abkühlt, als die kürzere rechte, die nunmehr in lebhaftere Glut gerät. Es überwiegt die Ausdehnung der rechten Fadenhälfte und bringt eine Umkehr der Bewegung hervor. Wiederholt sich der Vorgang angenähert regelmäßig, so nehmen die Schwingungen zu, treten Störungen ein, dann entstehen Dämpfungen.

Da geringe mechanische Erschütterungen bereits vermögen, Seitenschwingungen zu erregen, so erschien es wahrscheinlich, daß diese durch Anwendung von Wechselströmen deutlicher in die Erscheinung treten werden. Die Annahme wurde bestätigt. Die Fig. 3—10 zeigen Lichtbilder, die mit Wechselstrom gewonnen wurden. Durch den Wechselstrom gerät das ganze System in Zuckungen, die um so lebhafter werden, je größer Wellenlängen und Schwingungsweiten sind. Infolgedessen zerreißt der Faden sehr häufig, bevor er noch in entsprechende Glut versetzt worden war. Auch wird eine längere Dauer der Exposition (0,5 bis 1 sec) unmöglich gemacht. Je feiner der Faden, um so größer die Störung. Zuweilen gelingt es, die Zuckungen möglichst herabzusetzen dadurch, daß man die vertikale Spitze der am Zylinderchen angebrachten Nadel in die Bohrung eines darunter gelegten Kautschukpfropfes steckt. Zuverlässiger ist es jedoch, die Nadel mit Daumen und Zeigefinger der unterstützten Hand so sanft zu halten, daß man das Beben des Fadens mit dem Tastsinn wahrnehmen kann. Faßt man die Spitze fester, so verschwinden mit dem Beben auch die Schwingungen.

Die in den Fig. 3, 4 und 5 ersichtlichen Lichtbilder zeigen Schwingungen, die in einem Faden von 2×18 cm Länge und einem Durchmesser von 0,04 mm erregt wurden. Die Spannung betrug 72 Volt.

Die Schwingungen sind von der Periodenzahl der Wechselstrommaschine unabhängig. Bei Fig. 3 macht jede Fadenhälfte eine Ganzschwingung, es entsteht also der Grundton. Berücksichtigt man die beträchtliche Schwingungsweite (9 mm), so ist einzusehen, warum die Schwärzung der Platte von den scharf ausgeprägten Enden gegen die Mitte stark abnimmt. Die Lichtstärke ist in der Mitte auf eine größere Fläche verteilt, außerdem werden die Faden daselbst durch die Bewegung gekühlt. Als Expositionszeit war 1 sec gewählt. Fig. 4 zeigt links gleichfalls den Grundton, rechts bei Ausbildung zweier Knoten den zweiten Oberton. Doch treten auch Überlagerungen auf, die auf das gleichzeitige Vorhandensein des ersten Obertones schließen lassen. Es entsteht also, musikalisch gesprochen, ein Klang. In Fig. 5 sind die Überlagerungen noch deutlicher ersichtlich. Die Expositionszeit betrug bei 4 und 5 eine halbe Sekunde.

Die nächsten Figuren zeigen Schwingungen, die in einem Faden von 2×24 cm Länge, 0,08 mm Durchmesser mit einer Spannung von 54 Volt angeregt wurden. Die Expositionsdauer war 1 sec. Fig. 6 zeigt beiderseits den zweiten Oberton. Man sieht deutlich, daß die Umgebung der Befestigungsstellen durch Wärmeleitung gekühlt worden war. In Fig. 7 erblickt man auf beiden Seiten den ersten Oberton. In größerer Entfernung vom Schwingungsbauch links befand sich ein Magnetpol. In welchem Maße die Schwingungsweite durch magnetische Wirkung vergrößert werden kann, zeigt Fig. 8. Der auf der linken Seite entstandene erste Oberton wurde durch einen nahegebrachten Pol bedeutend verstärkt. Dasselbe geschah (Fig. 9) mit dem links hervorgerufenen zweiten Oberton. Die Lichtbilder geben leider nur ein schwaches Abbild der schönen Erscheinungen. In Fig. 10 endlich wurde der Pol dem obersten Schwingungsknoten linker Hand genähert. Der Knoten wird zerrissen, die verwickelte Schwingungsform ähnelt der Fig. 2, die mit Gleichstrom gewonnen wurde.

Es soll noch erwähnt werden, daß die Schwingungen der stärkeren Faden meist so vollkommen in der Ebene der Faden verlaufen, daß man senkrecht darauf eine scharfe gerade Linie erblickt. Erschütterungen der Aufhängevorrichtung und das Auftreten eines magnetischen Feldes bewirken Drehungen der Schwingungsebene. Bei dünnen Faden (0,04 mm) treten derartige Drehungen auch ohne wahrnehmbare Ursache auf, mögen also wohl schon durch die erhitzte Luft der Umgebung hervorgerufen werden.

Die Klangfarbe des Fadens ist von seiner Belastung in der Mitte abhängig. Es ergaben sich bei verschiedener Belastung des Fadens (2×31 cm, 0,08 mm) mit Kupferbügeln (Masse m) die nachstehend verzeichneten Schwingungsformen:

m in Gramm:	Schwingungsform:
4,28	Grundton (kräftig), 1. Oberton,
2,15	Grundton, 1. und 2. Oberton,
0,77	Grundton (schwach), 1. u. 3. Oberton.

Mit abnehmender Belastung nimmt der Klang an Fülle zu. Entfernt man den Kupferbügel, dann entsteht ein Schwingungsbauch an der Stelle, die jener vorher eingenommen hatte, und es bilden sich in der ganzen Fadenlänge 13 Schwingungsbäuche und 12 Knoten aus.

Graz, Ende Januar 1915.

(Eingegangen 26. Januar 1915.)



Zur Theorie des Luftwiderstandsgesetzes[1]).

Von L. Grebe.

Trifft ein Luftstrom senkrecht auf eine ebene Fläche, oder wird eine ebene Fläche in ruhender Luft senkrecht zu sich selbst bewegt, so erleidet sie einen Widerstand, der auf Grund experimenteller Erfahrung proportional der bewegten Fläche und proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit der Fläche gegen die Luft ist. Dieses experimentelle Gesetz ist auch theoretisch untersucht, doch steht mir Literatur physikalischer Natur zurzeit nicht zur Verfügung.

Die bei einer solchen Bewegung auftretende Kraft kann nur daher rühren, daß die vor der Fläche ausweichende Luft beim Abströmen hinter die Fläche an der umgebenden ruhenden Luft eine Reibung erfährt. Nach den experimentellen Erfahrungen geschieht dies Abströmen nach hinten in verhältnismäßig dünnen Schalen, die sich gegen die ruhende Luft der Umgebung bewegen. Nennen wir die Größe der verdrängenden Fläche F, die Geschwindigkeit relativ zur umgebenden Luft v, so wird pro Sekunde eine Luftmenge $v \cdot F$ vorn verdrängt, also nach hinten befördert. Die Geschwindigkeit, mit der dieses Abströmen erfolgt, hängt von der Größe der Fläche ab, die bei dem Zurückströmen durchsetzt wird. Nehmen wir als Fläche F eine kreisrunde Fläche, so ist das schalenförmige Gebilde, das die abströmende Luft bildet, ein Rotationskörper. Betrachten wir für die auftretende Reibungskraft nur den hinter der Fläche F liegenden Teil, der ja der weit größere ist und zu Anfang auch die größten Geschwindigkeiten aufweist, so ist die auf die Fläche wirkende Gesamtkraft gleich der Summe der an dieser Schalenfläche auftretenden Reibungskraft, oder wenigstens einer Komponente davon. Bezeichnen wir mit r den Radius der Fläche F, mit R den Radius des die Fläche F umgebenden Ringes, der von der abströmenden Luft durchsetzt wird, so ist der Flächeninhalt dieses Ringes:

$$\Phi = (R^2 - r^2)\pi = (R + r)(R - r)\pi,$$

oder, wenn die Dicke d der Schale nicht groß ist,

$$\Phi = 2R\pi \cdot d.$$

Die Geschwindigkeit ν der abströmenden Luft gegen die ruhende Luft der Umgebung läßt sich aus der Geschwindigkeit v der Fläche F feststellen. Da ebensoviel Luft nach hinten abfließt wie vorn verdrängt wird, so muß gelten

$$F \cdot v = \Phi \cdot \nu = 2R\pi \cdot d \cdot \nu.$$

An der betrachteten Stelle ist also für ein Stück der Schale von der Höhe ds die Reibungskraft

$$dK = 2R\pi \cdot ds \cdot \nu \cdot \eta,$$

wenn zunächst nur die äußere Oberfläche der

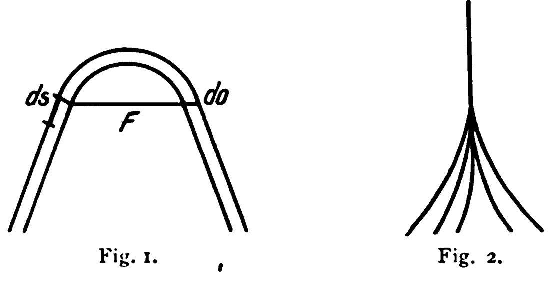


Fig. 1. Fig. 2.

Schale betrachtet wird, wo η den Reibungskoeffizienten bezeichnet. Nun ist aus

$$F \cdot v = 2R \cdot d\pi \cdot \nu$$

$$\nu = \frac{F \cdot v}{2R \cdot \pi \cdot d},$$

also

$$dK = \frac{2R \cdot \pi \cdot ds \cdot F \cdot v \cdot \eta}{2R \cdot \pi \cdot d} = \frac{F \cdot v \cdot \eta}{d} \cdot ds.$$

In diesem Ausdruck ist d noch von s, der Entfernung der betrachteten Schalenstelle, von der Fläche F abhängig. Die Gleichung ergibt bei der Integration einen unendlichen Wert für K, wenn man d konstant oder als lineare Funktion von s ansetzt. Außerdem zeigt das Bild eines in Luft austretenden Strahles eine nach außen konkave Krümmung (siehe Fig. 2). Wir sind also berechtigt zu setzen

$$d = d_0 + C \cdot s^2,$$

wo d_0 die Dicke der Schale $s = 0$, also an der Fläche F ist. Dann ist

$$dK = \frac{F \cdot v \cdot \eta}{d_0 + C \cdot s^2} ds$$

oder

$$K = \frac{\frac{F \cdot v \cdot \eta}{d_0}}{\sqrt{\frac{C}{d_0}}} \int_0^\infty \frac{\sqrt{\frac{C}{d_0}}}{1 + \frac{C}{d_0} \cdot s^2} = $$

$$= \frac{F \cdot v \cdot \eta}{d_0 \sqrt{\frac{C}{d_0}}} \left[\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{C}{d_0}} s \right]_{s=0}^{s=\infty}$$

oder

$$K = \frac{F \cdot v \cdot \eta \cdot \frac{\pi}{2}}{\sqrt{C \cdot d_0}}.$$

Aus diesem Ausdruck wird das Luftwiderstandsgesetz, wenn wir d_0 von v abhängen lassen, nämlich setzen

$$d_0 = \frac{c}{v^2}.$$

1) Nach einer Mitteilung von Prof. Kayser (Bonn) ist diese Notiz im Schützengraben vor Ypern geschrieben worden. Obwohl der Inhalt nicht ganz dem Standpunkte der Forschung entspricht, glaubt die Redaktion doch die Aufnahme der unter so erschwerenden Umständen entstandenen Arbeit nicht verweigern zu dürfen.

Die Berechtigung dieses Ausdrucks müßte experimenteller Prüfung vorbehalten sein. Wie weit es mit den vorhandenen Experimenten stimmt, kann ich nicht von hier aus beurteilen. Plausibel ist jedenfalls eine Abnahme von d mit zunehmendem v. Wir erhalten dann das Druckgesetz

$$K = \text{Const} \cdot v^2 \cdot F \cdot \eta .$$

Vor Ypern, den 8. Januar 1915.

(Eingegangen 15. Januar 1915.)

Über mikroseismische Bewegung.

Eine Entgegnung an Herrn B. Gutenberg.

Von W. Pechau.

In dieser Zeitschrift (**15**, 591, 1914) hat Herr Gutenberg eine Entgegnung auf meine Mitteilung (diese Zeitschr. **15**, 415, 1914) gebracht, die mich, da sie von dritter Seite als Widerlegung angesehen worden ist, zu einer Antwort zwingt.

Ich will mich dabei kurz fassen, einmal, weil bereits von seiten eines Fachmannes eine Antwort gegeben worden ist, dann aber auch, weil mir hier nur geringer Raum zur Verfügung steht, obgleich ein näheres Eingehen auf Herrn G's. Antwort leicht zeigen würde, daß er mit eigenen Worten zu schlagen ist, da seine Ausführungen gerade das beweisen, was **er** aus meinen Angaben herausgelesen hat und von dem er behauptet, daß es nicht zutreffend sei.

Wegen der Bezeichnung verweise ich nur auf die Berichte der Jenaer Station, die sich derselben seit etwa 10 Jahren bedient. Zur Sache selbst ziehe ich hier einen Fachgenossen heran, dessen — von mir völlig unabhängige — Ergebnisse zeigen, daß ich doch wohl nicht so ganz auf Irrwegen wandelte. Herr O. Somville-Ukkel hat inzwischen eine Arbeit „Contributions à l'étude des mouvements microsismiques; Bruxelles 1914" veröffentlicht. Ich begnüge mich hier aus der Zusammenfassung auf S. 41 dieser Abhandlung die beiden folgenden Sätze zu entnehmen.

1. „Les vagues de la mer se brisant contre les côtes ne peuvent pas être considérées comme étant la cause première des mouvements microsismiques de 3 à 9 secondes de période".

2. „Pour les Observatoires de l'Europe .... il existe une relation étroite entre les amplitudes des mouvements microsismiques considérées dans leur ensemble et les différences de pression barométrique sur une étendue géographique restreinte ayant respectivement chacune de ces stations pour centre". Also im ersten Satz stimmen die Ergebnisse des Herrn S. mit den meinigen völlig überein. Im zweiten Satze findet Herr S. ebenfalls einen Zusammenhang zwischen meteorologischen Faktoren und der Stationslage. Der Unterschied zwischen Herrn S. und mir ist einzig der, daß Herr S. als Ursache „les différences de pression barométrique", ich aber schnelle Luftdruckschwankungen fand. Ob diese schnellen Schwankungen letzten Endes wieder mit Luftdruckunterschieden im Zusammenhang stehen ist bis jetzt nicht bekannt. Ich glaube, dieser Hinweis genügt, um Herrn G's. Antwort zu entkräften.

Zu meiner Bemerkung über die Pulsationen sagt Herr G., daß diese von der Änderung des Luftdruckgradienten abhängig seien und nicht vom Gradienten als solchem. Ich habe das nur aus dem Grunde nicht ausdrücklich ausgesprochen, weil ich das Werden und Vergehen desselben als selbstverständlich in dem Wort mit enthalten sah. Ein Gegensatz zwischen Herrn G. und mir besteht also in diesem Punkte nicht.

Zum Schluß möchte ich Herrn G. bitten, mir an Hand seiner Hypothese nachstehende ausschlaggebende Fragen zu beantworten:

1. Warum sind die Amplituden und Perioden der Mi. B. im Sommer kleiner als im Winter, obgleich doch sicher auch zu dieser Jahreszeit oftmals starke Brandungen vorhanden sind?

2. Warum treten im Winter Interferenzen auf, im Sommer dagegen nie (oder doch außerordentlich selten)?

3. Wie sind Sprünge in der Größe der Mi. B. zu erklären (vgl. dazu Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. IX, 1908, Tafel VI)?

Hauptstation für Erdbebenforschung. Jena, den 24. Januar 1915.

(Eingegangen 26. Januar 1915.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Wien Dr. Hans Thirring für Physik.

Ernannt: An der Universität Philadelphia Dr. S. Barton zum a. o. Professor der Astronomie, Dr. O. E. Glen zum ord. und Dr. H. Mitchell zum a. o. Professor der Mathematik, Professor Dr. W. Marshall von der Universität Lafayette zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität Tucson, Dr. Ch. Snow zum a. o. Professor der Mathematik an der Idaho University in Moscow, Dr. E. Swift zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Burlington.

Berufen: Der etatsmäßige Professor der anorganischen Chemie an der technischen Hochschule Breslau Dr. Alfred Stock zum ord. Professor der Chemie an die Universität Münster.

Gestorben: Der Hilfsassistent am Theoretisch-physikalischen Institut der Universität Göttingen Dr. Werner Planck, der französische Physiker Emile Hilaire Amagat, Mitglied der Académie des Sciences, der frühere ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Czernowitz Hofrat Dr. Alois Handl.

Für die Redaktion verantwortlich i. V. Professor Dr. Max Born in Berlin. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

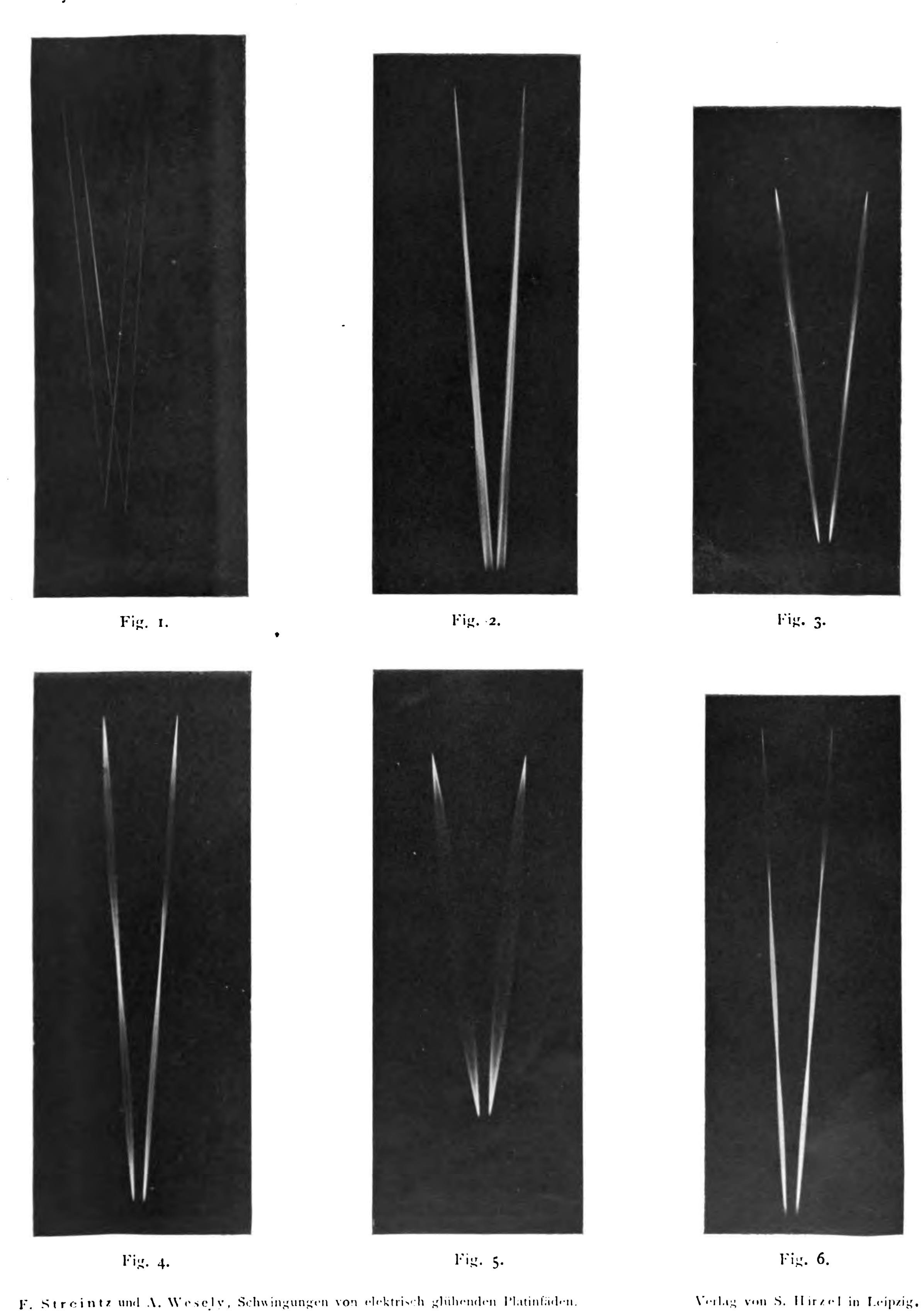


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.

F. Streintz und A. Wesely, Schwingungen von elektrisch glühenden Platinfäden.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.



Fig. 7.



Fig. 8.

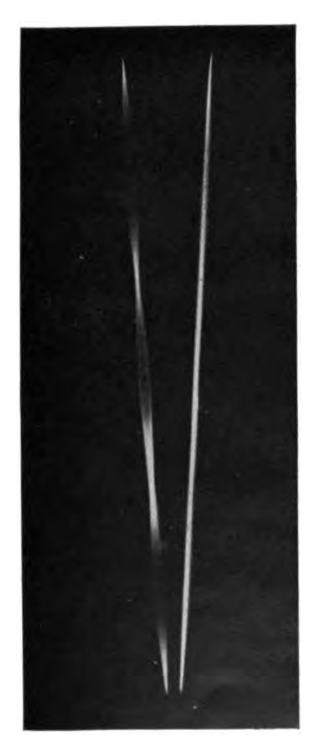


Fig. 9.

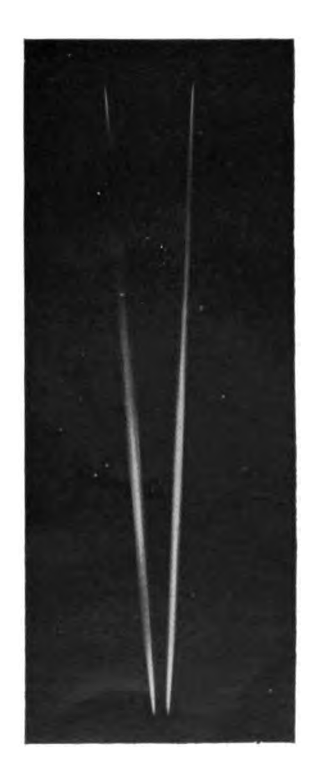


Fig. 10.

F. Streintz und A. Wesely, Schwingungen von elektrisch glühenden Platinfäden.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 6. 15. März 1915. Redaktionsschluß für No. 7 am 25. März 1915. 16. Jahrgang.

INHALT:

Zu Röntgens siebzigstem Geburtstag.

Von A. Sommerfeld.

In den Stürmen des europäischen Krieges wird der siebzigste Geburtstag Röntgens unbemerkt an vielen Fachgenossen vorübergehen. Und doch haben wir gerade in jetziger Zeit, wo Tausende und aber Tausende unserer Volksgenossen die Erhaltung ihrer Glieder und die Möglichkeit der Heilung den Röntgenschen Strahlen verdanken, wo jedes Lazarett mit einer leistungsfähigen Röntgeneinrichtung ausgestattet ist (oder zum mindesten ausgestattet sein sollte), alle Ursache, dem Entdecker der Röntgenstrahlen dankbar zu sein und zu versuchen, die Eigenart des hervorragenden, auf vielen Gebieten bewährten Forschers zu würdigen und zu verstehen.

Wilhelm Conrad Röntgen ist geboren zu Lennep im Rheinland am 27. März 1845. Sein Vater war in der rheinischen Industrie tätig. Ebenfalls für diese bestimmt, erhielt Röntgen seine hauptsächliche Schulbildung auf der Maschinenbauschule zu Apeldoorn in Holland und begann seine höheren Studien an dem Polytechnikum in Zürich. Röntgen gehört zu der (nicht geringen) Zahl von Gelehrten, die ohne Lateinisch und Griechisch groß geworden sind. (Van't Hoff und, um einen anderen universell gerichteten Forscher zu nennen, Stodola, gehören ebenfalls dazu). In Zürich hat es ihm die begriffliche Klarheit und Gewissenhaftigkeit der Vorlesungen von Clausius über mechanische Wärmetheorie angetan. Für die Gleichwertigkeit technisch angewandter und rein wissenschaftlicher Fragen hat Röntgen auch heute ein lebhaftes Gefühl und die anschauliche Arbeitsweise des Technikers in Schrift und Bild zieht ihn immer an. Aber seine Geistesrichtung geht so sehr auf die äußerste Exaktheit und die Sicherstellung der letzten Dezimale bei der experimentellen Arbeit und in übertragenem Sinne auch bei deren begrifflicher Verarbeitung, daß er sich bei den notwendig gröberen Methoden der Technik nicht befriedigt fühlen konnte. Er erwarb daher den Dr. phil. und wurde Assistent bei Kundt. Ihm bewahrt er, wie so viele andere deutsche Physiker, als seinem eigentlichen Lehrer und anregenden Förderer, ein treues dankbares Andenken. Mit Kundt ging er 1870 nach Würzburg, 1872 nach Straßburg. Hier habilitierte er sich 1874 nach Überwindung der Schwierigkeiten, welche eine nichtlateinische Vorbildung damals mit sich brachte, als Privatdozent der Physik. Schon 1875 wurde er Professor an der landwirtschaftlichen Akademie in Hohenheim, siedelte aber, durch Kundts Interesse zurückberufen, 1876 als außerordentlicher Professor nach Straßburg über; er vertrat hier, wie es für den zweiten Physiker üblich war, das Fach der theoretischen Physik. Seine erste ordentliche Professur bekleidete er in Gießen von 1879 bis 1888. Hierauf folgte seine Würzburger Zeit von 1888 bis 1900, in deren Mitte die Entdeckung der X-Strahlen fällt. Mit vielen seiner einstigen Würzburger Kollegen verbindet ihn auch heute noch warme Freundschaft. Schweren Herzens entschloß er sich, dem Rufe der Münchener philosophischen Fakultät und dem besonderen Wunsche des Ministeriums folgend, 1900 Würzburg zu verlassen und das Münchener Institut zu übernehmen. München ist er treu geblieben, trotz verlockender Angebote von Berlin aus (Präsidium der physikalisch-technischen Reichsanstalt, Nachfolge in der Akademie-Professur Van't Hoffs). Bei der Ablehnung des Präsidiums der Reichsanstalt erreichte er die von ihm schon lange betriebene Wiederbelebung der theoretischen Physik-Professur in München, die H. A. Lorentz angetragen wurde.

Es ist oft hervorgehoben worden und darf auch heute nicht übergangen werden, daß die Entdeckung der X-Strahlen eine wissenschaftliche Tat erster Ordnung war, nicht nur wegen ihrer umgestaltenden Folgen für die Medizin und nicht minder für die moderne Physik, deren erstaunliche Entwicklung mit der Entdeckung der X-Strahlen anhebt, sondern auch wegen ihrer Methodik und Vollständigkeit. In den zwei kurzen Noten, die Röntgen Dezember 1895 und März 1896 der Würzburger physikalisch-medizinischen Gesellschaft vorlegte, finden sich alle wesentlichen Eigenschaften der neuen Strahlenart niedergelegt: Die Wirkung auf die photographische Platte und auf den Fluoreszenzschirm, die geradlinige Ausbreitung, das Fehlen von Reflexion und Brechung sowie von merklicher Beugung, die Entstehung sekundärer Strahlen an einer von primären getroffenen Metalloberfläche, Nichtablenkbarkeit durch den Magneten, die verschiedene Absorbierbarkeit durch verschiedene Materialien, die ungefähr aber nicht genau parallel läuft mit deren Dichte, das Leitendwerden der von X-Strahlen getroffenen Luft und die dadurch hervorgerufenen Entladungserscheinungen, das Härterwerden der Strahlen bei mehrfacher Absorption, die Ungültigkeit des Lambertschen Cosinusgesetzes für die Emission an der Antikathode u. a. m.

Mit so beispiellosem Erfolg und mit so unfehlbarer Sicherheit konnte auf einem neuen, durch die mannigfachsten subjektiven Täuschungen gefährdeten Gebiete nur jemand arbeiten, der außer den wissenschaftlischen Qualitäten Röntgens, seiner Schulung in exakter Meßkunst, seiner peinlichen Gründlichkeit, auch seine persönlichen Eigenschaften besaß: Die Scheu vor voreiliger Publikation, den Respekt vor dem gedruckten Wort, die immer erneute Skepsis gegen eigene und fremde Wahrnehmungen, die strenge Selbstzucht im Abwarten und Ausreifenlassen. Wir wissen zuverlässig, daß er seine Hauptresultate Monate früher gehabt hat, ehe er damit hervortrat. So ist es gekommen, daß Röntgen von den Angaben in seinen ersten Noten, denen noch eine kurze Mitteilung an die Berliner Akademie folgte, kein Wort zurückzunehmen brauchte und daß die nächsten zehn Jahre, trotzdem auf dem neuen Gebiete von allen Seiten intensiv gearbeitet wurde, dem von Röntgen Erkannten nichts Wesentliches hinzuzufügen hatten. Von der nun schnell aufblühenden Röntgentechnik hat er sich ferngehalten, zweifellos aus triftigen Gründen, da für dieses Gebiet anders veranlagte Naturen sich besser eigneten, wie seine eigene Arbeitsweise. Er hat aber die Röntgentechnik dadurch indirekt mächtig gefördert, daß er keine Patentbeschränkungen oder Monopolisierungen zuließ. Seine Freude an dem ihm zugefallenen Funde und seine Erkenntlichkeit für die dem deutschen Professor so reichlich zufließende staatliche Förderung veranlaßten ihn, die neuen Werte der Allgemeinheit ohne Einschränkung zur Verfügung zu stellen.

In der Folgezeit hat Röntgen zu dem Gegenstand seiner Strahlen kaum mehr öffentlich das Wort ergriffen. Daß er alle neuen Aufschlüsse über die Natur der X-Strahlen lebhaft verfolgte, ist selbstverständlich. Zeugnis dafür legen eine Reihe von Arbeiten aus seinem Institut ab, die alle auf prinzipiell wichtige und theoretisch klärende Fragen zielen, nämlich: Angerer, Über die Wärmewirkung bei der Absorption der Röntgenstrahlen; Bassler, Über die Polarisation und Friedrich, Über die Intensitäts-und Härteverteilung der Strahlen um die Antikathode. alles drei Präzisionsarbeiten, die nicht nur für das Geschick ihrer Autoren, sondern auch für die unnachsichtige Kritik und Sorgfalt des Institutleiters sprechen. Diese Sorgfalt gilt nicht nur den wissenschaftlichen Arbeiten des Laboratoriums, sondern auch der Ausstattung des Praktikums und der Vorlesung, die durch Einfügung neuer Versuche auf der Höhe gehalten werden, und ganz besonders den Apparaten der Sammlung. Seine Apparate umgibt Röntgen mit zärtlicher Fürsorge. Ein technisch vollkommener Apparat (Quadrantelektrometer!) ist ihm ein Freund, den er vor ungehöriger Behandlung zu bewahren sich verpflichtet fühlt. Wie stark Röntgens Persönlichkeit und seine Anschauung von wissenschaftlicher Gründlichkeit bei den Arbeiten seiner Schüler sich geltend macht, kann nur derjenige beurteilen, der gesehen hat, wie Röntgen immer wieder Einwände und Kontrollen ersinnt, wie er unbewiesene Folgerungen bekämpft und den Beobachter mit eiserner Strenge an den experimentellen Tatsachen festhält. Daß Röntgen die Lauesche Entdeckung mit gespannter Aufmerksamkeit verfolgte, braucht nicht gesagt zu werden; und daß es seine geliebten Kristalle waren, die den letzten Schleier von der Natur der X-Strahlen heben sollten, war ihm eine besondere Freude. Auch in seinem Institut wird in letzter Zeit an den Kristall-Interferenzen eifrig gearbeitet, man vergleiche die Dissertation von Glocker und mehrere Arbeiten von E. Wagner.

In den früheren Arbeiten Röntgens sowie in seinen allerneuesten Publikationen nimmt die Kristallphysik einen breiten Raum ein; der Kristall als die verkörperte Gesetzmäßigkeit in der Natur, zieht ihn ästhetisch und wissenschaftlich an. Dahin gehören namentlich seine Arbeiten über den Quarz aus dem Jahre 1883 (Änderung der Doppelbrechung im elektrischen Felde, thermo-, aktino- und piezoelektrische Eigenschaften). Auf die hier aufgeworfene Frage, Zurückführung der Pyroelektrizität auf die Wirkung

elastischer Spannungen, also auf Piezoelektrizität, kommt Röntgen 1914 beim Turmalin wieder zurück. Auch seine Schüler haben wiederholt Fragen der Kristallphysik behandelt. Hier ist von neueren Arbeiten besonders hervorzuheben, die Dissertation von Joffe (Leitfähigkeit und elastische Nachwirkung des Quarzes, Einfluß einer Bestrahlung mit X-Strahlen) und die Dissertation von Szlenker (Leitfähigkeit von Kalkspat in Abhängigkeit von der Temperatur und von einer Bestrahlung mit X-Strahlen nach der Wechselstrommethode). Aus Andeutungen in den Sitzungsberichten der Münchener Akademie von 1907 geht hervor, daß Röntgen über diese merkwürdigen und wichtigen Erscheinungen weiteres umfangreiches Material besitzt.

Von aktuellem Interesse sind sodann die Beobachtungen von Frl. Dembowska über das Dichtemaximum von Cuprit und über den Ausdehnungskoeffizienten von Diamant bei tiefen Temperaturen, von denen Röntgen in der Münchener Akademie 1912 berichtet. Die schwierigen und genauen Messungen zeigen, daß der Ausdehnungskoeffizient mit der Temperatur stark abnimmt und bei der Temperatur der flüssigen Luft merklich Null geworden ist (kleiner als $^1/_{20}$ seines Wertes bei Zimmertemperatur). Mit Rücksicht auf die thermische Sonderstellung des Diamant, nach der für Diamant schon die Zimmertemperatur sozusagen in der Nähe des absoluten Nullpunktes liegt, erkennt man im obigen eine schöne Bestätigung des Nernstschen Wärmetheorems und einen Zusammenhang mit einem Satz von Grüneisen.

Mit großer Beharrlichkeit und Konsequenz hat Röntgen die Einwirkung hoher Drucke auf die Eigenschaften der Körper untersucht oder untersuchen lassen; ausgehend von der schon 1880 gemachten Beobachtung, daß die Viskosität des Wassers mit steigendem Drucke abnimmt. Das so vielfach paradoxe Verhalten des Wassers reizte ihn stark; seine Erklärung dafür durch Annahme von zweierlei Molekülen, dürfte der heutigen Polymerisationsauffassung nahe stehen. Weiterhin interessierte er sich für den Einfluß des Druckes auf die Leitfähigkeit von Lösungen, auf die Diffusion und auf chemische Reaktionen. Zusammen mit Zehnder bearbeitete er den Druckeinfluß auf verschiedene Brechungsexponenten. Anschließende Fragen über den Einfluß hoher Drucke auf Viskosität, magnetische und thermoelektrische Erscheinungen sind von seinen Schülern vielfach behandelt worden.

Auf einige weitere Arbeitsgebiete sei nur kurz hingewiesen: Seine Arbeiten über Kapillarität und Flüssigkeitshäute, seine schwierigen Kompressibilitätsmessungen, seine Messung von C_p/C_v mit ihren mustergültigen Zahlenergebnissen, an die die Habilitationsschrift von Koch (wieder bei hohen Drucken und tiefen Temperaturen) anknüpft, die Formulierung des Begriffs und die Messung des Minimumpotentials zwischen Spitze und Platte (schon 1878), das in der Dissertation von P. Pringsheim weiter verfolgt wird.

Von größter Bedeutung für die allgemeine Elektrizitätslehre wurde eine Arbeit, die ebensosehr die sichere Hand des Experimentators wie den Scharfblick des theoretischen Denkers erkennen läßt: Wir meinen die kurze, von Helmholtz der Berliner Akademie vorgelegte Arbeit über die magnetische Wirkung bewegter Dielektrika im elektrischen Felde 1888. Bei der vorhergegangenen Entdeckung des Rowland-Effektes, d. h. der magnetischen Wirkung der mit einem Leiter bewegten Elektrizität, hatten Maxwell und ganz besonders Helmholtz Pate gestanden. Die tieferliegende Frage nach der magnetischen Wirkung der von einem Dielektrikum mitgeführten, durch ein elektrisches Feld geschiedenen Elektrizität, hat Röntgen aus sich heraus, als er in Gießen ohne jede äußere Anregung wirkte, gestellt und beantwortet. Wer die Lorentzschen Enzyklopädie-Artikel gelesen hat, weiß, welche Bedeutung dieser Arbeit für den Aufbau der Elektronentheorie zukommt. Der „Röntgenstrom", wie Lorentz den von Röntgen entdeckten Effekt nennt, bildet zusammen mit dem Rowland-Effekt ein unentbehrliches Fundament für die Auffassung, daß die dielektrischen Eigenschaften der Körper auf der Einlagerung von Ladungen (Elektronen) beruhen, und entscheidet geradezu, in der späteren quantitativen Vervollkommnung der Messungen, gegen die ursprüngliche Maxwell-Hertzsche Theorie. Es ist nur billig, daß Röntgens Name außer durch die Röntgenstrahlen auch durch den Röntgenstrom dauernd mit der allgemeinen Elektrizitätslehre verknüpft bleibt; und es entspricht durchaus der Denkweise Röntgens, daß er diese Entdeckung, die ihrer Natur nach nur von Wenigen gewürdigt werden kann, subjektiv fast höher bewertet, wie die Entdeckung der X-Strahlen wegen ihrer vielleicht größeren Schwierigkeit in der experimentellen Ausführung und in der gedanklichen Konzeption.

Daß Röntgen die Bedeutung dieser Fragen im Zusammenhang mit den parallelen optischen Problemen der Fresnelschen Mitführung und den Fragen nach dem ruhenden Lichtäther vollständig durchschaut hat, erkennt Eichenwald ausdrücklich an, dem es 20 Jahre später gelungen ist, das von Röntgen Begonnene quantitativ zur Erledigung zu führen. Er zitiert dazu die Worte Röntgens: „Es wäre mir namentlich von großem Interesse gewesen, zu erfahren, ob dasjenige Medium, in welchem die dielektrische Polarisation stattfindet, die Bewegungen der ponderabeln Teilchen vollständig mitmacht oder

sich ähnlich wie der Lichtäther nach Fresnels Ansicht verhält. In der Tat sind die sich nach dieser Richtung eröffnenden Perspektiven zu verlockend, um nicht alles zu versuchen, was zu einem entscheidenden Resultat führen könnte. Indes blieben, wie schon gesagt, meine Bemühungen bis jetzt erfolglos."

Die hier gemeinte Alternative ist die, ob die fragliche magnetische Wirkung proportional ist mit εE, wie es die spätere Hertzsche Theorie und die Vorstellung des mitgeführten Äthers will, oder mit $(\varepsilon - 1) E$, wie es die Theorie des ruhenden Lichtäthers und die spätere Elektronentheorie verlangt, nach der nur die wahre Ladung der Elektronen mitgeführt wird. Dabei beachte man, daß diese Dinge gedacht und geschrieben sind etwa gleichzeitig mit den Hertzschen Versuchen und lange vor der Lorentzschen Theorie der Optik bewegter Medien. Es ist wirklich zu bedauern, daß Röntgen so selten die ihm vorschwebenden prinzipiellen Grundgedanken zum Ausdruck gebracht und sich in der Darstellung seiner Versuche so ausschließlich an die experimentelle Tatsächlichkeit gehalten hat. Aber das liegt zu tief in seinem ganzen Charakter: Jede Halbheit, jede unsichere Hypothese ist ihm zuwider. Er sagt lieber zu wenig als zu viel, er publiziert lieber gar nicht als unfertig.

Ostwald hat in seiner geistreichen Studie über die großen Männer die Gelehrten eingeteilt in Klassiker und Romantiker, ohne damit sagen zu wollen, daß es nicht zwischen beiden Extremen Zwischentypen gäbe oder daß die Entscheidung in jedem Falle zweifellos und eindeutig sei. Bei Röntgen scheint mir die Entscheidung klar: Er ist der typische Klassiker im Sinne Ostwalds, wobei hier die Bezeichnung Klassiker an sich kein Lob, und die Bezeichnung Romantiker gewiß kein Tadel sein soll und wobei selbstverständlich nicht jeder Klassiker mit den im folgenden als Beispiel herangezogenen Namen von Gauß und Newton, den Unvergleichlichen, verglichen werden darf. Würde sich doch Ostwald selbst zweifellos zu den Romantikern zählen und sind doch beide Typen in ihrer gegenseitigen Ergänzung für den Fortschritt der Wissenschaft gleich unentbehrlich.

Hören wir, wie Ostwald seinen Klassiker und Romantiker an zerstreuten Stellen des Kap. VII jenes Buches schildert:

„Der Romantiker produziert schnell und viel und bedarf daher einer Umgebung, welche die von ihm ausgehenden Anregungen aufnimmt. Diese zu schaffen, gelingt ihm sehr leicht. Denn er ist von Begeisterung erfüllt und vermag sie auf andere zu übertragen. Der Klassiker läßt im allgemeinen ebenso ausgeprägt eine Abneigung, zunächst gegen den Stegreifunterricht, dann aber auch gegen den Unterricht im allgemeinen erkennen, wie der Romantiker ihn anstrebt. Das klassische Beispiel für die Lehrunlust des Klassikers ist der große Mathematiker Gauß. Trägheit war es sicherlich nicht, denn Gauß war, wie alle großen Forscher, ein äußerst fleißiger Arbeiter. Vielmehr handelte es sich für ihn um die Notwendigkeit, in der Vorlesung wissenschaftliche Resultate aussprechen zu müssen, ohne vorher auf das eingehendste den Wortlaut festgestellt und ausgefeilt zu haben. Seine Ergebnisse ohne diese Bearbeitung anderen mitzuteilen, mag ihm ein Gefühl erregt haben, als sollte er sich Fremden im Nachtgewande zeigen. Während des Romantikers erste Sorge ist, das gegenwärtige Problem zu erledigen, um für das nächste Raum zu bekommen, ist die erste Sorge des Klassikers, das gegenwärtige Problem so erschöpfend zu bearbeiten, daß weder er selbst, noch womöglich irgendein Zeitgenosse imstande ist, das Ergebnis zu verbessern. Der Klassiker gleicht dem sagenhaften Bären, der sein Junges geduldig und sorgfältig in Form leckt und es nicht eher ziehen läßt, als nachdem es alle Beeinflussung erfahren hat, die er nur irgend daran zu wenden weiß. Wenn die Freunde von Gauß diesem klar zu machen versuchten, daß er eigentlich verpflichtet wäre, seine verborgenen Schätze der Welt rechtzeitig mitzuteilen, damit sie nicht durch seinen Tod verloren gehen, antwortete er ihnen immer mit seinem Wahlspruch: „Pauca et matura", welcher der Wahlspruch aller ausgeprägten Klassiker ist. Gemäß ihrer charakteristischen Vollendung haben die Werke der Klassiker meist viel weniger Persönliches, als die der Romantiker. Während letztere sich gelegentlich nicht scheuen, auch ihre Irrwege anzugeben, und jedenfalls aus den Gedankenwegen, welche sie zum Ziel geführt haben, kein Geheimnis machen, zeigt der Klassiker eine ausgeprägte Neigung, jedes seiner Werke so hinzustellen, als beruhe es wesentlich auf sich selbst, wozu er insbesondere auch die Entwicklungsstufen, die zu der schließlichen Gestaltung geführt haben, sorgfältig forträumt. Schon seine Zeitgenossen machten Newton den Vorwurf, daß er ihnen zwar die Höhe seiner Entdeckung gezeigt, die Leiter, die ihn hinaufgeführt hatte, aber hinter sich abgebrochen hätte. Die Werke der Klassiker gewinnen eine weit größere Lebensdauer, indem sie als Quellen für das fragliche Problem noch lange ihren Wert behalten, während die durch die Romantiker bewirkten Fortschritte längst ihre persönliche Beschaffenheit verloren haben und in den namenlos gewordenen Bestand des allgemeinen Wissens übergegangen sind."

Wir sahen oben, daß Röntgen bei seiner



Entdeckung des Röntgenstroms an die letzten Fragen der Optik und Elektrodynamik rührt, die Fragen nach der Natur des ruhenden oder mitbewegten Äthers, die ihre Beantwortung erst Jahrzehnte später in der Elektronentheorie oder vielmehr der Relativitätstheorie gefunden haben. Röntgen ist nicht nur der Meister des Experiments, als den ihn alle anerkennen, sondern auch der tiefgründige Denker, als den ihn infolge seiner Zurückhaltung nur wenige kennen. Mit den für viele erstaunlichen Begriffsbildungen der modernen Theorie hält er Schritt. Die Leistung ist um so höher anzuschlagen, als er dabei für sich selbst auf die mathematische Krücke verzichtet, die den Anstieg in die theoretischen Höhen so sehr erleichtert. Er verlangt von sich, den physikalischen Gedanken der Theorie rein anschaulich und begrifflich zu erfassen, ohne dabei den Wert der mathematischen Hilfsmittel im geringsten zu unterschätzen. Im Gegenteil sagt er seinen Schülern, daß zur Vorbildung des Physikers Dreierlei gehöre: Mathematik, Mathematik und Mathematik. Andrerseits weiß gerade derjenige, dem das mathematische Rüstzeug leicht fällt, aus eigener Erfahrung, daß der Weg zu den Höhen der Theorie ohne dieses Rüstzeug zwar beschwerlicher ist, aber dafür auch um so klarere und eigenartigere Ausblicke liefert.

1907 habe ich in einer öffentlichen Akademierede von Röntgen Bemerkungen über die Einsteinsche Relativitätsarbeit gehört, die zeigten, daß er sich mit dieser intensiv beschäftigt hatte. Kein Wunder; hat er doch schon 1888 einen Kondensator-Versuch zum Nachweis einer etwaigen magnetischen Wirkung des infolge der Erdbewegung durch den Kondensator hindurchstreichendenden Ätherwindes (zusammen mit dem Nachweis des Röntgenstroms) angestellt und damit als erster die Frage nach dem Einfluß der Erdbewegung aus der Optik in die Elektrodynamik übertragen. Über die elektromagnetische Masse hat er bald nach dem Erscheinen der Arbeiten von Kaufmann und Abraham in einem wissenschaftlichen Kolloquium vorgetragen (er beteiligt sich sonst nicht gern an öffentlichen Diskussionen) und hat zu einer Zeit, wo solche Dinge in München noch unbekannt waren, sehr zum Erstaunen seiner Zuhörer, die Möglichkeit des elektromagnetischen Ursprungs aller Massen erwogen.

Wir wünschen diesem eigenartigen und tiefen Forscher, daß er noch lange Kraft und Gesundheit behalten möge, um sich an dem Fortschritt seiner von ihm so gewaltig geförderten Wissenschaft zu erfreuen und um die Früchte seiner langjährigen Arbeit einzubringen.

(Eingegangen 3. März 1915.)

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Mitteilungen aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Dresden.

Von W. Hallwachs.

1. Herr Prof. G. A. Dima hatte im Jahr 1913 eine lichtelektrische Arbeit im hiesigen Institut begonnen, zu welcher Verfasser ihn angeregt hatte. Für die Verteilung der lichtelektrischen Erstenergien war zwar der Verlauf der Kurve bekannt, aber hinsichtlich der Absolutwerte mußte man sich auf die Feststellung beschränken, daß die Höchstwerte der Größenordnung nach zwischen 0 und 5 Volt liegen. Die Hauptschwierigkeit für die Feststellung der Absolutwerte lag darin, daß bei den diesbezüglichen Messungen die Oberflächenpotentialdifferenzen von Platte und Netz, von denen die Kontaktpotentialdifferenzen den regelmäßigen Bestandteil bilden, nicht zusammen mit den lichtelektrischen Erstenergien bestimmt worden waren. Die wegen der Oberflächenpotentiale anzubringende Korrektion, welche oft von der Größenordnung der zu bestimmenden lichtelektrischen Erstenergien ist, war auffälligerweise nur bei einer einzigen Arbeit in Rechnung gezogen worden, derjenigen von Richardson und Compton[1]), aber auch hier fand sich in der Arbeit keine Bestimmung jener Größen, vermutlich waren sie einer früheren Arbeit von Compton[2]) entnommen worden, was aber bei der Veränderlichkeit der Oberflächenpotentiale mit einer ganzen Anzahl von Umständen nicht zu einwandfreien Werten führen konnte. Auf Bestimmung solcher zielte die Arbeit von Herrn Prof. Dima ab.

Dieser hat im Juni 1914 eine Ankündigung seiner Arbeit veröffentlicht, und zwar aus Rücksicht auf ein Stipendium in den C. R.[3]). Eine deutsche, ausführlichere Veröffentlichung sollte im Laufe des Jahres 1914 erfolgen. Nun wurde Prof. Dima nach Bukarest zurückberufen und ist überdies krank geworden, so daß er sein weiteres Material weder bearbeiten, noch auch die für die Herbstferien in Aussicht genommenen weiteren numerischen Bestimmungen zufügen konnte. Unter diesen Umständen teile ich eine

1) O. W. Richardson und K. T. Compton, Phil. Mag. **24**, 575—594, 1912.
2) K. T. Compton, Phil. Mag. **23**, 579—593, 1912.
3) G. A. Dima, C. R. **158**, 1573—1575, 1914 (Juni).

Übersetzung der genannten, seinerzeit von Herrn Dima allein verfaßten Veröffentlichung im folgenden mit.

Über die Erstenergien lichtelektrischer Elektronen, Mitteilung von G. A. Dima. Eine mit ultraviolettem Licht bestrahlte Platte A sendet im Vakuum Elektronen aus (Hallwachseffekt). Diese können durch eine zweite, vor die andere gebrachte Metallplatte B angefangen werden. Die Stärke des negativen Stromes, der mit einem an B sitzenden Elektrometer gemessen wurde, ändert sich mit dem Potential von A. Für einen gewissen positiven Höchstwert des letzteren ist der Strom Null. Dieses Höchstpotential V, bei dem alle von A ausgesandten Elektronen zurückgehalten werden, mißt die sogenannte Höchstenergie oder genauer die Normalkomponente der Höchstenergie der lichtelektrischen Elektronen gemäß der Beziehung: $eV = \frac{m}{2}v^2$, worin e, m, v, Ladung, Masse und Geschwindigkeit der Elektronen bedeuten.

Der Wert von V ändert sich mit der Schwingungszahl ν des Lichtes. Die Messung von V bietet viel Schwierigkeiten dar, unter welchen die hauptsächlichsten sind: die Reflexion von Elektronen an der Elektrode B und ihre Rückkehr zur Platte A, die Aussendung von Elektronen durch die Elektrode B infolge des von A dahin reflektierten Lichtes und schließlich die Kontaktpotentialdifferenz zwischen A und B, welche, mit dem richtigen Vorzeichen, dem gemessenen scheinbaren Wert des Potentials von A zuzufügen ist. Diese Kontaktpotentiale können von Fall zu Fall großen Veränderungen unterliegen.[1])

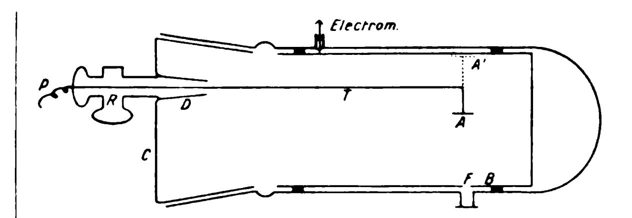
Die angegebenen Schwierigkeiten bilden die Ursache dafür, daß die Werte der Erstenergien der verschiedenen Beobachter voneinander abweichen. Es ist vor allem nötig, das Kontaktpotential unter den Bedingungen des lichtelektrischen Versuches zu bestimmen, worauf seit langem Herr Hallwachs[2]) hingewiesen hat.

Bei den im Laboratorium dieses Physikers ausgeführten Untersuchungen habe ich eine Methode ausgearbeitet, welche gestattet, die Erstenergien unter gleichzeitiger Messung des Kontaktpotentiales zu bestimmen und zugleich die durch Licht- und Elektronenreflexion veranlaßten Fehler auf einen zu vernachlässigenden Betrag herabzudrücken.

Die Elektrode B (Figur), welche zum Auffangen der Elektronen dient, wird von einem Messingzylinder (6,5 cm; 12 cm) gebildet, der

1) H. Beil, Ann. d. Phys. **31**, 849, 1910; H. J. van der Bijl, Berichte d. D. Phys. Ges. **15**, 330, 1913.

2) H. J. van der Bijl, l. c.



an der einen Seite offen und mit dem Elektrometer in Verbindung ist. Die zylindrisch gebogene Platte A (1 cm; 1 cm) befindet sich in der Achse des Messingzylinders gegenüber einem kleinen Fenster F, durch welches das mit Hilfe von zwei Quarzspektralapparaten einfarbig gemachte Licht einer Quecksilberlampe einfällt. Die Platte A wird von einem Messingstäbchen T getragen, dessen anderes Ende im Innern des Schliffes D sitzt und durch den Platindraht P auf ein gemessenes Potential gebracht werden kann. Mit Hilfe einer an dem Stäbchen T befestigten Feder und eines besonderen Hahnes R läßt sich die Platte A noch vor- und rückwärts bewegen, und man kann sie der Innenseite des Zylinders B in beliebige Nähe bringen (A'). Auf die Pellatsche Methode[1]) kann man so leicht das Kontaktpotential zwischen A und B messen. Der Zylinder B sitzt, durch Bernsteinstückchen gehalten, in einer innen versilberten (elektrischer Schirm) Glaszelle, welche ein weiter, guter Schliff C schließt.

Die Metallplatte A wird vor dem Einsetzen in die Zelle geschabt, diese ausgepumpt (10^{-4} mm ungefähr); A erhält dann eine Reihe gemessener Potentiale und der dabei auftretende Strom wird bestimmt.

Die bislang ausgeführten Versuche an Zinn, Zink, Aluminium und Magnalium führen zu Ergebnissen, welche in sehr befriedigender Weise die Bestätigung für die von den Herren Richardson und Compton[2]) erhaltenen Werte liefern. Die gefundenen Höchstenergien sind den von diesen angegebenen Werten innerhalb der Beobachtungsfehler ($<$ 0,15 Volt) nahezu gleich. Als Beispiel für die erhaltenen Höchstenergien mögen die mit Zinn für die Wellenlängen 280, 265, 254, 238 $\mu\mu$ erhaltenen Werte dienen, sie betrugen 0,6; 0,9; 1,18; und 1,4 Volt. Diese Energien wachsen mit der Schwingungszahl des Lichtes und sind umso größer, je elektropositiver das Metall ist.

1) Die Methode ist zuerst von Schulze-Berge, Diss. Berlin (Helmholtz) verwendet worden; vgl. W. Hallwachs, Ann. d. Phys. **23**, 468, 1907. (Anm. des Übersetzers.)

2) Diese Verfasser haben zwar bei ihren Versuchen das Kontaktpotential berücksichtigt, aber es scheint, daß ihre Messungen des letzteren nicht gleichzeitig und nicht in der Leere stattgefunden haben, s. Phil. Mag. **23**, 579, 1912 und **24**, 575, 1912.

Trägt man die wahren Erstenergien (Potentiale) als Abszissen und die zugehörigen Ströme als Ordinaten auf, so zeigt sich, daß für jede Wellenlänge der Strom seinen Höchstwert bei der wahren Potentialdifferenz Null erreicht, d. h. bei Abwesenheit jedes fördernden Feldes. Dies tritt bei meiner Anordnung erst dann ein, wenn die Leere bis zur Ordnung 10^{-4} mm fortgeschritten ist. Ich setze die Untersuchungen fort.

2. Herr Karl Gottfried Kober aus Plauen i. V. war im Institut mit einer lichtelektrischen Doktorarbeit beschäftigt. Er zog als Kriegsfreiwilliger im Reserve-Infanterie-Rgt. 243 ins Feld und fand am 4. XI. 1914 bei Keyberg bei Ypern den Heldentod. Das Ziel seiner Arbeit war, das lichtelektrische Verhalten von in bestem Vakuum geglühtem Platin zu untersuchen. Insbesondere sollte festgestellt werden, ob die auf diesem Weg zu erreichende Entgasung des Platins dahin führt, daß dessen Lichtelektrizität, welche zuerst beim Glühen ansteigt, schließlich zu einer Abnahme gelangen würde. Ferner tritt bei mäßiger Anspannung der Versuchsbedingungen nach einer Unterbrechung des Glühens in der Folge Abnahme der Lichtelektrizität infolge Gasaufnahme ein. War die weiter vorher erwähnte, vermutete, schließliche Abnahme der Lichtelektrizität einer zu starken Verminderung des Gasinhalts des Metalls zu verdanken, so mußte nach ihrem Eintritt ein Unterbrechen des Glühens dann in der Folge zu einem Anwachsen der Lichtelektrizität an Stelle der vorher beobachteten Ermüdung führen.

Mit der Versuchsanordnung war Herr Kober am Schluß des Wintersemesters 1913/14 fertig geworden. Sie bestand aus einer Glaszelle, in welcher das von zwei Kupferdrähten gehaltene Platinblech galvanisch geglüht werden konnte. Das Auspumpen der Zelle geschah meist durch eine Gaedesche *Hg*-Pumpe, welche in einigen Fällen durch Kohle und flüssige Luft unterstützt wurde, bei einigen Versuchen durch eine Gaedesche Molekularpumpe. Zum Prüfen der Gasleere diente zunächst ein an einem Seitenrohr, genügend entfernt von der Zelle, angeschmolzenes kleines Geißler-Rohr, welches bei Erreichung des Versuchszustandes nicht mehr, oder auch in manchen Versuchen nur einen Augenblick beim Stromschluß fluoreszierte. Bei den endgültigen Versuchen sollte statt dessen ein Mc Leodsches Manometer angeschlossen werden. In der Zelle stand dem Platinblech ein Platindrahtnetz in 0,6 cm Abstand gegenüber, welches mit einem Hallwachsschen Elektrometer, unter Umhüllung der Leitung mit geeigneten geerdeten Schutzrohren, verbunden war. An der Platinplatte lagen meist —250 Volt; durch ein seitliches Quarzfenster fiel das Licht einer Quarz-*Hg*-Lampe aus 53 cm Entfernung auf sie. Eine Eichzelle gestattete die Strahlung der Lampe zu untersuchen bzw. auf gleiche Lichtstärke zu beziehen. Die zum Glühen des Platins verwendete Stromstärke lag zwischen 4 und 11 Amp., etwa von 8,5 Amp. ab hatte man den Eindruck der Weißglut. Ein lichtelektrischer Versuch fand jeweils frühestens 5 Sek. nach Abstellung des Glühstroms statt. Die Luftpumpe arbeitete stets ohne Unterbrechung weiter, im Laufe der Versuchsreihen wurde an allen erforderlichen Stellen das Bestehen guter Gasleere nachgeprüft.

Mit dieser Versuchsanordnung hatte Herr Kober durch eine große Anzahl von Versuchen gefunden, daß sich das oben genannte Ziel seiner Arbeit erreichen ließe. Er hatte zunächst gezeigt, daß es auf lange Dauer des Glühens nicht ankommt, daß in verhältnismäßig kurzer Zeit nach dem Einsetzen des Glühens ein bestimmter Endzustand erreicht wird. Dagegen zeigte sich, daß es sehr auf die Stärke des Glühens ankam. Erst als er bei den Versuchen zu starker Weißglut überging, ergab sich eine mit der Stärke des Glühens wachsende Abnahme der Lichtelektrizität, deren Wert etwa bis auf die Hälfte, in einer Versuchsreihe bis auf etwa den vierten Teil herabgedrückt werden konnte. Selbstverständlich fand die lichtelektrische Beobachtung, wie schon oben erwähnt, immer erst nach Abstellen des Glühstroms und mindestens 5 sek Warten statt. Bei geringeren Glühgraden als Weißglut nahm nach der Unterbrechung des Glühens in aufeinanderfolgenden Versuchen mit einigen Minuten Zeitabstand die Lichtelektrizität ab, bei höheren Glühgraden aber wuchs sie zunächst an, um erst nach etwa 10 Minuten wieder zu sinken.

Zur vollständigen Schlüssigkeit der Versuche wäre noch notwendig gewesen, die geplanten Messungen der Gasleere mit einem Mc Leod einzuführen und einige Fehlerquellen zu untersuchen, z. B. ob die beim Glühen fortgehende Elektrizität nicht etwa eine Feldstörung im Gefolge habe u. dgl. m. Dies alles wird sich nun vermutlich sobald nicht ergänzen lassen, weshalb das Kenntniswerte des bis hierher Erreichten mitgeteilt worden ist. Zugleich möchten diese Zeilen aber auch dem Gedächtnis und der Anerkennung des im Institut durch seine beharrliche und physikalisch saubere Arbeit von allen anerkannten, durch seine ruhige und klare Art uns liebgewordenen Laboratoriumsgenossen dienen, der für uns Alle dahingegangen ist.

3. Der Adjunkt am Institut, Herr Prof. Dr. Dember, ist am 1. August an der Spitze einer von den sechs deutschen Akademien der Wissenschaften ausgerüsteten wissenschaftlichen Abordnung in Teneriffa eingetroffen, um dort auf dem Pic, hauptsächlich in Fortsetzung seiner früheren

Versuche in den Alpen[1]), Untersuchungen über die Durchstrahlung der Atmosphäre mit lichtelektrischen Methoden anzustellen. Da eine Rückkehr von dort aus bekannten Gründen ausgeschlossen war, hat er zusammen mit Herrn Dr. Uibe vom Physikalischen Institut Leipzig und Herrn stud. Buchheim vom hiesigen Institut die Untersuchungen, während des Zeitraums guter, klarer Witterung im August und September, durchgeführt. Wenn eine Rückkehr auch weiterhin ausgeschlossen sein sollte, beabsichtigt er, den Aufenthalt dort, sobald wieder brauchbare Witterung eintritt, zur weiteren Ergänzung seiner Untersuchungen zu benützen, die er wohl in absehbarer Zeit zu veröffentlichen in der Lage sein wird, wenn auch natürlich die zur Abfassung erforderliche Literatur u. dgl. zur Zeit nur langsam und umständlich zu ihm gelangen kann.

4. Herr stud. Gottfried Berger aus Dresden war mit einer Arbeit über Lichtbrechung von Flüssigkeiten beschäftigt. Er ist als kriegsfreiwilliger Flieger ins Feld gezogen, so daß die Arbeit unterbrochen werden mußte. Ebenso sind luftelektrische Untersuchungen des Herrn stud. Walter Buchheim zum Stillstand gekommen; er hatte als Amerikaner die Möglichkeit, von Teneriffa nach seiner Heimat zu reisen.

5. In einer früheren Arbeit[2]) ist bereits eine Gesamtdarstellung der Lichtelektrizität erwähnt worden, welche der Verfasser seinerzeit ausgearbeitet hatte. Die Niederschrift des Hauptteiles (etwa 18 Bogen) war Ende Juli 1913 beendigt, ein Nachtrag (etwa 2 Bogen), welcher die Literatur bis Schluß 1913 behandelte, Mitte Januar 1914. Durch Störungen des Druckes zog sich die Korrektur, die meist eine vierfache sein mußte, sehr gegen meinen Wunsch hinaus; die erst für Mai geplante Veröffentlichung ebenfalls, zunächst bis Juli, dann sollte sie nach den Herbstferien stattfinden. Alle Versuche, dies zu ändern, waren ohne Erfolg. Wegen des Krieges ist die Veröffentlichung nun noch weiter hinausgeschoben. Da die Darstellung, wenn auch in zwei Zeiträume zerteilt, eine systematische ist, muß sie bei der raschen Entwicklung der Lichtelektrizität schnell veralten, ohne einfach durch einen Nachtrag genügend ergänzt werden zu können. Wenn also durch die oben vermerkte, bereits vor Jahresfrist erfolgte Zitierung des Buches bei denjenigen Herren, die auf lichtelektrischem Gebiet arbeiten, eine Verwunderung über das Nichtvorhandensein des Buches vielfach eingetreten ist, so möchte das Vorstehende zur Erklärung dienen; der Verfasser bedauert selbst am lebhaftesten, daß er durch widrige Umstände der Früchte seiner bei der umfangreichen Literatur (über 500 Arbeiten) mühsamen und langwierigen Arbeit im wesentlichen beraubt ist.

Physikalisches Institut Dresden, Februar 1915.

(Eingegangen 12. Februar 1915.)

1) H. Dember, Leipziger Ber. **64**, 3—4, 1912; diese Zeitschr. **13**, 207—212, 1912; Leipziger Ber. **64**, 259 bis 265, 1912; Abhdlg. d. Isis (Dresden) 1912, 84—95.

2) G. Wiedmann und W. Hallwachs, Berichte d. D. Phys. Ges. **16**, 112, Anm. 2, 1914.

Die Koerzitivkraft des Stahls in ihrer Temperaturabhängigkeit.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von R. Gans.

Kürzlich[1]) habe ich die Koerzitivkraft des Nickels als Temperaturfunktion gemessen und einfache Gesetzmäßigkeiten gefunden. Jetzt habe ich die analogen Beobachtungen am Stahl gemacht, und zwar an einem Magnetstahl der Firma Remy in Hagen i. W.

Über die Ergebnisse soll kurz berichtet werden.

Die Versuchsanordnung war die gleiche wie bei den früheren Messungen, mit Ausnahme des elektrischen Widerstandsofens. Während nämlich der Magnetismus des Nickels bereits bei 358° verschwindet, hat man bei Eisen bis über 700° zu messen. Deshalb konnte ich die von mir früher benutzten Öfen, die aus Konstantandraht auf einem Glasrohr bestanden, nicht brauchen, sondern ließ mir von Heräus in Hanau zwei Öfen bauen, deren Temperatur allerdings räumlich nicht gut konstant war, ganz gegen meine Erwartung.

Aus diesem Grunde mußte ich mir dadurch helfen, daß ich einige Punkte der Kurve maß, während sich das Thermoelement am heißeren Ende des Stahlstabs befand, andere, während die Lötstelle das kältere Ende desselben berührte.

Die ersteren sind in der Tabelle und in der Fig. 1 durch ein +, letztere durch ein $\times$ bezeichnet.

Um die Temperaturunterschiede im Stab mehr auszugleichen, habe ich sodann denselben mit einem Hohlzylinder aus Kupfer umgeben, in den der Stahlstab gerade hineinpaßte. Die so erhaltenen Resultate sind durch einen · bzw. durch einen ⊙ bezeichnet, je nachdem das Thermoelement sich an der heißeren oder an der kälteren Seite befand.

Genau wie beim Nickel zeigt sich auch beim Stahl, daß die Koerzitivkraft eine eindeutige Funktion der Temperatur ist.

1) R. Gans, diese Zeitschr. **14**, 831, 1913; Ann. d. Phys. (4) **42**, 1065, 1913.

Die quantitativen Resultate sind die folgenden:

1. für höhere Temperaturen.

Temp. t		Koerz.-Kraft C in Gauß	Temp. t		Koerz.-Kraft C in Gauß
22,5°		13,95	493	+	6,600
126	·	12,85	507	⊙	5,626
176	+	12,20	538	+	5,912
230	×	11,68	552	×	4,558
300	+	11,09	577	·	5,104
307	×	9,568	600	+	5,129
323	·	9,970	622	×	3,965
350	×	8,714	639	⊙	3,538
393	+	8,736	688	+	3,893
434	·⊙	6,979	693	⊙	2,540
435	×	6,316	699	·	3,228

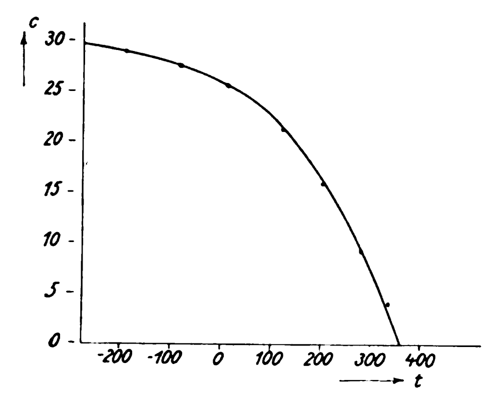


Fig. 1. Nickel.

Bei tieferen Temperaturen wurde eine andere Versuchsanordnung benutzt, die Wirkung eines Pols des Stabes auf ein Magnetometer (siehe die zitierte Annalenarbeit). Es ergab sich

2. für tiefere Temperaturen.

Temp. t	Koerz.-Kraft C in Gauß
—185	16,64
— 79	14,91
± 0	13,91
+ 27,3	13,55
58,0	13,29
65,5	13,27
78,5	13,06

Wie wir aus der Kurve sehen, liegen die Werte für tiefere Temperaturen alle ein wenig tiefer als der Fortsetzung der für höhere Temperaturen gültigen Kurve entspricht.

Da die für die höheren Temperaturen angewandte gewöhnliche magnetometrische Methode sicherere Resultate gibt als die Beobachtung der Polwirkung, so haben wir punktiert die Kurve stetig nach tieferen Temperaturen fortgesetzt.

Bei 753° verschwindet nach Weiß[1]) der Ferromagnetismus, nach Ashworth[1]) bei 785°; dies Ergebnis ist mit unseren Beobachtungen verträglich.

1) P. Weiß, diese Zeitschr. **12**, 935, 1911.

Vergleichen wir die für Magnetstahl gültige Kurve (Fig. 1) mit der für Nickel beobachteten (Fig. 2), so sehen wir erstens, daß beim Nickel die Koerzitivkraft für tiefe Temperaturen viel schneller konstant wird als beim Stahl. Ob das eine Eigenschaft des Eisens ist oder vielleicht am Wolframgehalt liegt, soll durch Beobachtungen an reinem Eisen entschieden werden.

Sodann sehen wir bei ca. 500° einen Haltepunkt, bei derselben Temperatur, bei der Ashworth[1]) eine analoge Beobachtung für die Remanenz des Eisens gemacht hat, bei der Morris[2]) eine Unstetigkeit in der Permeabilität konstatiert hat, bei der nach Roberts-Austen[3]) eine Wärmeentwicklung stattfindet und nach Callendar[4]) die elektrische Leitfähigkeit des Eisens eine Anomalie zeigt.

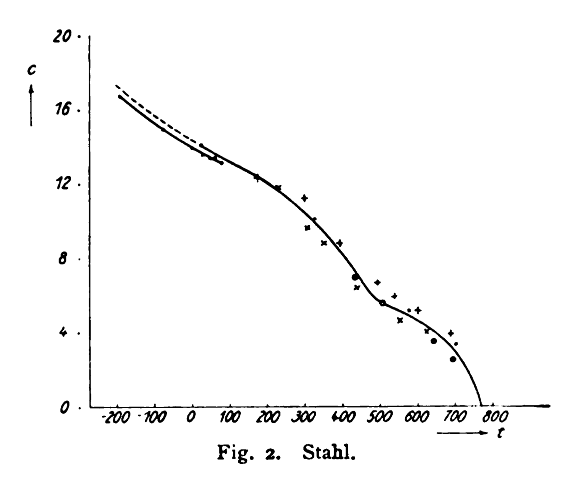


Fig. 2. Stahl.

Hier haben wir es also offenbar mit einer molekularen Transformation zu tun.

1) J. R. Ashworth, Phil. Mag. (6) **23**, 36, 1912.
2) D. K. Morris, Phil. Mag. **44**, 213, 1897.
3) Roberts-Austen, Alloys Research Comm. 5th Report.
4) H. L. Callendar, Phil. Trans. Roy. Soc. 1887, S. 201.

La Plata, 1. Januar 1915. Instituto de Fisica.

(Eingegangen 4. Februar 1915.)

Zur Kenntnis des Überganges von der geordneten zur Turbulenz-Strömung in Kapillarröhren. II. 1)

Von Walther Sorkau.

Da die Messungen am Benzylalkohol gleichzeitig die relativen Reibungskonstanten des

1) I: diese Zeitschr. **15**, 768—772, 1914.

Wassers in Poiseuillescher Strömung für den von mir benutzten Reibungsapparat ergeben hatten (diese Zeitschrift **15**, 768—772, 1914), so konnten die Übergangsstellen für sämtliche bisher untersuchten Flüssigkeiten ermittelt werden. Von den Beobachtungen am Wasser gehen nur die Reihen bei 4°, 15°, 20° und 25° tief genug hinab, daß es möglich ist, die Schnittpunkte zwischen den Turbulenzkurven und den Poiseuilleschen Reibungsgeraden zu interpolieren (Fig. 1)[1]; die nachstehende Tabelle enthält außer

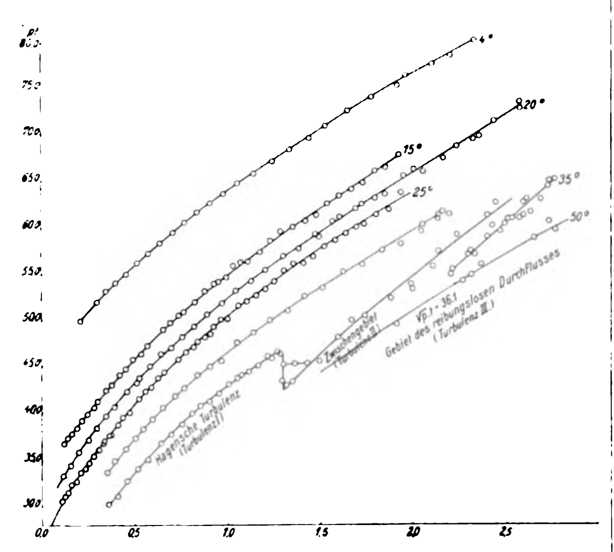


Fig. 1. Turbulenzreibung des Wassers bei verschiedenen Temperaturen.

den graphisch ermittelten kritischen Drucken und Durchflußzeiten auch noch die kritischen Geschwindigkeiten und die Osborne-Reynoldssche Konstante:

Temp.	$p_{\text{krit.}}$	$t_{\text{krit.}}$	$U_{\text{krit.}}$	K_{Reynolds}
4°	0,230 kg	219,26 Sek.	152,46	413,4
15°	0,125 „	295,68 „	113,05	421,3
20°	0,095 „	342,21 „	97,68	411,6
25°	0,075 „	385,47 „	86,72	410,5

Hieraus wäre zu schließen, daß die Reynoldssche Konstante nicht von der Temperatur beeinflußt würde, sondern für Wasser mit einem Mittelwerte von 414, der übrigens mehr als das Doppelte des Wertes für Benzylalkohol beträgt, konstant bliebe. Man kann nun aber die Drucke für 20° und 25° nicht mehr genau genug aus der graphischen Darstellung ablesen; auch die folgenden Zahlen ließen sich rechtfertigen

Temp.	$p_{\text{krit.}}$	$t_{\text{krit.}}$	$U_{\text{krit.}}$	K_{Reynolds}
20°	0,10 kg	325,1 Sek.	102,82	433,3
25°	0,08 „	361,4 „	92,50	437,8

und würden auf eine Temperaturabhängigkeit der K-Werte hindeuten.

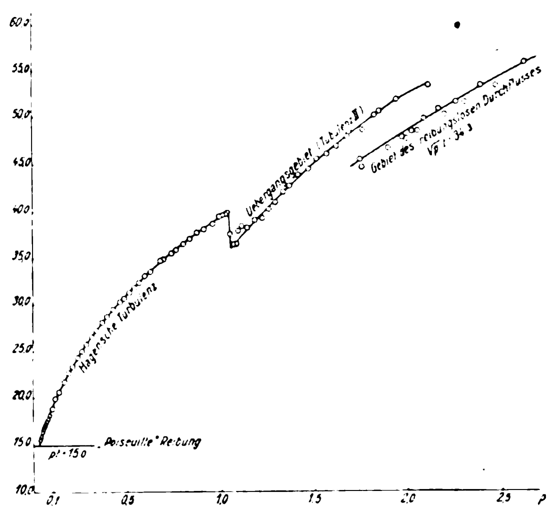


Fig. 2. Äthylazetat bei 17°.

Für Äthylazetat (Fig. 2) ergab die Beobachtungsreihe bei 17° (nach Vervollständigung der Messungen bei kleinen Drucken, wobei ein Wassermanometer benutzt wurde), für den Schnittpunkt der Hagenschen Turbulenzkurve mit der Poiseuilleschen Reibungsgeraden $pt = 15{,}0$ die Koordinaten:

$p_{\text{krit.}} = 0{,}025$ kg (graphisch interpoliert)

$t_{\text{krit.}} = 600$ Sekunden,

woraus $U_{\text{krit.}} = 55{,}71$ folgt. Unter Berücksichtigung von $\eta_{17°} = 0{,}00462$ und $\varrho_{17°} = 0{,}9174$ (Dissertation), erhält man[1])

$$K_{\text{Reynolds}} = \underline{467{,}97}.$$

Die Beobachtungsreihe für Azeton bei 15° (Fig 3) lieferte für $pt = 11{,}0$ die Schnittpunktskoordinaten:

$p_{\text{krit.}} = 0{,}015$ kg. (graphisch interpoliert)

$t_{\text{krit.}} = 733{,}3$ Sekunden,

denen als kritische Geschwindigkeit $U_{\text{krit.}} = 45{,}58$ entspricht; unter Benutzung von $\eta_{15°} = 0{,}003385$ und $\varrho_{15°} = 0{,}823$ (Dissertation), gelangt man zu

$$K_{\text{Reynolds}} = \underline{468{,}8}.$$

1) In der Zeichnung kommt klar zum Ausdruck, daß Wasser bei 35° im Druckintervall von 2,6—2,2 Atmosphären dünnflüssiger sein kann, als Wasser bei 50°. Da dieses anomale Gebiet mit steigender Temperatur immer mehr hinunterrückt, so ist es möglich, daß es in der Nähe des Siedepunktes bei besonders schwerer Flüssigkeiten schon im Ostwaldschen Reibungsröhrchen zutage tritt. Die anomale Viskosität des Quecksilbers im Intervall 240—315° (Landolt-Börnstein, 37g) dürfte sich hierdurch ungezwungen erklären lassen.

1) Im ersten Teile dieses Artikels, Seite 772, steht fälschlich, daß der Radius der Kapillare gleich 0,0423 cm ist; es muß natürlich Durchmesser heißen.

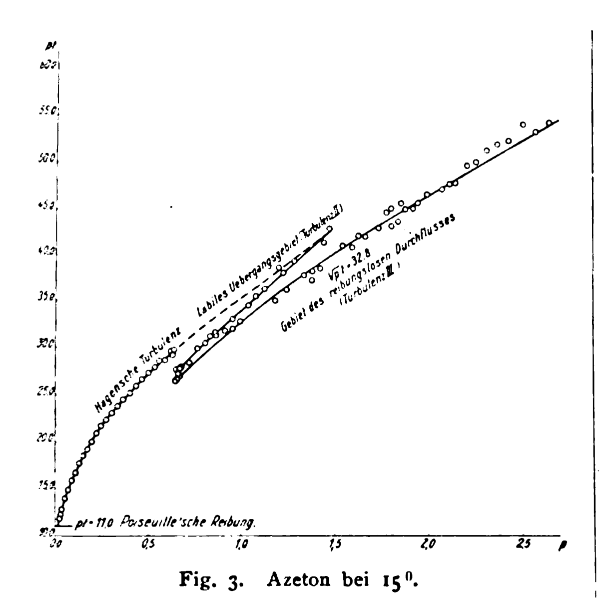


Fig. 3. Azeton bei 15°.

Diese K-Werte unterscheiden sich nicht wesentlich von dem für Wasser gefundenen und sprechen, wenn sie auch nicht besonders genau sind, doch dafür, daß das Kriterium nicht mehr von der chemischen Natur der Flüssigkeit berührt wird, sondern dieser durch die Beeinflussung, welche Dichte und Viskosität von ihr erfahren, bereits hinreichend Rechnung trägt. Freilich steht hiermit die große Abweichung bei Benzylalkohol nicht im Einklang.

Ein Versuch, die Übergangspunkte von der geordneten zur Turbulenzströmung für Benzylalkohol und Wasser durch Gleichungen von der Form $t = \frac{A}{p} + B$ anzunähern, führte zu keinem Resultat; der ganz deutliche Gang in den Differenzen erwies die Unzulässigkeit linearer Ausgleichung im gewählten Koordinatensystem. Im logarithmischen Druck-Geschwindigkeits-Koordinatensystem war die Annäherung durch eine gerade Linie viel genauer; ich erhielt:

A. Benzylalkohol.

$$-\log t = -2{,}2887 + 0{,}2571 \cdot \log p$$

Temp.	t gefunden	t berechnet	Differenz in Sek.
25°	205,5	206,0	—0,5
30°	216,5	217,2	—0,7
35°	231,0	229,4	+1,6
40°	240,9	239,7	+1,2
45°	248,8	249,5	—0,7
50°	259,3	260,1	—0,7

Aber während die erste Gleichung von der Form $\sqrt[4]{p} \cdot t = k$ ist, deutet die zweite auf einen

B. Wasser.

$$-\log t = -2{,}0404 + 0{,}4728 \cdot \log p$$

Temp.	t gefunden	t berechnet	Differenz in Sek.
4°	219,3	219,9	—0,6
15°	295,7	293,4	+2,3
20°	325,1	326,0	—0,9
25°	361,4	362,3	—0,9

Ausdruck $\sqrt[2]{p} \cdot t = k$ hin; bei der Verschiedenheit der Wurzelexponenten ist ein Vergleich der Konstanten k ausgeschlossen. Auf diesem Wege kommt man also nicht weiter.

Man gelangt indes ans Ziel, wenn man nicht die direkten Übergänge vergleicht, sondern die Schnittpunkte der Poiseuilleschen Reibungsgeraden ($p \cdot t = k$) und der Geraden für vollständige Hagen-Turbulenz, deren Form nahezu $\sqrt[3]{p^2} \cdot t = k$ ist (logarithmisches Koordinatensystem).

Mit Hilfe der Angaben des Landolt-Börnstein wurden zunächst die für meinen Apparat in Frage kommenden Konstanten der Gleichung $p \cdot t = k$ bei verschiedenen Temperaturen für mehrere der untersuchten Flüssigkeiten berechnet; nach Kombination der so erhaltenen Ausdrücke mit den früher von mir abgeleiteten Interpolationsgleichungen für Hagen-Turbulenz von der Form $p^{0,658} \cdot t \cdot e^{\frac{\Theta}{273}} = C$[1]) erhielt ich die folgenden Schnittpunktskoordinaten fürs logarithmische Koordinatensystem:

Substanz	Temp.	log p	log t
Azeton	0°	—1,3368	—2,4440
	10°	—1,4196	—2,4826
	20°	—1,4985	—2,5186
	30°	—1,5746	—2,5531
Äthylazetat	0°	—1,0243	—2,2977
	10°	—1,1439	—2,3605
	20°	—1,2511	—2,4151
	30°	—1,3487	—2,4634
	40°	—1,4391	—2,5070
	50°	—1,5183	—2,5432
Wasser	20°	—0,5700	—2,0820
	25°	—0,6816	—2,1427
	30°	—0,7811	—2,1954
	35°	—0,8778	—2,2463
	40°	—0,9624	—2,2891
	45°	—1,0408	—2,3280
	50°	—1,1125	—2,3625
Chloroform	0°	—1,0705	—2,4273
	10°	—1,1659	—2,4740
	20°	—1,2509	—2,5139
	30°	—1,3294	—2,5495

1) Für Wasser ist dieser Ausdruck nicht gültig (14, 759—766, 1913); die erforderlichen Werte für C_{Hagen} wurden

Geradlinig ausgeglichen, lieferten sie mir die nachstehenden Werte für $B = tg\,\alpha$:

Azeton:	0,46	Mittelwert: 0,49.
Äthylazetat:	0,50	
Wasser:	0,52	
Chloroform:	0,47	

Setzt man statt seiner den Wert 0,5 oder $^1/_2$, so gelangt man zu Gleichungen, deren Zulässigkeit sich aus der Nachrechnung ergibt.

I. Azeton.

Gleichung: $\sqrt{p} \cdot t = 59,0$

Temp.	$p_{krit.}$	$t_{krit.}$ gefunden	$t_{krit.}$ berechnet	Differenz in Sekunden	Differenz in Proz.
0°	0,0461 kg	278,0	275,0	+3,0	1,07
10°	0,0381 „	303,9	302,5	+1,4	0,34
20°	0,0317 „	330,1	331,3	—1,2	0,36
30°	0,0266 „	357,3	361,6	—4,3	1,20

II. Äthylazetat.

Gleichung: $\sqrt{p} \cdot t = 61,3$

0°	0,0946 kg	198,5	199,3	—0,8	0,40
10°	0,0718 „	229,35	228,75	+0,6	0,26
20°	0,0561 „	260,2	258,8	+1,4	0,54
30°	0,0448 „	290,75	289,6	+1,15	0,40
40°	0,0363 „	321,35	321,3	+0,05	0,02
50°	0,0303 „	349,3	352,0	—2,7	0,77

III. Wasser.

Gleichung: $\sqrt{p} \cdot t = 63,9$

20°	0,2693 kg	120,8	123,1	—2,3	1,9
25°	0,2086 „	138,9	140,0	—1,1	0,79
30°	0,1656 „	156,8	157,0	—0,2	0,12
35°	0,1328 „	176,3	175,5	+0,8	0,45
40°	0,1091 „	194,6	193,4	+1,2	0,62
45°	0,0910 „	212,8	211,8	+1,0	0,47
50°	0,0772 „	230,4	230,0	+0,4	0,17

IV. Chloroform.

Gleichung: $\sqrt{p} \cdot t = 77,5$

0°	0,0850 kg	267,5	265,7	+1,8	0,68
10°	0,0682 „	297,85	296,5	+1,35	0,46
20°	0,0561 „	326,5	327,7	—1,2	0,37
30°	0,0468 „	354,4	357,9	—3,5	0,98

Man sieht auf den ersten Blick, daß die Konstanten dieser vier Gleichungen in demselben Sinne wie die Dichten der Flüssigkeiten wachsen. Unter Benutzung der Dichten bei 20°

$D_{\text{Azeton}} = 0,818$
$D_{\text{Azetat}} = 0,914$ siehe Dissertation 1912
$D_{\text{Chloroform}} = 1,500$
$D_{\text{Wasser}} = 0,998$ (nach Landolt-Börnstein)

kommt man bei linearer Ausgleichung im logarithmischen Koordinatensystem zu

$$\log C = 1,8071 + 0,4585 \cdot \log D,$$

einem Ausdruck, welcher die Beobachtungen sehr gut wiedergibt. Ersetzt man den Koeffizienten von $\log D$ durch den Wert $^1/_2$, so gelangt man zur Gleichung

$$\log C = 1,8065 + 0,5 \cdot \log D$$

oder

$$C = 64,05 \sqrt{D},$$

deren Zulässigkeit die nachstehende Tabelle erweist:

Substanz	C gefunden	C berechnet	Differenz in Sekunden
Azeton . .	59,0	57,9	+1,1
Azetat . .	61,3	61,55	—0,25
Wasser . .	63,9	64,0	—0,1
Chloroform	77,5	78,45	—0,95

Die Schnittpunkte der Reibungskurven für die Strömungsgebiete nach Poiseuille und nach Hagen liegen bei den verglichenen Flüssigkeiten demnach auf einem Kurvenzug von der Gleichung

$$t = 64,05 \sqrt{\frac{D}{p}},$$

die sich von der Gleichung für mein oberes Strömungsgebiet und der für das Ende (Diskontinuität) der Hagen-Turbulenz nur durch die Größe der Konstante unterscheidet.

Man kann demnach hinsichtlich der Leichtigkeit, mit der in einer Flüssigkeit Hagensche Turbulenz erzeugt werden kann, voraussagen, daß diese sich um so später einstellt, je größer die innere Reibung η ist (denn um so mehr rückt in der logarithmischen Darstellung der Schnittpunkt nach rechts oben und der kritische Druck vergrößert sich), und um so früher, je größer die Dichte D der Flüssigkeit ist (denn in diesem Falle rückt der Schnittpunkt nach links unten und der kritische Druck verringert sich) oder mit andern Worten:

> Der Übergang von der Poiseuilleschen zur Hagenschen Strömung in Kapillarröhren ist direkt proportional der Quadratwurzel aus der Dichte D und umgekehrt proportional der Zähigkeit η der durchströmenden Flüssigkeit.

Es ist jetzt verständlich, warum Benzylalkohol, der ungefähr die Dichte von Wasser, dagegen dessen fünffache Zähigkeit besitzt, noch bei relativ großen Drucken in meinem Turbulenzreibungsapparat in Poiseuillescher Strömung fließen konnte. Quecksilber dagegen, welches etwa die Zähigkeit des Wassers hat, aber 13,6 mal dichter ist, muß ganz besonders zur Her-

---

mit der empirischen Formel $p^{0,657} \cdot t \cdot e^{0,005830 \cdot \vartheta} = 57,31$ abgeleitet.

stellung von Turburlenzströmung geeignet sein; auch dieses Resultat steht mit den Tatsachcn im Einklang.

Einer besonderen Formel, um die Abhängigkeit der Konstanten für Hagen-Turbulenz von der Temperatur auszudrücken, bedarf es fortan nicht mehr; es genügt in der Tat die Kenntnis von η, der Dichte D und der Neigung der Turbulenzgeraden.

Wie der Übergang von der geordneten zur ungeordneten Strömung in Wirklichkeit sich vollzieht, zeigt uns das Verhalten des Benzylalkohols bei 50⁰ deutlich. Statt bis zum Punkte

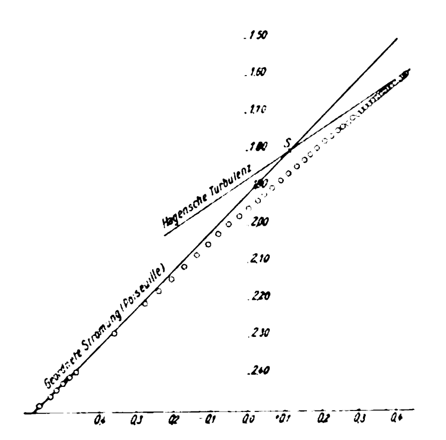


Fig. 4. Benzylalkohol bei 50° C; Abszissenachse: Werte von log p; Ordinatenachse: Werte von log t.

S mit Poiseuille-Reibung zu fließen und dann turbulent zu werden, also in der graphischen Darstellung einen Knick zu geben, wie ihn die Ugarteschen Zeichnungen, beim Übergange von der Hagenschen Strömung nach dem oberen Gebiet, zeigen, wird die Flüssigkeit schon weiter unten, bei einem Punkte, der sehr schwer festzustellen ist, langsam turbulent; man erhält so eine schwach gekrümmte Kurve, die sich den beiden Grenzgeraden gleichmäßig anschmiegt. (Fig. 4.)

Buenos Aires, den 5. Dezember 1914.

Chemische Abteilung am Instituto Nacional del Profesorado Secundario. Calle Valentín Gómez 3163.

(Eingegangen 12. Februar 1915.)

Zur Kenntnis des Überganges von der geordneten zur Turbulenz-Strömung in Kapillarröhren. III.

Von Walther Sorkau.

Wie ich im vorhergehenden Artikel (S. 97—100) zeigen konnte, ist die Grenze, bis zu welcher im günstigsten Falle eine Flüssigkeit mit Poiseuillescher Reibung fließen kann, für meinen Apparat gegeben durch die Gleichung

$$\sqrt{p} \cdot t = 64{,}05 \cdot \sqrt{D}$$

oder in allgemeiner Form:

$$\sqrt{p} \cdot t = a \cdot \sqrt{D},$$

wo a von der Kapillare in einer noch nicht ermittelten Weise und vom Volumen V abhängig ist.

Für den Schnittpunkt S dieser Kurve mit der für Poiseuille-Reibung

$$pt = k$$

findet man die folgenden Koordinaten:

$$p_{\text{krit.}} = \frac{1}{a^2} \frac{k^2}{D}$$

$$t_{\text{krit.}} = a^2 \cdot \frac{D}{k}.$$

Da dieser Schnittpunkt auch der Kurve für Hagen-Turbulenz von der Form

$$p^{\frac{1}{n}} \cdot t = C$$

angehört, wo n nahezu gleich 1,5 ist, so kann man die Werte von C für alle Temperaturen berechnen:

$$C_{\text{Hagen}} = \left(\frac{1}{a^2} \cdot \frac{k^2}{D}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot a^2 \frac{D}{k}$$
$$= D^{\frac{n-1}{n}} \cdot k^{\frac{2-n}{n}} \cdot a^{\frac{2n-2}{n}}.$$

Dieser Ausdruck, der für $n = 1{,}5$ übergeht in die einfache Formel

$$\sqrt[3]{D \cdot k \cdot a^2} = C$$

ist identisch mit der Schäfer-Frankenbergschen Dimensionsformel[1])

$$[C] = \left[\varrho^{\frac{n-1}{n}} \cdot k^{\frac{2-n}{n}} \cdot L^{\frac{2n-2}{n}}\right],$$

in welcher ϱ die Dichte und L ein Längenmaß vorstellt. Daß der Faktor a in meiner Formel wirklich die Dimension einer Länge hat, zeigt eine kurze Dimensionsrechnung. Da Schäfer und Frankenberg, um ihre Formel abzuleiten, die Annahme gemacht hatten, daß die hydrodynamischen Gleichungen ihre Gültigkeit auch für das Gebiet der Turbulenzströmung behalten, so haben meine experimentellen Resultate den sichern Beweis erbracht, daß eine solche Annahme richtig ist.

Wenn ich seinerzeit bei meinen Wassermessungen eine Unstimmigkeit zwischen Theorie und Experiment für das Gebiet der Hagen-Tur-

---

1) Diese Formel rührt übrigens im wesentlichen von Th. v. Kármán her (diese Zeitschr. 12, 283, 1911). (Anmerkung der Redaktion.)

bulenz gefunden hatte, so dürfte das wohl darauf zurückzuführen sein, daß ich mit der nur für das kleine Temperaturintervall von 35⁰—50⁰ ermittelten Interpolationsformel die C_{Hagen}-Werte nach oben und unten hin extrapoliert und dadurch einen Fehler in die Resultate hineingebracht habe; der Gang in den Abweichungen steht mit einer solchen Auffassung im Einklange.

Für die kritische Geschwindigkeit $U_{\text{krit.}}$ findet man:

$$U_{\text{krit.}} = \frac{V}{q \cdot t_{\text{krit.}}} = \frac{V}{r^2 \cdot \pi \cdot a^2 \frac{D}{k}} = \frac{k}{D \cdot \pi} \frac{V}{a^2 \cdot r^2}$$

und da der Ausdruck

$$\frac{V}{a^2 \cdot r^2}$$

von der Dimension $\frac{1}{\text{cm}}$ ist, also den reziproken Wert einer Länge vorstellt, so gelangt man zu der Formel:

$$U_{\text{krit.}} = \frac{k}{D \cdot \pi \cdot L}$$

oder für Untersuchungen in demselben Reibungsapparat:

$$\frac{U_{\text{krit.}} \cdot D}{k} = \frac{1}{\pi \cdot L} = \text{Konstante.}$$

Sollte das Experiment, wie wohl zu erwarten ist, ergeben, daß die kritische Geschwindigkeit nur noch vom Kapillardurchmesser beeinflußt wird, so liefert dieser Ausdruck das bekannte Osborne-Reynoldssche Kriterium.

Buenos Aires, den 15. Dezember 1914.

Departamento de Química del Instituto Nacional del Profesorado Secundario. Calle Valentín Gómez 3163.

(Eingegangen 12. Februar 1915.)

Versuche über den Rückstoß, den die Kathode bei der Glimmentladung erfährt.

(Auszug aus der Göttinger Dissertation.)

Von Franz Tuczek.

Einer Anregung von Herrn Geheimrat Riecke folgend, hat der Verfasser im Anschluß an dessen im Jahre 1898[1]) erschienene Arbeit Versuche über die während der Glimmentladung auf die Kathode wirkenden abstoßenden Kräfte gemacht. Aus der angeführten Arbeit von Herrn Riecke und später veröffentlichten Versuchen der Herren Starke[1]) und v. Angerer[2]), den Druck der auf ein bewegliches System auffallenden Elektronen zu messen, geht hervor, daß die auftretende Wirkung erheblich größer ist als der aus Stromstärke, Verhältnis von Masse zur Ladung und durchlaufenem Potentialgefälle berechnete Druck, wenn man nicht besondere Vorsichtsmaßregeln anwendet, um alle übrigen Kräfte auszuschließen.

Mißt man, wie es in der Arbeit des Verfassers geschehen ist, den Rückstoß gegen die Kathode, so können noch folgende Kräfte auftreten: Thermoradiometrische Kraft infolge der Erwärmung der Kathode, Stoß der positiven Ionen und der von ihnen mitgerissenen neutralen Gasmoleküle, der hydrostatische Druck durch Einwirkung des elektrostatischen Feldes auf Gasteile mit positiver Raumladung und bei größeren Drucken molare Störungen als Folge ungleichmäßiger Erwärmung des Gases. Diesen Kräften wirkt entgegen die Anziehung der Kathode durch das vor ihr liegende elektrostatische Feld, die von Herrn Warburg[3]) untersucht worden ist. An der Hand der vorhandenen Arbeiten und eigener orientierender Versuche hat der Verfasser in seiner Dissertation diese Kräfte gegeneinander abgeschätzt, mit dem Resultat, daß bei Gasdrucken, bei denen molare Strömungen nicht mehr vorkommen, die radiometrische Abstoßung und die elektrostatische Anziehung die anderen Wirkungen bei weitem übertreffen.

Dieses Ergebnis wird durch die quantitativen Messungen unterstützt. Die Messungen wurden nach zwei Methoden ausgeführt, erstens mit der von Herrn Riecke in der oben zitierten Arbeit beschriebenen, wobei die Bewegung eines auf einer Spitze drehbaren Radiometerrädchens beobachtet und die als zeitlich konstant angenommene treibende Kraft aus Endgeschwindigkeit und Reibungskoeffizient berechnet wird. Später wurde eine Torsionswage benutzt. Bei beiden Anordnungen befand sich das Radiometer inmitten eines Faradayschen Käfigs, der als Anode diente. Die Radiometer hatten teils ebene, auf der Rückseite mit Glimmer hinterlegte Flügel, teils halbzylindrisch geformte ohne Glimmerbelegung. Die mit beiden Formen erhaltenen Resultate stimmen qualitativ überein, doch erforderten die halbzylindrischen eine größere Stromstärke bei gleicher Größe des Rückstoßes, da bei ihnen nur die Differenz der Drucke auf beiden Seiten der Flügel wirksam wird. Diese Differenz wird durch verschiedene Größe des Temperaturgefälles bedingt.

1) E. Riecke, Wied. Ann. **66**, 954, 1898.

1) H. Starke, Ann. d. Phys. **3**, 101, 1900.
2) E. v. Angerer, Ann. d. Phys. **41**, 1, 1913.
3) Warburg, Wied. Ann. **45**, 1, 1892.

Der Gasdruck wurde zwischen einigen Millimetern und 0,02 mm *Hg* variiert, die Stromstärke betrug im Maximum 30 Milliampere. Bei höherem Vakuum und größeren Stromstärken konnte mit der verwendeten Apparatur eine ruhige Entladung nicht mehr erzielt werden.

Bei Benutzung der ersten Methode zeigte sich, daß die aus der Beschleunigung berechneten Reibungskoeffizienten von der Zeit nach dem Ein- bzw. Ausschalten des Stromes abhingen, und zwar in dem Sinne, wie es einem allmählichen Anwachsen und Abfallen der Kraft entspricht. In der Tat konnte mit der Torsionswage ein zeitliches Ansteigen der Kraft nach einem Exponentialgesetz festgestellt werden. Im ersten Augenblick nach dem Einschalten wurde häufig ein Ausschlag in entgegengesetzter Richtung beobachtet, hervorgerufen durch das statische Feld. Das allmähliche Anwachsen der Kraft ist bedingt durch die allmähliche Erwärmung der Kathode.

Die Abhängigkeit der mit dem Endwert der Kraft proportionalen Endgeschwindigkeit der Rädchen von Stromstärke, Entladungsspannung und Gasdruck ist dieselbe, wie sie die aus dem Ausschlag der Torsionswage gefundenen Werte zeigen. Daraus kann auf die Konstanz des Reibungskoeffizienten geschlossen werden. Versuche, bei denen ein Rädchen durch Anblasen mit einem Luftstrom in Bewegung gesetzt wurde, lassen ebenfalls keine Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Geschwindigkeit (bis 21 Touren in der Sekunde) und dem Gasdruck, von 0,05 bis 2 mm *Hg* erkennen.

Was die Abhängigkeit der rückstoßenden Kraft von den drei genannten Größen angeht, so folgt sie im großen und ganzen dem Verlaufe der Elektrodenspannung und ist nicht, wie man annehmen sollte, der im Entladungsrohr verzehrten Energie proportional, doch tritt auch nicht allgemein Proportionalität mit der Spannung auf. Mit abnehmendem Gasdruck und bei konstant gehaltener Stromstärke steigt die Kraft erst langsam, dann sehr schnell an in Kurven, die gleichseitigen Hyperbeln ähnlich sind. (Fig. 1 zeigt zwei solche Kurven, die mit dem Radiometer mit ebenen Flügeln an der Torsionswage gewonnen worden sind. Die gestrichelte Kurve stellt die Abhängigkeit der Elektrodenspannung vom Gasdruck bei konstanter Stromstärke dar.) Die bei konstantem Gasdruck und variierter Stromstärke erhaltenen Kurven ähneln den Charakteristiken, sie verlaufen um so steiler je kleiner der Gasdruck ist. (Die Kurven der Fig. 2 sind mit dem Radiometer mit halbzylindrischen Flügeln an der Torsionswage aufgenommen. *p* bedeutet den Gasdruck.)

Diese Kurven weisen zwei bemerkenswerte Eigenschaften auf, die sich auch in den Charakteristiken, aber hier viel weniger ausgeprägt, vorfinden. Erstens treten ein oder zwei scharfe Knicke auf und zwar dann, wenn das negative Glimmlicht das den Faradaykäfig bildende Drahtnetz berührt oder durchdringt. Man kann diese Eigentümlichkeit folgendermaßen erklären. Die Größe der Radiometerkräfte hängt von dem Maße des Temperaturgefälles vor der zurückgestoßenen Fläche ab. Dieses ist bei gleicher

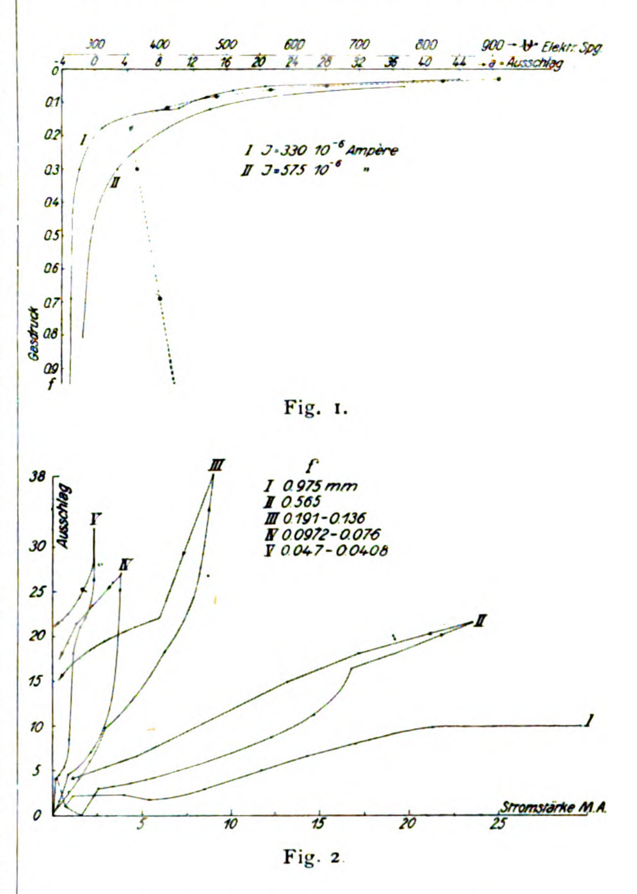


Fig. 1.

Fig. 2.

Temperatur der Kathode um so größer, je niedriger die Temperatur des Gases im Glimmlicht ist. Die Temperatur im Glimmlicht ist aber höher als in der übrigen Gasmasse, weil hier die Moleküle Bewegungsenergie von den Elektronen aufnehmen. Bringt man nun einen wärmeleitenden Körper an den Rand des Glimmlichts, so entzieht er ihm Wärme und erhöht das Temperaturgefälle vor der Kathode. Kommt er aber tiefer in das Glimmlicht hinein, so wird er selbst von den aufprallenden Elektronen stärker erwärmt als das Gas, in dem die Energieabgabe sich über eine längere Strecke verteilt. Dadurch wird der Temperaturgradient verkleinert.

Entsprechend läßt sich die Tatsache erklären,

daß die Wirkung in einem kleineren und einem größeren Netz etwa gleich groß, in einem mittelgroßen aber kleiner gefunden wurde. Die Kraft nimmt mit dem Abstand zwischen Kathode und Netz ab, die Verringerung kann aber durch die bei kleinerem Netz höhere Entladungsspannung wieder ausgeglichen werden.

Zweitens ist eine sehr beträchtliche Hysteresis zu bemerken. Die Werte der wirkenden Kraft, die bei kleiner werdender Stromstärke aufgenommen sind, können die bei vergrößerter Stromstärke erhaltenen um mehr als das Zehnfache übertreffen. Dies Verhalten kann durch eine Zunahme der Temperatur des gesamten in der Glasglocke eingeschlossenen Gases erklärt werden.

Zusammenfassung.

Die auf die Kathode während der Glimmentladung wirkende Kraft und ihre Abhängigkeit von Gasdruck (einige Millimeter bis 0,02 mm Hg) und Stromstärke wurde mit rotierenden Radiometerrädchen und einer Torsionswage gemessen. Der größte Teil der Kraft ist den thermoradiometrischen Wirkungen zuzuschreiben, die aber durch die elektrostatische Anziehung teilweise oder ganz aufgehoben werden. Sie folgt im wesentlichen dem Verlauf der Elektrodenspannung. In der Abhängigkeit der Kraft von der Stromstärke tritt eine sehr bedeutende Hysteresis auf. Die Kurven zeigen Knicke, die mit dem Durchdringen des negativen Glimmlichts durch das die Anode bildende Drahtnetz im Zusammenhang stehen.

(Eingegangen 8. Februar 1915.)

Die Elektronenemission der CaO-Elektrode im Vakuum.

Von Werner Germershausen.

Seit der Entdeckung der Wehneltelektrode ist ihre Wirksamkeit der Gegenstand mannigfacher Untersuchungen geworden. Diese Untersuchungen führten mehrere Forscher zu der Annahme, daß die Elektronenemission durch elektrochemische Vorgänge in der Elektrode verursacht wird. Durch den Strom oder die hohe Temperatur sollten die CaO-Moleküle dissoziiert werden und die Wiedervereinigung oder die Trennung der Komponenten sollten die Emission der Elektronen herbeiführen. Da die Wiedervereinigung der Komponenten, der das elektrische Feld entgegenwirkt, nicht quantitativ erfolgen kann, muß ein allmähliches Aufbrauchen des Oxyds, verbunden mit einer Gasabgabe zum mindesten an der Kathodenoberfläche eintreten. Diese Erscheinungen wurden tatsächlich bei allen bisherigen Untersuchungen der Wirksamkeit der CaO-Elektrode im Vakuum beobachtet und galten einigen Forschern als beweiskräftig für die Erklärung der Elektronenmission auf elektrochemischer Grundlage. Fredenhagen[1]) untersuchte die Wirksamkeit der CaO-Elektrode im Vakuum und zeigte, daß die Elektronenemission durchaus nicht konstant ist, sondern bei verhältnismäßig niedriger Belastung und Spannung schnell abnimmt. Die Abnahme konnte verzögert und sogar eine Zunahme erzielt werden, wenn die Elektrode einige Minuten hoch erhitzt wurde. Die Abnahme wurde durch den Verlust der nicht wiedervereinigten Komponenten des CaO erklärt, während die Zunahme durch Erhitzen ohne Belastung als ein Zusammensintern der Oxydschicht unter Gewinnung eines besseren Kontaktes mit der metallischen Unterlage gedeutet wurde. Ebenso wie Fredenhagen ist Gehrts[2]) zu dem Resultat gekommen, daß die Elektronen emission durch chemische Vorgänge verursacht wird. Von ihm wird jedoch die Annahme gemacht, daß das CaO rein thermisch dissoziiert wird, und sich das Elektron an das Sauerstoffmolekül anlagert und auf diese Weise als Ion von der Kathode weggeführt wird. Während also ohne elektrisches Feld sich das CaO in einem stationären Gleichgewicht befindet, muß durch Anlegen eines negativen Potentials eine Fortdiffusion des geladenen Sauerstoffmoleküls stattfinden, d. h. es kann die Elektronenemission nur unter Gasabgabe stattfinden und muß ein Aufbrauchen der Oxydschicht eintreten. Ganz ähnliche Beobachtungen an der Wehneltelektrode wurden auch schon früher von mehreren Seiten gemacht, ohne daß man daraus eine Theorie der Wirksamkeit der CaO-Elektrode folgerte.

Im Anschluß an die Arbeiten von Fredenhagen habe ich das Verhalten der Oxydelektrode im extremen Vakuum untersucht. Meine Versuchsbedingungen zielten dahin, in einem von okkludierten Gasresten freien Entladungsrohr zu arbeiten. Es ist bekannt, daß diese Gasreste, die die Elektronenemission bedeutend beeinflussen, mit den empfindlichsten Druckmessungen sich nicht mehr feststellen lassen.

Da ferner bei den verhältnismäßig hohen Temperaturen, denen bei großen Belastungen die Metallteile ausgesetzt sind, auch leicht Oberflächenreaktionen mit den Restgasen und damit Potentialsprünge eintreten können, bestanden alle Metallteile aus Platin oder Platiniridium und konnten alle im Vakuum elektrisch aus-

1) Fredenhagen, Ber. d. Math.-Phys. Kl. d. kgl. sächs. Ges. d. Wiss. **65**, 42, 1913; diese Zeitschr. **15**, 19, 1914.

2) Gehrts, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **15**, 1046, 1914.

geglüht werden. Schliffe wurden völlig vermieden und zwischen Versuchsrohr und Pumpe bzw. Mac Leod-Manometer, welches nur zur Kontrolle diente, befanden sich hintereinander zwei Gasfallen, die mit flüssiger Luft gekühlt wurden. Das Versuchsrohr selbst wurde nicht gekühlt. In der Anordnung befand sich außerdem ein Kaliumspüler, durch den später durch Palladium einzuleitender Wasserstoff gereinigt werden sollte. Das Kalium wurde durch dreifache Destillation im Vakuum in diesem Rückflußkühler gebracht und konnte darin ausgekocht werden. Die Verbindung zwischen Kalium und Versuchsrohr wurde wiederum mit flüssiger Luft gekühlt. Die Kaliumdestillationsrohre wurden abgeschmolzen. Induktorentladungen wurden zur Entgasung nicht verwendet. Die Wehnelt-*CaO*-Elektrode bestand aus einem ca. 2 mm breiten und 10 mm langen Platinstreifen, auf dessen Mitte ein scharf umgrenzter Oxydfleck von ca. 8 qmm Oberfläche aufgebrannt wurde. Um ein möglichst homogenes elektrisches Feld zu erhalten, waren die Elektroden in der aus

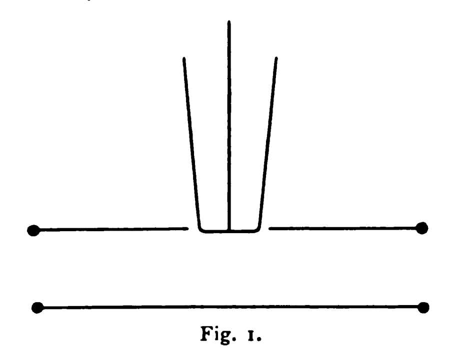


Fig. 1.

Fig. 1 ersichtlichen Weise angeordnet. Sie bestanden aus Platiniridiumbändern von genügender Oberfläche. In die Mitte des einen Bandes wurde die Oxydkathode eingepaßt und dieses als Schutzringelektrode mit ihr auf das gleiche Potential gebracht. Der Abstand der beiden Elektroden konnte kathetometrisch gemessen werden. Die Heizung der Oxydelektrode geschah mit Wechselstrom, die Temperaturmessung durch ein an die Rückseite der Elektrode zentrisch angeschweißtes Platin-Platin-Rhodium-Thermoelement. Die Zuführungsdrähte zu dem Thermoelement befinden sich, wie ersichtlich, nicht in dem elektrischen Feld.

Mit dieser Versuchsanordnung gelang es nun an verschiedenen Wehnelt-Elektroden an der Charakteristik der Entladung die allmähliche Beseitigung der Restgase zu verfolgen, bis der von Langmuir[1]) und Schottky[2]) berechnete Raumladungsgrenzstrom erreicht war.

Es zeigten sich dabei genau die von Langmuir an Wolfram festgestellten Erscheinungen. Bei der Gegenwart der Restgase war der Teil der Stromtemperaturcharakteristik, der der Richardsonschen Gleichung

$$i = a\sqrt{T}^{-\frac{b}{T}}$$

entspricht, stark herabgedrückt, während der Raumladungseffekt fehlte. Durch Belastung wurde dieser störende Einfluß der Gasreste in folgender Weise beeinflußt. Bei konstanter Temperatur und steigendem Potential bis 400 Volt nahm die Herabsetzung des Effektes ganz bedeutend zu, so daß bei Wiederholung der Meßreihe eine Abnahme der Elektronenemission vorgetäuscht wurde. Hielt man das Potential konstant und steigerte die Temperatur, so erhielt man bei entsprechenden Temperaturen bei steigender Temperatur kleinere Ströme als bei sinkender Temperatur. Es trat also der an der Wehneltelektrode allgemein beobachtete Verzögerungseffekt auf, der, wie noch gezeigt wird, nach Beseitigung der Restgase fehlte. Es scheint also auch für die Wehneltelektrode die von Langmuir für Wolfram gemachte Annahme Berechtigung zu haben, daß sich die Restgase als Gashaut an die Oberfläche der Kathode anlagern und die Bildung und Zerstörung dieser Gasschicht durch Potential und Temperatur beeinflußt werden kann. Es wäre wohl durchaus möglich, daß in einem meßbar schlechten Vakuum die Restgase es sind, die infolge des positiven Ionenstoßes zu einer schnellen Zerstörung der Oxydschicht führen. Beseitigte man nun durch stundenlanges Erhitzen des ganzen Versuchsrohres auf ca. 450° und kurzes Ausglühen aller Elektrodenbleche diese Gasreste, wobei darauf zu achten war, daß sie durch die vor dem Versuchsrohr liegende Gasfalle hindurch diffundieren konnten, so bekam man für die Richardsonsche Gleichung eine ganz bedeutend höher liegende Kurve. Gleichzeitig war man aber bei der großen Wirksamkeit der *CaO*-Elektrode, die erst jetzt recht zutage trat, bereits dem Raumladungsgrenzwert sehr nahe, der für die in Frage stehende Elektrodenanordnung nach der von Langmuir[1]) für parallele Platten angegebenen Gleichung

$$i = \frac{\sqrt{2}}{9\pi}\sqrt{\frac{e}{m}}\,\frac{V^{\frac{3}{2}}}{x^2}$$

besonders einfach zu berechnen war. Es zeigte also die Stromtemperaturcharakteristik im Gegensatz zur Richardsonschen Gleichung bereits positive Krümmung und ging bei kleineren Spannungen schon von ganz niedrigen Temperaturen

1) Langmuir, diese Zeitschr. 15, 348 u. 516, 1914.
2) Schottky, diese Zeitschr. 15, 526, 1914.

1) Langmuir, loc. cit.

an in die von der Temperatur unabhängigen Grade über. Eine Verzögerungserscheinung wie vorher trat nicht mehr auf, wie überhaupt der Effekt tagelang konstante Werte zeigte. Daß die durch die Restgase hervorgerufene Austrittsarbeit ganz bedeutend gesunken war, zeigte sich aber vor allem auch in der Stromspannungscharakteristik.

Während vorher durch die Restgase ein Sättigungsstrom vorgetäuscht worden war, der nicht der wahren Wirksamkeit der *CaO*-Elektrode entsprach, erhält man jetzt für diesen Teil der Kurve ganz steil ansteigende Linien, die sich mit steigender Temperatur eng an die Grade mit dem Richtungsfaktor $aV^{3/2}$ anschließen. Da für hohe Spannungen der von Langmuir und Schottky berechnete Raumladungsgrenzwert sehr hoch liegt und, wie ersichtlich, die Elektronenemission der Wehneltelektrode in einem von Restgasen befreiten Vakuum sehr groß ist, so erhält man ganz bedeutende Stromdichten pro Oberflächeneinheit der Oxydschicht. Bei einem Elektrodenabstand von 0,85 cm und einem beschleunigenden Potential von 400 Volt zeichnete sich bei einer Belastung von $15 \cdot 10^{-3}$ Ampere die Oxydschicht als scharf umgrenzte glühende Fläche auf der Anode ab, während bei Gegenwart von Restgasen bei gleicher Belastung die Anode ein mehr verschwommenes Aufglühen zeigte. Leuchtende Entladung trat jedoch bei dem immerhin noch hohen Vakuum auch bei Dauerbelastung natürlich nicht auf. Es zeigte sich also auch hiermit, daß die Restgase einen ganz bedeutenden Einfluß auf die Bahn der Elektronen haben.

Mit dieser Veröffentlichung soll vorläufig nur qualitativ festgestellt werden, daß die Elektronenemission der *CaO*-Elektrode nicht nur nicht durch eine Gasabgabe bedingt ist, sondern vielmehr bei möglichster Fernhaltung aller Restgase sich bedeutend steigert und trotz großer Belastung unter hoher Spannung und bei hoher Temperatur zeitlich konstanten Wert annimmt.

Es mögen daher obige Auseinandersetzungen nnr durch folgende Kurvenaufnahmen erläutert werden. Aus Fig. 2 ist zu ersehen, wie der durch die Restgase bei niedrigen Temperaturen herabgedrückte Kurvenast I nach Entfernung der Restgase zu bedeutend höher liegenden Werten II übergeht, d. h. die Konstante b der Richardsonschen Gleichung ist gesunken. Die Elektronenemission ist aber bereits so weit gestiegen, daß sie oberhalb der durch die Raumentladung bestimmten Werte liegt. Sie muß also durch die Raumentladung begrenzt werden und damit ein Abbiegen von der Kurve, die der Richardsonschen Gleichung entspricht, zu der von der Temperatur unabhängigen durch die von Langmuir berechneten Graden stattfinden. Jedoch nur qualitativ die Raumladung festzustellen, genügt nicht, denn, wie Langmuir[1]) und Dushman[2]) gezeigt haben, findet dieser Übergang auch in einem weniger hohen Vakuum statt. Dies tritt dann jedoch erst bei höherer Temperatur ein, wobei ein Raumladungsgrenzstrom auftritt der oberhalb des berechneten liegt. Ohne also diesen Grenzwert zu kennen, d. h. bevor man die Konstante aus der Raumladungs-Gleichung $i = aV^{3/2}$ berechnet hat, kann man gar keine Schlüsse ziehen auf die wahre Elektronenemission einer Glühelektrode in einem Vakuum, in dem man diese Raumladungscharak-

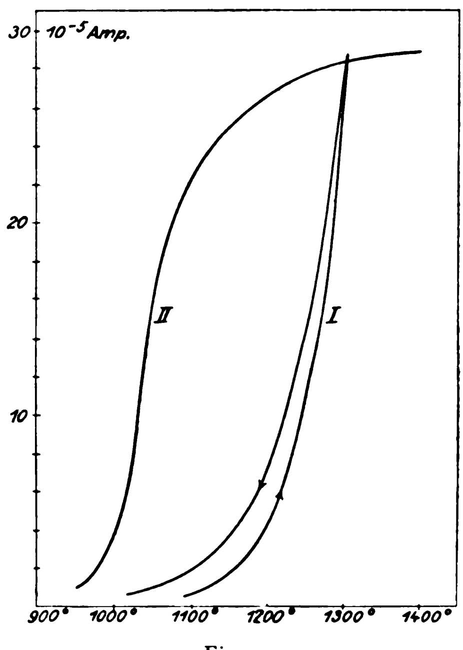


Fig. 2.

teristik qualitativ feststellt, außer wenn bei Verbesserung des Vakuums eine Veränderung der Charakteristik nicht mehr eintritt. Man weiß sonst eben nicht, bei welcher Stromdichte, d. h. bei welcher Temperatur ein Abbiegen von der Richardsonschen Kurve stattfinden muß und kann deshalb in einem Vakuum, in dem Raumladung qualitativ auftritt, die Konstanten der Richardsonschen Gleichung und damit die wahre Elektronenemission der Elektrode nicht bestimmen. Erst dadurch, daß, wie nachher gezeigt wird, der bei einer bestimmten Spannung mit der Temperatur erreichte Grenzwert mit der Rechnung übereinstimmt, hat man die Gewißheit, in einem von Restgasen befreiten Vakuum zu arbeiten und auf den Kurventeil, der der

1) Langmuir, loc. cit.
2) Dushman, diese Zeitschr. 15, 681, 1914.

Richardsonschen Gleichung entspricht, die wahre Elektronenemission der Kathode zu messen. Da die Wehneltelektrode bereits bei niedrigen Temperaturen große Ströme liefert, so tritt schon von niedrigen Temperaturen an der Raumladungseffekt auf; um also den Richardson-Effekt bequem messen zu können, muß man zu ziemlich kleinen Elektrodenabständen übergehen. Fig. 3 zeigt die Abhängigkeit der Elektronenemission der *CaO*-Elektrode von der Spannung. Die Kurve I zeigt ein Beispiel für die von den Restgasen vorgetäuschte sehr niedrig liegende Sättigung, während nach Entfernung der Restgase die Elektronenemission bis zu hohen Span-

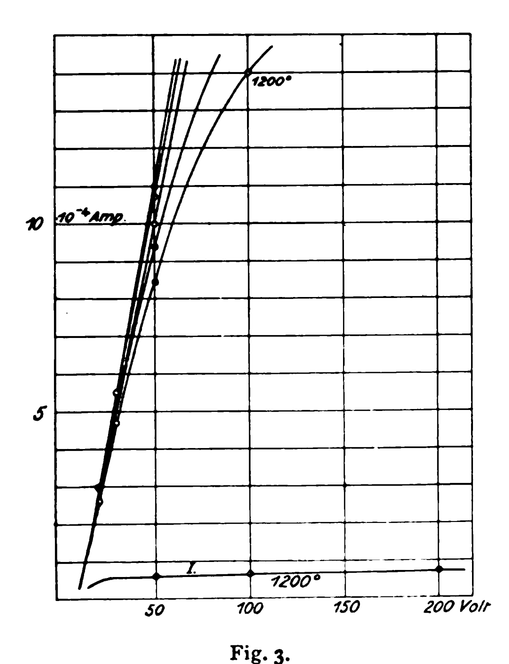


Fig. 3.

nungen unabhängig vom Potential und nur durch die Raumladungscharakteristik $i = aV^{3/2}$ bestimmt ist. Da die Elektronenemission der Wehneltelektrode sehr groß ist und, wie im vorliegenden Beispiel, der Strom bis zu hohen Potentialen durch die Raumladung begrenzt wird, so muß dieser Umstand zu Korrekturen führen, wie sie bereits von Schottky[1]) erkannt und berechnet sind.

Fig. 4 stellt die Elektronenemission in Abhängigkeit von der Temperatur dar. Man sieht wie bei niedrigen Spannungen bereits nach kleinem Temperaturintervall der kritische Grenzstrom und damit die Unabhängigkeit der Elektronenemission von der Temperatur erreicht ist. Es muß betont werden, daß die zahlenmäßigen Werte dieser Kurven als durchaus konstant und an mehreren Tagen gemessen worden sind, wobei die verhältnismäßig kleine Oxydschicht mit Stromstärken bis $15 \cdot 10^{-3}$ Ampere etwa 9 Stunden lang belastet wurde. Die punktierte Kurve zeigt nochmals zum Vergleich den durch die Restgabe herabgesetzten Elektronenstrom bei 20 Volt in Abhängigkeit von der Temperatur.

Bei der angegebenen Elektrodenanordnung kann der Abstand bequem gemessen werden und ist praktisch für alle Oberflächenelemente der Oxydschicht derselbe. Ferner nimmt die von Langmuir angegebene Raumladungsgleichung in Volt-Ampere-Einheiten die einfachste Form an

$$i = 2{,}33 \cdot 10^{-6} \frac{V^{3/2}}{x^2}$$

und braucht bei dem praktisch zu vernachlässigen-

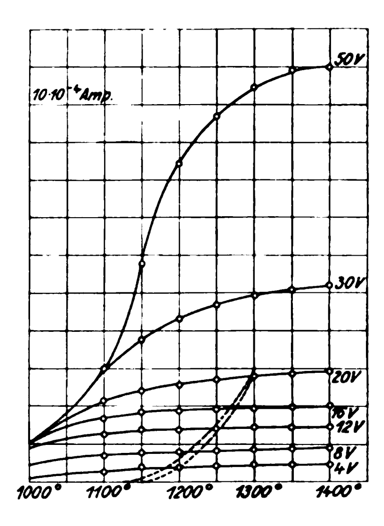


Fig. 4.

den Spannungsabfall innerhalb der Oxydschicht nicht mit Korrektionen versehen zu werden. Es kann daher eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung der Rechnung mit den experimentellen Resultaten erwartet werden. Da bei dem benutzten Elektrodenabstand von 0,85 cm der Raumladungsgrenzstrom schon ziemlich hoch liegt und man die Temperatur nicht über 1400 Grad steigern kann, so wurde er nur bis zu einer Spannung von 50 Volt erreicht. Aus umstehender Tabelle läßt sich die erzielte Übereinstimmung ersehen.

Bei den ganz niedrigen Spannungen von 2 und 4 Volt ist wohl bei Vernachlässigung der Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen sowie infolge der Kontaktpotentialdifferenz in der *CaO*-Elektrode eine Übereinstimmung nicht zu erwarten. Es zeigt sich jedenfalls, daß diese

1) Schottky, loc. cit.

Volt	*i* (beob.)	*i* (ber.)	Temp.
2	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$0,9 \cdot 10^{-5}$	↑
4	$3,5 \cdot 10^{-5}$	$2,6 \cdot 10^{-5}$	
8	$7,9 \cdot 10^{-5}$	$7,3 \cdot 10^{-5}$	
12	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,34 \cdot 10^{-4}$	
16	$1,9 \cdot 10^{-4}$	$2,06 \cdot 10^{-4}$	1400°
20	$2,9 \cdot 10^{-4}$	$2,88 \cdot 10^{-4}$	
30	$5,1 \cdot 10^{-4}$	$5,30 \cdot 10^{-4}$	
50	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1,14 \cdot 10^{-3}$	↓

Elektrodenanordnung bedeutende Vorzüge besitzt gegenüber der von Dushman[1]) angewendeten zur Bestimmung von $\frac{e}{m}$ aus dem Thermionenstrom.

Zusammenfassung.

1. Es wird im Gegensatz zu der von mehreren Seiten ausgesprochenen Theorie, die Wehneltelektrode könne infolge der in ihr stattfindenden chemischen Reaktion nur unter Gasabgabe und unter allmählichem Aufbrauch der Oxydschicht wirksam sein, gezeigt, daß das Herabsinken des Effekts der CaO-Elektrode in gleicher Weise wie bei dem Wolfram durch Restgase verursacht wird. Würde also eine Wehneltelektrode wirksam sein können, etwa nur unter Sauerstoffabgabe, so müßte sie, wenn der Strom nicht bis zur Stoßionisation gesteigert wird, jedenfalls einen spezifisch kleineren Effekt geben, als ein Metall in einem von Restgasen freien Vakuum.

2. Durch Entfernung der Restgase wird bei der CaO-Elektrode die Konstante b in der Richardsonschen Gleichung stark erniedrigt, d. h. die Elektronenemission des Kalziumoxyds bedeutend gesteigert, wobei ein von der Dauer der Belastung unabhängiger konstanter Effekt einsetzt, also nach den Untersuchungen von Langmuir[2]) eine Druckerhöhung über $1 \cdot 10^{-6}$ mm nicht eintritt.

3. Die von Langmuir und Schottky festgestellten Konstanten, die den Raumladungsgrenzwert bestimmen, lassen sich bei der angegebenen Elektrodenanordnung auch mit der CaO-Kathode experimentell nachweisen.

Über weitere Untersuchungen vor allem über die Bestimmung der Konstanten der Richardsonschen Gleichung für die Wehneltelektrode sowie über die Veränderung des Effektes durch reaktionsfähige Gase, die, wie aus den hierüber vorläufigen Ergebnissen hervorgeht, physikalischer Art zu sein scheint, wird an anderer Stelle berichtet werden.

1) Dushman, loc. cit. 2) Langmuir, loc. cit.

Leipzig, Theoretisch-physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 2. März 1915.)

Die physikalischen Bedingungen der Akkumulation von Sonnenwärme in den Salzseen.

Von M. Rózsa.

Die Erscheinungen der Akkumulation von Sonnenwärme in einigen Salzseen wurden durch Kalecsinszky zuerst eingehend untersucht und das Problem im allgemeinen gelöst. Die geologischen und hydrographischen Verhältnisse dieser durch Insolation erwärmten Salzseen hat F. Schafarzik genau festgestellt.

Ein besonderes Interesse erhielten diese merkwürdigen Erwärmungserscheinungen durch den Umstand, daß zur Erklärung der primären Hartsalzbildung ähnliche Erscheinungen der Zechsteinseen angenommen wurden.

Nach den Gleichgewichtsschemata Van't Hoffs kann nämlich die Ausscheidung eines aus Sylvin und Kieserit bestehenden Hartsalzgemenges aus eintrocknenden Meereslaugen nur bei Temperaturen über 72° erfolgen. Unter dieser Temperatur scheidet sich aus den entsprechend zusammengesetzten Laugen Kainit aus.

In den folgenden soll über die speziell physikalischen Bedingungen des Erwärmungsprozesses und über einige diesbezüglichen experimentellen Untersuchungen berichtet werden.

Die Dichtigkeit der warmen Salzseen zeigt nach unten zu eine sukzessive Zunahme, wie dies die angeführten Beobachtungsdaten des bei Szováta liegenden Bärensees veranschaulichen. (Tabelle I).

Tabelle I.

Tiefe	Spez. Gew.	*Na Cl* Proz.	*t*° C
0,0 m	1,052	7,5	22,5
0,1 „	1,055	8,0	24,2
0,2 „	1,061	9,0	24,6
0,3 „	1,062	9,0	24,8
0,4 „	1,065	9,5	27,6
0,8 „	1,070	10,0	34,0
0,9 „	1,075	10,5	35,9
1,0 „	1,082	11,5	37,2
1,5 „	1,122	17,0	45,2
2,0 „	1,180	24,0	51,8
2,5 „	1,193	25,5	47,1
3,0 „	1,195	26,0	41,5
4,0 „	1,196	26,0	37,8
5,0 „	1,196	26,0	33,8
7,0 „	1,202	26,5	28,5
10,0 „	1,205	27,0	25,2

Ähnliche Konzentrations- und Temperaturverhältnisse weisen auch die übrigen sich von den Sonnenstrahlen erwärmenden Salzseen auf. Es kann hierbei die Konzentration der bedeckenden Seeschichten sich bis auf 17 Proz. Kochsalz belaufen, da Schafarzik bei trockener Jahreszeit einen so hohen Prozentgehalt an Kochsalz der höchst liegenden Schichten des Bärensees vorfand (Tabelle II). Anderseits haben sich

in den Sommermonaten auch jene Salzseen bedeutend erwärmt, deren Salzgehalt nicht einmal in den konzentriertesten Schichten diese Grenze erreicht, wenn nur das spezifische Gewicht nach unten zu sukzessive zunahm (Grüner See, Tab. III).

Tabelle II.

Tiefe	Spez. Gew.	*Na Cl* Proz.	t^0 C
0,0 m	(1,124)	17,08	26,3
0,5 „	—	—	27,0
1,0 „	(1,139)	18,91	33,0
1,5 „	(1,192)	25,50	42,1
2,0 „	—	29,12	45,6
2,5 „	—	—	44,5

Tabelle III.

Tiefe	Spez. Gew.	*Na Cl* Proz.	t^0 C
0,0 m	1,040	6,0	26,5
0,5 „	1,088	12,5	43,6
1,0 „	1,089	12,5	44,4
1,5 „	1,092	13,0	46,3
2,0 „	1,115	16,0	53,7
2,3 „	1,115	16,0	48,8

Sämtliche Beobachtungen, die ich in den warmen Salzseen ausführte[1]), ergaben das Endresultat, daß zur starken Erwärmung der Salzseen eine ständige, kontinuierlich sukzessive Konzentrationsänderung der oberen Seeschichten nötig ist. Ein solcher Zustand kann aber nur infolge stationärer Diffusionsprozesse bestehen. Die Bedingungen derselben sind die langsame, aber andauernde Verdünnung der Oberfläche und die von unten her oder von den Seitenwänden aus in den See gelangenden Salzmengen.

Dieses Beobachtungsresultat konnte ich auf Grund der ausgeführten experimentellen Untersuchungen ebenfalls bestätigen[2]). Es wurden zu diesem Zwecke in Glaszylindern Lösungen von homogener und geschichteter Konzentration der Sonnenstrahlung und der äußeren Wärmeleitung unter gleichen Umständen ausgesetzt. Die nach mehrstündiger Erwärmung an einem heißen Sommertage gefundenen Resultate meiner Messungen sind in Tabelle IV zusammengefaßt.

Diese Experimente liefern den Beweis, daß bei Lösungen, die den direkten Sonnenstrahlen und der erwärmenden Wirkung der Gefäßseitenwände gleichzeitig ausgesetzt sind, die Erwärmung der sukzessive konzentrierter werdenden Lösungen am stärksten ist. Eine bedeutende

Tabelle IV.

1.

Tiefe	*Na Cl* $^0/_0$	t^0 C
0,0 dm	Wasser	39,8
0,5 „		39,8
1,0 „		39,8
1,5 „		39,8
2,0 „		39,6

2.

Tiefe	*Na Cl* $^0/_0$	t^0 C
0,0 dm	28	40,5
0,5 „	„	40,5
1,0 „	„	40,5
1,5 „	„	40,5
2,0 „	„	40,3

3.

Tiefe	*Na Cl* $^0/_0$	t^0 C
0,0 dm	Wasser	33,4
0,5 „	28	41,4
1,0 „	„	42,3
1,5 „	„	42,3
2,0 „	„	42,1

4.

Tiefe	*Na Cl* $^0/_0$	t^0 C
0,0 dm	Wasser	33,2
0,5 „	15	40,3
1,0 „	28	43,6
1,5 „	„	43,6
2,0 „	„	43,3

5.

Tiefe	*Na Cl* $^0/_0$	t^0 C
0,0 dm	Wasser	33,3
0,5 „	10	39,8
1,0 „	20	44,3
1,5 „	28	44,5
2,0 „	„	44,2

6.

Tiefe	*Na Cl* $^0/_0$	t^0 C
0,0 dm	Wasser	33,8
0,5 „	10	40,7
1,0 „	20	45,2
1,5 „	28	46,0
2,0 „	28	46,7
	schwarzer Bodenschlamm	

Erhöhung des Erwärmungsgrades verursacht der schwarze Bodenschlamm, nicht nur als guter Wärmeisolator, sondern infolge der Absorption der Sonnenstrahlen auch als erwärmende Fläche.

Die Wärmeströme der Lösungen von homogener Dichtigkeit verlaufen rascher, als diejenigen der geschichteten Salzlösungen; bedeutende Unterschiede der spezifischen Gewichte verhindern nicht die schnelle Vermischung der Schichten. Ebendeshalb wird auch die nächtliche Abkühlung der unteren Schichten umso geringer, je geschichteter die Konzentration des Salzwassers ist, da die ausgleichenden Wärmeströme, welche infolge des starken Wärmeverlustes der Oberfläche eintreten, in ihrer Zirkulationsfreiheit beschränkt, sehr langsam verlaufen, und der Wärmeverlust hauptsächlich durch die schlechte Wärmeleitungsfähigkeit dieser Salzlösungen von sukzessiver Temperaturabnahme bedingt wird.

Bei gleichen Umständen kühlte sich unter dem Wasser eine gesättigte, warme Salzlösung in ihren unteren Schichten besser ab, als eine minder konzentrierte, aber aus mehreren Schichten verschiedener Konzentration bestehende Lösung. Die Wärmemenge, welche durch die untere, gesättigte Lösung der oberen Wasserschicht abgegeben wird, ersetzt sich nämlich vermittelst der ausgleichenden Wärmeströme der

1) M. Rózsa, Neuere Daten zur Kenntnis der warmen Salzseen (R. Friedländer & Sohn, Berlin 1911): Vgl. auch das ausführliche Referat von A. Johnsen, diese Zeitschr. 12, 735, 1911.

2) Vgl. auch Kalecsinszky, Ann. d. Phys. (4), 14, 843, 1904.

gesättigten, homogenen Lösung viel rascher, und so war der ganze Prozeß des Wärmeverlustes von bedeutend größerer Geschwindigkeit und demzufolge ein viel tiefer eindringender.

Die Wasseroberfläche der in den Glaszylindern befindlichen Salzlösungen erwärmte sich verhältnismäßig in geringem Maße, da bei gleicher Verdunstungsfläche, wie bei den homogenen Flüssigkeiten, derselbe Wärmeverlust geringeren Flüssigkeitsmengen zufiel.

Als wesentlicher Faktor des Erwärmungsprozesses erwies sich nach meinen Beobachtungen auch die Gestaltung des Seitengrundes der Salzseen. Je kleiner nämlich der Winkel, den der Seitengrund mit der Wasseroberfläche bildet, umso größer ist die erwärmende Fläche, welche der gleichen Wassermenge zukommt, während die relative Wärmeabsorption der nahezu senkrecht einfallenden Seitenwände, auch bei Sonnenwärme von gleicher Intensität viel geringer ist.

Als erwärmende Flächen wirken auch jene höher liegenden Teile des Seegrundes, welche im Horizonte der akkumulationsfähigen Seeschichten liegen.

Wo die Verdünnung der Salzseen ein periodischer Prozeß ist, dort kann bei trockener Jahreszeit die Abnahme des Konzentrationsunterschiedes so weit fortschreiten, daß in der wärmesammelnden Fähigkeit dieser Salzseen sich zeitweise eine Stagnation einstellt. Andererseits kann der Gleichgewichtszustand der periodischen Zuflüsse und der Verdunstung sich auch derart gestalten, daß über der konzentrierten Salzlösung der Seen eine solche mächtige Schicht von homogener Dichtigkeit entsteht, daß die einfallenden Wärmestrahlen, deren Hälfte bereits bei 1,2 m Seetiefe absorbiert wurde, in solch geringer Menge zu den akkumulationsfähigen Schichten gelangen, daß die Wärmeabsorption durch die Faktoren des Wärmeverlustes paralysiert wird.

Eine ähnliche und vom Gesichtspunkte der Wärmesammlung tote Schicht bedeckt auch den Schwarzen See bei Szováta, weshalb derselbe trotz des großen Konzentrationsunterschiedes der tieferen Seeschichten sich nicht erwärmen kann, wie dies auch die Messungsdaten beweisen (Tabelle V).

Tabelle V.

Tiefe	Spez. Gew.	*Na Cl* Proz.	t^0 C
0,0 m	1,019	3,0	23,5
1,0 „	1,021	3,0	24,1
2,0 „	1,034	5,0	23,5
3,0 „	1,142	19,5	22,2
4,0 „	1,182	24,5	19,3
5,0 „	1,196	26,0	18,6

Die mit den Jahreszeiten stattfindenden Konzentrationsverschiebungen der oberen Seeschichten haben es mit sich gebracht, daß in den Salzseen zeitweise zwei Temperaturmaxima und vierfache Veränderung der Temperaturrichtung entstehen können[1]).

Im Spätherbst wird das Wärmesammeln am Tage geringer und der nächtliche Wärmeverlust stufenweise größer. Die warmen Salzseen kühlen sich in den oberen Schichten stark ab und beim Eintritt der kälteren Winterzeit bildet sich auf ihrer Oberfläche eine dünne Eiskruste. Mit dem Gefrieren der schwachsalzigen Oberfläche vermindert sich der Konzentrationsunterschied der darunter liegenden Schichten; vermittelst der Diffusionsvorgänge regeneriert sich der Salzgehalt bis zu einem gewissen Grade, da auf die Oberfläche keine verdünnenden Wassermengen gelangen. Infolge der ausgleichenden Wärmeströme und der Wärmeleitung werden nun diese oberen Schichten bedeutend abgekühlt. In dem Maße aber, wie die Konzentration an Kochsalz in vertikaler Richtung sukzessive zunimmt, ist der Wärmeverlust schon nicht mehr so groß, daß bis zur Zeit des im Frühjahre beginnenden Wärmesammlungsprozesses in den größeren und tieferen Salzseen bedeutende Wärmemengen nicht zurückbleiben könnten.

Die Temperaturveränderungen des Bärensees in den verschiedenen Tiefen und zu den verschiedenen Jahreszeiten habe ich in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Tabelle VI.

Jahreszeit	Temperatur (t^0 C)					
	Oberfl.	0,5 m	1 m	1,3 m	2 m	2,5 m
28. Aug. 1907	25	25,5	26	26,5	41,0	42,5
24. Nov. 1907	5,6	12,8	13,5	13,5	27,2	30,0
24. Dez. 1907	Eis	10,0	10,3	10,5	22,5	25,5
24. Jan. 1908	Eis	8,5	8,5	8,8	20,5	23,0
24. Febr. 1908	Eis	6,7	6,9	6,9	18,0	20,5
24. März 1908	6,0	13,8	14,0	15,5	21,5	23,0
27. April 1908	14,2	22,2	22,5	24,0	27,0	—
27. Mai 1908	23,5	37,5	38,5	38,5	37,3	—
27. Juni 1908	27,0	33,0	37,5	43,0	50,0	45,0
27. Juli 1908	28,0	28,0	29,5	30,5	45,0	45,0
27. Aug. 1908	26,0	26,2	27,6	28,0	40,8	44,0
27. Sept. 1908	16,0	22,0	22,6	23,0	36,0	40,0
27. Okt. 1908	0,5	19,3	19,5	19,9	31,0	36,5
27. Nov. 1908	Eis	13,0	13,7	13,7	26,5	31,0
27. Dez. 1908	Eis	8,0	8,2	8,2	23,0	26,5
24. Febr. 1909	Eis	2,1	2,2	2,4	17,4	19,8

Zur Zeit, als die obere Schichtung des Sees noch bestand, wurde im September ein Temperaturmaximum von 70° gemessen. Bis Ende

1) M. Rózsa, Über die periodische Enstehung doppelter Temperaturmaxima in den warmen Salzseen (Ann. d. Hydrographie, Heft 10, 1913).



Oktober sank diese Temperatur auf 57,5°. Im November war die Maximaltemperatur 40°, im Dezember 35°, im Januar (unter dem Eis) 31,25°, im Februar 30°, im März 27,5°. Der minimale Wert von 26,5° tritt in den ersten Tagen des Monats April auf. Am 14. April stieg die Maximaltemperatur wieder auf 28,75°, am 1. Mai auf 40°, den 10. Mai auf 55°. Nun dauerte diese Temperaturzunahme bei sonnigem Frühherbst zuweilen bis Ende September. Im Jahre 1900 wurden im Sommer sogar Temperaturen über 70° vorgefunden.

Die Entstehung des Temperaturmaximums erklärt Kalecsinszky folgendermaßen: „Die spezifische Wärme der konzentrierten Salzlösungen ist viel größer, als die der verdünnten Lösungen oder die des Wassers; je konzentrierter die Lösung ist, desto weniger Wärmemenge ist zu ihrer Erwärmung um einen Temperaturgrad erforderlich und es scheint hierdurch verursacht zu sein, daß die größte Temperatur sich dort befindet, wo das spezifische Gewicht und der Prozentgehalt an Salz am größten ist."

Kalecsinszky wurde wahrscheinlich durch den Umstand irregeleitet, daß die spezifische Wärme der Salzlösungen sich mit der Konzentration wesentlich verändert, wenn es sich um gleiche Gewichtsteile der betreffenden Lösungen handelt. Er motiviert nämlich mit der Aufzählung der diesbezüglichen Daten diese Annahme. Bei den warmen Salzseen kommen aber bestrahlte Flächen in Betracht und es handelt sich um die spezifischen Wärmen der Volumeinheiten. Die äußerst geringen Verminderungen dieser spezifischen Wärmen können die Entstehung des Temperaturmaximums umso weniger verursachen, da die parallele Abnahme des Wärmewertes der eindringenden Sonnenstrahlen mit der Tiefe einen größeren Grad erreicht. Die vertikale Verschiebung des Temperaturmaximums geschieht also nach meinen Beobachtungsdaten infolge des Verdunstens an der Oberfläche und infolge der Wirkung atmosphärischer Abkühlungen, und steht mit der Wärmezirkulation der oberen Schichten in engem Zusammenhang; wie überhaupt der ganze Erwärmungsprozeß aus der Zusammenwirkung der thermischen und der infolge stationärer Diffusionsprozesse bestehenden dynamischen Faktoren resultiert.

Zusammenfassung.

Eine bedeutende Akkumulation der Sonnenwärme kann nur in jenen Salzseen stattfinden, deren obere Schichten infolge ständiger Diffusionsprozesse eine sukzessive Konzentrationszunahme aufweisen.

Als warme Salzseen können aus balneologischem Gesichtspunkte nur jene größeren und tieferen Salzseen mit flacher Böschung in Betracht kommen, in welchen die Regeneration der akkumulationsfähigen Schichtung stets möglich ist.

Budapest, Februar 1915.

(Eingegangen 12. Februar 1915.)

BESPRECHUNGEN.

Mathematische Abhandlungen. Hermann Amandus Schwarz zu seinem fünfzigjährigen Doktorjubiläum am 6. August 1914 gewidmet von Freunden und Schülern. Mit dem Bildnis von H. A. Schwarz und 53 Figuren im Text. gr. 8. VIII u. 451 S. Berlin, Julius Springer. 1914. M. 24.—

Im August 1914 waren es 50 Jahre, daß Hermann Amandus Schwarz mit seiner Promotion in Berlin seine wissenschaftliche Laufbahn begann — an derselben Universität, an der er nun seit mehr als 20 Jahren als Nachfolger seines Lehrers Weierstraß wirkt; man stellt sich bei dieser Gelegenheit gern wieder klar vor Augen, einen wie gewaltigen Einfluß seine schönen und scharfsinnigen Untersuchungen, mit ihren Problemen wie mit ihren Methoden, auf die moderne Mathematik ausgeübt haben und ausüben. Zeugnis dafür legt auch die Festschrift ab, die seine nächsten Schüler und Freunde dem Jubilar widmen (herausgegeben von C. Carathéodory, G. Hessenberg, E. Landau, L. Lichtenstein); von den 34 Abhandlungen, die sie enthält, „knüpfen viele an seine Arbeiten an, alle aber sind bestrebt, seinem Vorbilde folgend, die Methoden exakter mathematischer Forschung auf verschiedenartige Probleme der Analysis, Arithmetik und Geometrie anzuwenden".

Hier ist nur der Arbeiten zu gedenken, die allenfalls in den Interessenkreis der mathematischen Physik hineinreichen. O. Bolza behandelt das allgemeinste Variationsproblem mit beliebigen Ungleichungen als Nebenbedingungen, wie sie gelegentlich auch bei physikalischen Aufgaben (Rotationskörper kleinsten Widerstandes, Spannungszuständen in plastischen und sandartigen Medien) auftreten. — O. Hölder zeigt, daß unter bestimmten Voraussetzungen tatsächlich — wie man es in den Anwendungen als selbstverständlich anzunehmen pflegt — das Integral einer gewöhnlichen Differentialgleichung 1. Ordn. (oder eines Systems von solchen) nur wenig geändert wird, wenn man vor der Integration in der Gleichung Glieder von kleinem Betrage fortläßt, und er gewinnt von hier aus einen Beweis der eindeutigen Bestimmtheit der Lösungen jener Gleichung durch die Anfangsbedingungen; es sei hierzu die Bemerkung erlaubt, daß bereits C. Runge (Math. Ann. **44**, 437, 1894) diese Frage untersucht hat und daß in dem „Cours d'analyse" von de la

Vallée-Poussin (t. II, 2. éd., 1912, p. 182ff.) von ihr ausgehend eine sehr einfache Darstellung des Existenz- und Eindeutigkeitsbeweises gegeben ist. — A. Korn behandelt zwei besondere Probleme aus der Theorie der partiellen Differentialgleichungen 2. Ordn. mit der Methode der sukzessiven Approximation. — L. Lichtenstein untersucht die Eigenfunktionen einer Integrodifferentialgleichung für eine Funktion einer Veränderlichen durch Zurückführung auf Gleichungen mit unendlichvielen Veränderlichen. — R. Rothe zeigt im Verfolg von Arbeiten von H. Weber und O. Bolza, daß in einem Medium vom Brechungsindex n ein „Brechungsgesetz endlicher Form" (längs jedes Lichtstrahles $\Phi(n, \vartheta) =$ const., wo ϑ der Winkel gegen eine Fläche $n =$ const.) nur dann besteht, wenn die Flächen $n =$ const. konzentrische Kugeln oder parallele Ebenen sind. — E. Schmidt gibt eine neue Herleitung der fundamentalen Stetigkeitseigenschaften der Newtonschen Potentiale von Körpern, einfachen und doppelten Flächenbelegungen und ihrer Ableitungen, die lediglich auf ganz primitiven Abschätzungen und konsequenter Benutzung der Greenschen Sätze beruht, und von überraschender und wohl kaum zu übertreffender Einfachheit und Übersichtlichkeit ist; sie dürfte sich auch für Vorlesungszwecke vorzüglich eignen. — Endlich sei die Arbeit von J. Schur erwähnt, die den Kreis der nach Eigenfunktionen positiv definiter Kerne entwickelbaren Funktionen bedeutend über den Bereich der Hilbert-Schmidtschen Entwicklungssätze hinaus erweitert, und in engem Zusammenhange mit dem Mercerschen Satze steht.

Der sehr gut ausgestattete Band enthält als erwünschte Beigabe ein schönes Bild von Schwarz.

E. Hellinger.

V. Meyer u. P. Jacobson, Lehrbuch der organischen Chemie. In zwei Bänden. 1. u. 2. Auflage. (2. Band, 3. Teil: Heterozyklische Verbindungen 1. Abt.) gr. 8. 352 S. Leipzig, Veit & Co. 1915. M. 10.—

Das monumentale Meyer-Jacobsonsche Werk, von dem die hier im Titel angegebene Abteilung nicht viel mehr als vielleicht ein Zwanzigstel des Gesamtumfanges betragen dürfte, stellt für die organische Chemie eine gewaltige Errungenschaft dar. Für den Physiker liegen die Dinge so, daß er bei der Orientierung über die physikalischen und chemischen Charakteristika eines bestimmten organischen Stoffes die übersichtlichere und vollständigere Auskunft (einschließlich der Literaturangaben) nach wie vor in dem bekannten Beilsteinschen Handbuch der organischen Chemie findet; dort aber, wo es sich um die Darstellung der gegenseitigen Abhängigkeit der Konstanten verschiedener Stoffe, sowie überhaupt um die Aufdeckung der tiefer liegenden Beziehungen und deren eingehende Erörterung handelt, ist dieses Werk namentlich auch in bezug auf seine Einheitlichkeit und Vollständigkeit unersetzlich.

Jeder „Teil" stellt ein abgerundetes, für sich gebrauchsfähiges Ganzes dar. Die im laufenden Jahre erschienene, im Titel näher bezeichnete Abteilung behandelt die heterozyklischen Verbindungen, also solche organische Stoffe, bei denen man annimmt, daß sich eine Anzahl Kohlenstoffatome mit einem oder mehreren Atomen eines anderen Elements zu einem Ring vereinigt haben, an welch letzteren sich dann erst die anderen Bestandteile angliedern. In zwölf Kapiteln sind die hierher gehörigen Furan-, Tiophen- und Pyrrolkörper und die einigen kleineren Klassen zugehörigen Verbindungen behandelt. Auch für weitere Kreise von Interesse dürfte in diesem Zusammenhange die Behandlung des ebenfalls hierher gehörigen Indigoblaus und seiner Abkömmlinge sein.

Ganz besonders sei noch auf das Bestreben der größtmöglichsten Vollständigkeit der Literaturangaben hingewiesen. Aus diesem Grunde sowie auch wegen des bereits oben erwähnten von weiten Gesichtspunkten geleiteten Registrierungsprinzips für die chemischen und physikalischen Tatsachen, trägt es die Vorherbestimmung in sich der Ausgangspunkt der weiteren einschlägigen wissenschaftlichen Forschungen zu werden.

Gustav F. Hüttig.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der böhmischen Technischen Hochschule Prag Dr. techn. Rudolf Hac für allgemeine analytische Chemie, an der Technischen Hochschule Zürich Dr. August Piccard für Physik.

Ernannt: Der Privatdozent für Physik der Erde an der Universität Wien Dr. Wilhelm Schmidt zum Sekretär der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik daselbst, Ingenieur Martin Knapp zum Lektor für Astronomie an der Universität Basel.

Berufen: Der ord. Professor für Elektromaschinenbau an der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Ing. Karl Czeija zum ord. Professor der Theorie und Konstruktion elektrischer Maschinen an der Technischen Hochschule Wien.

Verliehen: Dem Privatdozenten für organische Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Hans Liebermann der Titel Professor, dem Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin Herausgeber der Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft Professor Dr. Karl Scheel der Titel Geh. Regierungsrat.

In den Ruhestand: Der ord. öff. Professor der Elektrotechnik an der Deutschen Technischen Hochschule Prag Hofrat Dr. Johann Puluj.

Gestorben: Der Assistent am physikalischen Institut der Technischen Hochschule Budapest Dr. Emil Bartoniek, der Direktor der Ungarischen Chemischen Reichsanstalt und Chemischen Zentral-Versuchsstation Dr. Thomas Kosutany, der emer. ord. Professor der mechanischen Technologie an der Technischen Hochschule Wien Hofrat Dr. Friedrich Kick.

Angebote.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Max Born in Berlin. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 7. | 1. April 1915. | 16. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 8 am 17. April 1915.

INHALT:

An unsere Leser!

Vom 1. April ab tritt Herr Professor Dr. **P. Debye** in Göttingen als Mitherausgeber der Physikalischen Zeitschrift an unsere Seite.

Die Herausgeber — **E. Riecke. H. Th. Simon.**
Die Redaktion — **H. Busch. M. Born.**
Der Verlag — **S. Hirzel.**

Otto Sackur.

Selbst in dieser eisernen Zeit, die mit unerbitterlicher Strenge lehrt, wie wenig das Leben des einzelnen gilt in dem Ringen der Völker, hat das tragische Ende Otto Sackurs in den Kreisen der Fachgenossen allgemeine Teilnahme erregt. Vorzeitig wurde hier die Laufbahn eines durchaus originellen und schöpferischen Gelehrten beendet, der vieles geleistet hat und von dem noch weit mehr zu erwarten war.

Otto Sackur wurde am 28. September 1880 in Breslau geboren und absolvierte hier das humanistische König-Wilhelms-Gymnasium. Voll Begeisterung für die Naturwissenschaften begann er kurz nach Vollendung des 17. Lebensjahres seine Studien; eine glückliche Begabung hielt ihn fern von einseitigem Spezialistentum, und schon in jungen Jahren legte er den Grund zu seiner allgemeinen Ausbildung, die ihn später zu einer harmonisch abgeschlossenen Persönlichkeit machte. Den größten Teil seiner Studentenzeit verlebte er in Breslau, wo vor allem Richard Abegg auf seinen wissenschaftlichen Werdegang von ausschlaggebendem Einfluß war. Unter seiner Leitung entstand auch Sackurs Dissertation über „Die Theorie und Messung der Flüssigkeitsketten", auf Grund deren er 1901 zum Doktor promoviert wurde. Sackur übernahm dann eine Stellung als Unterrichtsassistent an dem von Ladenburg geleiteten Breslauer Universitätslaborato-

O. Sackur.

rium und beschäftigte sich wissenschaftlich zunächst mit der Anwendung der physikalischen Chemie auf chemische Probleme, die damals gerade Interesse erregten; so veröffentlichte er Untersuchungen über die physikalische Chemie der Schwefelsäure und die basischen Eigenschaften des Sauerstoffs. An diese Zeit schloß Sackur in den Jahren 1903—05 seine Wanderjahre. Er arbeitete eine kurze Zeit in London bei Ramsay, wo er eine Untersuchung über die Lebensdauer der Radiumemanation ausführte, und dann in Berlin bei Nernst, wo seine Lehrzeit ihren Abschluß fand. Im Jahre 1905 war er als Mitarbeiter am Kaiserl. Gesundheitsamte tätig, und hier bewies er seine vorzügliche experimentelle und theoretische Ausbildung in einer Untersuchung über die hygienisch wichtigen Bleizinnlegierungen; diese sehr wertvolle Forschung bildete auch den Gegenstand seiner Habilitationsschrift an der Breslauer Universität im Oktober 1905. Gleichzeitig wurde er wieder Unterrichtsassistent am Laboratorium und behielt diese Stellung, in der er seine große Lehrbefähigung auch auf praktischem Gebiete erweisen konnte, bis zur Amtsniederlegung Ladenburgs 1909. Während dieser Jahre führten ihn weitere Untersuchungen über Legierungen besonders zu Fragen aus der Elektrochemie, wo es ihm gelang, wichtige Ergebnisse über die Passivität der Metalle und die Verzögerungserscheinungen bei der anodischen Auflösung des Wasserstoffs zu finden. Als nach Ladenburgs schon erwähntem Rücktritt die physikalische Chemie im Breslauer Chemischen Laboratorium zunächst keine Stätte mehr fand, mußte Sackur den größten Teil seiner gewohnten Lehrtätigkeit aufgeben, und erst als 1911 nach erneutem Wechsel der Leitung des Laboratoriums die physikalische Chemie wieder gebührend beachtet wurde, besserten sich auch Sackurs Arbeits- und Lehrbedingungen. Eine Entschädigung für diese unerfreulichen Verhältnisse in den Jahren 1909—11 fand Sackur einerseits im häuslichen Glücke seiner jungen Ehe und andererseits in reichen wissenschaftlichen Erfolgen, die auch äußerlich durch die rasche Beförderung zum Professor 1911 anerkannt wurden. In experimenteller Hinsicht sind besonders erwähnenswert seine Untersuchungen über Manganate und Manganoxyde und die Eigenschaften von Lösungen geschmolzener Salze. Auf theoretischem Gebiete wandte er sich thermodynamischen Fragen zu, und hier hat er in der Vereinigung seiner reichen physikalisch-chemischen und mathematischen Kenntnisse sein Bestes geleistet. Berechnungen über den osmotischen Druck konzentrierter Lösungen von Nichtelektrolyten leiteten ihn zur Quantentheorie, und in Weiterführung der Lehren von Boltzmann und Planck kam er zur Annahme einer diskontinuierlichen Verteilung der Molekeln im Raume. Hieraus und auf Grund der Vorstellung, daß sich bei jeder von selbst verlaufenden Reaktion die molekulare Unordnung vermehrt, konnte er die Gesetze des chemischen Gleichgewichtes bei idealen Gasen ableiten. Weiterhin führte er mit Erfolg eine Weiterberechnung der Nernstschen chemischen Stoffkonstanten aus und trug in sehr wesentlicher Weise zur Durcharbeitung des Nernstschen Wärmetheorems bei. Sackurs letzte Berechnungen über die Energie der fortschreitenden Bewegung der Gasmolekeln hatten ihn zu der Folgerung veranlaßt, daß die idealen Gasgesetze für Gase von kleinem Molekelgewicht bei tiefen Temperaturen Abweichungen in einem Sinne zeigen müssen, welcher der van der Waalsschen Gleichung entgegengesetzt ist. Um die Richtigkeit dieser Annahme zu prüfen, wozu sehr erhebliche experimentelle Mittel gehörten, verlegte er 1913 seine Arbeitsstätte in das Kaiser-Wilhelms-Institut für physikalische und Elektro-Chemie in Dahlem, wo ihm F. Haber gastfreundlich Aufnahme gewährte; tatsächlich gelang es ihm hier, die Richtigkeit seiner Schlüsse aus

der Gastheorie experimentell zu beweisen. Mitte 1914 wurde Sackur zum Abteilungsleiter am Kaiser-Wilhelms-Institut ernannt.

Hand in Hand mit Sackurs produktiver wissenschaftlicher Tätigkeit ging auch eine reiche literarische Beschäftigung. Als Referent und Mitarbeiter ist er an zahlreichen Sammelwerken tätig gewesen; vor allem aber verfaßte er eine Monographie „Die chemische Affinität und ihre Messung", 1908 und ein „Lehrbuch der Thermochemie und Thermodynamik" 1912. Beide Werke sind mustergültig in Darstellung und Auswahl des gebotenen Materials und gehören zu den besten Leistungen der physikalisch-chemischen Literatur.

Als im August 1914 der Krieg ausbrach, stellte Sackur seine Kenntnisse und Fertigkeiten in den Dienst der Allgemeinheit und war mit verschiedenen militärtechnischen Aufgaben im Kaiser-Wilhelms-Institut beschäftigt. Eine Explosion bei einem seiner Versuche setzte am 17. Dezember seinem hoffnungsvollen und arbeitsreichen Leben ein frühes Ziel; auch er ist für das Vaterland gestorben.

Als Forscher und Mensch wird Sackur unvergessen bleiben. W. Herz.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Gravitationsverschiebung der Spektrallinien bei Fixsternen.

Von Erwin Freundlich.

In einem kurzen Aufsatze in dieser Zeitschrift (**15**, 369, 1914) habe ich darauf hingewiesen, daß die von den Gravitationstheorien von Einstein und Nordström vermutete Rotverschiebung der Sonnenlinien nach Messungen von Evershed in der Tat angedeutet zu sein scheint. Eine kürzere Beobachtungsreihe von K. Schwarzschild (Sitz.-Ber. d. Berl. Akad. **47**, 1201, 1914) scheint dagegen meine Vermutung nicht zu bestätigen; jedoch wird eine endgültige Entscheidung dieser Frage erst auf Grund langjähriger Spezialuntersuchungen möglich sein.

In der Weiterverfolgung dieser Frage schien vorerst kein anderer Weg gangbar zu sein, weil außer der Sonne nur noch Fixsterne Massen genügender Größe darstellen, um den Effekt meßbar groß zu gestalten, bei den Fixsternen erzeugen jedoch ihre großen Bewegungen relativ zu uns, die viele Kilometer pro Sekunde betragen können, Dopplereffekte von solchem Betrage, daß jeder andere Verschiebungseffekt vorerst darin verloren geht.

Ich möchte nun im folgenden zeigen, daß eine statistische Überlegung doch imstande ist, auch hier weiter zu helfen und in der Tat auf die Existenz einer solchen Gravitationsverschiebung im Fixsternsystem hinzuweisen scheint.

Nehmen wir an, daß die von Einstein vermutete Rotverschiebung solcher Spektrallinien, die aus einem stärkeren Gravitationsfelde zu uns gelangen, wirklich vorhanden ist, nehmen wir ferner an, daß unter den Fixsternen irgendeine Klasse, die vielleicht einem besonderen Spektralcharakter angehören mag, sich durch besonders große Massen vor den anderen auszeichnet, so wird ein Beobachter, der von der Einsteinschen Theorie nichts weiß, alle bei solchen Sternen gemessenen Linienverschiebungen als Dopplereffekte ansprechen und zu dem merkwürdigen Resultate gelangen, daß die Geschwindigkeiten dieser Sterne im Visionsradius nicht nach dem Zufall verteilt sind, sondern daß sich über eine solche zufällige Verteilung eine allgemeine Expansionsbewegung dieses Sternsystems relativ zum Sonnensystem darüber lagert von einem Betrage in Kilometern, wie es der mittleren Gravitationsverschiebung entspräche.

Bei den statistischen Untersuchungen, die der amerikanische Astronom W. W. Campbell (Lick Bulletin VI, Nr. 195 und 196) über die Geschwindigkeiten der Sterne verschiedenen Spektralcharakters im Visionsradius angestellt hat, hat sich nun in der Tat dieses Resultat ergeben. Die Sterne vom Spektraltypus B (früher Typ, Heliumsterne) zeigen eine systematische Verschiebung dieser Art $k = +4{,}5$ km im Mittel; der Wert von k wird null für die Sterne vom Sonnentypus (Spektralklasse $F - G$), um für die Sterne vom K-Typus auf rund $+2{,}4$ km und vom M-Typus auf rund $+4{,}3$ km zu steigen. Eine Deutung dieses systematischen Spektralkoeffizienten k war bisher nicht möglich.

Ich möchte nun zeigen, daß unzweifelhaft Anhaltspunkte dafür vorhanden sind, diese Erscheinung als eine Gravitationsverschiebung anzusprechen.

Über die Massen der Sterne kann man näm-

lich auf unabhängige Weise Abschätzungen machen. Die Linienverschiebungen vieler derselben zeigen periodische Schwankungen, deren Ablauf es im hohen Grade wahrscheinlich macht, daß der betreffende Stern um einen dunklen Begleiter eine Keplersche Ellipse beschreibt, so daß die periodischen Schwankungen seiner Geschwindigkeit im Visionsradius auf diese Weise zustande kommen. Diese Annahme findet eine Bestätigung dadurch, daß oft die Spektren beider Komponenten dieses Doppelsternsystems sichtbar sind und man für jede einzeln ihre Bahn um den gemeinsamen Schwerpunkt ableiten kann. Die Beobachtung der Geschwindigkeit im Visionsradius allein liefert nun nicht die Möglichkeit, sämtliche Bahnelemente abzuleiten, man erhält vielmehr nur folgende fünf:

$$U, \; e, \; w, \; a \sin i, \; T,$$

wo U die Umlaufszeit, e die Exzentrizität, w die Lage des Periastrons, a die große Halbachse der Bahn und i die Neigung der wahren Bahnebene gegen eine an die Sphäre senkrecht zum Visionsradius gelegte Tangentialebene bedeutet und schließlich T die Durchgangszeit durch das Periastron. Die Anwendung des dritten Keplerschen Gesetzes liefert dann das interessante Ergebnis, daß auch die sogenannte Massenfunktion

$$f = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2}$$

(m_2 Masse der dunklen Komponente, m_1 Masse der hellen Komponente) durch die Beobachtungsdaten geliefert wird. Diese Massenfunktion spielt bei allen statistischen Fragen der spektroskopischen Doppelsterne eine wichtige Rolle. In denjenigen Fällen, in welchen die Spektren beider Komponenten beobachtet werden können, erhält man an Stelle von f sogar einen Minimalwert für die Gesamtmasse des Systems in dem Ausdruck $(m_1 + m_2) \sin^3 i$, welcher bestimmbar wird, und ferner das Massenverhältnis $\frac{m_2}{m_1} = \alpha$.

Schon früh wurde man darauf aufmerksam, daß die Massenfunktion f bei den Sternen vom Spektraltypus B besondere Verhältnisse offenbart. Dies veranlaßte H. Ludendorff (Astr. Nachr. **189**, 145, 1911), in einer Arbeit „Über die Massen der spektroskopischen Doppelsterne" diese Frage einer eingehenden Diskussion zu unterwerfen, wobei er zu folgenden Ergebnissen gelangte:

Diskutiert man getrennt die spektroskopischen Doppelsterne vom B-Typus und die vom $A-K$-Typus, so sind erstens deutliche Anzeichen dafür vorhanden, daß innerhalb einer jeden Gruppe die Mitglieder Gesamtmassen und Massenverhältnisse gleicher Größenordnung haben und zweitens dafür, daß im Mittel die Gesamtmasse der B-Sterne dreimal so groß ist als die der $A-K$-Sterne. Diese Behauptung findet eine gute Bestätigung in den Fällen, in denen beide Spektren sichtbar sind. Es ergeben sich nämlich für diese Fälle folgende Minimalwerte für die Massen:

B-Sterne:

$(m_1 + m_2) \sin^3 i = 8{,}5 \cdot$ Sonnenmassen (9. System),

$A-K$-Sterne:

$(m_1 + m_2) \sin^3 i = 2{,}6 \cdot$ Sonnenmassen (7. System).

Nehmen wir also an, daß diese Zahlwerte ungefähr die wahren Verhältnisse für alle Sterne der beiden Gruppen, nicht allein der Doppelsterne, widerspiegeln, und setzen wir den Mittelwert von $\sin^3 i$ gleich 0,6 an (der strenge Wert ist 0,59), so liefern die obigen Zahlen für die B-Sterne als ungefähre Größenordnung ihrer Masse 14 ☉ (☉ = Sonnenmasse) und für die $A-K$-Sterne rund 4,5 ☉.

Spricht man nun andrerseits die von Campbell gefundene systematische Rotverschiebung k als die vermutete mittlere Gravitationsverschiebung für die betreffende Spektralgruppe an, so ist man in der Lage, aus der Größe ihres Betrages die Größenordnung der Massen dieser Sterne abzuschätzen, wenn man Anhaltspunkte für die durchschnittlichen Radien dieser Sterne hat; denn die Gravitationsverschiebung ist eine Funktion des Gravitationspotentials an der Oberfläche des emittierenden Körpers. Die Radien kann man nun auf Grund der mittleren Dichten der Sterne abschätzen und über die letzteren geben wieder besondere Beobachtungen mehr oder weniger genaue Daten. Viele Sterne zeigen nämlich periodische Schwankungen der Helligkeit, die man in vielen Fällen, besonders wenn es sich um Sterne handelt, die zugleich spektroskopische Doppelsterne sind, durch die Annahme erklären kann, daß die zwei Komponenten eines Doppelsternsystems sich in gleichen Zeitintervallen ganz oder zum Teil bedecken und auf die Weise ein Teil ihres Lichtes zeitweise nicht zu uns gelangen kann. Die Diskussion ihrer auf photometrischem Wege gewonnenen Lichtkurven liefert Anhaltspunkte für die Dichten solcher Sterne und Shapley (Astr. Journ. 38, S. 158) hat auf diese Weise mittlere Dichten für die verschiedenen Spektralgruppen abgeleitet. Während man nun für die B-Sterne keine sehr starken Schwankungen für die Dichten findet, ebenso auch nicht für die A-Sterne, gibt es bei den späteren Typen sowohl Vertreter mit relativ großen Dichten als auch ganz außerordentlich geringen. Darum wird auch die Annahme mittlerer Werte für diese Gruppen ziemlich unsicher. Glücklicherweise geht aber nur die dritte Wurzel aus den Dichten in die Betrachtung ein, da es nur auf die Radien ankommt. Ich habe als mittlere Dichte der B-Sterne 0,1 Sonnendichten

und der $A - K$-Sterne 0,2 Sonnendichten angenommen. Mit diesen Werten soll die Massenabschätzung auf Grund des Campbellschen k-Wertes angenommen werden. Die Rotverschiebung der Sonnenlinien auf Grund der Einsteinschen Formel beträgt $+0,6$ km, der B-Sterne nach Campbell im Mittel $+4,5$ km, die Dichten verhalten sich zueinander wie 1 zu 0,1, daraus folgt für die Massen der B-Sterne

$$\frac{4,5}{0,6 \cdot \sqrt{0,1}} = 15 \odot \quad (\odot = \text{Sonnenmasse}),$$

entsprechend dem oben gefundenen Werte 14 $\odot$ aus den spektroskopischen Beobachtungen, und für die $A-K$-Gruppe rund 3,5 $\odot$ entsprechend 4,5 $\odot$ nach der vorigen Abschätzung.

Diese merkwürdig gute Übereinstimmung ist natürlich zum Teil zufälliger Natur, wenn ich auch die gleich zu Anfang einmal angenommenen Werte für die Dichten usw. nicht weiter geändert habe, trotz der großen Freiheit, die man bei der Unsicherheit der Dichten hat. Aber die Zusammenfassung der Sterne so verschiedenen Spektralcharakters wie die A-Sterne und die K-Sterne zu einer Gruppe, was nur durch den Mangel an brauchbarem Material bedingt wurde, enthält vorerst noch eine Willkür, die nicht zu umgehen ist, solange nicht mehr spektroskopische Doppelsterne späten Spektraltyps gefunden sind. Dann liegt vielleicht auch die Möglichkeit vor für die M-Sterne, für welche auch der Campbellsche k-Wert groß, nämlich rund gleich $+4,3$ km, wird, ähnliche Untersuchungen durchzuführen.

Trotzdem ist der eben abgeleitete Zusammenhang zwischen zwei bisher ganz zusammenhanglosen Erscheinungen, auch quantitativ, so überraschend gut, daß ich seine Veröffentlichung für gerechtfertigt halte, zumal erst die Wege geschaffen werden müssen, um Kriterien für und wider die neueren Theorien zu gewinnen. Es sind unzweifelhaft Erscheinungen vorhanden, die für die Existenz der Gravitationsverschiebung sprechen, vielleicht am deutlichsten die oben besprochene Erscheinung. Ich hoffe, daß neues Beobachtungsmaterial an solchen Doppelsternen, bei welchen beide Spektren sichtbar sind, eine direkte Methode zur Prüfung dieser Frage einmal liefern wird. Eine ausführliche Diskussion der astronomischen Annahmen werde ich in einer astronomischen Zeitschrift nachholen.

Kgl. Sternwarte Neubabelsberg, 28. Febr. 1915.

(Eingegangen 1. März 1915.)

Über das Amplitudenverhältnis bei Rayleighschen Oberflächenwellen.

Von C. Mainka.

Diesen Gegenstand habe ich im Jahrgang **14**, 556, 1913 dieser Zeitschrift bereits in Kürze behandelt. Vor einiger Zeit habe ich diese Untersuchungen wieder aufgenommen und möchte hierüber vorläufig kurz berichten.

Die Rayleighschen Wellen sind an die Erdoberfläche gebunden und werden als harmonisch angenommen. In der Seismik wird die Erde, ihre Oberfläche und ihr Inneres, als ein isotroper Körper angesehen. Rudzki (Bull. de Cracovie Jan. 1912) dagegen setzt, den Tatsachen wohl mehr entsprechend, für die oberen Schichten der Erde transversale Isotropie voraus und kommt auf das genannte Achsenverhältnis unter dieser Voraussetzung zu sprechen. Cf. l. c.

Sind x, y, z die rechtwinkligen Koordinaten, u, v, w die erfolgten Verrückungen, $c_{11}, c_{33}, c_{44}, c_{66}, c_{13}$ die elastischen Konstanten, 5 kommen hier nur in Betracht, so lauten dann die Schwingungsgleichungen für kleine Verrückungen unter Vernachlässigung der Dichte ϱ:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = c_{11} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_{66} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + c_{44} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + $$
$$+ c \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x \cdot \partial y} + c' \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial z},$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} = c_{66} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + c_{11} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + c_{44} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + $$
$$+ c \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x \cdot \partial y} + c' \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y \cdot \partial z},$$

$$\frac{d^2w}{dt^2} = c_{44} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + c_{44} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + c_{33} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + $$
$$+ c' \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x \cdot \partial z} + c' \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y \cdot \partial z}.$$

Für die Lösung wird gesetzt:

$$u = u_o \cdot e^{-rz + i(fx + gy + pt)}$$
$$v = v_o \cdot e^{-rz + i(fx + gy + pt)}$$
$$w = i \cdot w_o \cdot e^{-rz + i(fx + gy + pt)}.$$

Nach Ausführung der Rechnung wird:

$$u_0 (p^2 - c_{11} \cdot f^2 - c_{66} \cdot g^2 + c_{44} \cdot r^2) -$$
$$- v_0 c \cdot fg + w_0 \cdot c' fr = 0$$
$$v_0 (p^2 - c_{66} \cdot f^2 - c_{11} \cdot g^2 + c_{44} \cdot r^2) -$$
$$- v_0 c \cdot fg + w_0 \cdot c' fr = 0$$
$$w_0 (p^2 - c_{44} \cdot f^2 - c_{44} \cdot g^2 + c_{33} \cdot r^2) -$$
$$- u_0 c' \cdot fr - v_0 \cdot c' gr = 0$$

wo: $c = c_{11} - c_{66}$ und $c' = c_{13} - c_{44}$ ist.

Für den Fall der Isotropie ist: $c_{11} = c_{33}$; $c_{13} = c_{12}$; $c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) = c_{44}$ und die Ausbreitungsgeschwindigkeit transversaler Wellen ist: $v_b = \sqrt{\frac{c_{44}}{\varrho}}$. Nehmen wir mit Rudzki an (l. c.),



daß nur die in der zx oder zy Ebene stattfindenden Schwingungen berücksichtigt werden, so wird für die zx Ebene:

$$u_0(p^2 - c_{11} \cdot f^2 + c_{44} \cdot r^2) + w_0(c_{13} + c_{14}) rf = 0,$$
$$w_0(p^2 - c_{44} \cdot f^2 + c_{33} \cdot r^2) - u_0 (c_{13} + c_{44}) rf = 0$$

und für die zy Ebene:

$$v_0(p^2 - c_{11} \cdot g^2 + c_{44} \cdot r^2) + w_0(c^{13} + c_{44}) rg = 0$$
$$w_0(p^2 - c_{44} \cdot g^2 + c_{33} \cdot r^2) + v_0 (c_{13} + c_{44}) rg = 0.$$

Bezüglich der Ausbreitungsgeschwindigkeit $V_R = \frac{p}{f}$ bzw. $\frac{p}{g}$ dieser Art Oberflächenwellen, die selbständigen Charakters sind, sei nur kurz folgendes erwähnt. Die Theorie fordert sowohl für isotrope als auch für transversal-isotrope Körper $V_R < v_b$. Die Beobachtung ergibt aus der Vergleichung des Beginns der langen Wellen in den Seismogrammen mehrerer Stationen tatsächlich für die langen, wie auch für die Gegenpunktswellen eine Geschwindigkeit V_L, die kleiner als v_b ist. In dem Zuge der langen Wellen befinden sich neben den Rayleighschen Wellen aber auch Oberflächenwellen anderer Art. Die Art und Weise, wie die Geschwindigkeit bisher errechnet wird, entspricht m. E. nicht aller Strenge. Es würde zur Prüfung der Theorie wohl richtiger sein für diese Zwecke die langen Wellen in den Seismogrammen dreier nicht zu weit voneinander liegender Stationen miteinander zu vergleichen. Die Entfernungen der Stationen voneinander dürfte, um mit Vorteil arbeiten zu können, 30—50 km nicht viel überschreiten.

Es erinnert dies an einen Vorschlag, den Omori vor vielen Jahren gemacht hat, an die sogenannte „seismische Triangulation", nur daß damals andere Fragen in Betracht kamen.

Dann können einzelne Wellen herausgesucht werden und miteinander nicht nur bezüglich V_R, sondern auch hinsichtlich des Achsenverhältnisses verglichen werden. Es können hierzu selbstverständlich auch mechanisch registrierende Seismographen benutzt werden, wenn nur die Eigenperiode der Vertikalseismometer sich nicht zu sehr von der der Horizontalseismometer unterscheidet und Aufstellung, sachkundige Bedienung und nicht zu seltene Bestimmungen der Apparatkonstanten berücksichtigt werden. Durch eigene Versuche im Frühsommer 1914 bin ich zur Überzeugung gekommen, daß es nicht schwer hält Vertikalseismometer für mechanische Registrierung mit 10—15 sec Eigenperiode zu bauen.

Bei der Ausbreitung der Rayleighschen Wellen schwingen nach der Theorie die Massenteilchen in elliptischen Bahnen und zwar so, daß die große Achse der Ellipse senkrecht zur Horizontalen steht und der Bruch $\frac{A_Z}{A_H}$ einen bestimmten Wert hat. A_Z bedeutet hier die vertikale Komponente der in Mikrons μ ausgedrückten Maximalamplitude der wahren Bodenbewegung, während mit A_H Ähnliches für die horizontale Komponente bezeichnet wird. Hier im besonderen ist A_H entweder A_N oder A_E, indem entweder angenommen wird, daß die Bodenteilchen in Ebenen parallel nur der N—S- oder der E—W-Ebene schwingen.

Rudzki hat für Medien mit transversaler Isotropie gefunden:

$$\frac{A_Z}{A_H} = \frac{w_0}{u_0} \text{ bzw. } \frac{w_0}{v_0} = R_a =$$
$$= \varrho'_1 \cdot \frac{[c_{13}(V_R^2 - c_{44}) - c_{33}\, c_{44}\, \varrho_2'^2]}{(V_R^2 - c_{44})[V_R^2 + c_{13} + c_{33}\varrho_2'^2]},$$

wo ϱ'_1 und ϱ'_2 die Wurzeln der biquadratischen Gleichung:

$$\varrho'^4 - 2m\varrho'^2 + n^2 = 0$$

sind.

Es ist:

$$m = 0{,}5\left(\frac{c_{11} - V_R^2}{c_{44}} + \frac{c_{44} - V_R^2}{c_{33}} - \frac{(c_{13} + c_{44})^2}{c_{33} \cdot c_{44}}\right)$$
$$n^2 = \frac{c_{11} - V_R^2}{c_{44}} \cdot \frac{c_{44} - V_R^2}{c_{33}}$$
$$(\varrho'_1 + \varrho'_2)^2 = 2\,(m + n),\quad \varrho'_1\varrho'_2 = n \text{ und } \varrho' = \frac{r}{f}.$$

Für den Fall der Isotropie wird:

$$R_i = \frac{\sqrt{1 - \frac{V_R^2}{v_b^2}}}{1 - \frac{1}{2}\frac{V_R^2}{v_b^2}}.$$

R_a wie R_i hängen von der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Rayleighschen Wellen $= V_R$ ab, die bis jetzt nur in 1. Näherung bekannt ist. Ferner sprechen die elastischen Konstanten mit und, da $c_{44} = v_b^2$ (für anisotrope Körper genähert) ist, kommt auch die Geschwindigkeit der transversalen Wellen in Betracht.

Mit Vorteil ließe sich die Formel für R_i dazu benutzen, um das Verhältnis $\frac{V_R}{v_b}$ zu bestimmen, indem R_i der direkten Beobachtung, durch Ausmessung der Maximalamplituden der betreffenden Welle in den beiden Komponenten, entnommen wird. Am sichersten geschieht diese Bestimmung des Quotienten, wenn die oben erwähnten drei Stationen, am besten als Eckpunkte eines gleichseitigen Dreiecks, zur Verfügung stehen. Da sich auch v_b aus der Beobachtung ergibt, und zwar bei dieser Anordnung für die obersten Erdschichten, so geht schließlich V_R als bekannt hervor. Andererseits kann V_R auch durch direktes Verfahren, Bestimmung der Ankunftszeiten der Welle an den drei Stationen, festgelegt werden. Der Vergleich der so gefundenen V_R kann zu weiteren

Schlüssen auch über die elastischen Konstanten führen.[1])

Wird $v_b = 4{,}01$ km/sec^{-1} gesetzt, so erhalten wir folgende Tabelle:

V_R km/sec	R_i	V_R km/sec	R_i	V_R km/sec	R_i	V_R km/sec	R_i
3,0	1,085	3,3	1,164	3,6	1,355	3,9	2,266
3,1	1,105	3,4	1,208	3,7	1,490	4,0	7,107
3,2	1,131	3,5	1,269	3,8	1,725		

Unter bestimmten Annahmen für die elastischen Konstanten, dann unter Benutzung der Daten $V_R = 3{,}4$ kmsec^{-1} und $v_b = 4{,}01$ kmsec^{-1} bekommt Rudzki für Beryll: $R_a = 2{,}02$ und andererseits $R_a = 1{,}11$ und $1{,}32$.

Für den Vergleich mit der Beobachtung wurden die veröffentlichten Berichte der Erdbebenstation in Pulkovo aus den Jahren 1912, 1913 und 1914 (Januar bis Juni) benutzt. Innerhalb des Bereiches der langen Wellen sind in diesen Zusammenstellungen eine große Anzahl von Einzelmessungen von Wellen in den drei Komponenten gegeben. Über die Beständigkeit der Instrumentalkonstanten, namentlich der des Vertikalseismometers, läßt sich aus Mangel an Material nichts sagen. Die Veröffentlichung der l. W. geschieht nach folgendem Schema:

Datum	Zeit: t (Greenwich)	Periode T	Amplituden: A_N	A_E	A_Z	Bemerkung
1912	h m s	sec	μ	μ	μ	
3. XI.	11 8 46	13,2	—	—3	—	Epizentralent-
	51	12,0	—	—	—3	fernung von
	10 23	13,4	—	—	—4	Pulkovo =
	26	14,6	—3	—	—	7500 km.
	16 9	13,0	—	+6	+3	Epizentrum:
			—			Alaska.

Die Amplituden der wahren Bodenbewegung sind von der Null-Lage aus gemessen und beziehen sich entsprechend A_N, A_E, A_Z auf das Instrument, das die Komponente der Bewegung im Meridian, ersten Vertikal oder in der Vertikalen aufzeichnet. Für den Gegenstand dieser Arbeit muß zunächst A_Z und dann eine der beiden horizontalen Komponenten A_N oder A_E vorhanden sein, dabei dürfen sich die Zeiten t der Maxima der Bewegungen in A_Z und A_N bzw. A_E höchstens um 5 sec voneinander unterscheiden. Als Höchstunterschied der Perioden T in A_Z und A_N bzw. A_E wurde 2 sec angesehen. Anders ausgedrückt wurden nur jene Beobachtungen herangezogen, von denen als sicher angenommen werden konnte, daß die zugehörige Welle nur eine der beiden horizontalen Komponenten merklich beeinflußte; sonst aber hätte auch die andere horizontale Komponente vom Berichterstatter angegeben werden müssen. Es wurden ferner solche Stellen im Zuge der l. W. vermieden, die ein plötzliches Anwachsen der Bodenbewegung zeigten.

Die unter den genannten Gesichtspunkten getroffene Auswahl ergab 534 Einzelbeobachtungen: $\frac{Z}{A}$ bei 280 Erdbebenaufzeichnungen; eine Reihe von Seismogrammauswertungen enthält überhaupt nur einen $Z:A$-Wert. 27 Bebenauswertungen enthalten je 4 oder mehr als 4 $Z:A$-Werte. Die Zusammenstellung der Größen $Z:A$ dieser 27 Beben ließ zunächst erkennen, daß der Quotient $\frac{Z}{A}$ (wo $A = A_N$ bzw. A_E ist) $\lessgtr 1$ sein kann, oft ist er sogar nach den Beobachtungen $\geqq 2$ ist. Aus der Übersicht der $Z:A$-Werte machte sich ferner ein Gang der Häufigkeit mit der Größe des Quotienten bemerkbar.

Dieser Hinweis gab Veranlassung die 534 Einzelbeobachtungen $\frac{Z}{A}$ nach der Häufigkeit der einzelnen $Z:A$-Werte zu untersuchen. Das Ergebnis ist in der Tabelle I mit 1 bezeichnet. Aus den 534 Beobachtungen wurden jetzt die herausgesucht, bei denen die Differenzen der Beobachtungszeiten t in A_Z und A_N bzw. A_E im Maximum 2 sec waren, es fanden sich 144 solcher $Z:A$-Werte. Kolonne 2 zeigt die Häufigkeit der einzelnen Werte.

Unter diesen beiden Gesichtspunkten wurden auch die oben erwähnten 27 Bebenauswertungen gesichtet, die 147 Werte ergeben. Kol. 3 entspricht Nr. 1 und 4 ist Nr. 2 analog; für Nr. 4 kommen 47 $Z:A$-Werte in Betracht.

Tabelle I.

Z : A	1	2	3	4
	Proz.	Proz.	Proz.	Proz.
0,50—0,60	2,6	2,8	2,0	4,25
0,61—0,70	3,2	6,25	2,0	2,1
0,71—0,80	3,2	2,8	3,4	4,25
0,81—0,90	6,2	2,8	5,4	2,1
0,91—1,00	30,7	30,6	21,8	23,4
1,01—1,10	6,2	5,6	12,2	8,5
1,11—1,20	6,7	8,4	6,8	6,4
1,21—1,30	8,8	10,4	11,6	12,8
1,31—1,40	10,3	6,25	8,1	4,25
1,41—1,50	8,4	7,6	10,2	10,6
1,51—1,60	1,3	1,4	2,0	2,1
1,61—1,70	0,9	1,4	2,7	4,25
1,71—1,80	2,2	2,8	2,7	4,25
1,81—1,90	0,6	0,7	0	0
1,91—2,00	6,4	6,25	6,0	6,4
>2,00	2,4	4,2	2,7	4,25

Neben dem Maximum der $Z:A$-Werte

1) Es wird sich auch der Nachweis führen lassen, ob das Achsenverhältnis bei derselben Welle innerhalb der Dreiecksfläche den gleichen Wert behält.

zwischen 0,91 und 1,00, ist eine Häufung der Quotienten $Z:A$ innerhalb der Grenzen 1,21—1,50 nicht zu verkennen, d. h. die Schwingungsbahn der Bodenteilchen beim Durchgang der Welle ist in den meisten Fällen ein Kreis, dann treten aber auch, und nicht gerade selten, solche Fälle auf, wo die Bahnen Ellipsen sind, deren große Achse vertikal steht und wo der Wert des Quotienten große Achse : kleine Achse $= Z:A$ innerhalb 1,21—1,50 liegt. Solche Werte fordert aber die Theorie unter gewissen Voraussetzungen.

Die Auslese der Bebenaufzeichnungen mit je 4 oder mehr als 4 Werten $Z:A$ ließ erkennen, daß das Amplitudenverhältnis $Z:A$ innerhalb desselben Bebens auch bei aufeinanderfolgenden Wellen keineswegs konstant blieb.

Eine Abhängigkeit von der Periode der Welle war nicht zu bemerken.

Die folgende Tabelle II gibt das vorhandene Beobachtungsmaterial geordnet nach der Größe der Amplitude A_Z und des Quotienten $\frac{Z}{A} = \frac{A_Z}{A}$. An der Hand dieser Tabelle könnte die Vermutung ausgesprochen werden, daß kleine und mittlere Amplituden, etwa innerhalb der Grenzen 1—50 μ, für das Auftreten des Quotienten $\frac{Z}{A} = 1{,}01—1{,}50$ hauptsächlich in Betracht kommen. Aus der Tabelle ist ferner ersichtlich, daß $\frac{Z}{A} = 1{,}00$ vorwiegend bei sehr kleinen Bodenbewegungen auftritt, etwa ein Drittel der Werte $Z:A = 1{,}00$ gehört zur Amplitude $= 1\ \mu$. Zieht man in Betracht, daß einer solchen wahren Bodenbewegung ein registrierter Ausschlag von etwa 1 mm entspricht, so kann man die Werte dieser Kolonne vernachlässigen, da die Beobachtungen doch keine große Genauigkeit haben, wenn man noch die durchschnittliche Periode der Wellen = 15—18 sec bei einer Registriergeschwindigkeit von 30 mm in 1 Min. beachtet (lange flache Wellenzüge).

Ein Vergleich mit der Tabelle, in der die R_t-Werte den V_R-Werten zugeordnet sind, deutet ferner auch darauf hin, daß $V_R < v_b$ ist; die Beobachtung liefert nur Werte $Z:A = R$, die höchstens = 3,7 sind.

Für eine weitere Behandlung dieses Gegenstandes, der auch auf die Mi. U.-Wellen ausgedehnt werden kann, wird es sich empfehlen, die Seismogramme selbst auszuwerten und vor allem darauf zu achten, wie weit die andere Horizontalkomponente beeinflußt ist. Eine Untersuchung über das Verhalten der Apparatkonstanten ist dabei anzuschließen.

Wünschenswert wäre es, wenn für einen längeren Zeitraum jede Komponente mit gleichen Konstanten doppelt besetzt wäre, so daß die Differenzen der wahren Bodenbewegungen (w. Bb.) in den drei Komponenten einen Anhalt über die Genauigkeit der w. Bb. geben. Solche Versuche, die ich mit zwei bifilaren Kegelpendeln in einer Bewegungsrichtung angestellt habe, lassen es als wahrscheinlich erscheinen, daß die Genauigkeit der Aufzeichnungen der wahren Bodenbe-

Tabelle II.

A_Z^{μ} / $\frac{Z}{A}$	0—1	2—3	4—5	6—7	8—9	10—11	12—13	14—15	16—17	18—19	20—21	22—23	24—25	26—27	28—29	30—31	32—33	34—35	36—50	51—100	101—150	151-200	201—300	301—322
0,50—0,60	8	2	—	—	1	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1	—	—	—	—
0,61—0,70	—	9	2	2	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1	—	—	—
0,71—0,80	—	2	3	5	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—	1	—	1	—	—	2	1	—	—	—
0,81—0,90	—	—	5	7	—	3	—	4	—	4	1	1	2	1	—	1	—	1	2	—	1	—	—	—
0,91 - 0,99	—	1	—	—	—	2	—	—	—	1	—	2	—	2	—	—	2	2	1	5	3	—	—	—
Sa.	8	14	10	14	1	5	1	6	3	5	1	3	2	3	1	2	4	3	3	8	6	—	—	—
1,00	47	49	21	9	3	—	5	1	—	2	1	—	1	—	—	—	—	1	—	—	—	1	—	—
1,01—1,10	—	—	—	—	—	2	3	1	—	1	1	3	6	—	—	1	1	—	4	5	3	1	1	—
1,11—1,20	1	—	1	8	2	1	—	—	2	1	4	—	1	2	1	1	1	—	2	5	1	—	1	1
1,21 - 1,30	—	—	10	—	5	2	—	2	2	2	1	3	1	—	—	—	—	—	7	6	2	—	1	1
1,31—1,40	—	1	22	5	4	1	1	1	1	1	3	2	3	2	1	2	—	3	—	1	2	—	1	—
1,41—1,50	—	27	—	3	1	—	3	1	—	—	—	—	1	1	—	2	—	—	4	2	—	—	—	—
Sa.	1	28	33	16	12	6	7	5	5	5	9	8	12	5	2	6	2	3	17	19	8	1	4	2
1,51—1,60	—	—	—	—	1	—	—	1	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	1	1	—	—	—
1,61—1,70	—	—	2	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—
1,71—1,80	1	—	—	1	2	—	1	2	—	1	—	—	1	—	—	1	1	—	1	—	—	—	—	—
1,81—1,90	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1,91—2,00	—	26	5	1	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Sa.	1	26	7	2	4	—	3	4	1	2	—	1	1	1	—	1	1	—	2	1	2	—	—	—
2,01—4,00	—	4	2	1	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	1	1	—	—	1	1	—	—	—	—

wegungen je nach der Größe der Amplitude und Periode Bruchteile von Mikrons und auch etwa 1—5 μ betragen kann. Die Sicherheit der Bestimmung der Konstanten und das Verhalten des Seismographen macht sich bei solchen Versuchen ganz besonders bemerkbar.

Zusammenfassung. Die Beobachtungen zeigen, daß in dem Zuge der langen Wellen eines Seismogrammes Wellen Rayleighschen Charakters häufig auftreten und daß die Geschwindigkeit dieser kleiner als die der Transversalwellen ist, soweit dieser Schluß aus der Formel für R und bei alleiniger Kenntnis des Achsenverhältnisses gestattet ist.

Straßburg i. E., Februar 1915.

(Eingegangen 11. März 1915.)

Über die Grenzschicht zwischen einer Flüssigkeit und ihrem gesättigten Dampfe.

Von C. A. Mebius.

(Aus Arkiv för matematik, astronomi och fysik, Bd. 10. Nr. 19, Übersetzung.)

1. In der Abhandlung, in welcher James Thomson[1]) seine berühmte Hypothese über den Verlauf der theoretischen Isotherme im Verdampfungsgebiet darstellt, spricht er in aller Kürze auch die Vermutung aus, daß die theoretischen Zustände in Wirklichkeit in der äußerst dünnen Schicht vorkommen können, die eine Flüssigkeit von ihrem Dampfe trennt. In dieser Schicht würde also ein kontinuierlicher Übergang von Flüssigkeit zu Gas stattfinden. Dieser Gedanke wurde alsdann von Stefan, Fuchs, Rayleigh, van der Waals, Hulshof, Bakker aufgenommen und weiter entwickelt.[2])

2. Stefan geht von der Theorie der Kapillarität von Laplace aus. In dieser wird angenommen, daß zwischen den Teilchen einer Flüssigkeit Kräfte wirken, die von der Entfernung zwischen den Teilchen abhängig sind und die rasch bis auf Null abnehmen, wenn die Distanz größer wird. Bei der Berechnung der resultierenden Kraft braucht man deshalb nur die Moleküle zu berücksichtigen, die sich innerhalb einer gewissen Sphäre mit sehr kleinem Radius, der sogenannten Wirkungssphäre, befinden.

1) J. J. Thomson, Proceed. of Roy. Soc. **20**, 1, 1871.

2) J. Stefan, Wied. Ann. **29**, 655, 1886; K. Fuchs, Wiener Sitzungsber. **98**, 1362, 1889; Rayleigh, Phil. Mag. **33**, 209, 1892; J. D. van der Waals, Zeitschr. f. Phys. Chem. **13**, 657, 1894; H. Hulshof, Ann. d. Phys. **4**, 165, 1901; G. Bakker, Théorie de la couche capillaire plane. Scientia **31**, 1911.

Diese Arbeit enthält eine Zusammenstellung der Arbeiten des Verfassers und seiner Vorgänger.

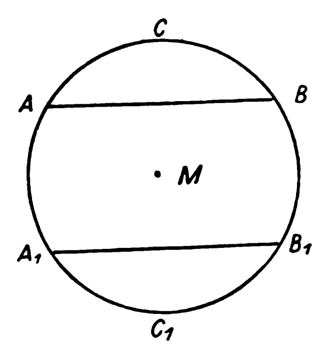


Fig. 1.

M sei ein Molekül und ABC_1 die Wirkungssphäre. Befinden sich M und die ganze Sphäre in der Flüssigkeit, dann heben sich die Anziehungen, welche die benachbarten Moleküle auf M ausüben, auf, und die resultierende Kraft ist Null. Befindet sich dagegen M so nahe der Oberfläche der Flüssigkeit, daß ein Teil der Sphäre außerhalb der Flüssigkeit kommt, dann ist die resultierende Kraft ein Zug in die Flüssigkeit hinein. AB sei die ebene Oberfläche der Flüssigkeit und A_1B_1 eine zur Oberfläche parallele Ebene im selben Abstand von M wie AB. Ist dann die Dichte der Flüssigkeit bis hinauf zur Oberfläche AB die gleiche und die Dichte des Dampfes oberhalb AB ebenfalls konstant, so heben sich die Anziehungen der Moleküle, die sich zwischen AB und A_1B_1 befinden, auf. Die Moleküle der Flüssigkeit im Segmente $A_1B_1C_1$ ziehen M nach unten, die Moleküle des Dampfes im Segmente ABC nach oben; da aber die Dichte der Flüssigkeit größer ist als die des Dampfes, entsteht ein resultierender Zug nach unten.

Stefan macht einen interessanten Zusatz zu dieser elementaren Darstellung. A_1B_1 sei die Oberfläche der Flüssigkeit und M daher ein Molekül außerhalb der Flüssigkeit im Dampfe. Wir denken uns vorläufig, daß die Dichte des Gases wie auch die der Flüssigkeit konstant ist, und daß daher ein diskontinuierlicher Übergang von der Flüssigkeit zum Gase stattfindet. Die Moleküle im Dampfe, die sich zwischen AB und A_1B_1 befinden, heben auch nun ihre gegenseitigen Wirkungen auf. Die Flüssigkeitsschicht $A_1B_1C_1$ zieht M nach unten und die Gasschicht ABC nach oben, es entsteht also nun ein ebenso großer Zug nach dem Innern der Flüssigkeit wie in dem Falle, wo sich M in derselben Entfernung unter der Oberfläche der Flüssigkeit befand. Infolgedessen wird offenbar in der Nähe der Oberfläche der Flüssigkeit eine verdichtete Dampfschicht entstehen. Es ist daher undenkbar, daß, wie wir vorläufig

angenommen hatten, die Dichte der Flüssigkeit und die des Gases in der Nähe der Grenzoberfläche konstant sind und der Übergang von Flüssigkeit zu Gas ein diskontinuierlicher ist. Man muß sich im Gegenteil einen kontinuierlichen Übergang von Flüssigkeit zu Dampf denken. In dem Maße, wie man sich M aus dem Innern der Flüssigkeit durch die Grenzschicht und in den gesättigten Dampf versetzt denkt, ändert sich kontinuierlich die Kraft, welche das Molekül nach der Flüssigkeit einwärts zieht. Während diese Kraft im Innern der Flüssigkeit gleich Null ist, wächst sie zu einem Maximum irgendwo in der Grenzschicht und sinkt darauf allmählich im Innern des Dampfes bis zu Null herab.

3. Es kann die Frage entstehen, wo die Flüssigkeit aufhört, und wo das Gas beginnt. Zur Untersuchung dieser Frage denke ich mir oberhalb der ebenen Grenzoberfläche eine Dampfatmosphäre, die sich beliebig weit hinauf erstrecken kann, und unterhalb der Grenzoberfläche Flüssigkeit von beliebig großer Tiefe. Der Dampf sowohl wie die Flüssigkeit werden von der Schwerkraft beeinflußt, die man der Einfachheit halber als konstant annimmt. Die Dichte des Dampfes wird daher alle möglichen Werte annehmen und nach oben hin bis Null abnehmen, je nachdem der Druck geringer wird. Die Flüssigkeit wird immer größerem Druck ausgesetzt, je mehr die Tiefe zunimmt, und ist diese genügend groß, so nimmt der Druck jede beliebige Größe an, und die Flüssigkeitsschichten werden bis zu jedem denkbaren Grade zusammengepreßt. Ist nun die Temperatur konstant und höher als der Gefrierpunkt der Flüssigkeit, dann ist die Substanz in jedem möglichen Grade von Dichte vorhanden, von Null beim Dampfe bis zum höchsten, den die Flüssigkeit bei unendlich großem Druck annehmen kann. Denken wir uns die Ausdehnung der Substanz unbegrenzt in horizontaler Richtung, dann ist das spezifische Gewicht überall in derselben Horizontalschicht dasselbe und eine kontinuierliche Funktion des Abstandes von der Grenzoberfläche. Diese Kontinuität existiert auch gemäß vorhergehender Auseinandersetzung in der Grenzschicht zwischen dem Dampf und der Flüssigkeit.

Wir wählen ein rechtwinkliges Koordinatensystem, in dem die x- und y-Achsen horizontal und die z-Achse vertikal ist. Die positive Richtung der letzteren denkt man sich von der Flüssigkeit zum Gase gehend. p sei der Druck, ϱ die Dichte im Punkt x, y, z.

Druck sowohl wie Dichte nehmen ab, wenn z wächst, und für $z = \infty$ ist $p = 0$ und $\varrho = 0$. Für $z = -\infty$ ist $p = \infty$, aber die Dichte nähert

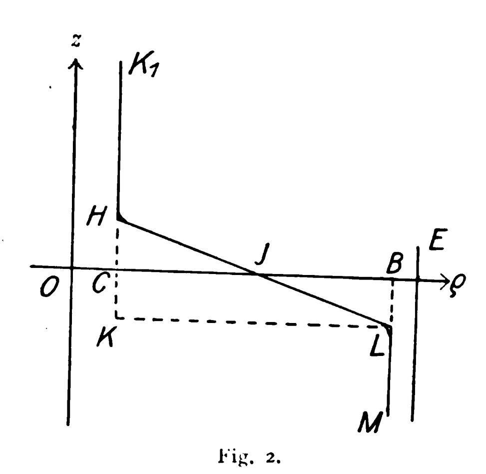


Fig. 2.

sich einer gewissen Grenze $1 : b$, wo b dem von Hirn eingeführten Begriff Kovolumen oder dem eigenen Volumen der Moleküle entspricht.

Die Beziehung zwischen ϱ und z wird von einer Kurve vorstehender Form (Fig. 2) dargestellt, wo ϱ als Abszisse und z als Ordinate angenommen ist. $OC = \varrho_2$ und $OB = \varrho_1$ stellen die Dichte des gesättigten Dampfes und die der Flüssigkeit in der Nähe der Grenzschicht dar; $OE = \frac{1}{b}$. Die Kurve hat die beiden Asymptoten $\varrho = 0$ und $\varrho = \frac{1}{b}$. b gibt also das geringste Volumen, zu dem die Flüssigkeit zusammengepreßt werden kann, an. Die Kurve steigt jedoch so rasch, daß praktisch genommen $\varrho = \varrho_2$ und $\varrho = \varrho_1$ als Asymptoten in der Nähe der Grenzschicht betrachtet werden können. Die Dicke dieser Schicht ist von der Größenordnung 10^{-7} cm, unter der Voraussetzung, daß die Temperatur nicht allzu nahe der kritischen ist. Ihre Dicke läßt sich deshalb darstellen durch $HK = HC + BL$. Der kleinen Änderung in z von ungefähr 10^{-7} cm entspricht eine Veränderung $\varrho_1 - \varrho_2$ der Dichte von endlicher Größe. Die Kurve muß deshalb nahezu gradlinig zwischen H und L verlaufen und zwischen diesen Punkten einen Inflexionspunkt haben. Zieht man im Inflexionspunkte J eine Tangente an die Kurve, schließt sich diese sehr nahe an die Kurve an, die approximativ die Form von drei geraden Linien K_1H, HL und LM hat, und die Punkte, in denen die Tangente die Linien $\varrho = \varrho_1$ und $\varrho = \varrho_2$ schneidet, können als auf den Grenzen der kapillaren Schicht liegend betrachtet werden. Die Kurve schmiegt sich zwar beinahe asymptotisch diesen beiden Linien an und die Grenzschicht ist deshalb streng genommen unbegrenzt. Der Abstand in senkrechter Richtung zwischen den beiden Punkten, in denen die Tangente im Inflexionspunkte die Ordinaten $\varrho = \varrho_1$ und $\varrho = \varrho_2$

schneidet, muß deshalb die Definition der Dicke der Grenzschicht sein.

Es ist natürlich, daß man sich die Grenze zwischen dem Dampf und der Flüssigkeit gerade durch den Inflexionspunkt gehend denkt. Die Kurve krümmt sich zu beiden Seiten von ihm nach verschiedenen Richtungen, und dort tritt also eine gewisse Verschiedenheit ein. Infolge des nahezu gradlinigen Verlaufs der Kurve ist man zu der Annahme veranlaßt, daß die mittlere Dichte in der Grenzschicht ϱ_m

$$\varrho_m = \frac{1}{2}(\varrho_1 + \varrho_2)$$

ist, eine Beziehung, die von Bakker[1]) nachgewiesen wurde.

Wroblewski[2]) spricht sich mit Nachdruck für die Ansicht von dem kontinuierlichen Übergang zwischen Flüssigkeit und Dampf aus auf Grund des von ihm konstruierten Diagramms über die Isopyknen der Kohlensäure (Linien für konstante Dichte in der tp-Ebene). Die Hauptkurve des Diagramms ist die Linie, längs welcher das Produkt pv vom Druck und Volumen ein Minimum ist. Sie fällt mit der Isopykne durch den kritischen Punkt zusammen, und in genügendem Abstand von diesem Punkt schließen sich die anderen Isopyknen unendlich dicht an die Hauptkurve zu beiden Seiten derselben an. Da die kritische Dichte die geringste Dichte ist, die der Körper in Flüssigkeitsform haben kann, ist es natürlich, daß man annimmt, die Grenze zwischen Dampf und Flüssigkeit müsse sich gerade in der Schicht befinden, wo das spezifische Gewicht dasselbe ist wie bei der kritischen Temperatur. Dort befindet sich also die labile Schicht, welche die Grenze zwischen Flüssigkeit und Gas bildet.

Ist nun oben angeführte Anschauung richtig, dann folgt also daraus, daß es bei jeder Temperatur eine kritische Dichte, einen kritischen Druck, eine kritische Schicht gibt, in der kein Unterschied zwischen Flüssigkeit und Dampf vorhanden ist. Aber die Verschiedenheit zwischen dem Verhältnis bei der kritischen Temperatur und bei der vorliegenden ist die, daß hier die Gleichheit zwischen Flüssigkeit und Gas nur in einer unendlich dünnen Schicht existiert, während bei der kritischen Temperatur die Schicht so angeschwollen ist, daß sie die Substanz in ihrer Gesamtheit umfaßt. Auch durch Versuche kann man das Vorhandensein der kontinuierlichen Schicht als bestätigt ansehen. Teichner[3]) findet, daß in der Nähe des kritischen Punktes an einer Stelle, wo der Meniskus verschwunden ist, eine Übergangsschicht entsteht, in der sich die ganze Veränderung der Dichte konzentriert. Über und unter dieser Schicht sind die Veränderungen der Dichte nur unbedeutend.

1) G. Bakker, Journ. de Phys. (4) **11**, 762, 1910.
2) S. v. Wroblewski, Wied. Ann. **29**, 450, 1886.
3) G. Teichner, Ann. d. Phys. **13**, 601, 1904.

4. Aus den kapillaren Eigenschaften einer Flüssigkeit kann man die Arbeit berechnen, die nötig ist, um die freie Oberfläche der Flüssigkeit um 1 cm² zu vergrößern. Lord Kelvin scheint der erste gewesen zu sein, der nachwies, daß man, um die ursprüngliche Temperatur unverändert beizubehalten, auch eine gewisse Wärmemenge zuführen muß. Die Berechnung dieser Wärmemenge kann auf folgende Weise geschehen[1]):

U bezeichne die Energie und S die Entropie in der Oberflächenschicht einer Flüssigkeit, deren absolute Temperatur T und deren Oberfläche Y cm² in Berührung mit ihrem gesättigten Dampf ist; ferner sei s die spezifische Wärme der Oberfläche, d. h. die Wärmemenge, die der Oberflächeneinheit zugeführt werden muß, um bei konstanter Oberfläche die Temperatur 1° zu erhöhen, und w_0 die zur Bildung einer Einheit der Fläche bei konstanter Temperatur nötige Wärmemenge, beide in mechanischem Maße, sowie γ die Menge mechanischer Arbeit, die bei konstanter Temperatur der Flüssigkeit zugeführt werden muß, um die Oberfläche um 1 cm² zu vermehren. Dann ist:

$$dU = sY\,dT + (\gamma + w_0)\,dY$$

und

$$dS = \frac{sY}{T}\,dT + \frac{w_0}{T}\,dY.$$

Da nun dU und dS exakte Differentiale sind, ist

$$\frac{\partial}{\partial Y}(sY) = \frac{\partial}{\partial T}(\gamma + w_0)$$

und

$$\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{sY}{T}\right) = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{w_0}{T}\right).$$

Also ist

$$s = \frac{d\gamma}{\partial T} + \frac{\partial w_0}{dT}$$

und

$$\frac{s}{T} = \frac{1}{T}\frac{\partial w_0}{\partial T} - \frac{1}{T^2}\cdot w_0,$$

oder

$$s = \frac{\partial w_0}{\partial T} - \frac{w_0}{T}.$$

Aus den beiden Ausdrücken für s folgt

$$w_0 = -T\frac{\partial \gamma}{\partial T}.$$

1) Jamin et Bouty, Cours de physique. Premier supplém. S. 92, 1896. Auch Einstein, Ann. d. Phys. **4**, 513, 1901.

Die Energiemenge, U_1, die nötig ist, um bei konstanter Temperatur die Oberfläche um 1 cm² zu vermehren, ist also

$$U_1 = \gamma + w_0 = \gamma - T\frac{\partial T}{\partial \gamma}.$$

Durch Differenzierung erhält man

$$s = \frac{\partial \gamma}{\partial T} + \frac{\partial w_0}{\partial T} = \frac{\partial \gamma}{\partial T} - \frac{\partial \gamma}{\partial T} - T\frac{\partial^2 \gamma}{\partial T^2}$$

oder

$$s = -T\frac{\partial^2 \gamma}{\partial T^2}.$$

Für die meisten Flüssigkeiten ist die Oberflächenspannung γ eine lineare Funktion der Temperatur

$$\gamma = \gamma_0(1 - \nu t).$$

Für diese ist also $s = 0$, d. h. zur Temperaturerhöhung der Oberfläche ist keine besondere Wärme nötig außer der, welche zur Temperaturerhöhung der ganzen Masse gebraucht wird. Bei einigen Flüssigkeiten, wie Glyzerin und Wasser, ist das Verhältnis ein anderes und für diese ist eine Formel mit drei Gliedern erforderlich

$$\gamma = \gamma_0(1 - \nu t - \mu t^2).$$

Erstere Flüssigkeiten werden von Eötvös[1]) einfach zusammengesetzte genannt, sie haben, wie man annehmen darf, Moleküle, die den Molekülen des Dampfes vollständig gleich sind. Bei letzteren Flüssigkeiten können die Moleküle wenigstens teilweise als Aggregate von Dampfmolekülen betrachtet werden. Die Wärmemenge $-T\frac{\partial^2 \gamma}{\partial T^2}$ ist also das Äquivalent der mechanischen Arbeit, die nötig ist, um die Flüssigkeitsmoleküle, die sich in der Oberfläche eines cm² befinden, in Dampfmoleküle zu verwandeln, d. h. die zur Dissoziationsarbeit nötig ist.

5. Bei einer einfach zusammengesetzten Flüssigkeit ist also eine gewisse Wärmemenge $-T\frac{\partial \gamma}{\partial T}$ nötig, um bei konstanter Temperatur ihre Oberfläche um 1 cm² zu vermehren. Man kann da fragen: Wozu wird diese Wärmemenge verwendet? Diese Frage läßt sich nach meiner Ansicht so beantworten, daß die Wärme zur Bildung der Dampfschicht gebraucht wird, welche die neue Oberflächeneinheit oder, wie man es nennen kann, die Atmosphäre dieser Oberflächeneinheit bedeckt.

Diese kann nicht von dem bereits oberhalb der Flüssigkeit befindlichen Dampf gebildet werden, denn dann würden die Molekularkräfte eine gewisse Arbeit bei der Verdichtung dieses Dampfes zu einer Atmosphäre ausführen, und dies würde eine Wärmeentwicklung veranlassen. Es muß statt dessen Wärme zugeführt werden, und das gerade muß geschehen, wenn der Dampf für den neuen Teil der Atmosphäre aus dem Innern der Flüssigkeit genommen wird.

Der Zuwachs an Energie bei der Bildung einer neuen Oberfläche von einem cm² war die Arbeitsmenge γ und die Wärmemenge $-T\frac{\partial \gamma}{\partial T}$. Man kann sich also denken, daß, um die Moleküle, welche die neue Oberflächeneinheit bilden, aus dem Innern der Flüssigkeit in die Oberflächenschicht zu schaffen, γ Arbeitseinheiten, aber zur Verdampfung die Wärmemenge $-T\frac{\partial \gamma}{\partial T}$ nötig ist.

6. Für die Wärmemenge, die zur Bildung des Dampfes über 1 cm² neu gebildeter Flüssigkeitsoberfläche nötig ist, will ich nun einen andern Ausdruck suchen. Das Gewicht dieses Dampfes sei q Gramm. Wenn die Verdampfungswärme l ist, dann wäre ql diese Wärmemenge, vorausgesetzt, daß der Dampf in der Grenzschicht denselben Druck p_2 hat wie der gesättigte Dampf. Aber der Dampf in der Grenzschicht ist von den Molekularkräften zusammengepreßt, und um sich zum Druck p_2 ausdehnen zu können, muß er eine gewisse Arbeit ausführen, die von einem Teil r der Verdampfungswärme kompensiert wird. Dieser Teil besteht teils aus einer äußeren Arbeit E_1, teils aus einer inneren r_1. In der Grenzschicht ist der Dampf noch nicht außerhalb des Gebietes der Molekularkräfte. Um ihn daraus zu befreien, ist offenbar eine ebenso große Arbeit r_1 nötig, wie um ihn von der Dichte des gesättigten Dampfes zu der Dichte zusammenzupressen, die er in der Grenzschicht hat.

Das Gewicht q ist deshalb mit $l - r$ zu multiplizieren, weshalb

$$q(l - r) = -T\frac{\partial \gamma}{\partial T}.$$

Kennt man q, so kann man auch die Höhe der Atmosphäre oder die Dicke der Dampfschicht berechnen. Ist diese h cm, so ist

$$q = \int \varrho\, dh,$$

wo ϱ das spezifische Gewicht ist, und wo sich die Integration von $\varrho = \varrho_k$, welches das gemeinsame spezifische Gewicht der Flüssigkeit und des Dampfes, d. h. die kritische Dichte ist, bis zu $\varrho = \varrho_2$, dem spezifischen Gewicht des gesättigten Dampfes, erstrecken soll.

Führt man nun für ϱ den mittleren Wert

$$\varrho_m = \frac{1}{2}(\varrho_k + \varrho_2)$$

ein, so erhält man

1) Eötvös, Wied. Ann. 27, 454, 1886.

$$q = \varrho_m \int dh = \frac{1}{2}(\varrho_k + \varrho_2)\, h.$$

Die Dicke der Dampfschicht in der Grenzoberfläche läßt sich also aus der Gleichung berechnen

$$h = -\frac{2}{\varrho_k + \varrho_2} \cdot \frac{T}{l - r} \frac{\partial \gamma}{\partial T}.$$

Wir wollen anfänglich von dem Teil der Verdampfungswärme absehen, der nötig ist, um den Dampf von der Kohäsion in der Grenzschicht zu befreien. Statt $l - r$ setzen wir daher die innere Verdampfungswärme l_i. Da $l_i > l - r$ ist, erhält man also für h einen zu kleinen Wert. Eine untere Grenze h_1 für die Dicke der Dampfschicht läßt sich deshalb aus der Gleichung berechnen

$$h_1 = -\frac{2}{\varrho_k + \varrho_2} \cdot \frac{T}{l_i} \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial T}.$$

7. Für Äthyläther haben Ramsay und Shields[1]) bei verschiedenen Temperaturen folgende Werte für γ in dyn : cm gefunden.

$t =$	20°	30°	40°	50°	60°	70°
$\gamma =$	16,49	15,27	14,05	12,94	11,80	10,72
$t =$	80°	90°	100°	150°		
$\gamma =$	9,67	8,63	7,63	2,88.		

Außerdem ist $\gamma = 0$ bei der kritischen Temperatur 193,8° C. Ich habe aus diesen Werten eine Kurve gezeichnet und auf graphischem Wege die Werte für $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$ bei den absoluten Temperaturen $T = 273$, 373 bestimmt und dabei die Werte $-0{,}116$, $-0{,}102$ gefunden. Da zwischen 150° und 193,8° keine Beobachtungen vorliegen, ist der Verlauf der Kurve daselbst natürlich recht unsicher. Ich habe deshalb eine Formel mit drei Konstanten berechnet

$$\gamma = a + b(t - 100) + c(t - 100)^2$$

und die Konstanten so bestimmt, daß die Kurve genau durch die drei Punkte geht, die den Temperaturen 100°, 150°, 193,8° entsprechen. Aus dieser Formel erhält man, da $a = 7{,}93$, $b = -0{,}11059$, $c = 0{,}00031179$, für $t = 190$ $\frac{\partial \gamma}{\partial T} = -0{,}054$. Dieser Wert dürfte die Neigung der Kurve eher als zu groß denn als zu klein angeben. Für ϱ_k, ϱ_2 und die totale Verdampfungswärme l werden die von S. Young[2]) angegebenen Zahlen verwendet. Die äußere Verdampfungswärme E_1 ist aus den von Young beobachteten Werten für den Druck p und die Volumen v_2 und v_1 von 1 g gesättigten Dampfes und Flüssigkeit nach der Formel berechnet

$$E_1 = 0{,}0000031833\, p\,(v_2 - v_1).$$

Die innere Verdampfungswärme ist

$$l_i = l - E_1.$$

Die Werte für h_1 ergeben sich aus folgender Tabelle. Bei der Berechnung wurde das mechanische Äquivalent der Wärme gleich 42720 grcm und $g = 981$ cm gesetzt.

T	$\frac{\partial \gamma}{\partial T}$	ϱ_k	ϱ_2	l	E_1	l_i	h_1 cm
273	—0,116	0,2625	0,000827	92,52	7,11	85,41	$0{,}672 \cdot 10^{-7}$
373	—0,102	0,2625	0,01867	68,42	8,01	60,41	$1{,}07 \cdot 10^{-7}$
463	—0,054	0,2625	0,01620	19,38	2,80	16,58	$1{,}70 \cdot 10^{-7}$

Falls eine größere Wärmemenge als das Äquivalent zu $-T\frac{\partial \gamma}{\partial T}$ zur Erzeugung von Dampf in der Grenzschicht nötig sein sollte, würde dies höhere Werte für h_1 zur Folge haben. In derselben Richtung wirkt auch die Korrektion, die man für l anbringen muß. Ich habe eine Berechnung dieser Korrektion ausgeführt. Um den Zusammenhang nicht zu stören, teile ich sie in § 9 mit und gebe hier nur ihre Beträge an, nämlich 5,56, 9,16, 1,13 grkal bei den drei Temperaturen. Die Werte für l_i in vorhergehender Tabelle müssen um obige Zahlen vermindert werden. Folgende Tabelle gibt die Werte für q und h an.

T	$l - r$	q Gramm	h cm
273	79,85	$0{,}946 \cdot 10^{-8}$	$0{,}719 \cdot 10^{-7}$
373	51,25	$1{,}77 \cdot 10^{-8}$	$1{,}26 \cdot 10^{-7}$
463	15,45	$3{,}86 \cdot 10^{-8}$	$1{,}82 \cdot 10^{-7}$

Da die Verdampfungswärme bei der kritischen Temperatur $T = 466{,}8$ gleich Null ist, so muß h bei dieser Temperatur unendlich groß werden. Die Änderung wird also sehr schnell eintreten, da nur 3,8 Grad unter der kritischen Temperatur h den Wert $1{,}82 \cdot 10^{-7}$ cm hat. Dies hängt offenbar damit zusammen, daß der Meniskus scharf und deutlich bis in die unmittelbare Nähe der kritischen Temperatur hervortritt, und daß er erst bei dieser unklar wird und verschwindet.

Schon 1873 hat van der Waals[1]) die Größenordnung für die Dichte h_2 der ganzen kapillaren Schicht zu $0{,}29 \cdot 10^{-7}$ bei niedrigen Temperaturen angegeben. Bakker[2]) findet nach verschiedenen Berechnungsmethoden folgende Werte:

$T =$	233,4	350	383	398	451	462
$10^7 \cdot h_2 =$	3,5	7	8,5	10	25	55

1) W. Ramsay und J. Shields, Zeitschr. f. phys. Chemie 12, 433, 1893; Landolt-Börnstein, Phys.-chem. Tabellen 1912, 116.

2) S. Young, Proc. of Roy. Dublin Soc. 12, 374, 1910.

1) J. D. van der Waals, Die Kontinuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes, S. 114, 2. Aufl., 1899.

2) G. Bakker, l. c., S. 74, 75.

Diese Werte sind von derselben Größenordnung und bedeutend höher als die oben für h angegebenen.

Garver[1]) findet bei $T = 293^0$, $h = 0{,}374 \cdot 10^{-7}$ und $0{,}351 \cdot 10^{-7}$ cm, also Werte derselben Größenordnung, aber viel niedriger als die in der Tabelle angegebenen. Seine Ableitung ist jedoch weniger streng.

8. van der Waals[2]) weist darauf hin, daß der von ihm angegebene Wert den Durchmesser eines Moleküls kaum übersteigt. Wenn daher die Grenzschicht zwischen einer Flüssigkeit und ihrem gesättigten Dampf nicht größer ist als der Durchmesser eines Moleküls, so wird es bei oberflächlicher Betrachtung so aussehen, als sei es eine Ungereimtheit, von einer größeren oder kleineren Dichte bei dieser Schicht zu reden. In Übereinstimmung mit der von Clausius dargestellten Anschauung vom Verlauf bei der Verdampfung bin ich jedoch zur Erkenntnis gekommen, daß dies durchaus nichts Ungereimtes ist. Clausius sagt[3]):

„Betrachten wir die Oberfläche einer Flüssigkeit, so nehme ich an, daß in der Mannigfaltigkeit der Bewegungen hin und wieder der Fall eintritt, daß ein Molekül durch ein günstiges Zusammentreffen der fortschreitenden, schwingenden und drehenden Bewegung mit solcher Heftigkeit von seinen Nachbarmolekülen fortgeschleudert wird, daß es, bevor es durch die zurückziehende Kraft derselben diese Geschwindigkeit ganz verloren hat, schon aus ihrer Wirkungssphäre heraus ist und dann in dem über der Flüssigkeit befindlichen Raume weiter fliegt."

Ich nehme an, die Grenzoberfläche zwischen der Flüssigkeit und dem Dampfe sei einmal eben. Da unter den Flüssigkeitsmolekülen alle möglichen Bewegungsrichtungen gleich oft vorkommen, gibt es unter den Molekülen in der Nähe der Oberfläche eine große Anzahl, für welche die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Oberfläche ziemlich klein ist. Diese dringen ein Stückchen über die ebenerwähnte Ebene hinaus, kehren aber infolge der von der Flüssigkeit ausgeübten Anziehung bald zurück, genau so, wie ein von der Erdoberfläche geworfener Körper infolge der Schwerkraft wieder zur Erdoberfläche zurückkehrt. Andere Moleküle haben eine größere Geschwindigkeit in senkrechter Richtung, sie dringen ein Stückchen höher hinauf als die vorigen, kehren aber bald zur Flüssigkeit zurück. Je nachdem diese senkrechte Geschwindigkeitskomponente größer ist, werden die Moleküle, die sie besitzen, an Zahl geringer, sie wenden auch zur Flüssigkeit zurück. Schließlich aber kommt es vor, wie es Clausius oben darstellt, daß eine kleine Anzahl genügende Geschwindigkeit besitzt, um die Flüssigkeit zu verlassen. Vom Dampf kommen ebenfalls Moleküle, die zur Flüssigkeit zurückkehren. Alle diese Moleküle nebst den zurückkehrenden gehen durch eine Ebene, die in großer Nähe der oben angenommenen ebenen Grenzoberfläche liegt. Eine kleinere Anzahl geht durch eine Ebene in größerem Abstand von der angenommenen usw. Es läßt sich also infolge der Bewegung der Moleküle denken, daß die Dichte in der Grenzschicht zwischen der Flüssigkeit und dem Dampfe kontinuierlich abnimmt, und zwar unabhängig davon, ob die Dicke der Schicht kleiner oder größer ist als der Durchmesser des Moleküls.

9. Berechnung der Korrektion der Verdampfungswärme. Diese Korrektion r_1 ist das Äquivalent der Arbeit, die nötig ist, damit sich 1 g Dampf aus dem Volumen, das er in der Grenzschicht hat, zum Volumen des gesättigten Dampfes ausdehnt. Man hat

$$r_1 = \int_{v_m}^{v_2} p\,dv,$$

ausgedrückt in mechanischem Maße; p ist der Druck an einer Stelle der Grenzschicht, wo das spezifische Volumen des Dampfes v ist. Die untere Grenze v_m wird dem mittleren Werte des spezifischen Volumens des Dampfes in der Grenzschicht gleich gesetzt. Ist die mittlere Dichte $\varrho_m = \frac{1}{2}(\varrho_k + \varrho_2)$, dann ist $v_m = \frac{1}{\varrho_m}$. Die Ausdehnung kann man sich bei konstanter Temperatur vor sich gehend denken, und ich nehme an, daß van der Waals' Zustandsgleichung

$$\left(p + \frac{a}{v_2}\right)(v - b) = RT$$

gültig ist.

Da also

$$p = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v_2},$$

erhält man

$$r_1 = RT \log \frac{v_2 - b}{v_m - b} + a\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_m}\right).$$

Zur Berechnung von r_1 muß man die Größen a und b kennen. Diese sind bekanntlich keine Konstanten. Unter der Annahme, daß sie bei ein und derselben Temperatur konstante Werte haben, habe ich sie auf folgende Weise berechnet. Für die Flüssigkeit und den Dampf hat man

$$\left(p + \frac{a}{v_1^2}\right)(v_1 - b) = RT$$

1) M. M. Garver, Journ. of Phys. Chem. 16, 247, 1912.
2) van der Waals, l. c., S. 115.
3) Clausius, Pogg. Ann. 100, 361, 1857.

und

$$\left(p + \frac{a}{v_2^2}\right)(v_2 - b) = RT.$$

Die Gaskonstante R hat den Wert 841,8 mm $Hg \cdot$cm. Aus Youngs Beobachtungen kennt man p, v_1 und v_2 für gegebene T-Werte. Die beiden Gleichungen enthalten also bloß die beiden Unbekannten a und b, die daher bestimmt werden können. Eliminiert man ab zwischen den beiden vorhergehenden Gleichungen, so erhält man nach Division mit $v_2 - v_1$

$$a = (v_2 + v_1)(RT - pv_2) - pv_1^2 + bp(v_2 + v_1).$$

Aus dieser Gleichung berechnet man zuerst a unter der Annahme, daß $b = 0$ ist oder einen anderen passenden Wert hat, und dann wendet man sukzessive Approximation an. Man erhält alsdann folgende Tabelle:

T	273	373	463	466,8
v_1 cm³	1,3583	1,6380	2,73	3,81
v_2 cm³	1209	53,55	6,172	3.81
p mm Hg	184,9	4 855	25 513	27 060
RT	229 810	313 990	389 750	392 950
$RT - pv_2$	6 260	54 000	232 280	287 450
a	7 868 400	3 338 600	2 224 800	2 114 000
b	1.3044	1,3866	1,5272	1,5346
r_1 grkal	5,56	9,16	1,13	

Es sei hier bemerkt, daß a beträchtlich abnimmt, wenn die Temperatur steigt, und daß b, wenn auch nicht besonders viel, zunimmt. $RT - pv_2$ gibt die Abweichung von Boyles Gesetz an. Die Formel für a muß auch gelten, wenn $v_2 - v_1$ unendlich klein ist, d. h. für die kritische Temperatur.

(Eingegangen 8. März 1915.)

Über Spektrographenoptik. I.

Von J. Wimmer.

J. Hartmann[1]) bezeichnet es als eine sehr dankenswerte Aufgabe für Optiker, eine Linse, vielmehr ein optisches System zu konstruieren, das folgenden Bedingungen genügt:

1. Freiheit von sphärischer Aberration und Koma bei möglichst großer Apertur,
2. für ein gegebenes Dispersionssystem — Bildwinkel bis zu 20° — Lage aller Brennpunkte auf einer zur Achse nicht allzu stark geneigten Geraden.

Da sich aber gegenüber diesen Forderungen die modernen photographischen Objektivtypen aus mehr als einem Grunde als unzureichend[2]) erwiesen hatten, waren die Bestrebungen von Fachmännern schon vor mehr als einem Dezennium darauf gerichtet, einen speziellen Spektrographenobjektivtypus zu schaffen. Alle derartigen Typen für Apparate mit einem einfachen oder mehrfachen Dispersionssystem erreichten im günstigsten Falle die Lichtstärke $f/5,6$, während gerade die neueren Untersuchungen der Physiker auf dem Gebiete der photographischen Photometrie, der Spektralanalyse u. dgl. bedeutend lichtstärkere Optik erfordern. Auch der Astrophysiker wird derartige leistungsfähigere Objektive mit Vorteil verwenden bei Aufnahme von Spektren der Fixsterne oder anderer Himmelsobjekte (z. B. lichtschwacher planetarischer Nebel), sei es zur Bereicherung unseres Wissens über die Chemie derselben oder sei es vor allem zu deren Geschwindigkeitsmessung im Visionsradius. Es fehlte daher auch in den letzten Jahren nicht an Versuchen, das Öffnungsverhältnis zu steigern.

Einen diesbezüglichen Fortschritt bedeuten die Untersuchungen von K. Schwarzschild[1]). Das Objektiv, welches für den Spektrographen III des Potsdamer Observatoriums konstruiert wurde, besteht aus drei Linsen von gleichem Material wie das Prismensystem und bildet bei einem Öffnungsverhältnis 1:4,5 einen Spektralbereich von ca. 150 $\mu\mu$ scharf ab. Auf Einzelheiten wird im folgenden näher eingegangen werden.

Der folgende Bericht gibt einen Lösungsversuch des eingangs genannten Problems. Speziell wird auf möglichst hohe Lichtstärke Gewicht gelegt werden. Gleichzeitig soll die Theorie derartiger Spektrographenobjektive, speziell die Ebnungsbedingung auf eine allgemeine Grundlage gestellt werden.

I. Abschnitt.

§ 1. Die Ebnungsbedingung.

Der Weg, der bei allen Untersuchungen über Spektrographenobjektive bisher eingeschlagen wurde, ist vorgezeichnet durch den Vorschlag Hartmanns[2]), die Achromasiebedingung fortzulassen. Die Hauptfrage aber bleibt dabei noch offen: Welche Bedingung soll an deren Stelle gesetzt werden und wie läßt sich dieselbe analytisch so formulieren, daß sie sich ohne weiteres in die Reihe der zur Berechnung von Objektivtypen notwendigen Gleichungen aus der Theorie der Bildfehler 3. Ordnung einreiht? Zur Behandlung dieser Frage kann — und dies erscheint auch als das Naheliegendste — der analytische Ausdruck für die tangentielle Bildwölbung als Ausgangspunkt gewählt werden. Diesen Weg

1) Zeitschr. f. Instrumentenkunde **20**, 18f., 1900.
2) J. Hartmann, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **24**, 259, 1904.

1) Sitzungsber. d. K. Pr. Akad. d. Wissenschaften **53**, 1220ff., 1912.
2) Zeitschr. f. Instrumentenkunde **24**, 259, 1904.

beschritt K. Schwarzschild[1]), indem er im Rahmen seiner theoretischen Untersuchungen dazu geführt wurde, die tangentielle Bildwölbung $\frac{1}{\varrho_t}$ gleich einer Konstanten, nämlich der Objektivbrennweite zu setzen. Dabei wird aber keine vollkommene Ebnung des Spektrums im Sinne Hartmanns erreicht, sondern nur die Krümmung in der Achse zu Null gemacht. Unsere Untersuchungen ergaben einen anderen analytischen Ausdruck, welcher die Bedingung der Ebnung des Spektrums in funktioneller Abhängigkeit von gewissen Eigenschaften des Dispersions- und Linsensystems darstellt. Es ergab sich nämlich die allgemeinste Bedingung in der Form:

$$\text{I.} \quad \sum_1^k {}^{\nu}\, a_\nu \varphi_\nu = 1 = \text{Objektivbrennweite},$$

wo $\nu = 1, 2, \ldots . k$ die Ordnungszahl, φ die „Stärke" der Einzellinse bedeutet.

Die Koeffizienten a_ν sind ganz bestimmte Apparatkonstanten. Vorstehende Bedingungsgleichung läßt ebenso wie die beiden chromatischen Bedingungen, an deren Stelle sie treten soll, an Einfachheit und Klarheit wohl nichts zu wünschen übrig. Es erhellt daraus, daß für ein gegebenes Material und Dispersionssystem bei bestimmter, nicht zu großer Dicke der Luftlinse die Ebnung lediglich von der Wahl der Brennweiten der Einzellinsen abhängt. Das Verhältnis der letzteren stellt sich nämlich dar in der Form:

$$\text{II.} \quad \frac{f_\nu}{f_{\nu+1}} = \frac{a_\nu - 1}{h - a_{\nu+1}},$$

d. h. als abhängig von den Koeffizienten a und der Dicke der Luftlinse.

§ 2. Plattenneigung[2]).

Aus unserem Ansatz für die Ebnung des Spektrums läßt sich theoretisch auch die Plattenneigung bestimmen. Die folgenden Formeln gelten nicht nur für den Fall, daß Prismen- und Linsensystem aus demselben Material bestehen, oder daß das Linsensystem aus einem zwar einheitlichen, aber vom Glas des Prismensystems verschiedenen Material besteht, sondern auch allgemein für den Fall zweier verschiedener Gläser des Linsensystems. Wir erhalten nämlich:

$$\text{IIIa)} \quad \operatorname{tg} i = \frac{\sum_1^k {}^{\nu}\, \varphi_\nu}{\sin\delta \cdot \sum_1^k {}^{\nu}\, g_{\lambda\nu}\, \varphi_\nu} - \operatorname{cotg}\delta$$

und im Falle gleichen Materials der beiden Linsen die einfachere Form:

$$\text{IIIb)} \quad \operatorname{tg} i = \frac{1}{g_{\lambda\nu} \sin\delta} - \operatorname{cotg}\delta,$$

wo $g_{\lambda\nu}$ und δ wieder Apparatkonstanten sind.

§ 3.

Nachdem so die Grundlagen geschaffen waren, konnte mühelos die analytische Berechnung der Typen erfolgen. Aus den vier Bestimmungsgleichungen: Maßstabsgleichung, Ebnungsbedingung, Verschwinden von sphärischer Aberration und Koma ergaben sich nach den besonders rechenflüchtigen Formeln von Harting[1]) die Krümmungen und Radien für ein zweilinsiges System.

Wie aus Formel II ersichtlich ist, hängt das Brennweiten-Verhältnis für eine bestimmte Glassorte von der Wahl der Konstanten h ab welche implicite den Luftabstand enthält. Da nun letzterer auch nicht zu groß gewählt werden darf, besonders wenn die Zerstreuungslinse voransteht, so beschränkt sich der Wert von h auf ein sehr enges Intervall. Für Werte innerhalh der hierdurch vorgeschriebenen Grenzen wurde die numerische Rechnung durchgeführt für ein Dispersionssystem aus drei Flintprismen. Das Kameraobjektiv sollte aus zwei Linsen verschiedenen Materials bestehen, aus Kron und Flint. Überschlagsrechnungen zeigten nun, daß die Kombination: Kron-Flint sich günstiger erweist. Bei dieser Anordnung der Gläser folgen aus der analytischen Rechnung zwei Typen, bei denen die negative Linse voransteht. Dieselben sind in Figur 1a und 1b wiedergegeben.

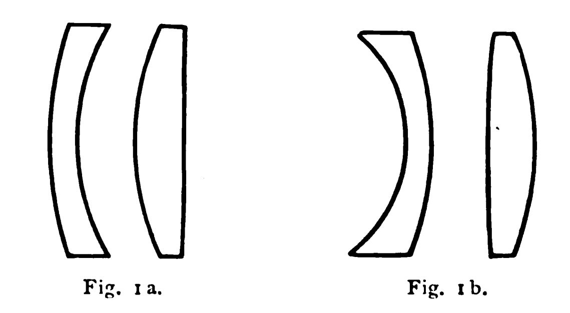


Fig. 1a. Fig. 1b.

Bemerkenswert dürfte sein, daß Typus 1b demjenigen entspricht, den auch K. Schwarzschild bei seinen Untersuchungen gefunden hat und den die Firma C. A. Steinheil für $f/10$ schon vor etwa vier Jahren mit Erfolg angewandt hat. Freilich sind in unserem Falle die Krümmungen stärker, als die erstgenannten Untersuchungen ergaben, und lassen im günstigsten

1) l. c.
2) Winkel zwischen Plattennormale und optischer Achse.

1) Zeitschr. f. Instrumentenkunde **29**, 365, 1909.

Falle eine Anwendung bis zu $f/5$ zu, was jedenfalls seinen Grund in der Anlage der Ebnungsbedingung hat. Zudem ist die Zerstreuungslinse den einfallenden Strahlen zugekehrt, was bei größerem Luftabstand für die Ausnützung des vollen Lichtkegels hinderlich sein kann, will man eine konische Erweiterung der Objektivfassung und eine Vergrößerung der Hinterlinse vermeiden. Deswegen wurde nun weiter versucht, ob nicht ein System zu finden wäre, bei welchem die Vorderlinse sich als positiv ergibt, ferner Krümmungen und Luftlinsendicke für die technische Ausführung geeignete Werte annehmen.

Es fanden sich so in der Tat zwei günstigere Typen, von denen der geeignetste in Fig. 2 wiedergegeben ist.

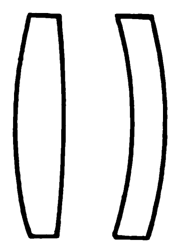


Fig. 2.

Daraufhin wurden die Untersuchungen auch ausgedehnt auf den Fall einheitlichen Materials von Prismen- und Linsensystem. Unter Zugrundelegung eines bestimmten Luftabstandes wurde zunächst für ein zweilinsiges System aus gleichen Gläsern das Brennweitenverhältnis festgelegt. Um noch zu einer Lichtstärke von $f/3$ gelangen zu können, wurde zwecks Erreichung eines guten Korrektionszustandes bei möglichst günstigen Krümmungen der Linsenflächen eine Spaltung der positiven Linse in ein zweiteiliges System vorgenommen.

Nach den bisher geschilderten Methoden erfolgten sodann noch Untersuchungen für Quarzoptik. Das erhaltene System ist zweilinsig und für Apparate mit einem Prisma bestimmt. Der Fall eines Dispersionssystems von zwei Prismen wird zurzeit behandelt.

§ 4. Über den Korrektionszustand der Objektive.

Nach Erledigung der im vorigen Paragraphen dargelegten grundlegenden Vorrechnungen wurde zum Ausgleich der durch Einführung der Linsendicke und der Öffnung entstehenden Fehler die trigonometrische Durchrechnung vorgenommen.

1. Glasoptik.

Dreiteiliges System aus Flintglas.
Plattenneigung: 16,5°
Bildwinkel: 18,5°.

Die verwendete Glassorte entstammt den S. O. G.-Glaswerken in München. Als geeignet befunden wurde S. O. G. 313, Schweres Flint. $n_D = 1{,}648$, $\nu = 33{,}8$. Die im folgenden angegebenen Werte der Fehlerreste sind sämtlich auf die Brennweite $f = 100$ mm reduziert, wobei als mittlere Farbe $\lambda = 452\,\mu\mu$ gewählt und der zugehörige Brechungsindex nach der Hartmannschen Formel interpoliert wurde.

a) Sphärische Korrektur und Beseitigung der Koma.

	1:3,2	1:4,5
H_0	−0,112 [1])	+0,021
$^2/_3\ H_0$	+0,014	+0,035
$^1/_2\ H_0$	+0,016	—
$^1/_3\ H_0$	+0,0096	+0,018

Aus diesen Angaben ist sofort ersichtlich, daß für das Öffnungsverhältnis 1:3,2 noch künstliche Retusche einer Linsenfläche angewendet werden muß, die jedoch keine sonderlichen Schwierigkeiten bieten wird, da die Zone der Überkorrektion an den Rand des Objektivs gelegt ist. Wie nun die Erfahrung des praktischen Optikers lehrt, läßt sich durch künstliche Retusche der Fehler noch auf $^1/_{10}$ seines Betrages herabdrücken.

Für das Öffnungsverhältnis 1:4,5 ist, wie ersichtlich, überhaupt keine mechanische Retusche mehr notwendig, zumal die restierenden Fehler durch kleine Radienänderungen noch weiter gegen Null herabgesetzt werden können.

Um das bisherige günstige Ergebnis noch mehr hervortreten zu lassen, bilden wir die Durchmesser des geometrischen Zerstreuungsscheibchens sowie des theoretischen Beugungsscheibchens. Für eine mittlere Einstellungsebene gerechnet, ergeben sich folgende Werte:

OF	$D_{\text{geom.}}$	$D_{\text{beug.}}$
1:3,2	0,008	0,004
1:4,5	0,007	0,002

Dabei ist $D_{\text{beug.}}$ berechnet nach einer Formel, die sich ergibt aus der Lommelschen Theorie der Beugung an einer kreisrunden Öffnung, angewendet auf nichtsphärische Wellen:

$$D = c \cdot \frac{(f + \Delta) \cdot \lambda}{Ho},$$

worin H_0 den Radius der Objektivöffnung, $\Delta = \Delta_{\max} + \Delta_{\min}$ = Gesamtabweichung von einer mittleren Einstellungsebene bezeichnet, λ

1) Negatives Zeichen bedeutet Überkorrektion / Positives Zeichen bedeutet Unterkorrektion } Schnittweite/Achse minus Schnittweite/Rand



die Farbe des mittleren Strahles kennzeichnet und $c = 1,22$ ist.

Nun soll bei Spektrographenobjektiven $D_{geom.}$ den Wert 0,01 nur wenig oder gar nicht überschreiten, eine Forderung, welche nach Ausweis obiger Zahlenangaben auch noch für $f/3,2$ in vollauf befriedigender Weise erfüllt werden kann.

Um Aufschluß über die Beseitigung der sphärischen Aberration 1. Ordnung in schiefen Büscheln zu erhalten, wurden für einen Winkel α der das Büschel repräsentierende Hauptstrahl sowie die beiden zugehörigen Randstrahlen gerechnet. Es fand sich bei $\alpha = 7^0$ als restierender Betrag der Koma: **0,014** für das Öffnungsverhältnis 1 : 3,2.

b) Erfüllung der Sinusbedingung.

Einen Schluß, inwieweit der Erfüllung der Sinusbedingung Rechnung getragen ist, läßt folgende Zusammenstellung zu, welche für verschiedene Einfallshöhen die Werte der Quotienten aus dem Sinus des Eintrittswinkels an der 1. Fläche durch den Sinus des Austrittswinkels an der letzten Fläche enthält.

	I 1 : 3,2	II 1 : 4,5
H_0	2,1523	2,1577
$^2/_3\ H_0$	2,1583	2,1584
$^1/_2\ H_0$	2,1584	—
$^1/_3\ H_0$	2,1580	2,1575

Daraus geht deutlich hervor, daß das Sinusverhältnis über die ganze Öffnung hin konstant ist. Der Wert für die Zone H_0 in Kolumne I weicht zwar vom Mittelwert der übrigen drei Zonen um sechs Einheiten der 3. Dezimale ab, ein Fehler, der durch mechanische Retusche gleichzeitig mit dem Fehler gegen die Kugelgestalt gehoben wird. Jedenfalls aber ist die Einhaltung der Sinusbedingung vollauf zufriedenstellend.

c) Astigmatismus.

Eine mehr qualitative Forderung, die an Spektrographenobjektive in zweiter Linie zu stellen ist, betrifft den Astigmatismus. Um für unser Objektiv ein diesbezügliches Urteil zu gewinnen, vergleichen wir die für $\alpha = 7^0$ resultierende astigmatische Einstellungsdifferenz mit auf denselben Winkel bezogenen Werten bei moderneren photographischen Objektiven[1]). Es fand sich eine astigmatische Einstellungsdifferenz vom absoluten Werte 1,5. Wenn wir nun aber beachten, daß von dem noch jetzt in Gebrauch befindlichen Objektiven manche für dieselbe Neigung der schiefen Büschel $^2/_3$ des vorgenannten Betrages an Astigmatismus erreichen, so dürfte auch der erst in zweiter Linie in Betracht kommenden Forderung für unsere Zwecke hinreichend Genüge geleistet sein.

1) Nach den Kurvendarstellungen in M. v. Rohrs „Theorie und Geschichte des photogr. Objektivs", und A. Gleichen: „Lehrb. d. geom. Optik", S. 420 und 494, 1902.

2. Quarzoptik für Apparate mit einem Prisma.

Zweiteiliges System.

Platten- $\{i = 61^0$ ca. Einfache Linse als Kollimator
neigung $\{i = 41^0$ ca. Achromat „ „
Bildwinkel: $9,5^0$

Die folgenden Angaben beziehen sich sämtlich auf eine Objektivbrennweite $f = 100$ mm für die Wellenlänge der Linie $Cd_{17}: \lambda = 274,6\ \mu\mu$.

a) Sphärische Korrektur und Beseitigung der Koma.

1a.

Einfallshöhe	1 : 10	1 : 5
H_0	−0,015	+0,027
$^2/_3\ H_0$	−0,006	+0,018
$^1/_2\ H_0$	−0,002	+0,018
$^1/_3\ H_0$	−0,000	+0,013

1b.

O/F	$D_{geom.}$	$D_{beug.}$
1 : 10	0,001	0,007
1 : 5	0,005	0,003

Der sphärische Korrektionszustand ist also in beiden Fällen sehr gut. Es dürfte hiermit insofern ein Fortschritt erzielt sein, als bisher nur bis zur Lichtstärke $f/8$ die vorteilhafte Herstellung aberrationsfreier einfacher Quarzlinsen mittels mechanischer Retusche gelang[1]). Nach unseren Angaben läßt sich die Ausführung sphärisch korrigierter Objektive bis zum Öffnungsverhältnis 1 : 5 ev. noch 1 : 4 ohne Anwendung künstlicher Mittel bewerkstelligen.

Tabelle 1b zeigt wieder, daß, wie es nach dem sphärischen Korrektionszustand sein muß, die Objektive auch in bezug auf Größe des Zerstreuungskreises und der Beugungsscheibchen den Anforderungen gerecht werden.

Die sphärische Aberration außer der Achse, bestimmt für $\alpha = 6,5^0$, ist auch bei diesem Objektiv bis auf wenige Einheiten der zweiten Dezimale gehoben, so daß also einer infolge von Koma entstehenden Unschärfe bei größeren Bildwinkeln vorgebeugt ist.

Über den Verlauf des Sinusverhältnisses gibt folgende Tabelle Aufschluß:

	1 : 10	1 : 5
H_0	0,654	0,662
$^2/_3\ H_0$	0,653	0,658
$^1/_2\ H_0$	0,653	0,657
$^1/_3\ H_0$	0,653	0,656

1) H. Lehmann, Zeitschr. f. Instrkde. **24**, 231, 1904, und R. Steinheil, ebenda **29**, 256, 1909.

Die Forderung der Konstanz des Verhältnisses der Sinus konjugierte Achsenwinkel ist somit in beiden Fällen in befriedigender Weise erfüllt.

Bezüglich der astigmatischen Einstellungsdifferenz gilt dasselbe, was an der diesbezüglichen Stelle beim Glasobjektiv erwähnt ist.

§ 5. Abbildung des Spektrums in einer Ebene bei vorgenannten Objektiven.

Der Beweis, daß unsere Objektive tatsächlich den Zweck ihrer Konstruktion erfüllen, soll zunächst aus den Resultaten der trigonometrischen Durchrechnung erbracht werden. Wir bedienen uns hierbei aus praktischen Gründen der graphischen Darstellung. In einem kartesischen Koordinatensystem werden auf der Abszissenachse die Entfernungen der Brennpunkte der Strahlen beliebig gewählter Farben von der optischen Achse aufgetragen. Legen wir nun den Brennpunkt des Objektivs für den in der optischen Achse verlaufenden Strahl S_m einer mittleren Farbe in den Koordinatenanfang und in demselben eine Ebene senkrecht zur optischen Achse, so erhalten wir als Ordinaten des Systems die Abstände der Brennpunkte der Strahlen für die einzelnen Farben von dieser Ebene. Diese Darstellung ist analog derjenigen, welche J. Hartmann[1]) gegeben hat und wird aus Gründen größerer Genauigkeit gegenüber einem Polardiagramm und mit Rücksicht auf die spätere experimentelle Prüfung des Objektivs angewendet. Das folgende Diagramm gibt die Verhältnisse in natürlicher Größe wieder, wobei die Brennweite der mittleren Farbe zu $f = 195$ mm gewählt wurde.

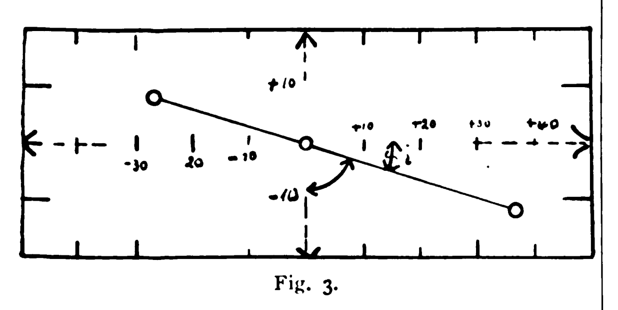


Fig. 3.

Glasobjektiv 1 : 3,2

Dabei sind als Werte für die Koordinaten erhalten.

x	y	
—26,72	+ 8,00	Plattenneigung
0	0	16,5°
+36,87	—12,15	

1) l. c. S. 260.

Aus der vorstehenden Kurvendarstellung ergibt sich sofort, daß die Abbildung des Spektrums in einer Ebene recht gut erreicht ist. Darnach wird vom Glasobjektiv bei einer Brennweite von $f = 195$ mm ein Spektralbereich von etwa 320 $\mu\mu$ auf einer Strecke von 66,6 mm scharf abgebildet.

Zum Vergleich mit den erhaltenen Resultaten geben wir in Figur 4 die Abbildungsverhältnisse wieder, wie sie sich bei einem gewöhnlichen nichtachromatischen Objektiv ohne Erfüllung unserer Ebnungsbedingung gestalten.

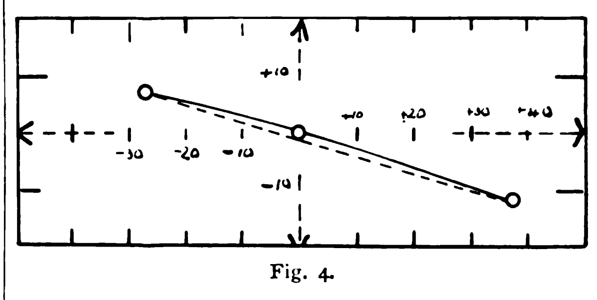


Fig. 4.

x	y	
—27,1	+ 7,04	
0	0	
+37,58	—11,99	

Es läßt sich eine deutliche Krümmung der Bildfläche erkennen. Der Biegungspfeil beträgt für $f = 200$ mm etwa 1,5 mm, der Radius der Krümmung 37,5 cm. Vergleicht man demnach die Kurven von Fig. 3 und 4, so geht daraus hervor, daß ein gewöhnliches chromatisches System für die Zwecke der völligen Ebnung des Spektrums nicht ausreicht.

Nach demselben Schema ist auch die Bildkurve für das System aus Quarz konstruiert. Die Werte der Koordinaten sind:

a)[1]) x	y	b) x	y	
—5,73	+ 6,58	—5,94	+10,44	Plattenneigung
0	0	0	0	41° bzw.
+9,94	—11,28	+9,22	— 17,69	61°

Das Gebiet scharfer Definition erstreckt sich etwa von der Mitte des sichtbaren Spektrums bis an den Bereich der Schumannstrahlen, umfaßt also ca. 250 $\mu\mu$.

Gegenüber der Anwendung einer einfachen Quarzlinse ist hieraus der Fortschritt ersichtlich. Nach H. Lehmann[2]) folgt für das in Betracht kommende Spektralgebiet ein Krümmungsradius von 22,2 cm bei einer Brennweite der Linse von

1) Tabelle a bezieht sich auf den Achromat, Tabelle b auf die einfache Linse als Kollimator.

2) Zeitschr. f. Instrkde. 22, 265, 1902.

$f = 100$ mm. Ein Vergleich mit der Farbenkurve eines achromatischen Quarz-Flußspatsystems[1]) zeigt die wesentliche Verbesserung, da ja bei solchen Objektiven Fokusdifferenzen bis zu 2 mm auftreten.

Die beschriebenen, auf Grund unserer Ebnungsbedingung konstruierten Objektivtypen erfüllen also in völlig zufriedenstellender Weise die Forderung: „Lage aller Brennpunkte auf einer zur Achse nicht allzu stark geneigten Geraden". Die experimentelle Bestätigung wird folgen, sobald die Beschaffung von Probeexemplaren ermöglicht ist.

§ 6. Wahl der Kollimatoroptik.

Bei den bisherigen Untersuchungen ist der Einfluß des Kollimators auf die Ebnung des Spektrums noch unberücksichtigt geblieben.

Bei Spektrographen mit Glasoptik wird als Kollimatorobjektiv ein Achromat verwendet. Freilich ist dabei eine möglichst vollkommene Achromasie erforderlich, wobei die Wahl der Farben von der Verwendung des Apparates abhängt. Erleichtert würde zwar die Herstellung möglichst vollkommener Achromasie, könnte man auch noch für hohe Lichtstärken Objektive mit vermindertem sekundären Spektrum verwenden. Allein es erweisen sich infolge zu starker Flächenkrümmungen die technischen Schwierigkeiten zu groß.

Was den Einfluß auf die Abbildung durch das Kameraobjektiv betrifft, so muß sich notwendigerweise die Farbenkurve des Achromaten der Bildkurve des Kameraobjektivs, in unserem Falle also der geraden Linie überlagern. Diese Superposition wird zwar eine geringe Abweichung von der Geraden zur Folge haben, deren Wirkung auf die Schärfe des Bildes über den ganzen Bereich der Abbildung, durch Aufsuchen einer mittleren Einstellungsebene bedeutend reduziert oder bereits in der Anlage der Ebnungsbedingung berücksichtigt werden kann, während bei Verwendung einfacher Linsen bzw. gewöhnlicher nichtachromatischer Objektive die Superposition von Farbenkurve und Dispersionskurve des Glases, bei Verwendung von zwei Achromaten die Additionswirkung der beiden Farbenkurven wesentlich sich geltend machen wird.

Für die Kollimatoroptik eines Quarzspektrographen kommt entweder die Linse kleinster sphärischer Aberration, oder ein Quarz-Flußspatachromat in Betracht. Über den Einfluß auf die Ebnung des Spektrums gilt das beim Glasspektrograph Gesagte, speziell aber sei hier verwiesen auf die Ausführungen von H. Lehmann[2]).

1) H. Th. Simon, Wied. Ann. **53**, 545, 1894.
2) Zeitschr. f. Instrumentenkunde **22**, 263f., 1902.

Ein besonderer Unterschied bei Anwendung dieser Systeme tritt darin hervor, daß die einfache Quarzlinse die Plattenneigung, d. h. den Winkel zwischen Plattennormale und optischer Achse von ca. 41° für den Achromaten auf 61°

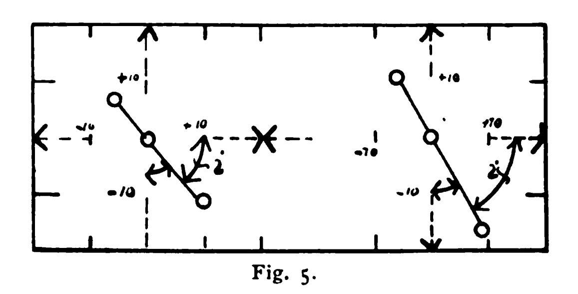


Fig. 5.

erhöht. In Figur 5 sind nach den Resultaten der trigonometrischen Durchrechnung beide Kurven eingezeichnet.

§ 7. Zusammenfassung und Schluß.

Es seien nochmals die Hauptergebnisse der mitgeteilten Untersuchung kurz zusammengestellt:

1. Es wird ein analytischer Ausdruck für die Abbildung des Spektrums in einer Ebene gegeben, welcher für ein zweilinsiges System die Abhängigkeit der Ebnung vom Brennweitenverhältnis der Einzellinsen erkennen läßt. Letzteres ist eine Funktion des Luftabstandes und gewisser Apparatkonstanten.

2. Aus den der Ableitung der Ebnungsbedingung zugrunde liegenden Annahmen folgt eine Formel für die Plattenneigung in den drei Fällen:
  a) Prismen- und Linsensystem bestehen aus einheitlichem Material;
  b) Material des Prismen- und Linsensystems sind verschieden, letzteres aber für sich einheitlich;
  c) das zweiteilige Linsensystem besteht aus verschiedenen Glassorten.

3. Unter Einführung der Ebnungsbedingung bestimmen sich aus den angegebenen vier Gleichungen die Krümmungen bzw. Radien des Linsensystems in eindeutiger Weise. Nach Ausweis der trigonometrischen Durchrechnung ist das Resultat der Untersuchung:

Für Glasspektrographen läßt sich ein dreiteiliges, sphärisch korrigiertes, komafreies Kamera-Objektiv bei strenger Erfüllung der Sinusbedingung konstruieren, das bei einem Öffnungsverhältnis 1 : 3,2 die scharfe Abbildung des Spektrums in einer Ebene für einen Bildwinkel von fast 20° ermöglicht. Der geringe restierende Betrag des Zonenfehlers am Rande kann ohne Schwierigkeit durch mechanische Retusche

beseitigt werden. Letztere ist bei einer Lichtstärke von 1 : 4,5 überhaupt nicht mehr notwendig, was gegenüber dem Typus von K. Schwarzschild jedenfalls ein nicht zu unterschätzender Vorteil ist. Untersuchungen über weitere Erhöhung der Lichtstärke sowie über Objektive für Einprismenspektrographen werden zurzeit durchgeführt.

Ebenso läßt sich für Quarzspektrographen mit einem Prisma ein derartiges System in sehr gutem Korrektionszustande bis zum Öffnungsverhältnis 1 : 4 herstellen. Gegenüber der bisherigen Verwendung einfacher Linsen (mit kleinster sphärischer Aberration oder plankonvex) ist mit Rücksicht auf die Beseitigung der genannten Bildfehler und die Ebnung sicher ein Fortschritt erzielt.

Die Ergebnisse der Untersuchung für Apparate mit zwei Prismen werden später veröffentlicht werden.

Zum Schluß möchte ich Herrn Prof. Dr. R. Steinheil für die Anregung zur Untersuchung dieses Problems, Herrn H. Gretschmann für die freundliche Unterstützung bei Ausführung der numerischen Rechnungen meinen besten Dank aussprechen.

München, im Februar 1915.

(Eingegangen 23. Februar 1915.)

Eine Methode zur Darstellung der Stromkurven hochgespannter Ströme.

Von F. Janus und F. Voltz.

Sobald es sich darum handelt, einem größeren Hörerkreis die Entladungsvorgänge in Hochspannungssystemen zu demonstrieren, oder diese Vorgänge während des Betriebes eines Apparates, sei es eine Hochspannungsmaschine, sei es ein Röntgenapparat, sei es sonst irgendeine in Betracht kommende Vorrichtung zu verfolgen, versagen die bisherigen Methoden der Darstellung.

Allgemein verwandte man in diesen Fällen zur Darstellung dieser Kurven bis jetzt die sogenannten Glimmlicht-Oszillographenröhren verschiedener Konstruktion. Diese Röhren ordnete man an entsprechender Stelle vor einem rotierenden Spiegel an. Das Glimmlicht der Röhre wurde dann in bekannter Weise durch die schnelle Rotation des Spiegels in das Kurvenbild auseinander gezogen. Der Nachteil dieser Methode war aber der, daß das im Spiegel erscheinende Kurvenbild nur von bestimmten Punkten aus und auch da nur wieder in Teilerscheinungen und als flackerndes Bild zu beobachten war. Die Demonstration bzw. die Beobachtung der Entladungsvorgänge mußte dabei außerdem im absolut verdunkelten Raume stattfinden, da das Glimmlicht im Spiegel eine große Lichtschwächung erleidet und infolgedessen bei störenden Lichterscheinungen nur schwer zu beobachten ist.

Es bestand somit das Bedürfnis nach einem Apparat, der es gestattet, die Stromkurven und damit die Entladungsvorgänge in Hochspannungskreisen von jeder beliebigen Stelle eines mäßig verdunkelten Raumes aus in ihren feinsten Veränderungen verfolgen zu können. Diese Notwendigkeit bestand gerade beim Betriebe von Röntgenapparaten, wo die Möglichkeit, den Entladungsvorgang auch an der jeweiligen Veränderung der Glimmlichtkurven verfolgen zu können, zu mancherlei Rückschlüssen auf die einzelnen Vorgänge berechtigt.

Dies veranlaßte uns, Versuche in dieser

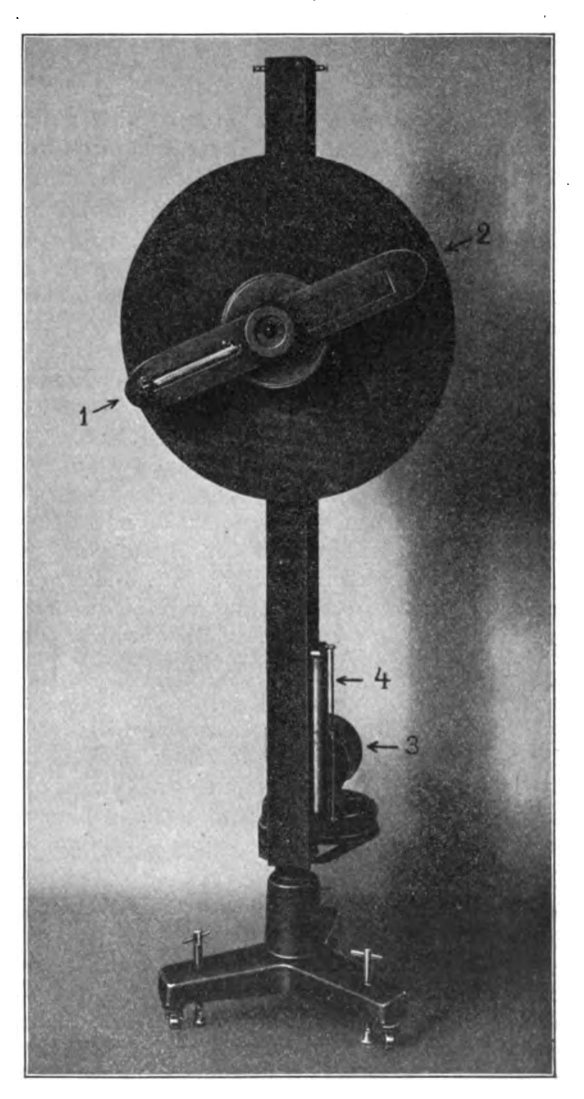


Fig. 1.

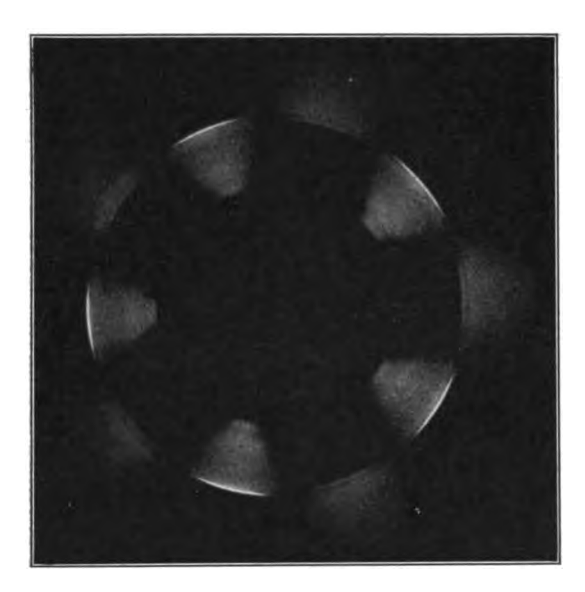



Fig. 2.



Fig. 3.

Richtung anzustellen. Der im folgenden näher beschriebene Apparat stellt das Resultat unserer Arbeiten dar.

Eine Glimmlichtröhre 1 (Fig. 1) besonderer Konstruktion ist versenkt in einem Flügel 2 eingebaut und zwar so, daß die Glaswand der Röhre mit dem Flügel zusammen eine Fläche bildet, und damit der Luft keinen Widerstand bieten kann. Der Flügel 2 wird durch einen besonderen Motor 3 in rasche Rotation versetzt. Die Tourenzahl des Motors ist durch einen Regulierwiderstand 4 beliebig fein einstellbar. Die Zuleitungen des Hochspannungskreises zu den beiden Polen der Glimmlichtröhre erfolgen durch die metallene Flügelachse einerseits und durch einen mit dem anderen Pol der Glimmlichtröhre verbundenen Schleifring andererseits. Die Stromzuführung zu dem Schleifring erfolgt dadurch, daß auf dem Ring eine Kohlebürste schleift, die mit dem Hochspannungskreis in leitender Verbindung steht.

Der Flügel kann also während des Betriebes der Glimmlichtröhre in rasche Rotation versetzt werden. Dadurch wird dann das Glimmlicht zum Kurvenbild auseinandergezogen.

Die beiden folgenden Abbildungen zeigen derartige Kurvenbilder. Sie sind mit einem gewöhnlichen photographischen Apparat aufgenommen, wobei es allerdings sehr erwünscht ist, wenn die Lichtstärke des verwandten Objektivs ziemlich groß ist, da es sich bei der Aufnahme ja um Lichterscheinungen handelt, die einen ziemlich großen Anteil von Strahlen besitzen, die photographisch wenig wirksam sind.

Fig. 2 zeigt das Bild eines hochgespannten sinusförmigen Wechselstroms, der einem eisengeschlossenen Transformator entnommen ist.

Fig. 3 zeigt die Entladungskurve eines Funkeninduktoriums mit Motorunterbrecher. Hier war in den Hochspannungskreis mit der Glimmlichtröhre eine Röntgenröhre in Serie geschaltet. Leider gibt bei dieser Abbildung das Photogramm nicht alle jene Feinheiten wieder, die tatsächlich zu beobachten sind.

Dadurch, daß man stets eine ganze Reihe von Entladungskurven beobachten kann, ist man bei der Feststellung von Veränderungen jeweils nicht nur auf Teilerscheinungen beschränkt, sondern kann diese Veränderungen im Zusammenhang mit anderen studieren.

Die oben beschriebene Vorrichtung kann auch synchron mit dem Unterbrecher eines Induktoriums oder dem Motor eines Hochspannungsapparates betrieben werden.

In diesem Falle werden die Kurven dann in ihrer wahren Größe zu beobachten sein und vor dem Auge des Beschauers stehen bleiben. Man kann also ihren tatsächlichen Verlauf feststellen, da längeres ungestörtes Betrachten möglich ist, und die Kurven auch ohne besondere Schwierigkeiten photographisch festzuhalten sind. Dabei ist aber zu beachten, daß infolge der radialen Entstehungsform, welche verschiedene Umfangsgeschwindigkeiten bedingt, kleine Verzerrungen auftreten, die jedoch an der Charakteristik selbst nichts ändern.

Wird die Vorrichtung nicht direkt synchron angetrieben und soll trotzdem das Kurvenbild stehen bleiben, um es eventuell photographisch festzuhalten, so müssen selbstverständlich die

Umlaufzahlen des rotierenden Systems des Kurvenanalysators in einem bestimmten Verhältnis zu dem System des Hochspannungskreises stehen. Das Verhältnis drückt sich dabei durch eine ganze gerade Zahl aus. Die Regulierung erfolgt in diesem Falle durch den in der Beschreibung erwähnten Widerstand, der in den Motorkreis eingeschaltet ist.

Der beschriebene Apparat wird von der Reiniger, Gebbert & Schall-A.-G. Erlangen hergestellt.

München, im März 1915.

(Eingegangen 26. März 1915.)

BESPRECHUNGEN.

G. Tammann, Lehrbuch der Metallographie. Chemie und Physik der Metalle und ihrer Legierungen. gr. 8. XVIII u. 390 S. mit 205 Textabbildungen. Leipzig und Hamburg, Leopold Voss. 1914. M. 19.—, gebunden M. 20.—

Aus der großen Zahl der in den letzten Jahren erschienenen metallographischen Handbücher tritt das Tammannsche Werk dadurch besonders hervor, daß die Darstellung des Gegenstandes von dem bisher befolgten Schema wesentlich abweicht. Verfasser beschränkt sich keineswegs auf die Darstellung der thermischen und mikrographischen Analyse der Metalle und Legierungen, sondern er behandelt auf weiter Grundlage die physikalischen Konstanten einschließlich der technisch wichtigen Materialeigenschaften. Hierdurch gelingt es ihm zu zeigen, wie die moderne metallographische Forschung auch auf die übrigen Gebiete der physikalischen Untersuchung von Metallen und Legierungen befruchtend gewirkt hat, und auf welchen Wegen die Technik weiteren Nutzen aus der physikalisch-chemischen Erforschung der Metalle und Legierungen ziehen kann.

Die Einteilung des Werkes erfolgt nach der Anzahl von Komponenten in Ein-, Zwei- und Dreistoffsysteme.

Bei der Darstellung der Einstoffsysteme wird zunächst der Vorgang der Kristallisation behandelt, zu dessen Kenntnis Verfasser selbst mit die wichtigsten Grundlagen geschaffen hat. Hieran anschließend folgt eine eingehende Darstellung des Einflusses, den die Kaltbearbeitung auf die Eigenschaften der Metalle ausübt. Trotzdem dieses Gebiet experimentell schon ziemlich weitgehend erforscht ist, fehlt es zurzeit noch an einer befriedigenden Theorie über die Erklärung dieser eigenartigen Vorgänge. Insbesondere von Seiten englischer Forscher wird die Theorie des amorphen Zustandes der Metalle vertreten. Sie besteht in der Annahme, daß durch die Formveränderung eines gegebenen Metallstückes bei gewöhnlicher Temperatur eine gewisse Menge des Metalles in den amorphen Zustand übergeht, während der Rest unverändert bleibt. Amorphe Metalle sind hart und spröde. Je größer der Betrag des Metalles ist, der infolge der Deformation in den amorphen Zustand übergegangen ist, um so stärker sind die Eigenschaften des deformierten Metallstückes verändert. Durch das Ausglühen kehrt das amorphe Metall wieder in den kristallinischen Zustand zurück. Wenn auch diese Theorie imstande ist, eine gewisse Anzahl von Erscheinungen zu erklären, so versagt sie in vielen anderen Fällen. Verfasser weist nun darauf hin, daß auch bei Kristallindividuen sehr weitgehende Deformationen möglich sind. Neuerdings ist von Boeker durch Versuche der Nachweis geführt worden, daß beispielsweise der Marmor unter geeigneten Bedingungen ein ähnliches Spannungs-Dehnungsdiagramm beim Zug ergibt wie Zink und andere Metalle. Verfasser nimmt nun an, daß die Kaltbearbeitung bzw. die Deformation bei gewöhnlicher Temperatur bei den Metallen ähnliche Vorgänge sind, wie die Formänderungen von Kalkspatkristallen unter Entstehung von Zwillingslamellen und Translationsstreifungen (Gleitlinien). Bei der Metalldeformation tritt ähnliches ein. Insbesondere wird die bleibende Deformation nur dadurch zustande kommen, daß Gleitlinien in den einzelnen Kristallen entstehen. Je mehr Gleitlinien vorhanden sind, umso stärker ist das Material verändert worden. Auch diese Theorie bedarf natürlich eines weiteren Ausbaues, bevor sie imstande ist, sämtliche Fragen der Metalldeformation zu beantworten. Jedenfalls ist der Vorteil erreicht, daß man nicht mehr von der fest begründeten Auffassung abzugehen braucht, daß die Metalle kristallinische Aggregate sind.

Im zweiten Teile des Werkes werden die Zweistoffsysteme und bei diesen in erster Linie die Zustandsdiagramme besprochen. Verfasser führt die wichtigsten Zustandsdiagramme auf acht Grundtypen zurück, die der Reihe nach ausführlich besprochen werden. In sehr anschaulicher Weise werden die Flächen des Wärmeinhalts beim Übergang aus einem Zustand in den anderen durch die Abbildung von Gipsmodellen dargestellt. Nach einem kurzen Hinweis auf die Durchführung der thermischen und mikroskopischen Analyse folgt eine eingehende Behandlung der Reaktionen im festen Zustande, der Fähigkeit der Metalle, Verbindungen und Mischkristalle zu bilden, sowie der Diagramme einer Anzahl technisch wichtiger Legierungen, und zwar hauptsächlich derjenigen des Eisens und des Kupfers.

In den Streit um das Zustandsdiagramm der Eisen-Kohlenstofflegierungen führt Verfasser einige neue Gesichtspunkte ein. Er nimmt an, daß die Unterkühlung bei der Erstarrung sich nicht nur auf die Linie des Eisenkarbids und Ledeburits erstreckt, sondern daß auch unterkühlte Mischkristalle entstehen können. Die Folgen dieser Unterkühlung sind übersättigte Mischkristalle. Nach der Auffassung des Verfassers wäre die Lage der Liquiduslinie in diesem Falle eine tiefere, die der Soliduslinie dagegen eine höhere, als bei dem gewöhnlichen Diagramm. Es würde demnach mit steigender Unterkühlung dieser Mischkristalle der Kohlenstoffgehalt der zuerst abgeschiedenen Mischkristalle ein höherer sein, als bei nicht unterkühlten Mischkristallen.

Bei der Umwandlung der festen Lösung in Perlit sind bekanntlich eine ganze Reihe von Zwischenstufen beobachtet bzw. beschrieben worden, von denen die wichtigsten Martensit, Troostit, Osmondit und Sorbit sind. Verfasser versucht, zwei von diesen, den Martensit und den Osmondit in dem Zustandsdiagramm unterzubringen, indem er das von einigen Forschern beobachtete treppenförmige Aussehen des Perlithaltepunktes zur Erklärung mit heranzieht. Es würden hiernach bei zwei verschiedenen Temperaturen Umwand-

lungen stattfinden, und zwar würde bei der ersten die feste Lösung in Martensit, und bei einer tieferliegenden Temperatur der Martensit in Osmondit bzw. Perlit übergehen. Diese Theorie ist bei künftigen experimentellen Untersuchungen über das System Eisen-Kohlenstoff zu berücksichtigen, da nunmehr die Frage entsteht, weshalb in den meisten Fällen die Perlitumwandlung den vom Verfasser hervorgehobenen Charakter nicht erkennen ließ. Weiterhin darf nicht vergessen werden, daß die Zwischenstufen zwischen fester Lösung und Perlit zum großen Teil weniger infolge ihrer bestimmten Eigenschaften als hauptsächlich infolge der Unzulänglichkeit unserer optischen Hilfsmittel eingeführt worden sind. Auch bei den Zweistoffsystemen wird der Besprechung der übrigen physikalischen Eigenschaften spezifisches Volumen, spezifische Wärme, Magnetismus, Härte, Spannung, Leitvermögen, Thermoelektrizität ein weiter Raum gewährt. Es ist sehr zu begrüßen, daß alle diese Eigenschaften im Zusammenhang mit den Zustandsdiagrammen eine eingehende gleichmäßige Berücksichtigung erfahren, da es nur auf diesem Wege in Zukunft möglich sein wird, der zahlreichen Widersprüche, die noch zwischen der rein physikalischen Erforschung der Metalle und Legierungen einerseits und den metallographischen Forschungsergebnissen andererseits bestehen, Herr zu werden.

In ähnlicher Weise werden im dritten Teile die Dreistoffsysteme und die Phasenregel behandelt. Eine Literaturübersicht gibt über die bisher untersuchten Dreistoffdiagramme Auskunft.

Schon der Name des Verfassers bürgt dafür, daß derjenige, der sein Wissen auf dem Gebiete der Metallographie, oder richtiger, der Theorie der Metallkunde, vertiefen will, in diesem Buche alles Wissenswerte finden wird.

Ein besonderer Vorteil des Werkes besteht in der elementaren Darstellung des Gegenstandes, die auch demjenigen zugänglich ist, dem die mathematische Behandlung derartiger Fragen ungewohnt ist. Infolgedessen wird das Werk sehr bald überall zu finden sein, wo ernstes Streben auf metallographischem Gebiete vorhanden ist. P. Goerens.

E. Liebreich. Rost und Rostschutz. (Sammlung Vieweg, Heft 20.) 8. 112 S. mit 22 Textabbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1914. M. 3.20

Der größere Teil dieser Zusammenfassung unserer derzeitigen keineswegs abgeschlossenen Kenntnisse über den Rost ist, nach vorangegangener kurzer Berührung einiger älterer chemischer Theorien, der Erörterung der Rostbildung auf elektrochemischer Grundlage gewidmet; er umfaßt Kapitel über aktives und passives Eisen (in welch letzterem namentlich die Kritik der diesbezüglichen F. Försterschen Ansichten auffällt), den Wasserstoffgehalt und Lösungsdruck des Eisens, seine Stellung in der Spannungsreihe, die Beeinflussung der Aktivität durch Chloride und Schutzschichten, die Potentiale und den Angriff in Elektrolyten. Dann erst schließen sich die Besprechungen über das Verhalten verschiedener Eisensorten, über die Prüfung auf Rostangriff und über die Methoden des Rostschutzes an. — Verf. sieht den Zweck seines Buches erfüllt, wenn es Anregung zu neuem Beobachten und Forschen gibt. Das mit Klarheit, Übersichtlichkeit und völliger Beherrschung der theoretischen Grundlagen geschriebene Werk, das bezüglich des letzten Punktes auch gewisse Mindestanforderungen an den Leser stellt, kann auch für den der wissenschaftlichen Denkweise nicht völlig unzugänglichen Praktiker von Nutzen sein.

Gustav F. Hüttig.

Berichtigung

zu dem Aufsatz: „Über die Energie der Elektronenemission glühender Körper" von A. Wehnelt und E. Liebreich.

Herr O. W. Richardson hat uns freundlichst auf ein Versehen in den Zitaten unserer Abhandlung mit obiger Überschrift (diese Zeitschr. **15**, 548—558, 1914) aufmerksam gemacht. Zwei Arbeiten, die dort nur unter dem Namen des Herrn O. W. Richardson allein angeführt sind, haben in Wirklichkeit die Herren H. L. Coocke und O. W. Richardson (Phil. Mag. [6] **25**, 624, 1913 und ebenda [6] **26**, 472, 1913) zu Verfassern.

Berlin, Physik. Institut der Universität, April 1915.

Tagesereignisse.

Die **Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte** hat durch den Tod von Prof. Dr. Eberhard Fraas ihren hochverdienten Vorsitzenden verloren. Fraas wirkte als Konservator des Kgl. Naturalienkabinetts in Stuttgart und hat sich durch seine wissenschaftlichen Arbeiten, die hauptsächlich auf dem Gebiete der Geologie und Paläontologie lagen, Weltruf erworben. Der plötzliche Tod des Gelehrten ist sicherlich eine Folge der großen Anstrengungen, denen er sich bei seinen Forschungen in Ostafrika ausgesetzt hatte. Besonders tragisch ist es, daß, während er den Tod auf dem Felde der Wissenschaft erlitt, sein einziger Sohn auf dem Felde der Ehre fürs Vaterland fiel.

Der Vorsitz der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte geht auf den ersten stellvertretenden Vorsitzenden Prof. Dr. Fritz von Müller-München über.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Dr. H. D. Haskins in Cleveland Ohio zum ord. Professor der physiologischen Chemie an der Universität von Oregon an Stelle des in den Ruhestand getretenen Professors Dr. J. M. Connolly, der Lektor am höheren Lehrerinnenseminar in Stockholm Dr. C. F. Kullgren zum Professor der chemischen Technologie an der Technischen Hochschule Stockholm, der Associate Professor an der Philippinen-Universität in Manila Dr. Horace G. Deming zum ord. Professor der Chemie ebenda, der Privatdozent für Physik an der Universität Wien Dr. K. Schwarz zum a. o. Professor ebenda.

Verliehen: den Privatdozenten der Chemie an der Universität Heidelberg Dr. Ernst Muckermann und Dr. Ernst Müller der Titel Professor.

Preise: Dr. Irving Langmuir vom Forschungslaboratorium der General Electric Co. in Schenectady N. Y. die William H. Nichols-Medaille der American Chemical Society.

In den Ruhestand: der ord. Prof. für Darstellende Geometrie an der böhmischen Technischen Hochschule in Prag Dr. Čeněk Jarolimek (unter Verleihung des Titels Hofrat).

Gestorben: der ord. Professor der Chemie an der Universität Otago-Dunedin (Neuseeland) James G. Black, der ord. Professor der chemischen Technologie an der Universität Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Otto N. Witt, der Privatdozent für Chemie der seltenen Elemente an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Otto Hauser, der ord. Professor der Chemie an der Universität Krakau Hofrat Dr. Karl Olszewski, der a. o. Professor für Mechanik an der Technischen Hochschule Braunschweig Schulrat Dr. Alexander Wernicke, der amerikanische Chemiker Dr. Charles J. Eames in Newyork, der emer. Professor für Mathematik und Physik an der Hochschule für Bodenkultur in Wien Dr. Oskar Simony.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Max Born in Berlin. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

# PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 8. 15. April 1915. Redaktionsschluß für No. 9 am 24. April 1915. 16. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Schwingungen von stromdurchflossenen Drähten.

Von Franz Streintz.

Leitet man durch einen freihängenden Platinfaden Wechselstrom, so gerät er in Transversalschwingungen, die besonders auffallend werden, wenn der Faden in Glut gerät[1]). Es entsteht die naheliegende Frage, ob man die entstehenden Klänge, deren Zerlegung in Teiltöne mit Hilfe des Auges vorgenommen werden kann, nicht auch dem Ohre vernehmlich machen kann. Die Lösung bietet nicht die geringste Schwierigkeit. Es handelt sich nur darum, die schwingende Masse in entsprechender Weise zu vergrößern. An Stelle der feinen Faden treten Eisendrähte mit Durchmessern von 0,3, 0,6 und 1,5 mm und Längen von 2 × 75 cm bis 2 × 175 cm. Schon wenn der an seinen Enden aufgehängte mit einem Gewicht in der Mitte beschwerte Draht von einem massiven eisernen Stativ, das ein Brettchen mit den Zuleitungsklemmen trägt, gehalten wird, kann man ein tiefes Summen vernehmen, sobald Wechselstrom den Draht durchfließt. Ersetzt man dagegen das schwere Stativ durch eine leichte Holzsäule, die auf einer dünnwandigen Kiste von weichem Holz aufgeschraubt ist, dann wird der Klang gut vernehmbar. Es stellt sich zunächst heraus, daß die Tonhöhe sich nicht ändert, wenn der wechselstromdurchflossene Draht stärker oder schwächer, länger oder kürzer ist, mehr oder weniger durch das in der Mitte aufgehängte Gewicht belastet wird.

Dagegen nimmt die Stärke des erzeugten Klanges mit der Masse des Drahtes und seiner Belastung zu, desgleichen wächst sie mit der Stromstärke. Die kräftigsten Klänge waren mit vier zu zweit parallel geschalteten Drähten von 1,5 mm Durchmesser und einer Länge von je 2 × 175 cm zu erhalten. Als Belastung geeignet wurden Gewichte von 2 kg befunden. Die Temperatur der Drähte liegt nahe an Rotglut bei einer Spannung von 54 Volt und einer Stromstärke von 40 Amp.

Der entstehende Klang kann zuweilen als musikalisch bezeichnet werden, da neben dem kräftig einsetzenden Grundton die harmonischen Obertöne in verschiedener Abstufung ihrer Stärke im allgemeinen überwiegen. Da die Elastizität des Drahtes von der Temperatur wesentlich beeinflußt wird und Stromschwankungen unvermeidlich sind, weil die Wechselstrommaschine von einem an das städtische Netz angeschlossenen Elektromotor betrieben wird, so unterliegt der Charakter des Klanges mannigfachem Wechsel. Bei der gebräuchlichen Tourenzahl des Motors liegt der Grundton nahe dem *E*. Mit Hilfe eines Satzes von Koenigschen Resonatoren mit veränderlichem Auszug wurde der Klang zerlegt und die Stärkeverhältnisse seiner Teiltöne geschätzt. Die Ergebnisse weichen sehr voneinander ab. Als Probe diene folgende Angabe einer Bestimmung, bei der das musikalische Ohr recht gut auf seine Kosten kam, was nicht immer der Fall ist.

Teiltöne	1	2	3	4	5
Tonhöhe	*E*	*e*	*h*	*e'*	*gis'*
Tonstärke	—	mittelkräftig	schwach	mittelschwach	kräftig
Teiltöne	6	7	8	9	10
Tonhöhe	*h*	bei *d''*	*e''*	bei *fis''*	*gis''*
Tonstärke	mittelkräftig	mittelkräftig	kräftig	schwach	mittelschwach.

Mit abnehmender Belastung tritt der Grundton immer mehr zurück, einige Teiltöne beginnen zu überwiegen. Versetzt man das belastende Gewicht in Pendelschwingungen, so entstehen rhythmische Motive. Auf dem *E* baut sich das Sätzchen *h* — *e'* — *h* auf. Sanft anschwellend und wieder versinkend gesellt sich das *gis'* als Flötenton hinzu: das Wogen des Rheins.

Der erste unharmonische Teilton bei *d''* ist

1) F. Streintz u. A. Wesely, diese Zeitschr. 16, 85, 1915. Die Tafeln III und IV der Figuren enthalten eine Reihe von Verwechslungen. Fig. 1 auf Tafel III wurde verkehrt angeordnet, die Fig. 5 entspricht der Fig. 3, 3 dagegen 5 und 4 der Fig. 7. Auf Tafel IV ist 7 durch 4 zu ersetzen.

der durchdringende Ton der Maschine. Erst mit Hilfe der Resonatoren können auch die anderen Teiltöne im Maschinenraume wahrgenommen werden.

Wird die Tourenzahl des Motors bei Einstellung auf die weiteren Kontakte erhöht, dann erhält man F bis A in etwas größeren als chromatischen Intervallen als Grundtöne. Dementsprechend erhöht sich der überwiegende Maschinenton von ungefähr es'' bis auf g''.

Man kann die Klänge auch, wie die Schwingungen der Platinfaden, sichtbar machen. Ein Draht aus Platin-Iridium (90 v. H. *Pt*, 10 *Ir*) mit einem Durchmesser von 0,5 mm und einer Länge von 155 cm hat sich als vorzüglich geeignet erwiesen. Er wurde an einem Ende mit einer der von der Holzsäule getragenen Klemmen verbunden, sein anderes Ende hing frei herab und erhielt dort die Zuleitung. Bei einer Spannung von 40 Volt und einer Stromstärke von 6—7 Amp. befindet sich der Draht in Gelbglut. Es entsteht eine größere Zahl von Knoten, die in der Nähe gut erkenntlich sind. Bringt man einen Schwingungsbauch in ein magnetisches Feld, dann werden die stehenden Schwingungen auch auf größere Entfernungen sichtbar. Nähert man das Ohr der Resonanzkiste, so vernimmt man deutlich den Grundton E. Er tritt stärker hervor, wenn man den Draht mit 200 g belastet. Die Zahl der Knoten nimmt ab, sie beträgt nunmehr vier. Mit Hilfe des Magnetes läßt sich erreichen, daß bald der Grundton, bald einer der ersten Obertöne kräftiger erklingt je nach der Stelle, an der der Magnet eingreift. Das Feld dreht die Schwingungsebene bald rascher, bald langsamer. Dann erklingt der Grundton oder erste Oberton stoßweise. Es gewährt Vergnügen, die verschiedenen dem Drahte entlockten Töne gleichzeitig hören und sehen zu können.

Bevor ein Versuch der Erklärung der Erscheinung gemacht wird, sei besonders hervorgehoben, daß ein Platinfaden ebenfalls in Transversalschwingungen gerät, wenn er etwa mit Hilfe einer elektromagnetischen Stimmgabel durch periodisch unterbrochenen Gleichstrom in Glut versetzt wird. Der von einer Gleichstrommaschine erzeugte Strom ist gleichfalls geringen periodischen Stromschwankungen unterworfen. Die mit einem derartigen Strom im Platinfaden erhaltenen Knoten in Fig. 2 der erwähnten Arbeit finden somit eine einfache Erklärung.

Aus den Angaben dürfte ziemlich unzweideutig hervorgehen, daß die Schwingungen erzwungen sind. Die Ähnlichkeit mit dem bekannten Meldeschen Versuch ist unverkennbar. An Stelle der Stimmgabel tritt die Wechselstrommaschine, die Schnur ist durch den Draht ersetzt. Nur stehen Maschine und Draht nicht unmittelbar, sondern erst durch die Zuleitung in Verbindung.

In der wiederholt erwähnten Mitteilung wurde erwähnt, daß ein an den Enden aufgehängter, in der Mitte belasteter Platinfaden Pendelschwingungen ausführt, wenn er von Gleichstrom, den auch Akkumulatoren liefern können, gespeist wird. Abwechselnde Längenänderungen an beiden Hälften, hervorgerufen durch Schwankungen in der Temperaturverteilung, wurden als die wahrscheinliche Ursache der Schwingung angesehen. Fließt Wechselstrom durch einen Draht, so erfolgt dessen Erwärmung in periodischen Zwischenräumen. Damit stehen Längenänderungen des Drahtes von gleicher Periode im Gefolge, die auf den Resonanzboden der Kiste Stöße erzeugen. Es entstehen Longitudinalwellen und diese lösen, wahrscheinlich erst auf dem Wege über die erregte Luftsäule, die Transversalschwingungen aus. Es wäre die Erscheinung demnach auf den sogenannten Longitudinal-Effekt von Melde zurückzuführen.

Schaltet man eine Drahtspule in den Stromkreis und taucht ein Eisenbündel von 8 cm Durchmesser bis zu ungefähr einem Drittel der Spulenhöhe hinein, dann wird der Klang noch mächtiger. Es entstehen posaunenartige Stöße, die die ganze Umgebung erzittern machen. Ich glaube mich nicht zu irren, daß bei dieser Anordnung auch das Kontra-E verklingt. Der in der Nachbarschaft aufgehängte, mit 200 g belastete Platin-Iridium-Draht wird im stromlosen Zustande zu lebhaften stehenden Wellen mit vier Knotenpunkten angeregt.

Graz, Ostern 1915.

(Eingegangen 25. März 1915.)

Ein mechanisches Modell gekoppelter elektrischer Schwingungskreise.

Von Walther Deutsch.

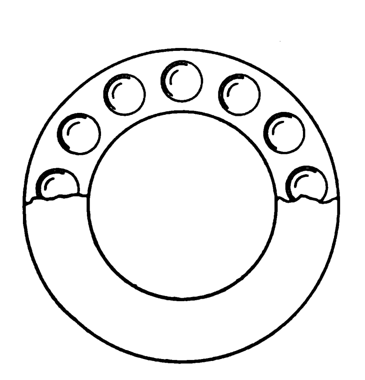
Die allgemeine Gültigkeit der Lagrangeschen Differentialgleichungen der zyklischen Systeme, sowohl für mechanische als auch für elektrische Schwingungsvorgänge hat zu einer großen Zahl von mechanischen Modellen geführt, die den elektrischen Vorgang der Anschauung näher bringen sollen. Hierher gehört z. B. das „sympathische Pendel" von A. Oberbeck[1]) und der „mechanische Transformator" von G. Mie[2]); ferner die mechanischen Vorrichtungen

1) Siehe z. B. E. Warburg, Physik, 1915. S. 382.
2) G. Mie, Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus. 1910.



zur Darstellung der Schwingungsvorgänge in langen Leitungen[1]). Neben dem Zweck, die Anschauung zu fördern, versprechen besonders die zuletzt genannten Modelle der Elektrotechnik insofern zu nützen, als ihre konstruktive Durchbildung auch der quantitativen Auswertung der Beobachtungen gerecht wird. Dadurch wird es möglich, Fragen aufzuwerfen und experimentell zu beantworten, die auf analytischem Wege überhaupt nicht, oder doch mit großer Schwierigkeit lösbar sind. Im folgenden soll eine einfache Vorrichtung beschrieben werden, die es gestattet, auch quantitative Schlüsse in bezug auf das Verhalten induktiv gekoppelter Stromkreise bei beliebigen Anfangsbedingungen zu ziehen. Ein solcher Apparat ist im übrigen auch geeignet, als „mechanischer Transformator" in ein mechanisches Kabelmodell eingebaut zu werden.

Der wesentlichste Bestandteil dieses Modells ist käuflich; er ist nämlich ein normales Kugellager, und zwar ein Drucklager (Fig. 1).



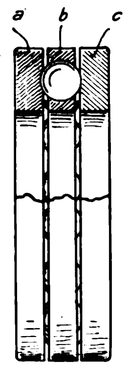


Fig. 1.

Die Trägheit der mittleren der drei Scheiben *a*, *b*, *c*, des sogenannten Kugelkorbes bzw. einer auf diese Scheibe aufgesetzten Masse stellt die gegenseitige Induktivität der beiden Stromkreise, die Trägheit der beiden äußeren Scheiben (bzw. der darauf gesetzten Massen), die Selbstinduktivität des entsprechenden Kreises dar. Da man durch Wirbelstromdämpfung nach Art der in den Elektrizitätszählern und ähnlichen Apparaten verwendeten Anordnung sehr genau Proportionalität zwischen aufzuwendendem Drehmoment und Winkelgeschwindigkeit erreichen kann, wird diese als Analogon des Dämpfungswiderstandes gebraucht werden können. Die Proportionalität zwischen dem Drehmoment einer Spiralfeder und dem Verdrehungswinkel erlaubt es ferner, derartige Federn als Analoga der in den Stromkreisen vorhandenen Kondensatoren zu verwenden. Es entspricht dabei die Direktionskraft dem reziproken Werte der Kapazität. Man gelangt so zu einem einfachen Modell, das schematisch in Fig. 2 wiedergegeben ist.

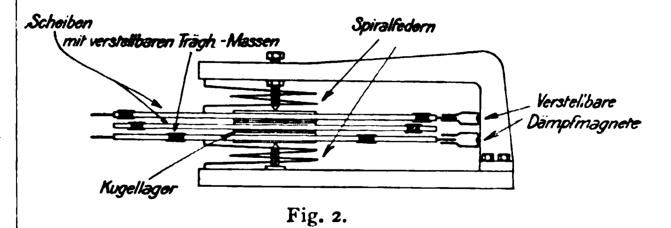


Fig. 2.

Fig. 3 zeigt ein mit primitiven Mitteln gebautes derartiges Modell. Die Federschwingungen sind hier durch Pendelschwingungen ersetzt, und dies ist erlaubt, da ja bei geringer Schwingungsweite auch hier das durch die Schwerkraft

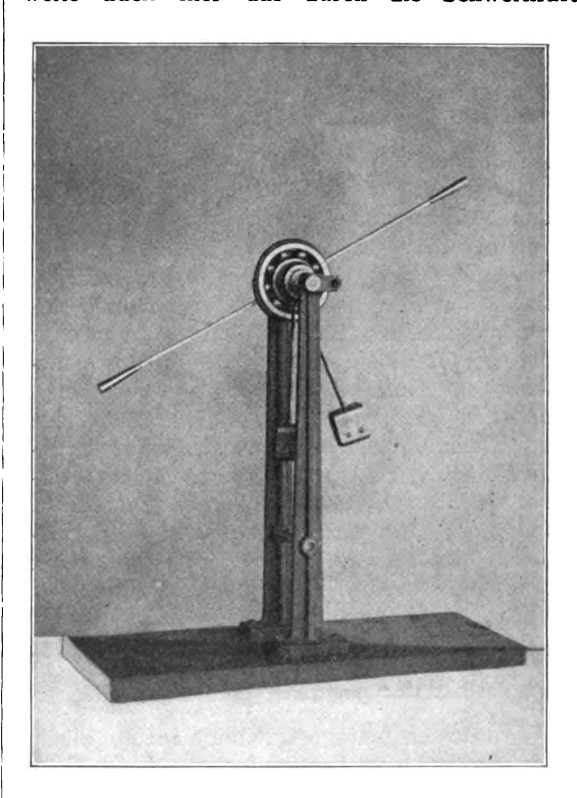


Fig. 3.

hervorgerufene Moment dem Ablenkungswinkel proportional ist. Ein am Kugelkorb befestigter Messingring trägt zwei Stangen, an deren Enden je ein Gewicht aufgesetzt ist. Eine Dämpfungsvorrichtung ist nicht angebracht. Da in diesem Modell statt eines Drucklagers ein Ringlager verwendet wurde, gibt dieses Modell die Vorgänge nicht getreu wieder (die Ausführung würde

1) W. Deutsch, Über eine bemerkenswerte Beziehung zwischen zwei technischen Aufgaben, Zeitschr. d. Vereins d. Ing. **58**, 568, 1914 und F. Breisig, Ein mechanisches Modell einer elektrischen Leitung, Elektrotechn. Zeitschr. **36**, 22, 1915.

dem kaum realisierbaren Fall entsprechen, daß die gegenseitige Induktivität des Kreises I auf II nicht gleich derjenigen des Kreises II auf den Kreis I wäre).

Bewegungsgleichungen. — Wird die Masse einer einzelnen Kugel des Lagers im Hinblick auf die Trägheit der auf den Korb aufgesetzten Scheibe als sehr gering angesehen, so wirken in jedem beliebigen Moment auf diese Kugel drei Kräfte ein, und zwar je eine an dem Berührungspunkt mit jeder der beiden Scheiben und eine im Zentrum. Der Kräfte- und Momentensatz ergibt dann, daß die beiden peripheren Kräfte einander gleich und entgegengesetzt gleich der halben Mittelkraft sein müssen. Berücksichtigt man noch, daß die Winkelgeschwindigkeit der Mittelscheibe in jedem Augenblick gleich dem arithmetischen Mittel der Winkelgeschwindigkeiten der Außenscheiben sein muß, so ergibt sich das Gleichungspaar:

$$\left.\begin{aligned} M_1' &= \left(J_1 + \frac{J}{4}\right)\frac{d\omega_1}{dt} + R_1\omega_1 + \frac{J}{4}\frac{d\omega_2}{dt}, \\ M_2' &= \left(J_2 + \frac{J}{4}\right)\frac{d\omega_2}{dt} + R_2\omega_2 + \frac{J}{4}\frac{d\omega_1}{dt}. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Darin bedeuten M_1', M_2' die eingeprägten Momente, J_1, J_2, J die Trägheitsmomente der beiden äußeren und der Mittelscheibe, ω_1 und ω_2 die zur Zeit t herrschenden Winkelgeschwindigkeiten der beiden äußeren Scheiben, und R_1 und R_2 die dem elektrischen Widerstand entsprechenden Reibungskoeffizienten. Man erkennt sofort die Analogie mit den Transformatorgleichungen. Durch Erweiterung mit geeigneten Konstanten können die beiden Gleichungspaare so zur Deckung gebracht werden, daß im mechanischen System der Vorgang zwar formgetreu, jedoch weitaus langsamer verläuft als im elektrischen; nur der Zeitmaßstab wird vergrößert. Man erkennt, daß die Selbstinduktivität dem um den vierten Teil des Trägheitsmoments der Mittelscheibe vermehrten Trägheitsmoment der betreffenden Außenscheibe zugeordnet ist; $\frac{J}{4}$ entspricht der gegenseitigen Induktivität.

Wird das eingeprägte Drehmoment nur allein durch Federn bzw. Pendel (entsprechend Kondensatoren) hervorgerufen, bedeuten D_1 und D_2 die entsprechenden Direktionskräfte, und wird ferner die Dämpfung vernachlässigt, so ergeben sich unschwer die Schwingungsfrequenzen vor der Kopplung:

$$\nu_1 = \sqrt{\frac{D_1}{J_1 + \frac{J}{4}}}; \quad \nu_2 = \sqrt{\frac{D_2}{J_2 + \frac{J}{4}}}. \quad (2)$$

Es ist ferner der Kopplungskoeffizient:

$$k^2 = \frac{J^2}{16\left(J_1 + \frac{J}{4}\right)\left(J_2 + \frac{J}{4}\right)}, \quad (3)$$

also im Resonanzfalle die Eigenfrequenzen:

$$\nu' = \frac{\nu_0}{\sqrt{1+k}}; \quad \nu'' = \frac{\nu_0}{\sqrt{1-k}}. \quad (4)$$

Will man diese Vorgänge an Hand eines einfachen Pendelmodells verfolgen, so kann dies durch die in Fig. 4 wiedergegebene Anordnung in anschaulicher Weise geschehen. Hier treten an Stelle der Trägheitsmomente die Massen der verstellbaren Gewichte G_1 und G_2 auf. Der leichte Verbindungsstab ist in seiner Mitte an einem Pendel mit sehr großer Fadenlänge frei beweglich aufgehängt. Dieses Pendel war bei den im folgenden beschriebenen Versuchen an der Decke eines hohen Zimmers befestigt. Die langsamen Schwingungen dieses Pendels und die

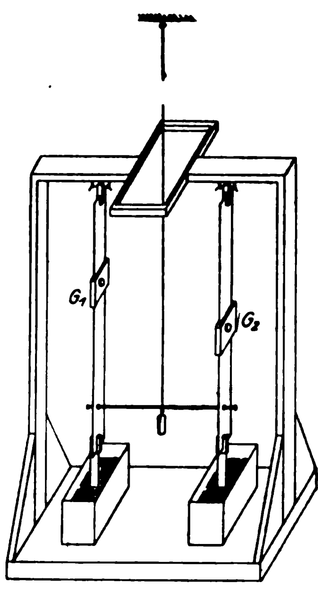


Fig. 4.

durch die Abweichungen von der Ruhelage entstehenden geringen Direktionskräfte waren gegen die Schwingungen der beiden anderen Pendel bzw. gegen die dort auftretenden Kräfte zu vernachlässigen.

Man erkennt nunmehr ohne weiteres, daß das vorhin beschriebene Kugellagermodell diesem identisch ist. In der Tat konnten die Zahlenbeziehungen, die den Gleichungen (2), (3), (4) entsprechen, mit diesem Modell leicht bestätigt werden. Durch Verschieben des Laufgewichts an dem einen der beiden Pendel und Beobachtung der Amplitude des anderen konnte leicht eine „Resonanzkurve“ aufgenommen wer-

den, wodurch eine weitere einfache Anordnung zur Demonstration der Resonanz[1]) gewonnen ist. Der die Reibungskräfte vermittelnde Ansatz des linken Pendels in Fig. 4 tauchte bei einem weiteren Versuch in ein Wassergefäß, das ebenfalls an einem mit verstellbaren Gewichten versehenen Pendel aufgehängt war. Die schwache Kopplung dieser beiden Pendel erfolgte also durch den sehr geringen Antrieb einer periodischen äußeren Kraft. Man konnte mit dieser Anordnung durch Verschieben des Laufgewichts an dem erregenden Pendel in sehr anschaulicher Weise die beiden Resonanzmaxima der Kopplungsschwingungen demonstrieren. Es zeigte sich, daß bei der Resonanz der rascheren Schwingungen das Kopplungsgewicht nahezu in Ruhe blieb, während die beiden Pendel gegensinnige Bewegungen ausführten. Beim zweiten Resonanzmaximum war das Kopplungsgewicht an der nahezu gemeinsamen Bewegung des übrigen Systems beteiligt.

1) Paul Ludewig, Eine Anordnung zur Demonstration der Resonanz, diese Zeitschr. **16**, 13, 1915.

(Eingegangen 24. März 1915.)

Räumliche Darstellung durch Röntgenstrahlen.

Von Béla Alexander.

Mit Tafel V.

Die räumliche Darstellung durch Röntgenstrahlen habe ich in meinen Arbeiten nachgewiesen, sie findet überall statt, sowohl bei Durchstrahlung zarten Pflanzengewebes (Blumen und Blüten), welches den X-Strahlen wenig Hindernisse in den Weg legt, als auch dort, wo diese von der Substanz des Gegenstandes (Körpers) vollständig absorbiert werden.

Fig. 1[1]) zeigt uns ein nicht vollständig zusammengerolltes Metallnetz. Bestrahlungsdauer 10 Minuten. Distanz zwischen Platte und Antikathode 35 cm. Funkenstrecke 2,5 bis 3 cm. Sekundärstrom 0,1 Mill.-A.

Die auf der Platte liegenden Metallfäden absorbieren die Röntgenstrahlen vollständig (vollständig weiße Fadenbilder), mit der wachsenden Entfernung werden die Bilder der Fäden dunkler, d. h. die X-Strahlen dringen durch die Lücken des Netzes, unterstrahlen die Fäden und zersetzen die lichtempfindliche Schicht. So verlieren die Bilder der Fäden mit ihrer Entfernung auch die scharfe Konturierung.

1) Die Figuren befinden sich auf Tafel V.

Die moiréartige Zeichnung entsteht infolge der aufeinanderfallenden, verschieden verlaufenden Fadenbilder.

Fig. 2. Dieselbe Einrichtung. Dasselbe Metallnetz liegt, mehr aufgerollt, mit der Öffnung auf der Platte. Die Entfernung der Wölbung von der Platte beträgt 4 cm. Durch die geöffnete Netzrolle geht schief ein vernickelter Kupferstab, das eine Ende desselben liegt auf der Platte.

Die durch das Aufeinanderfallen der verschieden getonten Fadenbilder zustande gekommene moiréartige Zeichnung ist infolge der höheren Wölbung nur an den Seitenteilen des Bildes vorhanden.

Die Metallfäden der Wölbung werden noch mehr unterstrahlt wie bei Fig. 1, deren Bilder verlieren jede Konturierung und verschwimmen zu einem filzartigen Bilde. Die räumliche Darstellung der Netzrolle ist noch vollständig vorhanden.

Fig. 3 zeigt uns das Metallnetz noch mehr aufgerollt. Einrichtung des Instrumentariums und Vorgang wie früher.

Die Wölbung des Netzes steht 5,5—6,0 cm über der Platte. Der Kupferstab liegt parallel mit der Platte in 8,0 mm Entfernung.

Das schöne plastische Bild der Netzrolle ist in zwei Teile zerfallen, weil die, die Wölbung bildenden und die X-Strahlen vollständig absorbierenden Metallfäden infolge der stärkeren Unterstrahlung gar nicht mehr auf die Platte gezeichnet werden, d. h. die Zersetzung der Bromsilbergelatine ist gleichmäßig und ebenso stark wie dort, wo die Platte nur mit Seidenpapier gedeckt ist. Auch hier ist die moiréartige Zeichnung nur auf der einen Hälfte des Bildes vorhanden.

Auf das dunkle Bild des Kupferstabes bei Fig. 3 und zum Teil bei Fig. 2 werden die lichteren Bilder der unter diesem sich befindenden dünnen Metallfäden in zarter Nuancierung gezeichnet, infolge der Unterstrahlung des Kupferstabes. Diese zarten Zeichnungen sind in der Reproduktion nicht wiederzugeben. Die gebrachten Bilder stammen von den tadellosen Plattenbildern, doch nimmt die Verkleinerung auf $^2/_3$ Größe und besonders das Klischeeverfahren viel von den lehrreichen Daten.

(Eingegangen 4. Februar 1915.)

Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

Die Redaktion der Physikalischen Zeitschrift hat durch eine Umfrage bei den Direktoren der physikalischen Institute an den deutschen und österreichischen Universitäten und technischen Hochschulen festzustellen gesucht, welche von den Fachgenossen am Kriege beteiligt sind. Von einem großen Teil der Institutsleiter sind Antworten eingelaufen. Ferner sind Nachrichten durch gelegentliche und persönliche Mitteilungen zusammengebracht worden. Im folgenden wollen wir das zusammenstellen, was wir in Erfahrung bringen konnten; der Weg, auf dem die Nachrichten gesammelt worden sind, erklärt ihre Ungleichheit an Ausführlichkeit und Genauigkeit. Auch kann unsere Aufzählung keinen Anspruch auf Vollständigkeit machen.

Wir sind für weitere Nachrichten dankbar und werden sie in einem Nachtrage berücksichtigen.

R. Ambronn, Dr., ehemaliger Assistent am Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Braunschweig, steht als Leutnant d. R. bei der 12. Komp. des 82. Inf.-Reg. und hat die Kämpfe dieser Truppe mitgemacht.

H. Augustin, Dr., Assistent am Physikalischen Institut der Technischen Hochschule zu Dresden, ist als Kriegsfreiwilliger eingetreten und steht beim Telegraphenbataillon 7 in der Funkerkomp.

Bachem, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Bonn, ist als freiwilliger Funker eingetreten.

E. Back, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Tübingen steht als Leutnant d. R. beim Train seit Kriegsbeginn an der Westfront.

K. Baedeker, Dr., Prof. an der Universität Jena, fiel als Oberleutnant der Feldartillerie und Brigadeadjutant bei der Erstürmung von Lüttich.

E. Baisch, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Greifswald, ist im Garnisondienst tätig.

H. Behnken, Dr., Physiker an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, ist als Unteroffizier einberufen.

A. Bestelmeyer, Dr., Privatdozent a. d. Universität Göttingen, ist ausbildender Offizier in München.

Birnbaum, Cand. phil., Assistent am Physik. Institut der Universität Jena, ist als Kriegsfreiwilliger bei der Verkehrstechn. Prüfungskommission Berlin tätig.

Boltzmann, Dr., Beamter der Normaleichungskommission Wien, Res.-Leutnant, ist bei einer Fliegerabteilung in Serbien.

W. Bothe, Dr., wissenschaftlicher Hilfsarbeiter der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, ist als Kriegsfreiwilliger eingetreten.

E. Buchwald, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Breslau, steht als Leutnant im Husaren-Reg. Nr. 6, wurde Anfang August bei einem Patrouillenritt in Belgien schwer verwundet und befindet sich in Breslau in einem Lazarett; er erhielt das Eiserne Kreuz.

H. Busch, Dr., Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der radioelektrischen Versuchsanstalt für Marine und Heer zu Göttingen, Redakteur der Physikalischen Zeitschrift, Artillerieleutnant, Inhaber des Eisernen Kreuzes.

Th. Des Coudres, Dr., Geh. Hofrat, Prof. an der Universität Leipzig, war als freiwilliger Krankenpfleger des Roten Kreuzes in Belgien und Frankreich tätig.

J. Disch, Dr., Physiker an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, ist als Offizier-Stellvertreter im Felde.

F. Dolezalek, Dr., Prof. an der Techn. Hochschule Berlin-Charlottenburg, ist Offizier-Stellvertreter und stellvertretender Adjutant beim Pionier-Ersatz-Bataillon Nr. 17 in Thorn.

H. Ehm, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Prag, ist als Lehrer der Physik und Mathematik, sowie als Instruktor an der k. u. k. Militärrealschule in Straß, Steiermark.

F. Ehrenhaft, Dr., Prof. an der Universität Wien, Landsturm-Leutnant i. Ev. Artilleriekadettenschule Traiskirchen.

F. Erb, Dr., zuletzt tätig im Laboratorium der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie, als Leutnant d. R. am 9. Aug. im Elsaß gefallen.

R. v. Ettenreich, Dr., Offizier-Asp. Telegraphenregiment (Drahtlose Telegraphie) St. Pölten.

G. Falkenberg, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Rostock, ist als Kriegsfreiwilliger eingetreten.

J. Franck, Dr., Privatdozent und Assistent am Physik. Institut der Universität Berlin, ist als kriegsfreiwilliger U.-O. Fußartillerieregiment Nr. 4 eingetreten.

J. Frank, Dr., Assistent am physikalischen Institut der Universität Erlangen vom 1. Sept. 1910 bis zur Mobilmachung, Leutnant d. R. im k. bayr. 4. Feldartillerieregiment „König", steht seit Mobilmachung als Ordonanzoffizier beim Stabe der 2. bayr. Res.-Inf.-Brigade. Er machte bis jetzt 7 Gefechte mit. Am 16. Oktober wurde er wegen Ausführung wichtiger Ordonanzritte im feindlichen Feuer mit dem Eisernen Kreuz 2. Klasse ausgezeichnet.

K. Friedersdorf, Dr. phil., Assistent am Physik. Institut der Universität Halle, Kriegsfreiwilliger 4. Armeekorps, 8. Division, Infanteriereg. 36, 11. Komp.

K. Gaule, Dr., Assistent am Physik. Institut der Techn. Hochschule Aachen, Dipl.-Ing., als Unteroffizier im Infanterie-Regiment Nr. 29.

H. Geiger, Dr., Privatdozent an der Technischen Hochschule Berlin, Professor, Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Berlin-Charlottenburg, als Leutnant im Felde.



E. Giebe, Dr., Physiker an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Berlin-Charlottenburg, als Vizefeldwebel im Felde.

G. Gleißner, Dr., Assistent an der Techn. Hochschule München, ist bei einer Maschinengewehrabteilung.

Gothe, Cand. phil., Assistent am Physik.-technischen Institut der Universität Jena, ist als Kriegsfreiwilliger b. d. Telegraphenersatztruppe z. Z. Lüttich.

L. Grebe, Dr., Privatdozent u. Assistent am Physik. Institut der Universität Bonn, ist als Leutnant d. R. im Felde.

E. Grimsehl, Dr., Prof. Oberrealschuldirektor in Hamburg starb in Belgien den Heldentod.

Großmann, Dr., Assistent an der Techn. Hochschule Stuttgart, ist als Kriegsfreiwilliger in Ulm seinerzeit eingetreten, seither fehlt aber jede Nachricht.

Groß, Dr., ist als Kriegsfreiwilliger beim 2. Telegraphenbataillon.

W. Grotrian, Dr., Kriegsfreiwilliger i. Infanteriereg. Nr. 234, wurde zum Leutnant befördert und bekam das Eiserne Kreuz; verwundet in Flandern.

E. Grüneisen, Dr., a. o. Professor an der Universität Berlin, als Leutnant im Felde.

R. v. Grünner, Dr., Ing. der österreichischen Siemens-Schuckert-Werke, steht als Leutnant im Felde.

P. Halm, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Breslau, ist als Kriegsfreiwilliger beim Feldartillerieregiment Nr. 6.

F. Harms, Dr., Prof. a. d. Universität Würzburg, steht als Vizewachtmeister im 11. Artilleriereg. i. Würzburg.

F. Hasenöhrl, Dr., Prof., Vorstand des theoretisch-physik. Inst. der Universität Wien, Res.-Leutnant beim Automobilkorps Krakau.

K. Haußmann, Dr., Geh. Rat, Prof., Vertreter d. Geophysik a. d. Techn. Hochschule zu Aachen, steht als kriegsfreiwilliger Vizefeldwebel im Landsturmbataillon Nr. 29 in Polen.

F. Hauser, Dr., Privatdozent und Assistent am Physik. Institut d. Universität Erlangen, steht als Leutnant d. R. im K. Bayr. 10. Feldartilleriereg. Ritter des Eisernen Kreuzes 2. Klasse, wurde anläßlich der Mobilmachung zur 2. Batterie K. Bayr. Reservefußartillerie-Reg. Nr. 3 einberufen. Das Eiserne Kreuz 2. Klasse erhielt er am 19. Sept. 1914. Er nahm mit seiner Truppe teil an den Kämpfen bei Metz, Jarny-Conflanz, Nancy, Verdun, der Einnahme von Antwerpen, den Kämpfen um den Yserkanal, Dixmude und Ypern.

J. Hinck, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Königsberg, steht als Ersatzreservist im Felde.

Holborn, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Würzburg, ist Kanonier im Gardereservekorps in Polen.

K. Herrmann, Dr., Assistent am Physik. Inst. der Techn. Hochschule Berlin-Charlottenburg als Leutnant d. R. Schwere Funkerstation A. O. K. Frankreich. Ritter des Eisernen Kreuzes II. Kl.

G. Hertz, Dr., Assistent am Phys. Inst. der Universität Berlin, Leutnant d. R. im sächs. Feldartillerieregiment Nr. 12. Inhaber des Eisernen Kreuzes II. Klasse.

J. Herweg, Dr., Professor, Privatdozent, Assistent am Physik. Institut der Universität Greifswald, ist im Garnisondienst.

Jakob, Dr.-Ing., Prof., Maschinen-Ingenieur a. d. Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Berlin-Charlottenburg, als Unteroffizier einberufen.

A. Kailan, Dr., Privatdozent für Chemie an der Universität und Dozent am Radium-Institut zu Wien, Res.-Leutnant der Artillerie, Wien.

Th. v. Kármán, Dr., Prof. a. d. Techn. Hochschule zu Aachen, ist im österreichisch-ungarischen Heere als Instruktionsoffizier der schweren Artillerie.

H. Kirschbaum, Dr., Assistent am Physik. Institut der Techn. Hochschule zu Aachen, steht als Freiwilliger im Inf.-Regiment Nr. 236.

F. Kock, Dr., Privatdozent, Assistent am Physik. Institut der Techn. Hochschule zu Berlin-Charlottenburg, Oberleutnant der Landwehr.

M. Kofler, Dr., am Radiuminstitut in Wien, Res.-Leutnant bei der Artillerie, Galizien, wird vermißt.

F. L. Kohlrausch, Dr., Prof. u. Vorstand des Instituts für Radiumkunde a. d. Bergakademie Freiberg i. S., Leutnant d. R., Inhaber des Eisernen Kreuzes, starb bei La Bassée den Heldentod.

H. Konen, Dr., Prof. an der Universität Münster, Oberleutnant a. D., Bahnhofskommandant in Gent-Süd.

D. Konstantinowsky, Dr., Assistent am 1. Physik. Institut der Universität zu Wien, Offizieraspirant, Bruck a./L.

Kottler, Dr., Assistent am 1. Physik. Institut der Universität zu Wien, Res.-Leutnant, mit österreich. Motorbatterie in Frankreich. Machte alle Kämpfe in Belgien von Anbeginn mit.

R. Ladenburg, Dr., Prof., Assistent am Physik. Institut der Universität zu Breslau, Leutnant im 3. Res.-Dragonerregiment auf dem westlichen Kriegsschauplatz, erhielt das Eiserne Kreuz.

E. Lederer, Dr., früherer Assistent am Physik. Institut der Universität zu Czernowitz, seit 3 Jahren Gymnasiallehrer in Prag, Leutnant d. R., schwer verwundet in Serbien (Bauchschuß), wurde zum Oberleutnant befördert. Genesen und rückt wieder ins Feld.

G. Leithäuser, Dr., Prof. an der Techn. Hochschule Hannover, ist als kriegsfreiwilliger Funker beim Telegraphen-Bataillon 6 z. Z. in Tegel.

E. Lohr, Dr., Prof., Assistent an der Techn. Hochschule zu Brünn, k. k. Leutnant der Landwehr, wurde mit Kriegsbeginn einberufen, nach 2 Monaten aber krankheitshalber bis auf weiteres beurlaubt.

E. Madelung, Dr., Privatdozent, Assistent am Physik. Institut der Universität zu Göttingen, Artillerieoffizier auf dem polnischen Kriegsschauplatz.

Maier, Dr., Assistent am Physik. Institut der Techn. Hochschule zu Stuttgart, Leutnant d. R. Inf.-Reg. (Olga) Nr. 129, durch Brustschuß verwundet, verrichtet aber wieder Garnisondienst.

O. Martienssen, Dr., Privatdozent, Assistent am Physik. Institut der Universität Kiel, war erst auf dem Flugplatz in Frankfurt a. M. tätig, hat jetzt ein Funkspruch-Kommando in Straßburg.

W. Michl, Dr. phil., Supplent am k. k. Franz-Joseph-Realgymnasium in Wien 1. Bez., Assistent für Physik



an der k. k. Tierärztlichen Hochschule und am Radiuminstitut in Wien, k. k. Leutnant d. R. beim Feldkanonenregiment Nr. 21, bei Chyrow in Galizien am 24. Oktober 1914 schwer verwundet, gestorben zu Troppau am 16. November.

J. **Nabl**, Dr., Privatdozent an der Universität zu Wien, Res.-Leutnant, Ulane, Karpathen.

Nierhoff, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität zu Bonn, als Funker eingetreten.

L. **Oberländer**, Dr. phil., Assistent am Physik. Institut der Universität zn Halle, Gefreiter bei der Militärwetterstation Namur.

J. **Obrist**, Dr., Assistent an der Techn. Hochschule zu Brünn, k. k. Leutnant bei der österreichischen schweren Artillerie Mörserbatterie 8 8/P, hat an der Belagerung und Bezwingung von Maubeuge und Antwerpen mitgewirkt.

F. **Paneth**, Dr., Assistent am Radiuminstitut in Wien, als Bakteriologe eingerückt.

E. **Pauli**, Dr., Prof., Assistent am Physik. Institut der Universität zu Jena, Kriegsfreiwilliger, Führer einer Röntgenabteilung im Westen.

P. V. **Peters**, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität zu Wien, Oberleutnant i. R., Telegraphenkorps Serbien.

K. **Pfarr**, Dr., Prof. an der Wiener Handelsakademie, k. u. k. Leutnant d. R. beim Inf.-Reg. Nr. 81, am 7. Nov. 1914 zu Tarnovka in Russisch-Polen gefallen.

Pfleiderer, Dr., Assistent am Institut f. Physik. Chemie der Techn. Hochschule Berlin-Charlottenburg, als Kriegsfreiwilliger in Frankreich (Etappen-Kraftfahr-Park).

A. **Pflüger**, Dr., Prof. an der Universität Bonn, Führer eines Bonner Lazarettzuges.

Th. **Pöschl**, Dr., Prof. an der deutschen techn. Hochschule in Prag, Oberleutnant, wurde durch einen Sturz mit dem Pferde verletzt.

J. **Precht**, Dr., Prof. an der Techn. Hochschule Hannover, leitet Ausbildungskurse in Wetterkunde, Instrumentenkunde usw. mit praktischen Anwendungen für Flugzeugbeobachter und Flugzeugführer bei der Flieger-Ersatz-Abteilung 5 Hannover.

P. **Pringsheim**, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität zu Berlin, Kriegsgefangener in Australien.

A. **Pröll**, Dr., Prof. an der Techn. Hochschule in Hannover, Leutnant, krankheitshalber beurlaubt.

Prziza, Dr. ing., Assistent an der Techn. Hochschule in Berlin-Charlottenburg, Ordonnanzoffizier bei der österreichischen Armee.

H. **Rau**, Dr., Privatdozent, Assistent am Physik. Institut der Universität zu Würzburg, ist bei der Funkerabteilung in München.

M. **Reich**, Dr., Prof., Wissenschaftlicher Mitarbeiter der radioelektrischen Versuchsanstalt für Marine und Heer zu Göttingen, Hauptmann im Feldartillerieregiment Nr. 46.

O. **Reichenheim**, Dr., Physiker an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, beim Freiwilligen Automobilkorps, hat das Eiserne Kreuz 2. Kl. erhalten.

F. **Richarz**, Dr., Prof., Dir. d. Physik. Instituts der Universität Marburg, Oberleutnant der Landwehr, aufsichtführender Offizier beim Reservelazarett Marburg.

L. **Richtera**, Dr., Assistent am 1. Physik. Institut der Universität Wien, Res.-Leutnant, Schwere Haubitzen-Div., machte den ersten Angriff auf Schabatz in Serbien und die Kämpfe in Rawaruska mit; erhielt „Signum laudis am Bande der Tapferkeitsmedaille zu tragen", z. Z. erkrankt, im Sanatorium Alland.

H. **Rosenberg**, Dr., Privatdozent der Astronomie (Astrophysiker) an der Universität zu Tübingen, rückte bei Kriegsbeginn als Vizewachtmeister d. R. bei der Artillerie ein und wurde bald zum Leutnant d. R. bei der Feldartillerie befördert. Er steht an der Westfront.

E. **Rubien**, Dr., Assistent an der Rostocker Luftwarte, Leutnant d. R., starb den Heldentod.

Ruthert, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Münster, Kriegsfreiwilliger im 98. Inf.-Regiment.

R. **Schachenmeier**, Dr., Privatdozent an der Techn. Hochschule in Karlsruhe, Unteroffizier d. R. 2. Landsturm-Inf.-Bataillon Lörrach, 4. Komp.

Scheld, Dr., Physiker an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Berlin-Charlottenburg, Kriegsfreiwilliger.

H. **Schering**, Dr., Physiker an der Physik.-Techn. Reichsanstalt Berlin-Charlottenburg, Oberleutnant, ist schwer verwundet und hat das Eiserne Kreuz 2. Kl.

K. **Schering**, Dr., Geheimer Hofrat, ordentlicher Professor der Physik an der Technischen Hochschule Darmstadt, Hauptmann d. R., mit der Ausbildung von Ersatzreserve in Hanau beauftragt.

O. **Scheuer**, Dr., Privatdozent und Assistent am Physik. Institut der Universität Genf, Res.-Leutnant, ist in Galizien gefallen.

L. **Schiller**, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität zu Leipzig, Leutnant d. R., hat das Eiserne Kreuz 2. Kl. erhalten. Steht beim Feldartillerieregiment Nr. 1 der bayrischen Ersatzbrigade in der bayrischen Ersatzdivision vor Verdun.

W. **Schlichter**, Dr., Assistent am Physik. Institut der Techn. Hochschule zu Braunschweig, Off.-Stellvertreter, z. Z. im Lazarett Landesbad bei Aachen, ausgez. mit dem Eisernen Kreuz.

Schmidt, Dr., Physiker an der Physik.-Techn. Reichsanstalt Berlin-Charlottenburg, Leutnant, hat das Eiserne Kreuz 2. Kl. erhalten.

Schreiter, Dr., Assistent am Physik. Institut der königl. sächs. Bergakademie zu Freiberg, erhielt das Eiserne Kreuz.

E. **Schrödinger**, Dr., Privatdozent an der Universität und Assistent am 2. Physik. Institut Wien, Res.-Leutnant der Artillerie in Reibl.

H. **Schulze**, Dr., Physiker an der Physik.-Techn. Reichsanstalt Berlin-Charlottenburg, Off.-Stellvertreter, war verwundet.

Schulze, Dr. ing., Physiker an der Physik.-Techn. Reichsanstalt Berlin-Charlottenburg, Oberleutnant.

G. A. **Schwaiger**, Dr., Assistent am 1. Physik. Institut der Universität Wien, Off.-Asp. der Artillerie, Trient.

K. **Schwarzschild**, Dr., Geheimrat, Prof., Direktor der Sternwarte zu Potsdam, ist als kriegsfreiwilliger meteorologischer Beobachter in Belgien.

H. **Sonvico**, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Berlin, k. u. k. Leutnant d. R. in Galizien, schwer verwundet und gestorben in Wien im Dezember.



J. Stark, Dr., Prof. an der Techn. Hochschule zu Aachen, als Kriegsfreiwilliger bei der Telegraphentruppe.

W. Steubing, Dr., Dozent an der Techn. Hochschule zu Aachen, als Kriegsfreiwilliger bei der Telegraphentruppe.

K. Stuchtey, Dr., 1. Assistent am Physik. Institut der Universität Marburg, Leutnant d. R., Armeekorps 16, Pionier-Reg. 20, Bataillon 1, Führer der Res.-Komp. 2, Inhaber des Eisernen Kreuzes.

O. Stutzner, Dr., Prof. der Geologie an der königl. sächs. Bergakademie zu Freiberg, erhielt das Eiserne Kreuz.

G. Szivessy, Dr., Privatdozent an der Universität Münster, Offiziersdiensttuender, hat die Kämpfe bei Soldau, Tannenberg, Warschau mitgemacht, liegt krank im Reservelazarett Kolberg.

J. Tagger, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Innsbruck, ist als k. u. k. Res.-Leutnant beim Stationskommando in Bozen.

A. Thiel, Dr., Prof. der Physik. Chemie an der Universität Marburg, Oberleutnant d. R., Gardereservekorps, Garde-Div. 3, Garde-Feldartillerieregt. 5, Stab der Abteilung 2, Inhaber des Eisernen Kreuzes.

G. Valle, Dr., Assistent am 1. Physik. Institut der Universität Wien, Infanterist in Triest.

K. Vollmer, Dr., Prof., Vorstand des Physik.-Techn. Instituts der Universität Jena, Leutnant d. R. bei den 5. Grenadieren Danzig, verwundet bei Soldau, jetzt kommandiert zum Admiralstab, arbeitet in funkentelegraphischen Fragen z. Z. Lüttich.

J. Wallot, Dr., Privatdozent, Assistent am Physik. Institut der königl. Bergakademie Clausthal, als Leutnant d. L. 2. Adjutant d. Komm. d. Etappen-Munitionswesens bei der Etappen-Inspektion der 2. Armee, steht vor St. Quentin.

E. v. Wartburg, Dr., Demonstrator am Physik. Institut der Universität Innsbruck, ist als Kadett bei der k. u. k. Reserve-Telegraphen-Bau- u. Betriebsabteilung Nr. 23 auf dem galizischen Kriegsschauplatz.

E. Waetzmann, Dr., Professor an der Universität und Assistent am Physik. Institut Breslau, war als Ersatzreservist in Breslau beschäftigt.

E. Weber, Dr., Assistent am Physik. Institut der Techn. Hochschule zu München, Leutnant im 1. Bayer. Armeekorps, ist einer Fuhrpark-Kolonne zuerteilt und hat das Eiserne Kreuz erhalten.

E. Wegener, Dr., Privatdozent der Astronomie u. Meteorologie an der Universität Marburg, Leutnant d. R., Garde-Inf.-Div. 2, Königin-Elisabeth-Garde-Grenadierreg. 3. Bataillon 2, Komp. 7, Inhaber des Eisernen Kreuzes.

G. Wendt, Dr., Assistent am Physik. Institut der Techn. Hochschule zu Aachen, Leutnant im Fußartillerie-Reg. Nr. 14.

W. Westphal, Dr., Assistent am Physik. Institut der Universität Berlin, Leutnant d. R., Ordonanzoff. beim Stab der 3. Landwehrdiv., Inhaber des Eisernen Kreuzes 2. Kl.

M. Wien, Dr., Geh.-Rat, Prof., Vorstand des Physik. Instituts der Universität Jena, eingezogen als Rittmeister d. L. bei der Verkehrstechn. Prüfungskommission Berlin-Schöneberg, wirkt als Vorsteher der funkentelegraphischen Abteilung daselbst.

A. Wigand, Dr., Privatdozent, Assistent am Physik. Institut der Universität Halle, kriegsfreiwilliger Ballonführer, Luftschiffertruppe 14, 14. Reserve-Armeekorps, hat das Eiserne Kreuz erhalten.

P. Wilski, Dr., Prof. der Geodäsie und Markscheidekunde an der königl. sächs. Bergakademie zu Freiberg, erhielt das Eiserne Kreuz.

H. Witte, Dr., Privatdozent an der Techn. Hochschule Braunschweig, Leutnant d. R. 12/91, z. Z. zur Erholung in Wolfenbüttel, ausgezeichnet mit dem Eisernen Kreuz.

F. Woska, Dr., Aushilfsassistent am Physik. Instiut der Universität Prag, Fähnrich d. R., z. Dienstleistung im Felde. Verwundet in den Karpathenkämpfen, wieder hergestellt und neuerdings marschbereit.

J. Zenneck, Dr., Prof., Vorstand des Physik. Instituts der Techn. Hochschule München, als Hauptmann bei der Marinedivision, 1. Marine-Infanterie-Regiment, V. Seebataillon, 2. Komp. Er war bei den Kämpfen in Flandern beteiligt und wurde bei der Einnahme von Antwerpen mit dem Eisernen Kreuz ausgezeichnet.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Vor kurzem feierte in aller Stille Geh. Hofrat Prof. Dr. O. Lehmann, Direktor des Physikalischen Instituts in Karlsruhe, in voller geistiger und körperlicher Frische seinen sechzigsten Geburtstag.

O. Lehmann ist allen Fachgenossen durch Herausgabe von Fricks „Physikalischer Technik", die schon lange das ureigenste persönliche Werk des Herausgebers ist, sowie durch seine Entdeckungen der flüssigen Kristalle und weitgehende Untersuchungen der Erscheinungen fließender und flüssiger Kristalle, bestens bekannt. Wem es, wie mir, wenn auch nur kurze Zeit vergönnt war, unter seiner Leitung zu arbeiten, der weiß seine menschlichen Seiten, vor allem aber auch seine hervorragenden pädagogischen Fähigkeiten und seine nie versagende Arbeitskraft und Schaffensfreudigkeit zu schätzen. Vom frühen Morgen bis in den späten Abend ist sein Dienst dem Institut und der Forschung geweiht und niemand empfindet vielleicht wie er, daß der Tag und das Leben zehnmal zu kurz für das Schaffen und die Fülle der Gedanken ist.

Möge dem verdienten Forscher seine Kraft, wie es der Geist will, noch für Jahrzehnte erhalten bleiben. bte. —

Ernannt: Der Observator beim Astrophysikalischen Observatorium Professor Dr. Hans Ludendorff zum Hauptobservator und der wissenschaftliche Hilfsarbeiter Dr. Wilhelm Münch zum Observator daselbst, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Karl Bergwitz zum a.o. Professor der Physik ebendaselbst.

Verliehen: Dem ord. Professor der Chemie an der Universität Königsberg Dr. Heinrich Klinger und dem etatsmäßigen Professor für darstellende Geometrie an der Technischen Hochschule Danzig Dr. Friedrich Schilling der Titel Geh. Regierungsrat.

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1915.

Technische Hochschule Aachen.

Stark: Experimentalphysik II: Atomdynamik, Optik, Thermodynamik, 4; Physikalisches Praktikum: a) Prak-



tische Übungen aus allen Teilen der Physik, für Anfänger, 4 oder 6, b) Anleitung zu selbständigen physikalischen Untersuchungen (Dissertationen), tägl. — **Seitz**: Theoretische Physik: Theorie der elektrischen Schwingungen und elektromagnetische Lichttheorie, 2; Experimentalphysik, enzyklopädischer Kursus: Wärme, Schall, Licht, 2. — **Steubing**: Photographie I für Anfänger, II für Fortgeschrittene, 1, Übungen, 2; Theorie der Wärmestrahlung, 1. — **Hopf**: Quantentheorie, 1; Variationsprinzipien der Mechanik, 1. — **Schreber**: Technische Thermodynamik, 2. — **Grotrian**: Allgemeine Elektrotechnik, 5; Theoretische Elektrotechnik, 2; Elektrotechnisches Praktikum, 8. — **Rasch**: Elektrische Bahnen, 1; Einleitung in die Elektrotechnik, 2; Konstruktionslehre der Elektrotechnik, 3; Elektrotechnische Konstruktionsübungen, 2. — **Finzi**: Elektrische Zentralanlagen und Leitungen, 2, Übungen, 2; Elektromotorische Antriebe in Berg- und Hüttenwerken, 2. —

Bredt: Organische Experimentalchemie I, 4; Allgemeine Übersicht über die organische Chemie, 2; Organisches Praktikum (mit Lipp). — **Classen**: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 4; Anorganisches Praktikum; Elektroanalytisches und elektrochemisches Praktikum. — **Rau**: Chemische Technologie II: Anorganische Industrien, 2, IV, 2; Entwerfen von chemischen Apparaten und Fabrikanlagen, Übungen, 4; Chemisch-technisches Praktikum (mit Lambris und Salmang). — **Ruer**: Physikalische Chemie II, 2; Ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1; Übungen in physikalischer Chemie für Hüttenleute, 3, für Chemiker, 1 Vormittag, für Fortgeschrittene: Ausführung selbständiger wissenschaftlicher Arbeiten; Allgemeines hüttenmännisches Praktikum, 3. — **v. Kapff**: Chemische Technologie der Gespinstfasern: Färberei, Bleicherei usw., 2, Übungen, 4. — **Lambris**: Kalk- und Zementindustrie, 1. — **Levy**: Heterozyklische Verbindungen, 2. — **Lipp**: Über organisch-analytische Arbeitsmethoden, 1. —

Blumenthal: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Vektorrechnung, 2 *g*. — **Hamel**: Höhere Mathematik III, 3; Elemente der Differential- und Integralrechnung, 5, Übungen, 1. — **Kármán**: Mechanik I: Übersicht über Dynamik des Punktes und starrer Körper, Festigkeitslehre, Hydraulik, 4, Übungen, 1, II: Dynamik und Hydraulik, 3, Übungen, 1; Flugtechnische Aerodynamik, 2 *g*. — **Kötter**: Darstellende Geometrie II, 2, Übungen, 2; Elemente der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 2. — **Gast**: Praktische Geometrie I, 2, II, 1; Geodätisches Praktikum I, 1 Tag, II, 1 Nachmittag; Geodätische Ausarbeitungen, Übungen, 4, Geographische Ortsbestimmung, 2, Übungen, 2; Höhere Geodäsie, 2. — **Haußmann**: Markscheiden und Feldmessen II, 3, Übungen (mit Wandhoff und Nysten), 1 Tag; Geophysik, 1. — **Wandhoff**: Markscheiderische Zeichen- und Rechenübungen, 2. —

Universität Basel.

Hagenbach: Experimentalphysik I, 6; Physikalisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl., für Anfänger (mit Veillon), 8. — **Veillon**: Kinetische Gastheorie, 2. — **Matthies**: Mechanik, 4 *g*, Übungen, 1 *g*; Einführung in die Theorie der Gasionen und Elektronen, 2 *g*. — **Zickendraht**: Radiotelegraphie mit Demonstrationen, 1½; Repetitorium der Physik II, 1 *g*. —

Rupe: Chemie der Benzolderivate, 2½; Chemisches Vollpraktikum für organische Chemie, tägl.; Chemisches Kolloquium (mit Fichter, Bernoulli und Obermiller), 1 *g*. — **Fichter**: Anorganische Experimentalchemie, 6; Analytisches Halbpraktikum für Anfänger, 9; Chemisches Vollpraktikum, anorganische und elektrochemische Übungen und Arbeiten, tägl. — **Kreis**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Übungen in der Untersuchung von Lebensmitteln, 4; Arbeiten im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. — **Bernoulli**: Allgemeine physikalische Chemie, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum für Anfänger, 4; Physikalisch-chemisches Vollpraktikum, tägl. — **Beuttner**: Pharmakognosie, 3; Pharmazeutische Chemie und chemische Toxikologie, 3; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum: Voll- und Halbpraktikum, tägl.; Pharmakognostisch-mikroskopisches Praktikum, 3; Pharmazeutisches Kolloquium, 1 *g*. —

N. N.: Differential- und Integralrechnung II, 4; Kursusvorlesung, 4; Proseminar, 1 *g*; Seminar, 1 *g*. — **Spieß**: Analytische Geometrie: Kurven und Flächen, 3; Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2; Mathematisches Seminar, 1 *g*. — **Flatt**: Pädagogisches Seminar, mathematisch-naturwissenschaftliche Abteilung II, 2; Die Methoden der darstellenden Geometrie, 2. —

Universität Berlin.

Rubens: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 5, Mathematische Ergänzung, 1 *g*; Physikalisches Kolloquium, 1½ *g*; Arbeiten im physikalischen Laboratorium, für Geübtere (mit Wehnelt), tägl. — **Planck**: System der theoretischen Physik, 4; Mathematisch-physikalische Übungen, 1 *g*. — **Wehnelt**: Praktische Übungen für Anfänger I und II (mit Blasius), 7; Physikalisches Praktikum für Pharmazeuten, 3; Praktikum zur Erlangung von Handfertigkeit für das physikalische Arbeiten, 3; Mathematische Ergänzungen zum physikalischen Praktikum, 1 *g*. — **Hellmann**: Meteorologische Instrumentenkunde, 2; Meteorologisches Kolloquium, 1 *g*. — **Einstein**: Relativitätstheorie, 2. — **Warburg**: Über Wärmeleitung und andere ausgleichende Vorgänge, 2. — **Hergesell**: Grundzüge der Aerologie, 2; Die Luftschiffahrt im Frieden und Krieg, 1 *g*. — **Schmidt**: Entwicklungen nach oszillierenden Funktionen, 2; Die Erde als kosmische Einheit, 1 *g*. — **Neesen**: Geometrische Optik und optische Instrumente, 2. — **Blasius**: Praktischer Kursus für Mediziner, 3½; Übungen im Anschluß an das Praktikum, 1 *g*. — **E. Meyer**: Ausgewählte Kapitel der technischen Mechanik, 2. — **Born**: Elektrodynamik, 3; Atommodelle, 1 *g*. — **Weinstein**: Theorie der Wärme: Thermodynamik, 4; Vektoranalysis der physikalischen Größen für Physiker und Mathematiker, 2; Geschichte der mechanischen Naturauffassung, 1 *g*. — **Krigar-Menzel**: Theorie des Lichtes, 4. — **Leß**: Praktische Wetter- und Klimakunde, 1; Über die jeweiligen Witterungsvorgänge, 1 *g*. — **Grüneisen**: Elektrizitätsleitungen in festen Körpern und Flüssigkeiten, 2. — **Byk**: Nichteuklidische Geometrie und Mechanik, 2. — **Kiebitz**: Elektrische Schwingungen, 1½. — **Henning**: Einführung in die Mechanik elastischer, flüssiger und gasförmiger Körper, 2. — **v. Baeyer**: Radioaktivität, 1. — **Pohl**: Polarisation des Lichtes, 1. — **Reiche**: Schwingungen und Wellen in festen und flüssigen Körpern, 2. — **Seeliger**: Theorie der Elektronen in festen Körpern, 1. — **Scheffer**: Angewandte wissenschaftliche Photographie mit praktischen Übungen, 1; Die wissenschaftlichen Grundlagen der Mikroskopie und Mikrophotographie, 1 *g*. —

E. Fischer: Praktische Arbeiten im Chemischen Universitäts-Laboratorium (mit Gabriel, Traube, Diels, Leuchs und Stähler), tägl.; Kursus für Mediziner und Zahnärzte, 3. — **Nernst**: Anorganische Experimentalchemie, 5; Physiko-chemisches Kolloquium, 1 *g*; Praktische Übungen und Arbeiten im physikalisch-chemischen Laboratorium: a) anorganisch-chemisches Praktikum (mit Marckwald), tägl., b) physiko-chemische Übungen, 7, c) physiko-chemische Arbeiten (mit Eucken), tägl. — **Beckmann**: Besprechung neuer chemischer Untersuchungen, 1 *g*. — **Willstätter**: Kolloquium über organische Chemie, 1 *g*. — **Wichelhaus**: Technologie für Chemiker: Anorganische Stoffe, 4; Übungen, tägl.; Anleitung zu chemisch-technischen Untersuchungen, tägl. — **Gabriel**: Organische Experimentalchemie, 5. — **Thoms**: Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 4; Praktische Übungen und Arbeiten in pharmazeutischer, toxikologischer und Nahrungsmittel-Chemie, tägl. — **Biedermann**: Explosivstoffe, 2. — **Traube**: Quantitative chemische Analyse, 1. — **Fock**: Physikalische Chemie, 1; Chemische Kristallo-

graphie, 1. — **Rosenheim**: Anorganisch-chemisches Praktikum (mit R. J. Meyer), tägl.; Übungen in der Experimentalchemie (mit R. J. Meyer), 4; Praktische Übungen in der Gas- und Maßanalyse, 4. — **v. Buchka**: Geschichte der Chemie, 2; Chemie der Nahrungsmittel, Genußmittel und Gebrauchsgegenstände, 4. — **Jacobson**: Besprechung chemischer Tagesfragen, 1. — **Emmerling**: Chemische, bakteriologische und biologische Wasseruntersuchung, 1. — **R. J. Meyer**: Beziehungen zwischen physikalischen Eigenschaften und chemischer Zusammensetzung, 1 *g*. — **Spiegel**: Anorganische Chemie, für Zahnärzte, 3. — **Neuberg**: Arbeiten auf dem Gebiete der Biochemie, tägl.; Organisch-chemische Arbeiten, tägl. — **Sachs**: Konstitutionsbestimmung organischer Verbindungen, 1. — **Koppel**: Theoretische Erläuterungen zur chemischen Analyse, 1 *g*. — **Diels**: Die wichtigsten Arbeitsmethoden der organischen Chemie, 1. — **Meisenheimer**: Überblick der organischen Experimentalchemie, 3, Ergänzungen, 2; Anorganisch- und organisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Großmann**: Besprechung chemisch-technischer und wirtschaftlicher Tagesfragen, mit Exkursionen, 1 1/2. — **Löb**: Physikalische Chemie und Biologie, 2; Atomistik und Energetik, 1; Physiologisch-chemisches Laboratorium, tägl. — **Stähler**: Spezielle anorganische Chemie, 1. — **Houben**: Chemische Entdeckungen und ihre Geschichte, 1. — **Lockemann**: Theorien der modernen Chemie, 1. — **Lenz**: Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, 1 1/2; Mikrochemische Analyse, 2. — **Leuchs**: Chemie der Kohlehydrate, 1 *g*. — **Pringsheim**: Alkoholische Gärung, 1. — **Anselmino**: Arzneimittelgesetzgebung, 1. —

Schwarz: Integralrechnung, 4, Übungen, 14 tägig, 2 *g*; Anwendungen der elliptischen Funktionen, 4; Elementargeometrische Behandlung einiger Aufgaben des Maximums und Minimums, 2 *g*; Mathematische Kolloquien für Vorgeschrittenere, 14 tägig, 2 *g*; Mathematisches Seminar (mit Frobenius und Schottky), 2 *g*. — **Foerster**: Geschichte der Astronomie, 2 *g*; Grundlehren der Orts- und Zeitbestimmung, 1 *g*; Kosmische Erkenntnis und Ethik, 1 *g*. — **Helmert**: Gestalt und Größe der Erde, 1 *g*. — **Frobenius**: Analytische Geometrie, 4. — **Schottky**: Theorie der elliptischen Funktionen, 4; Infinitesimal-Geometrie der Ebene, 2. — **Struve**: Sphärische Astronomie II, Theorie der Instrumente, 3. — **Cohn**: Himmelsmechanik II, 2; Fundamentale astronomische Koordinaten- und Konstantenbestimmungen, 2; Übungen im Seminar für wissenschaftliches Rechnen, 2 *g*. — **Rothe**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1 *g*. — **Knoblauch**: Partielle Differentialgleichungen, 4; Theorie und Anwendung der Determinanten, 4; Ausgewählte Kapitel der Flächentheorie, 1 *g*. — **Gehrcke**: Elemente der höheren Mathematik: Differential- und Integralrechnung, 1 1/2. — **Marcuse**: Geographische Ortsbestimmung, mit Übungen, 1 1/2; Einführung in die mathematische Geographie und kosmische Physik, mit Lichtbildern, 1 1/2; Allgemeine Himmelskunde, mit Lichtbildern und Fernrohrbeobachtungen, 1 1/2. — **Witt**: Geometrische Optik: Fernrohr, 2; Übungen auf der Sternwarte, 6 *g*. — **Knopp**: Gewöhnliche Differentialgleichungen, 4; Funktionentheorie I, 4. — **Schweydar**: Beobachtungsmethoden der Erdbebenforschung, 2. —

Technische Hochschule Berlin.

Kurlbaum: Experimentalphysik: Wärme, Optik, 4, für Architekten, 2; Physikalische Übungen, 4. — **Grunmach**: Magnetische und elektrische Maßeinheiten und Meßmethoden, 2; Physikalische Maßbestimmungen und Meßinstrumente (Physikalische Übungen), 4. — **Kalischer**: Die physikalischen Grundlagen der Elektrotechnik I, 2; Elektromagnetismus und Induktion mit besonderer Berücksichtigung der Elektrotechnik, 4; Grundzüge der Elektrochemie, 2. — **Korn**: Die Differentialgleichungen der elektromagnetischen Theorien, 2. — **Krigar-Menzel**: Theorie des Lichtes, 4; Theorie der Wärmeleitung und der Strahlung, 2. — **Berndt**: Einführung in die geometrische Optik, 2. — **Felgentraeger**: Maß- und Gewichtswesen II, 2; Die Meßinstrumente des Chemikers, 2. — **Kaßner**: Der Wind nach Entstehung, Messung und Ausnutzung für Hoch- und Hafenbau, See- und Luftschiffahrt, sowie für Windmotorenbau, 1. — **Kock**: Methoden zur Aufnahme von schnell verlaufenden elektrischen und magnetischen Erscheinungen: Oszillographen usw., 2; Methoden der drahtlosen Telegraphie, 2. — **Petzoldt**: Die Relativitätstheorie, 1 *g*. — **v. Pirani**: Elemente der graphischen Darstellung und des graphischen Rechnens, mit besonderer Berücksichtigung physikalischer und technischer Anwendungen, 1; Ausführung kleinerer physikalischer Experimentaluntersuchungen, mit besonderer Berücksichtigung der Licht- und Temperaturmessungen, 2. — **Zehnder**: Angewandte Physik, mit Exkursionen, 2. — **Günther**: Anwendung der Photographie zum Messen in der Technik (Photogrammetrie), mit Lichtbildern und Demonstrationen, 2. — **Franke**: Elektrische Fernmeldetechnik einschließlich drahtlose Telegraphie, 4, Übungen, 6; Entwerfen von Instrumenten und Apparaten der Meß- und Fernmeldetechnik, 2. — **Kloß**: Elektromaschinenbau, 4, Übungen, 8; Übungen im Elektrotechnischen Versuchsfelde, 4. — **Orlich**: Grundlagen der Elektrotechnik, 4, Übungen, 14 tägig, 2; Übungen im Elektrotechnischen Laboratorium, 12; Elektrotechnische Meßkunde, 2, Übungen, 14 tägig, 2. — **W. Reichel**: Elektrische Kraftanlagen und Bahnen, 4, Übungen, 4. — **Wedding**: Übungen im Elektrotechnischen Laboratorium, 4; Elektrotechnische Meßkunde, 2; Beleuchtungstechnik, 2. — **Benischke**: Allgemeine Wechselstromtechnik, 4. — **Breslauer**: Berechnung und Prüfung elektrischer Maschinen nach den in der Praxis herrschenden Gepflogenheiten, 2. — **Faßbender**: Einführung in die drahtlose Telegraphie (Experimentalvortrag), 2. — **Rüdenberg**: Pendeln von Wechselstrommaschinen, 1. — **Wagner**: Ausgewählte Kapitel aus der Hochspannungstechnik, 2. — **Zehme**: Elektrische Stadtschnellbahnen und Vorortsbahnen, 2. — **Krell**: Schiffselektrotechnik, 2. —

Hofmann: Experimentalchemie: Chemie der Metalle mit Einführung, 4; Praktische Arbeiten im anorganischen Laboratorium, tägl.; Gasanalyse, Übungen, 2. — **v. Buchka**: Chemie der Nahrungsmittel mit Berücksichtigung der Nahrungsmittel-Analyse und Bakteriologie, 4; Geschichte der Chemie, 2. — **Dolezalek**: Angewandte Elektrochemie, 2; Kleines physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, 2 halbe Tage; Praktische Arbeiten im physikalisch-chemischen und elektrochemischen Institut, tägl. — **Holde**: Untersuchung der Kohlenwasserstofföle und verwandter Produkte: Schmieröle, Treiböle, Leuchtöle, Paraffin, Ceresin, Asphalt usw., 2. — **Miethe**: Spektralanalyse, mit Übungen, 2; Photochemie und photochemische Prozesse, 2; Konstruktionstypen photographisch-optischer Instrumente, 1—2; Praktische Arbeiten im photochemischen Laboratorium, für Photochemiker, tägl.; Photographische Übungen in den gebräuchlichsten Prozessen, 12. — **Pschorr**: Organische Chemie II: Aromatische Reihe, zyklische Verbindungen, Farbstoffe, Alkaloide usw., 4; Praktische Arbeiten im organischen Laboratorium, tägl. — **Traube**: Thermochemie, 2; Physikalisch-chemische Übungen, 3; Kolloquium über ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1. — **N. N.**: Chemische Technologie I, 4; Glas, Keramik, Apparatenkunde, 4; Praktische Arbeiten im technisch-chemischen Institut, tägl. — **Arndt**: Anwendungen der physikalischen Chemie auf technische Vorgänge, 1. — **Bucherer**: Die Grundzüge der Färberei und Druckerei, 1. — **Byk**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, 2. — **Endell**: Ausgewählte Kapitel der Mineralchemie, nebst technischen Anwendungen, 1. — **v. Girsewald**: Praktische Kalorimetrie, mit Übungen, 2. — **Guertler**: Physikalische Chemie der Metallegierungen IV: Wärmelehre, Dichte, Elektrizitätslehre, Magnetismus, Optik, Akustik und Mechanik, 2; Chemische Statik und Kinetik als Grundlage technischer Prozesse, 1. — **Hauser**: Chemie der Kolloide und Ultramikroskopie, 2; Einführung in die rechnerische Behandlung chemischer Probleme II, 1. — **Hilpert**: Theoretische Chemie in ihrer Anwendung auf die Prozesse der Hüttenkunde, 1. — **Lehmann**: Die Farbenphotographie, 1. — **Liebermann**: Methoden zur Konstitutionsbestimmung organischer Ver-

bindungen, 1. — **Loewenherz**: Erläuternde Vorträge zu den Führungen durch das Chemische Museum (organisch), 1 *g*; Die Produkte der chemischen Industrie, ausgewählte Kapitel (organisch), 1 *g*. — **Seegert**: Ausgewählte Kapitel aus der Spektralanalyse, 1. — **Simonis**: Organische Analyse und Arbeitsmethoden, 2. — **Stavenhagen**: Einführung in die Experimentalchemie, 2. — **Treadwell**: Ausgewählte Methoden zur Prüfung der Rohmaterialien, Zwischen- und Endprodukte der chemischen Industrie, 1. — **Ullmann**: Ausgewählte Kapitel der Farbenindustrie, 1. — **Voswinckel**: Terpene und Kampfer, 1. — **Wirth**: Analytische Chemie, 1. — **Wolffenstein**: Die neueren Arzneimittel und ihre Fabrikation, 2. —

Dziobek: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2. — **Haentzschel**: Elemente der Mechanik, 4. — **Rothe**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2; Differentialgleichungen, 2. — **Jolles**: Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4. — **Lampe**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2; Bestimmte Integrale und Differentialgleichungen, 2. — **Scheffers**: Darstellende Geometrie II, 5, Übungen, 5. — **Wallenberg**: Ausgewählte Kapitel der Elementarmathematik, 2; Funktionentheorie II, 2; Variationsrechnung, 2. — **Fuchs**: Elliptische Funktionen, 2. — **Jacobsthal**: Elemente der Zahlentheorie, 2. — **Lichtenstein**: Vektoranalysis, 2. — **Salkowski**: Darstellende Geometrie I, 5, Übungen, 5. — **Reißner**: Mechanik und graphische Statik I, 4, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der Mechanik, 2 *g*. — **Werner**: Niedere Geodäsie, 4; Geodätisches Praktikum II, 2; Praktische Übungen im Feldmessen, 4; Planzeichnen, zugleich Bearbeitung der Aufnahmen, nach Verabredung; Höhere Geodäsie, 2. — **Wolff**: Niedere Geodäsie im Abriß, Aufnahme und Bearbeitung eines Höhen- und Lageplanes, 1, Übungen, 1 Nachmittag. — **Hartmann**: Kinematische Geometrie und theoretische Kinematik, 2; Maschinengetriebe: Anwendungen der Kinematik, 2. — **E. Meyer**: Mechanik I, 4, Übungen und Festigkeits-Laboratorium, 3; Ausgewählte Kapitel der Technischen Mechanik, 2. — **v. Parseval**: Motorluftschiffe, 2; Flugzeuge, 2; Übungen im Bau von Luftfahrzeugen, 2. — **Dietzius**: Luftschiffbau und Luftschiffahrt, 1. —

Universität Bern.

Forster: Experimentalphysik: Allgemeine Physik, Akustik, Optik, 6; Wärmelehre (Schluß), 1 *g*; Repetitorium der Physik, 2; Theoretisch-praktischer Kurs der Photographie, 2; Physikalisches Praktikum, 4. — **Gruner**: Analytische Mechanik, 3, Übungen, 1; Die Beugungserscheinungen und ihre Anwendung in der meteorologischen Optik, 2; Seminar für theoretische Physik, nach Verabredung. — **Blattner**: Kraftwerke und elektrische Bahnen, 1. — **Luterbacher**: Die meteorologischen Faktoren und ihre Beobachtung, mit Berücksichtigung der aeronautischen Meteorologie, 1. —

Kohlschütter: Anorganisch-chemisches Praktikum, tägl.; Chemisches Praktikum für Mediziner, 8; Spezielle anorganische Chemie, 3; Kolloidchemie, 1. — **Ephraim**: Analytische Chemie, 3; Gasanalytisches Praktikum, 3; Repetitorium der anorganischen Chemie, für Chemiker, 2. — **Mai**: Repetitorium der anorganischen Chemie, für Mediziner und Lehramtskandidaten, 2. — **Tambor**: Organische Chemie I, 6, Repetitorium, 1; Organisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Frl. Woker**: Arbeiten im Laboratorium für physikalisch-chemische Biologie, ganz- oder halbtägig; Kurs für die Untersuchung der Körperflüssigkeiten: Harn, Blut, Milch, Magensaft, 4; Theorie und Praxis der Fermentuntersuchung, 2; Biologische Katalysatoren, 1; Geschichte, Theorie und Anwendungen der Katalyse, 2; Immunochemie, 2. — **Abelin**: Spezielle Chemie der Fette und der fettähnlichen Stoffe: Lezithine, Lipoide usw., 1. — **Schaffer**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel II, 2: Chemische Technologie der Lebensmittelgewerbe, nach Verabredung. —

Graf: Kugelfunktionen II, mit Repetitorium, 3; Besselsche Funktionen mit Repetitorium, 3; Integralrechnung mit Repetitorium, 3; Funktionentheorie, 2; Differentialgleichungen II, 2; Renten- und Versicherungsrechnung, 2; Mathematisches Seminar (mit Huber), 1 1/2. — **Huber**: Sphärische Astronomie II, 2; Analytische Geometrie des Raumes mit Theorie der Flächen zweiten Grades, 3; Theorie der Enveloppen und Brennlinien, 2; Mathematisches Seminar: Geometrische Richtung (mit Graf), 1. — **Ott**: Algebraische Analysis I, 2; Differentialrechnung, 2; Analytische Geometrie der Ebene I, 2; Goniometrie und ebene Trigonometrie, 2; Mathematische Übungen, 1. — **Manderli**: Strahlung und Temperatur der Sonne, 1; Einführung in die Beobachtung des Himmels mit einfachen Instrumenten, 2, Übungen, 1 Abend; Die Astronomie in ihrer Bedeutung für das praktische Leben, 1 *g*. — **Berliner**: Höhere Algebra, 1. — **Benteli**: Elemente der darstellenden Geometrie, 4; Praktische Geometrie, Übungen auf dem Terrain, 3. — **Crelier**: Synthetische Geometrie I, 2; Geometrie des Dreiecks, 2. — **Moser**: Ausgewählte Kapitel der Versicherungslehre: Krankenversicherung, nach Verabredung; Mathematische Grundlagen der Invaliden- und Altersversicherung, 2; Sterbetafeln und Sterblichkeitsmessung, 1—2; Mathematisch-versicherungswissenschaftliches Seminar, 1 - 2. — **Bohren**: Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2; Ausgleichungsrechnung, mit Übungen, 2. —

Universität Bonn.

Kayser: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärme, Akustik, 5; Laboratorium für Anfänger (mit Eversheim), 8, für Vorgeschrittene, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Eversheim**: Ausgewählte Kapitel aus der physikalischen Meßtechnik, 2; Grundzüge der Elektrotechnik, 1 *g*. — **Grebe**: Einleitung in die theoretische Physik, 2. — **Pflüger**: Theorie des Lichtes, 4, Übungen, 1 *g*. — **Bucherer**: Über Wärmetheorie, 1. —

Anschütz: Experimentalchemie I: Anorganische Chemie, 6; Kolloquium über neuere Arbeiten auf dem Gebiete der Chemie, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene sowie für Nahrungsmittelchemiker (mit Benrath, Frerichs und Kippenberger), tägl.; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Benrath), tägl. außer Sonnabend. — **Benrath**: Spezielle anorganische Chemie II, 1 *g*; Analytische Chemie II, 2; Experimentierübungen für Lehramtskandidaten (mit Wintgen), 1; Übungen in der Gasanalyse, 3 *g*. — **Meerwein**: Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 1. — **Rimbach**: Physikalische Chemie II: Thermochemie und Elektrochemie, 3; Chemisches Rechenseminar (mit Wintgen), a) Unterstufe: Stöchiometrische und chemisch-analytische Aufgaben, 14tägig, 2 *g*, b) Oberstufe: Physikalisch-chemische Aufgaben, 14tägig, 2 *g*; Übungen in den wichtigsten physikalisch-chemischen Meßmethoden, 3. — **Wintgen**: Einführung in die Kolloidchemie, 1. — **Frerichs**: Toxikologische Analyse, 1; Pharmazeutische Chemie II (organisch), 3, III: Zyklische Verbindungen, 1 *g*. — **Gewecke**: Repetitorium der anorganischen und analytischen Chemie, 1; Einführung in das chemische Praktikum, 2. — **Mannheim**: Chemie der Drogen und Pflanzenstoffe, 1; Sterilisieren von Arzneimitteln, 1. — **Kippenberger**: Grundzüge der Nahrungsmittelchemie, 2; Chemische Technologie, organischer Teil (ausschließlich der Farbstoffe), mit Exkursionen, 2; Einführung in die chemische Großtechnik II: Organisch-chemische Betriebe, mit Exkursionen, 1 *g*; Besprechung technisch-chemischer Betriebskontrollen, 1 *g*. — **Laar**: Übungen in ausgewählten photographischen Verfahren, tägl.; Grundlagen der Photographie und Reproduktionstechnik, mit Besichtigungen, 2. —

London: Elemente der Differential- und Integralrechnung, 4, Übungen, 1 *g*; Axonometrie und Perspektive mit Zeichenübungen, 2. — **Study**: Differentialgeometrie: Allgemeine Theorie der Kurven und Flächen, 4, Mathematisches Seminar, Oberstufe: Vortragsübungen, 14tägig, 2 *g*. — **Schur**: Algebraische Gleichungen (Galoissche

Theorie), 4; Mengenlehre, 2; Mathematisches Seminar, Mittelstufe: Behandlung einfacher Aufgaben (mit J. O. Müller), 14tägig, 2 *g*. — **C. Müller**: Einführung in die Geodäsie, mit Übungen, 2 *g*. — **J. O. Müller**: Ausgewählte Kapitel der Integralrechnung, 1; Einführung in die Theorie der Differentialgleichungen, 3. — **Küstner**: Definitive Berechnung der Bahnen der Kometen und Planeten, 3; Astronomisches Kolloquium, 1½ *g*; Praktische Übungen im astronomischen Beobachten, tägl. —

Technische Hochschule Braunschweig.

Diesselhorst: Experimentalphysik: Ausgewählte Kapitel aus der Mechanik, Wärmelehre und Optik, 4; Wechselströme, 3; Physikalisches Praktikum I und II; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **Bergwitz**: Radioaktivität der Erde und der Atmosphäre, 1; Theoretische Telegraphie, 1. — **Peukert**: Elektrotechnische Messungen, 2; Allgemeine Elektrotechnik, 4; Elektrische Schutzeinrichtungen und Sprengmethoden, 2; Elektrotechnisches Praktikum, 9; Arbeiten im elektrotechnischen Laboratorium, für Fortgeschrittenere, 9. —

Meyer: Organische Experimentalchemie, 6; Chemische Technologie der Faserstoffe, 1; Arbeiten im chemischen Laboratorium; Chemisches Kolloquium (mit Freundlich), nach Verabredung *g*. — **Biehringer**: Analytische Chemie, 2; Chemisch-technische Rechnungen, 1; Heizstoffe und Kesselspeisewasser, 2, Übungen, 1. — **Freundlich**: Elektrochemie, 2; Chemische Technologie I, 4; Arbeiten im Laboratorium für physikalische Chemie und Elektrochemie. — **Reinke**: Chemische Technologie II 2, 4, Seminaristische Übungen, monatlich 2 *g*; Chemisch-technische Analyse II, 2; Enzyme, 2; Arbeiten im Laboratorium für chemische Technologie II und landwirtschaftlich-chemische Gewerbe. — **Beckurts**: Abwässerreinigung, 1; Wasser- und Harnuntersuchung, 1; Pharmazeutische Chemie, 4; Arbeiten im Laboratorium für pharmazeutische Chemie und Nahrungsmittelchemie. — **Emde**: Alkaloide, 1. —

Fricke: Analytische Geometrie und Algebra, 3; Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Funktionentheorie, 2; Grundlagen der Theorie der Fourierschen Reihen, 1. — **Timerding**: Darstellende Geometrie, 4, Übungen, 6; Einführung in die höhere Mathematik, 3, Übungen, 1. — **Wernicke**: Statik starrer und elastisch-fester Körper, 4, Übungen, 2. — **Schlink**: Technische Mechanik I: Statik, 6, Übungen und Repetitionen, 3, III: Hydraulik, Aerostatik und Aerodynamik, 4, Übungen und Repetitionen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Luftfahrt, 1; Ausgewählte Kapitel aus der Theorie der Konstruktionen, 2. — **Näbauer**: Geodäsie I, 5, Übungen, 2; Grundzüge der sphärischen Astronomie, direkte astronomische Bestimmung der geographischen Koordinaten und des Azimuts, 2, Übungen, 2; Vermessungsübungen I, 5, II, 9; Ausarbeitung geodätischer Aufnahmen, 3. —

Universität Breslau.

Lummer: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärme, Akustik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schaefer, Waetzmann und Ladenburg), 3, für Geübtere (mit Pringsheim, Schaefer und Waetzmann), tägl., für Mediziner (mit Ladenburg), 3, für Pharmazeuten (mit Ladenburg), 3; Physikalisches Kolloquium (mit Pringsheim und Schaefer), 2 *g*. — **Pringsheim**: Mechanik deformierbarer Körper: Elastizitätslehre, Hydromechanik, Akustik, 4; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 14 tägig, 2 *g*. — **Schaefer**: Theorie der Wärme, 4. — **Ladenburg**: Vektoranalysis und ihre Anwendungen in der mathematischen Physik, 2. — **Waetzmann**: Einführung in die theoretische Physik, Mechanik, Akustik und Wärme, 2. — **Riesenfeld**: Photographisches Praktikum, 2; Die Photographie und ihre Technik, 1 *g*. —

Biltz: Unorganische Experimentalchemie, 6; Chemische Referatenstunde, für Vorgeschrittenere (mit v. Braun, Meyer und Arndt), 14 tägig *g*; Chemisches Praktikum, unorganische Abteilung (mit v. Braun), tägl. außer Sonnabend, organische Abteilung, ganztägig, für Mediziner (mit Meyer), 4, für Landwirte, 4. — **v. Braun**: Chemische Tagesfragen, 1; Analytische Chemie II, 1; Besprechung selbständiger wissenschaftlicher Arbeiten, 1 *g*. — **Herz**: Die physikalisch-chemischen Grundlagen der analytischen Chemie, 2; Anwendungen der Maßanalyse, mit besonderer Berücksichtigung des Deutschen Arzneibuches, 1; Grundlagen der Maßanalyse, 1; Besprechungen zur qualitativen Analyse, 1 *g*. — **Meyer**: Physikalische Chemie I, 2, Mathematische Ergänzungen, 1; Physikalisch-chemisches Kolloquium, 1 *g*. — **Fischer**: Handfertigkeitspraktikum: Unterweisung in der für wissenschaftliche Zwecke nötigen Kenntnis der Bearbeitung von Holz, Glas, Metall, 3; Die radioaktiven Elemente, 1. — **Arndt**: Theoretische Besprechung des chemischen Anfänger-Praktikums, 2; Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie in elementarer Darstellung, mit Exkursionen, 2. — **Schenck**: Physikalische Chemie II: Elektrochemie, 3; Angewandte Kapitel der physikalischen Chemie, 1; Übungen in physikalischer Chemie und Elektrochemie, 4; Großes Praktikum in physikalischer Chemie und Elektrochemie, für Fortgeschrittene, tägl. — **Gadamer**: Anorganische Experimentalchemie, mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie, 6; Prüfung der Arzneimittel, 1 *g*; Praktisch-chemische Übungen mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie, der forensischen Chemie und Nahrungsmittelchemie, tägl.; Kleines chemisches Praktikum, 6. — **Danckwortt**: Ausgewählte Kapitel aus der Chemie der menschlichen Nahrungs- und Genußmittel, 2. — **Ehrlich**: Einführung in die Chemie für Landwirte, organischer Teil, 2; Die Enzyme und ihre Bedeutung für das Pflanzen- und Tierleben, 1 *g*; Landwirtschaftlich-chemische Technologie II: Die Gärungsindustrien (Brennerei, Brauerei usw.), 2; Praktische Übungen und Untersuchungen auf dem Gebiete der Zucker-, Brennerei-, Brauereichemie und -technik, 4; Chemische, biochemische und technische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Die Milch, ihre technische Verarbeitung und Verwertung, 1. —

Sturm: Höhere Kurven und Flächen, 3; Polyeder, 2. — **Kneser**: Elliptische Funktionen, 4; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 2 *g*; Grundlagen der Geometrie, 2. — **Schmidt**: Partielle Differentialgleichungen, 4; Integralgleichungen II, 2; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 2 *g*. — **Steinitz**: Allgemeine Theorie der Kurven und krummen Flächen, 3, Übungen, 1 *g*. — **Schnee**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 2; Bestimmte Integrale, 2. —

Technische Hochschule Breslau.

Lummer: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum, 3. — **Hilpert**: Elektrotechnik, 4; Elektromaschinenbau, 2; Apparatebau, 2, Übungen, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I, 4, III, 8. — **Euler**: Elektrotechnische Meßkunde II, 2; Elektrische Kraftanlagen II, 2; Elektrische Bahnen, 2, Übungen, 4. — **Große-Leege**: Telegraphentechnik, 2. —

Stock: Anorganisch-chemisches Praktikum, tägl.; Analytische Chemie, 3; Chemisches Kolloquium (mit Neumann, Schenck und Semmler), 14tägig, 2 *g*. — **Semmler**: Organisch-chemisches Praktikum, tägl.; Organische Experimentalchemie, 4; Abriß der organischen Chemie, 1. — **Schenck**: Physikalische Chemie II, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum für Fortgeschrittenere, tägl., Übungen, 4. — **Neumann**: Chemisch-technisches Praktikum, ganz- oder halbtägig, tägl. — **Nauß**: Einführung in die Gastechnik, 1. —

Dehn: Höhere Mathematik II, 2, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der Analysis, nach Verabredung. — **Hessenberg**: Darstellende Geometrie II, Übungen, 4; Analytische Geometrie, 3. — **Mann**: Mechanik: Graphische Statik II, 4, Übungen, 2; Mechanik IV, 2, Übungen, 2; Eisenhochbau, einschließlich Eisenbetonbau, 2, Übungen, 2; Statik der Baukonstruktionen II, 1. — **Steinitz**: Höhere Mathematik IV, 4, Übungen, 2; Vektoranalysis, 2. — **Schnee**: Ausgewählte Kapitel der Analysis, nach Verabredung. —

Technische Hochschule Danzig.

Krüger: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, 4; Kleines physikalisches Praktikum, 8; Großes physikalisches Praktikum, tägl.; Ausgewählte Kapitel aus der technischen Physik, 1. — **Kalähne**: Einführung in das physikalische Praktikum: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 1; Licht- und Wärmestrahlung, 1; Photographie und photographische Reproduktionsverfahren, 1, Übungen I, für Anfänger, 3, II, für Fortgeschrittene, 3; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten im photophysikalischen Laboratorium, tägl. — **Wex**: Post- und Telegraphenamt, 1. — **Roessler**: Elektrotechnik I, 4, II, 2; Elektrotechnisches Laboratorium I, 4, II und III, 9; Projektierung elektrischer Anlagen, Übungen, 4; Berechnung und Entwurf elektrischer Maschinen (mit Roth), 1, Übungen, 4. — **Grix**: Elektrische Bahnen, 2, Übungen, 4; Berechnung elektrischer Leitungsnetze, 2. — **Roth**: Elektrotechnische Meßkunde, 2. — **Föttinger**: Ausgewählte Kapitel aus der Physik der technischen Strömungserscheinungen, 1. —

Ruff: Anorganisch-chemische Technologie I, 3, II, 3, III: Technische Elektrochemie, 1; Chemisches Kolloquium (mit v. Wartenberg und Wohl), für Fortgeschrittene, 2 *g*; Praktikum im anorganisch-chemischen und elektrochemischen Laboratorium, tägl. — **Wohl**: Organische Experimentalchemie II, 2; Organisch-chemische Technologie I, 3; Praktikum im organisch-chemischen Laboratorium und Laboratorium für landwirtschaftliche Gewerbe, tägl. — **v. Wartenberg**: Physikalische Chemie I und II, 3; Kleines physikalisch-chemisches Praktikum I und II, 4; Großes physikalisch-chemisches Praktikum, tägl. — **N. N.**: Qualitative chemische Analyse, 2. — **Claass**: Methoden der organischen Synthese, 2. — **Glimm**: Gerichtliche Chemie, 1; Chemie der Enzyme, 1; Einführung in die technische Mykologie, 1; Praktikum für Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel und Gärungsphysiologisches Praktikum, tägl.; Untersuchung von Heizstoffen und Gasanalyse, 3; Mikroskopische Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 3; Kurse für Gärungsgewerbe, mehrwöchentlich. — **Jellinek**: Angewandte physikalische Chemie I und II, 2. —

v. Mangoldt: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 1; Fouriersche Reihen, 1. — **Lorenz**: Einführung in die Mechanik, 4, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Mechanik, 2 *g*. — **Schilling**: Darstellende Geometrie, 3, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 3. — **Sommer**: Höhere Mathematik II, 2, Übungen, 1; Einführung in die höhere Mathematik, 5. — **v. Brunn**: Himmelsmechanik I, 2. — **N. N.**: Grundzüge der Mechanik: Elementarmechanik, 2; Übungsergebnisse in der Mechanik, 2. — **Eggert**: Geodäsie I, 2, II, 2; Praktische Übungen im Feldmessen, 4; Geographische Ortsbestimmung, 2. —

Technische Hochschule Darmstadt.

Schering: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrostatik, Elektrische Ströme, 5; Physikalisches Praktikum (mit Zeißig), 4 Nachmittage; Selbständige Arbeiten aus dem Gebiete der Physik (mit Zeißig), nach Verabredung; Elektrische Schwingungen und elektrische Wellen, Maxwells Theorie der Elektrizität, mit Demonstration, 2. — **Zeißig**: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrostatik, Elektrische Ströme, 4; Ausgewählte Kapitel aus der allgemeinen Physik, für Pharmazeuten, 1. — **Bärwald**: Radiologie: Über radioaktive Strahlungen und Wandlungen, 1. — **Meisel**: Theorie der optischen Instrumente II, 2. — **Limmer**: Photographische Übungen A und B, für Anfänger und Fortgeschrittene, 3; Grundlagen der Photographie, 2; Farbenphotographie, mit Übungen, 2; Grundlagen der Kinematographie, mit Übungen, 1. — **Wirtz**: Allgemeine Elektrotechnik I: Elemente der Elektrotechnik, 3; Elektrotechnische Meßkunde I, 2; Übungen im elektrotechnischen Laboratorium (mit Sengel), 4 halbe Tage; Grundzüge der Telegraphie und Telephonie, 2; Radiotelegraphisches Praktikum, 1/2 Tag. — **Kittler**: Allgemeine Elektrotechnik II: Gleichstromtechnik, Theoretischer Teil, 4; Selbständige Arbeiten für Vorgeschrittenere (Praktikum III) (mit Petersen), nach Verabredung. — **Petersen**: Allgemeine Elektrotechnik, Übungen, 2; Grundzüge der Hochspannungstechnik, 1. — **Sengel**: Konstruktion elektrischer Maschinen und Apparate, 3, Übungen, 3; Elektrische Licht- und Kraftanlagen, 2, Übungen, 2; Grundzüge der Elektrotechnik, 2. — **Goldschmidt**: Elektrischer Antrieb von Hebemaschinen und industrielle elektrische Betriebe, 2; Referate aus elektrotechnischen Fachblättern, Kolloquium, 1 *g*. — **Eberhardt**: Luftschiffahrt, 2, Übungen, 6; Flugtechnik, 2, Übungen, 6; Allgemeine Vorlesung über das gesamte Gebiet der Luftschiffahrt, 2. — **Schleiermacher**: Aerodynamik in Beziehung zur Luftschiffahrt, 2 *g*. —

Wöhler: Spezielle anorganische Chemie, 4; Theoretische Chemie II, 2; Kolloquium über chemische Tagesfragen (mit Martin), 1; Agrikulturchemie, 1; Chemisches Praktikum für anorganische und physikalische Chemie (mit Heyl, Martin und Schaeffer), tägl. außer Sonnabend. — **Martin**: Grundzüge der Chemie, 4; Analytische Chemie I, 2. — **Finger**: Ausgewählte Kapitel aus der organischen Chemie, 2; Teerfarbstoffe, 4; Praktikum im Laboratorium für organische Chemie (mit Friedlaender), tägl. außer Sonnabend; Färberei-Praktikum (mit Heuser), 4. — **Heuser**: Organisch-chemisches Praktikum, nach Verabredung; Chemische Technologie der Gespinstfasern (Bleicherei, Färberei, Zeugdruck), 1; Kunstseide, künstliche Fäden und Zelluloseprodukte, 1. — **Friedlaender**: Chemie der natürlichen Farbstoffe, 1 *g*. — **Heyl**: Pharmazeutische Chemie: a) Anorganischer Teil, 2, b) Organischer Teil, 2, Repetitorium, 1; Ausmittelung der Gifte, 1. — **Dieffenbach**: Elektrochemie, 2; Chemische Technologie, 2; Metallurgie, 2; Chemisches, chemisch-technisches und elektrochemisches Praktikum (mit Moldenhauer und Draisbach), tägl. außer Sonnabend. — **Moldenhauer**: Ausgewählte Kapitel aus der chemischen Technologie, 1; Elektrochemische Übungen, 4; Anwendung der physikalischen Chemie auf chemisch-technische Prozesse, 1. — **Vaubel**: Theoretische Chemie II: Thermochemie, 1, Übungen, 3; Steinkohlengasindustrie, 1; Die maschinellen Hilfsmittel der chemischen Technik, $1^1/_2$. — **Sonne**: Chemisch-technische Untersuchung von Explosivstoffen, 1. —

Graefe: Repetitorium der Elementar-Mathematik, 3, Übungen, 2; Höhere Mathematik, 3, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der höheren Mathematik, 2. — **Horn**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 5, Übungen, 3; Integralgleichungen, 2—3; Äußere Ballistik, 3. — **Dingeldey**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 6, Übungen, 3, II, 2, Übungen, 1. — **Wiener**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6; Neuere mathematische Lehren zur Behandlung naturwissenschaftlicher und technischer Aufgaben I, Geometrische Abbildungen, 2—4; Arbeiten im mathematischen Institut (mit Sulzmann), 3. — **R. Müller**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6; Reine Kinematik, 2. — **Hohenner**: Geodäsie, 4; Ausgewählte Kapitel aus der Geodäsie, 2; Geodätische Übungen I, 8, II, 4; Geodätische Ausarbeitungen, 4; Praktische Geometrie, Übungen, 4, Ausarbeitungen, 2. — **Assistenten**: Planzeichnen, 4 und 2. — **Henneberg**: Technische Mechanik, 3, Übungen (mit Graefe), 2; Mechanik I, 6, Übungen, 2; Hydrodynamik, 1. — **Blaess**: Hydraulik, 2, Übungen, 1. — **Gasser**: Geodätische Aufgaben in der Aeronautik, 2. —

Technische Hochschule Dresden.

Hallwachs: Experimentalphysik II: Elektrizität II, Optik, 5; Physikalisches Praktikum I, 6 oder 3, II, einschließlich Laboratoriumstechnik, für Fortgeschrittene, 9; Praktikum für größere physikalische Arbeiten, 20. — **Toepler**: Theoretische Physik I, Mechanik, 3; Optik, ausgewählte Abschnitte, 1. — **Heger**: Raumakustik, 1 *g*. — **Dember**: Quantentheorie, 1. — **Görges**: Allgemeine

Elektrotechnik I, 3; Theorie des Wechselstromes I, 2; Starkstromanlagen I, 2; Elektrotechnisches Praktikum I, 4; Elektrotechnische Übungen für Geübtere I, 8; Selbständige Arbeiten im Elektrotechnischen Institut, 20; Praktikum für Schwachstromtechnik, insbesondere drahtlose Telegraphie I und II, 3; Selbständige Arbeiten im Institut für Schwachstromtechnik, 10 oder 20. — **Kübler**: Elektromaschinenbau I, 2, III, mit Kolloquium, 2; Elektrotechnische Konstruktionsübungen, 12 und 4; Versorgung der Städte mit elektrischer Arbeit, 1. — **Möllering**: Telegraphie und Telephonie, 3. —

Foerster: Experimentalchemie (anorganische), 6; Anorganisch-chemisches Praktikum: Qualitative Analyse, 12, Quantitative Analyse, technische Titriermethoden, Gasanalyse, ganztägig, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Elektrochemie, 12; Praktikum für größere Arbeiten auf dem Gebiete der Elektrotechnik und physikalischen Chemie, ganztägig. — **v. Meyer**: Organisch-technische Chemie: Kolloide und deren technische Verwendung, 3; Geschichte der chemischen Industrie mit besonderer Berücksichtigung der Gegenwart, 1; Organisch-chemisches Praktikum, halb- und ganztägig, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Farbenchemie (mit v. Walther), 12; Praktikum für Farbenchemie bzw. Färbereitechnik, halbtägig; Praktikum für größere Arbeiten auf dem Gebiete der Farbenchemie bzw. Färbereitechnik (mit v. Walther), ganztägig. — **Luther**: Photographisches Praktikum, für Anfänger und Vorgeschrittene, 4 und 8; Selbständige Arbeiten im wissenschaftlich-photographischen Institut, 2, 4, ganz- und halbtägig. — **Fischer**: Allgemeine mechanische Technologie I, 3; Praktikum für die Faserstofftechnik, für Fortgeschrittene, 20, für Anfänger, 12. — **v. Walther**: Chemie der Zuckerarten, 2; Chemie und chemische Technologie der organischen Farbstoffe, 5. — **Thiele**: Erzeugung von Licht, 1; Anorganisch-chemisches Praktikum, 4. — **Dietz**: Die chemische Technologie der Mörtel und Zemente, 1; Die chemische Technologie des Glases, 1. —

Helm: Höhere Mathematik III, 3, Seminaristische Übungen (mit Naetsch), 1; Theorie der Vektorfelder und des Potentials, 3; Versicherungstechnisches Seminar, 1 *g*, Übungen, 2. — **Krause**: Höhere Mathematik I, 5, Übungen, 2; Theorie der unendlichen Prozesse, 4; Mathematisches Seminar, 1 *g*; Seminaristische Übungen für Physiker (mit Naetsch), 1. — **Ludwig**: Darstellende Geometrie I, 3, Übungen, 4; Theorie der algebraischen Kurven, 2; Seminaristische Übungen über höhere Geometrie, 1. — **Naetsch**: Sphärische Trigonometrie, 2; Analytische Geometrie der Kegelschnitte, 3; Einleitung in die Theorie der ganzen Zahlen, 2. — **Pattenhausen**: Methode der kleinsten Quadrate, 2, Seminaristische Übungen, 1; Höhere Geodäsie, 2, Seminaristische Übungen, 1; Sphärische Astronomie I, 2, Seminaristische Übungen, 1; Vorübungen zum Planzeichnen für Vermessungsingenieure: Schriftzeichnen, 2; Planzeichnen II, 2 und 4; Skizzieren geodätischer Instrumente, 2; Triangulierungsübungen, 4; Geodätisches Praktikum I, 4, II, 4, für Architekten, 4; Größere Terrainaufnahmen, 2 Wochen. —

Universität Erlangen.

Wiedemann: Experimentalphysik II: Wärme, Akustik, Optik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 2; Physikalisches Halb- und Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Reiger**: Theoretische Physik, 4; Elektrotechnisches Praktikum, 3. — **Würschmidt**: Geschichte der Physik der neueren Zeit, 2. — **Hauser**: Photographie, mit Übungen, 2. —

O. Fischer: Organische Experimentalchemie, 5; Praktische Übungen im Chemischen Laboratorium (mit Henrich): a) Analytisch-chemische Übungen, b) Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Mediziner, 4. — **Busch**: Pharmazeutische Chemie, Anorganischer Teil, 3; Chemische Technologie: Anorganische Großindustrie, mit Exkursionen, 2; Ausmittelung von Giften, 1; Chemisches Praktikum: Voll- und Halbpraktikum, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Nahrungsmittelchemisches Praktikum: Voll- und Halbpraktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Henrich**: Analytische Chemie der Metalle (Experimentalvorlesung zur Ergänzung des analytisch-chemischen Praktikums), 2; Maßanalyse, 1; Die wichtigsten Darstellungsmethoden und Synthesen der organischen Chemie, 1. —

Noether: Analytische Geometrie des Raumes, 3, Übungen, 1 *g*; Analytische Mechanik II, 3, Übungen, 1 *g*. — **E. Fischer**: Determinanten, 4; Fouriersche Reihen, 2; Mathematisches Seminar, 2 *g*. —

Universität Frankfurt a. M.

Wachsmuth: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2; Physikalische Übungen für Anfänger, 6, für Fortgeschrittene, tägl.; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend. — **v. Laue**: Mechanik der deformierbaren Körper, 4, Übungen, 1; Leitung physikalisch-wissenschaftlicher Arbeiten, tägl. — **Déguisne**: Grundlagen der Wechselstromtechnik, 2; Elektrische Beleuchtung, 1; Einführung in die Elektrotechnik, Gleichstrom, 1; Kolloquium über die neuere Literatur auf dem Gebiete der angewandten Physik, 14tägig, 2; Kleines elektrotechnisches Praktikum I, 3, II, 3; Großes elektrotechnisches Praktikum, halb- oder ganztägig; Wissenschaftliche Arbeiten, ganztägig; Wechselstrommaschinen, 1. — **Brill**: Ausgewählte Kapitel aus der Astrophysik, 1. — **Seddig**: Das ultrarote und das ultraviolette Spektrum, 1; Übungen in optischer Projektion und Anstellung physikalischer Demonstrationen, 14tägig, 2; Photographisches Praktikum, 8. — **Stern**: Molekulartheorie, 2. —

Freund: Anorganische Experimentalchemie, 7; Kolloquium über neue chemische Literatur, 14tägig, 1½; Großes chemisches Praktikum und Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten: Organische Abteilung, ganztägig, anorganische Abteilung, ganz- oder halbtägig (mit Ebler); Kleines chemisches Praktikum für Anfänger: Darstellung chemischer Präparate; Einführung in die qualitative und quantitative Analyse, Nahrungsmittelanalyse, 2 halbe Tage; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Ebler), 6; Chemisches Praktikum (mit Speyer), 2 halbe Tage. — **Lorenz**: Allgemeine Elektrochemie, 3; Kolloquium über neuere Arbeiten aus dem Gebiete der physikalischen Chemie, 14tägig, 2; Kleines Praktikum der physikalischen Chemie, halbtägig, tägl. außer Sonnabend; Übungen im physikalisch-chemischen Laboratorium, halb- oder ganztägig; Wissenschaftliche Arbeiten im physikalisch-chemischen Laboratorium, ganztägig; Ausgewählte Kapitel aus der technischen Elektrochemie, 1. — **Ebler**: Analytische Chemie I: Einführung in das anorganische Praktikum und qualitative Analyse, 1½; Spektrochemie: Spektralanalyse, Kolorimetrie, Refraktometrie, 1; Chemie der radioaktiven Substanzen I. — **Fleischer**: Einführung in die Stereochemie, 1; Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 2. — **Mayer**: Einführung in die organische Chemie auf elementarer Grundlage, 1; Chemie und Technologie der Teerfarbstoffe, 2; Praktische Übungen in der Färberei der Textilfasern, 2. — **Tillmans**: Chemie der menschlichen Nahrungs- und Genußmittel I, 2; Praktische Übungen in der Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, halbtägig. —

Schoenflies: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1. — **Bieberbach**: Algebra, 4; Algebraische Kurven, 2; Mathematisches Seminar: Vorträge aus dem Gebiete der Elementarmathematik, für Fortgeschrittene, 1. — **Brendel**: Sphärische Astronomie, 2; Versicherungsmathematik, für Nichtmathematiker, 2; Übungen für Mathematiker, 2. — **Hellinger**: Funktionentheorie, 5; Mathematisches Seminar: Partielle Differentialgleichungen, 2. — **Szasz**: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 5, Übungen, 1. —

Universität Freiburg i. Br.

Himstedt: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrizität, Optik, Elektrooptik, 5; Übungen aus der theoretischen Physik, 1; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*; Physikalisches Praktikum für Mediziner und Pharmazeuten, 3, für Naturwissenschaftler, 6; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Koenigsberger**: Mathematische Physik, mit Übungen: Schwingung und Leitung, 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Vorbereitung zu Übungen aus der theoretischen Physik, 1. — **Gaede**: Theorie der elektromagnetischen Schwingungen und deren technische Anwendung, 2; Technisch-physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler: Übungen in der Selbstanfertigung physikalischer Apparate und in der Vorführung von Experimenten, 2; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im technisch-physikalischen Institut, tägl. —

Gattermann: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum (mit Riesenfeld, Fromm, Meigen, Skita, Heß und Schwarz): a) für Chemiker, ganztägig, b) für Nichtchemiker, halbtägig, tägl. außer Sonnabend; Übungen im Experimentieren und Vortragen für künftige Lehrer der Chemie I (anorganisch) (mit Riesenfeld, Heß und Schwarz), 2 *g*; Chemisches Kolloquium, 1 *g*. — **Meyer**: Physikalische Chemie, mit Demonstrationen, 2; Photographie, mit praktischen Übungen und Demonstrationen, 2; Radioaktivität, mit Demonstrationen, 1; Physikalisch-chemisches Übungspraktikum, 2; Selbständige physikalisch-chemische Untersuchungen, nach Verabredung. — **Riesenfeld**: Anorganische Experimentalchemie, 5. — **Fromm**: Organische Technologie mit Exkursionen, 2; Repetitorium der organischen Chemie für Mediziner, 2, Repetition, 1. — **Meigen**: Qualitative Analyse, 3; Gasanalytisches Praktikum, 2. — **Skita**: Chemie der Teerfarbstoffe, 2; Übungen im Färben von Gespinstfasern, 2. — **Madelung**: Moderne Theorie der organischen Chemie, 1. — **Heß**: Kolloidchemie, 1. — **Schwarz**: Theorie der quantitativen Analyse, 1; Seminar (Repetitorium) für anorganische Chemie, 1; Chemie der radioaktiven Elemente, 1. —

Stickelberger: Analytische Geometrie der Ebene, 3, Übungen, 1 *g*; Differentialgeometrie, 4, Seminarübungen, 1. — **Heffter**: Synthetische Geometrie der Ebene und des Raumes, mit Übungen, 4; Theorie der Funktionen einer komplexen Variablen, 4, Seminarübungen, 1. — **Bolza**: Elementare Theorie der Differentialgleichungen, 3, Übungen, 1 *g*. — **Loewy**: Integralrechnung, 4, Übungen, 1; Theorie der algebraischen Gleichungen, 4. — **Seith**: Darstellende Geometrie II, 2, Übungen, 2 *g*. — **Ansel**: Numerisch-graphisches Rechnen, 2, Übungen, nach Verabredung; Theoretische Astronomie, 2. —

Universität Gießen.

König: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum für Mathematiker und Naturwissenschaftler, 6, für Vorgeschrittene, nach Verabredung, für Chemiker, Mediziner, Pharmazeuten und Landwirte, 3; Leitung selbständiger physikalischer Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium (mit Fromme), 2. — **Cermak**: Handfertigkeitspraktikum, 3; Einführung in die Quantentheorie, 1. — **Fromme**: Thermodynamik, 3; Theoretisch-physikalische Übungen, 1; Niedere Geodäsie, 3, Praktische Übungen, 1 Nachmittag. — **Uller**: Einführung in die Elektrotechnik, 1. — **Peppler**: Aeronautische Meteorologie, mit besonderer Berücksichtigung des Krieges, 1. — **Jentzsch**: Beugungstheorie der optischen Instrumente, 1; Ballistik, 1. —

Elbs: Chemisches Praktikum, tägl., für Landwirte, tägl. außer Sonnabend; Chemische Übungen für Mediziner und Veterinärmediziner (mit Brand), 5; Pharmazeutisch-chemische und nahrungsmittelchemische Übungen (mit Feist), tägl.; Anorganische Experimentalchemie, 5. — **Schaum**: Physikalisch-chemisches Praktikum, tägl.; Physikalisch-chemische Übungen, 3; Photographische Übungen, 3; Physikalische Chemie I (Einführung), 2; Moderne Probleme der physikalischen Chemie, 1 *g*; Physikalisch-chemisches Seminar, 2. — **Feist**: Pharmazeutische Präparate, anorganischer Teil, 3; Die menschlichen Genußmittel und ihre Verfälschungen, 1; Gesetzeskunde für Apotheker und Nahrungsmittelchemiker, 1. — **v. Liebig**: Grundanschauungen der Chemie in ihrer geschichtlichen Entwicklung, 1 *g*. — **Thomae**: Kolloidchemie und Ultramikroskopie, 1; Pharmazeutische Geheimmittel und ihre Untersuchung, 1; Die Analyse von Erzen, Mineralien, Gesteinen und Wässern, 1; Kolloidchemisches und ultramikroskopisches Praktikum, tägl.; Kolloidchemische und ultramikroskopische Übungen, 2. —

Engel: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1; Gewöhnliche Differentialgleichungen, mit Übungen, 4. — **Schlesinger**: Analytische Geometrie der Ebene, 4, Übungen, 1; Analytische Mechanik, 4; Mathematisches Seminar: Funktionentheorie, 3 *g*. — **Graßmann**: Elemente der Algebra, 3; Darstellende Geometrie I, 3, Übungen, 4; Mathematisches Seminar: Algebra, 14 tägig, 1. —

Universität Göttingen.

Riecke: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Optik, 3; Praktische Übungen im physikalischen Institut (mit Debye, Simon, v. Traubenberg), für Mathematiker, Physiker, Chemiker und Naturwissenschaftler, 4; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. außer Sonnabend. — **Voigt**: Vektoranalysis, 4; Mathematisch-physikalisches Seminar: Kapillarität, mit Übungen, 2 *g*. — **Wiechert**: Geophysik: Erdkörper, Erdbeben, Erdmagnetismus, Polarlicht, 4; Vermessungswesen, praktischer Teil, 4; Geophysikalisches Praktikum, nach Verabredung, *g*; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge der Mitglieder über Fragen der Geonomie (Geophysik und Geodäsie), 1 *g*. — **Prandtl**: Elementare Mechanik, besonders Mechanik der Punktsysteme und starren Körper, 4; Mechanikpraktikum für Anfänger und Fortgeschrittene, 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten auf dem Gebiete der Mechanik, tägl. außer Sonnabend. — **Simon**: Theorie und Technik der Dynamomaschinen, 4; Elektrotechnisches Praktikum I und II, 3; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen auf dem Gebiete der angewandten Elektrizität, tägl.; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge der Mitglieder über ausgewählte Fragen der angewandten Elektrizität, 2 *g*. — **Debye**: Kinetische Theorie dielektrischer und magnetischer Erscheinungen, 2; Ausgewählte Kapitel der Quantentheorie, 2; Anleitung zu selbständigen Arbeiten (in der theoretischen Abteilung des physikalischen Instituts), tägl. außer Sonnabend; Physikalische Besprechungen, 1 *g*. — **Hertz**: Potentialtheorie, 4. — **Rausch v Traubenberg**: Erkenntnistheoretische Grundlagen der Physik, 1; Praktikum der Radioaktivität und Elektronik, 3. — In der Fachschule für Feinmechanik: Übungen in physikalisch-technischer Handfertigkeit, 4. —

Wallach: Allgemeine Chemie II: Organische Chemie, 5; Chemische Übungen (mit Mannich, Kötz, Borsche, Sielisch), tägl. außer Sonnabend, Praktikum für Mediziner, 4 Nachmittage; Chemisches Kolloquium, nach Verabredung *g*. — **Tammann**: Chemische Thermodynamik, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum, für Anfänger, 4 Wochen; Physikalisch-chemische Arbeiten, ganz- und halbtägig; Kolloquium, 1 *g*. — **Zsigmondy**: Anorganische Kolloide II, 1 *g*; Reversible Kolloide, mit besonderer Berücksichtigung der organischen, 1; Praktikum der anorganischen Chemie und der Kolloidchemie, ganz- und halbtägig. — **Mannich**: Die Auffindung der Gifte, 1; Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 2; Kolloquium über pharmazeutische Chemie, 1 *g*; Praktische Übungen in pharmazeutischer, toxikologischer und Nahrungsmittelchemie, für Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend. — **Coehn**: Photochemie, mit Demonstrationen, 2; Photographisches Praktikum: a) für Anfänger, b) für

Fortgeschrittene, 3; Photochemische Arbeiten, ganz- und halbtägig. — **Borsche**: Chemische Technologie anorganischen Verbindungen II, 2; Färbereichemische Übungen, 3. — **Vogel**: Chemie der hohen Temperaturen, 1. —

Hilbert: Variationsrechnung, 4; Ausgewählte Kapitel über Struktur der Materie, 2, Seminar, 2 *g*. — **Runge**: Differential- und Integralrechnung, mit Übungen, 6; Mathematisch-physikalisches Seminar: Kolloquium über Fragen der reinen und angewandten Mathematik (mit Prandtl), 2 *g*. — **Landau**: Anwendungen der Integralrechnung und der Funktionentheorie auf die Geometrie der Zahlen, 6, Übungen, 2 *g*. — **Hartmann**: Photographie der Gestirne, 1; Leitung astronomischer und astrophysikalischer Arbeiten für Fortgeschrittene, tägl.; Mathematisch-physikalisches Seminar: Besprechung astronomischer Literatur, 2 *g*. — **Carathéodory**: Funktionentheorie, 4; Partielle Differentialgleichungen I. Ordnung, 2; Mathematisch-physikalisches Seminar: Seminar über die Entwicklung der Mathematik seit 1850 (mit Klein), 2 *g*. — **Ambronn**: Geographische Ortsbestimmungen zugleich als Einleitung in die sphärische Astronomie, 2; Astronomische Übungen für Anfänger und für Lehramtskandidaten, 5—6; Leitung selbständiger astronomischer Arbeiten für Fortgeschrittene, tägl. — **Bernstein**: Analytische Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2; Versicherungsrechnung mit schriftlichen Übungen, 2; Seminar für Versicherungswissenschaft: Vorträge über ausgewählte Gegenstände der mathematischen Statistik, 2 *g*. —

Universität Graz.

Benndorf: Experimentalphysik II, 4; Physik VI: Kristalloptik, für Vorgeschrittene, 2; Physikalische Übungen I und II, 6 *g*; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend *g*; Physikalisches Konversatorium, 2 *g*. — **Waßmuth**: Wärmestrahlung, 5; Übungen im Seminar für mathematische Physik, 5 *g*. — **Brell**: Kinetische Gastheorie, 3. — **Streintz**: Maße und Meßmethoden der Elektrizität, 2. — **Rosenberg**: Übungen in der Anstellung physikalischer Versuche, 3 *g*. —

Scholl: Organische Experimentalchemie, 5; Chemische Übungen für Anfänger (mit Skrabal), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4, für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend. — **Kremann**: Metallographie, 3; Physikalisch-chemisches Rechnen, 2; Physikalisch-chemisches, Elektrochemisches und Metallographisches Praktikum, tägl. — **Skrabal**: Maßanalyse, 2; Chemie der Metalle, 3; Harnanalyse, 2; Praktikum aus anorganischer und analytischer Chemie für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend. — **v. Hemmelmayr**: Ausgewählte Kapitel aus der chemischen Technologie: Explosivstoffe, Zellstoff und Kunstseide, Gerberei, mit Exkursionen, 2; Experimentierübungen (chemische Schulversuche), 2. —

v. Dantscher: Integralrechnung (Fortsetzung), 5; Mathematisches Seminar I, 2 *g*. — **v. Daublebsky**: Algebra (Fortsetzung), 2; Differentialgeometrie, 3; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **Streißler**: Darstellende Geometrie, 3. — **Weitzenböck**: Mengenlehre, 2 *g*. — **Hillebrand**: Theorie der Rotation der Himmelskörper, 4; Das Dreikörperproblem, 1. —

Technische Hochschule Graz.

v. Ettingshausen: Physik, 5; Elektrizitätslehre, 5; Elektrotechnik, 3 1/2, Übungen: Praktische Messungen, 8; Enzyklopädie der Elektrotechnik, 2. — **Streintz**: Physik: Mechanik, Optik und Wärmelehre, 4; Der Bleiakkumulator, 1 1/2. —

Emich: Organische Chemie II, 5; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten im chemischen Laboratorium, für Vorgeschrittene; Anleitung zur mikrochemischen Analyse, für Vorgeschrittene, nach Vereinbarung. — **Andreasch**: Qualitative chemische Analyse II, 2, Laboratoriumsunterricht und Übungen, 16; Chemische Technologie der organischen Stoffe, 4, Laboratoriumsunterricht und Übungen, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der organischen Chemie und der chemischen Technologie organischer Stoffe, für Vorgeschrittene. — **B. Reinitzer**: Quantitative chemische Analyse II, 1, Laboratoriumsunterricht und Übungen, 20; Chemische Technologie der anorganischen Stoffe, 4; Elektrochemie II: Angewandte Elektrochemie, 2; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der Darstellung anorganisch-chemischer Präparate, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der anorganischen Chemie und der chemischen Technologie anorganischer Stoffe, für Vorgeschrittene. — **v. Cordier**: Besondere organische Synthesen, 1. — **v. Hemmelmayr**: Organische Elementaranalyse und quantitative Bestimmung von Atomgruppen in organischen Verbindungen, 2. — **Kremann**: Die physikalisch-chemischen Rechenmethoden, 2. — **Fuhrmann**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 3, Übungen, 4. —

Hocevar: Mathematik I, 6, Übungen (mit Weitzenböck), 2. — **Weitzenböck**: Elemente der höheren Mathematik, 4; Einführung in die Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichsrechnung, 1. — **v. Peithner**: Mathematik II, 4, Übungen (mit Weitzenböck), 2. — **Schüßler**: Darstellende Geometrie, 3, Repetitorium, 2, Übungen, 6, Seminarübungen, 2; Projektive Geometrie II, 3, Übungen, 3. — **Wittenbauer**: Allgemeine Mechanik, einschließlich der Elemente der graphischen Statik II, 4, Übungen, 3 und 2; Technische Mechanik II, 3. — **Klingatsch**: Niedere Geodäsie, 4; Geodätische Feldübungen, 8; Sphärische Astronomie, 2; Katastervermessung, 3, Übungen, 16. —

Universität Greifswald.

Mie: Theoretische Optik, 4, Übungen, 1 *g*; Physikalische Übungen für Naturwissenschaftler, 6; Erläuterungen zum physikalischen Praktikum, 1 *g*; Leitung selbständiger physikalischer Untersuchungen, tägl.; Besprechungen neuerer physikalischer Arbeiten (mit Starke), 2 *g*. — **Starke**: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Die Prinzipien der Physik, 1 *g*; Physikalisches Praktikum für Mediziner und Pharmazeuten, 2. —

Dimroth: Anorganische Experimentalchemie, 6; Chemisches Praktikum: a) anorganische Abteilung, ganz- und halbtägig, b) organische Abteilung (mit Posner), ganztägig, c) für Pharmazeuten und Nahrungsmittelchemiker (mit Scholtz), ganz- und halbtägig, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4, Erläuterungen, 1/2 *g*. — **Scholtz**: Pharmazeutische Chemie: organischer Teil, 3; Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Sterilisationskursus, 2; Pharmazeutisches Kolloquium, 1 *g*. — **Roth**: Radioaktivität, 1; Atom- und Molekulargewichtsbestimmung, 1; Maßanalyse, 1; Physikalisch-chemische Übungen, 3 1/2 oder 7 1/2; Besprechung ausgewählter neuerer Arbeiten, 1 *g*. — **Posner**: Synthetische Methoden der organischen Chemie, 2; Besprechungen neuerer Arbeiten aus dem Gebiet der organischen Chemie, nach Verabredung, *g*. —

Hausdorff: Differential- und Integralrechnung II, 4, Übungen, 1 *g*; Determinanten, 2; Mathematisches Seminar (mit Thaer), 2. — **Thaer**: Analytische Geometrie des Raumes, 4, Übungen, 1; Einführung in die astronomische Ortsbestimmung, 2. —

Universität Halle.

Dorn: Experimentalphysik II: Elektrizität, Magnetismus, Licht, 4; Einführung in die mechanische Wärmetheorie, 2 *g*; Physikalisches Laboratorium: a) Übungspraktikum, 6, b) Halbpraktikum, 3, c) Arbeiten von Geübten, tägl. — **Schmidt**: Elektromagnetische Theorie des Lichtes, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, ganztägig; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **Bernstein**: Die Dampfkraftmaschinen, mit Exkursionen, 1. — **Wigand**: Über Elektronen und Ionen, 1; Physikalisches Handfertigkeitspraktikum, 3. —



Vorländer: Allgemeine Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5; Besondere Abschnitte aus dem Gebiete der anorganischen Chemie, 1 *g*; Praktische Übungen im Chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Schulze), 4. — **Erdmann**: Chemische Technologie I: Wärmeerzeugung, Kälteerzeugung, chemische Großindustrie, 2; Praktische Übungen im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Schulze**: Darstellung und Prüfung der Arzneimittel I, 2; Chemisches Praktikum für Pharmazeuten, tägl. außer Sonnabend; Übungen im Sterilisieren, *g*. — **Baumert**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Die wichtigsten Lebensmittel und deren Verfälschungen, 1 *g*; Praktische Übungen im Laboratorium für Nahrungsmittelchemie, tägl. außer Sonnabend. — **Tubandt**: Grundlagen der Elektrochemie, 1; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Kleines Praktikum, 4. — **Beschke**: Stereochemie, 1 *g*. — **Thiem**: Praxis der Farbenphotographie, 2. —

Wangerin: Analytische Mechanik I, 4; Elliptische Funktionen, 4; Übungen des Mathematischen Seminars, 14 tägig, 2 *g*. — **Gutzmer**: Differentialrechnung, mit Übungen, 5; Variationsrechnung, 3; Übungen des Mathematischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Eberhard**: Analytische Geometrie der Ebene, 4, Übungen, 1 *g*. — **Buchholz**: Sphärische Astronomie und geographische Ortsbestimmung, 2; Praktische Übungen in geographischer Ortsbestimmung, 2 *g*. — **Pfeiffer**: Graphische Methoden, 3, Übungen, 3 *g*; Graphische Statik, 2, Übungen, 2 *g*. —

Technische Hochschule Hannover.

Precht: Experimentalphysik: Elektrizität und Magnetismus, 4; Arbeiten im Laboratorium der Physik, 4; Luftschiffahrt, 2; Photographie, 2. — **Kohlrausch**: Grundzüge der Elektrotechnik, 2; Theoretische Elektrotechnik, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I, 8, II, 16, III, für Maschinen-Ingenieure, 8. — **Heim**: Elektrische Anlagen II: Zentralanlagen, 3, Übungen, 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen und Transformatoren, 3, Übungen, 2; Elektrische Bahnen (elektrotechnischer Teil), 2; Elektrische Kraftübertragung, 2. — **Beckmann**: Praktische Elektrotechnik für Anfänger I, 1; Elektrotechnische Meßkunde I 1, 2, II, 1; Induktionsmotoren, 1 *g*. — **Brückmann**: Einführung in die Rechnung mit vektoriellen Größen, 1 *g*; Elektrotechnisches Seminar, 1; Drehstrom-Kollektormotoren, 1. —

Seubert: Grundzüge der Chemie, 6; Arbeiten im Laboratorium der anorganischen Chemie (mit Eschweiler), tägl. außer Sonnabend. — **Eschweiler**: Maßanalyse, 2. — **Behrend**: Grundzüge der organischen Chemie, 3; Arbeiten im Laboratorium der organischen Chemie (mit Ingebrigtsen und Nottbohm), tägl. außer Sonnabend. — **Ost**: Zuckerindustrie und Gärungsgewerbe, 3; Farbstoffe und Färberei, 2; Arbeiten im Laboratorium der technischen Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Bodenstein**: Angewandte Elektrochemie, 3; Elektrochemische Übungen, 4; Arbeiten im elektrochemischen Institut, tägl.; Übungen in der Elektroanalyse, 7. — **Jänecke**: Metallurgie, 1. — **Laves**: Grundzüge der physiologischen Chemie, 2. —

Kiepert: Höhere Mathematik II, 6, Übungen, 2, Repetition, 1; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Theorie und Anwendungen der Differentialgleichungen, 3; Theorie der Determinanten, 1. — **Müller**: Höhere Mathematik I A, 6, Übungen, 2, III A, 3, Übungen, 1; Mathematisches Seminar (mit Rodenberg und Salkowski), 2 *g*. — **Salkowski**: Geometrie der algebraischen Kurven, 3; Grundzüge der höheren Mathematik, 3, Übung, 1; Trigonometrische Reihen und harmonische Analyse, 4. — **Rodenberg**: Darstellende Geometrie I, 3, Übungen, 6. — **Oertel**: Grundzüge der praktischen Geometrie, 2, Übungen, 3; Praktische Geometrie, Planzeichnen, 4; Geodäsie I: Praktische Geometrie, 2, Übungen, 6; Grundzüge der astronomischen Ortsbestimmung, 2. — **Pröll**: Mechanik I: Grundzüge der Mechanik, 4, Übungen, 1, III: Elastizitäts- und Festigkeitslehre, Statik der Baukonstruktionen, 3, Übungen, 1; Aeromechanik in ihrer Anwendung auf Motorluftschiffe und Flugzeuge, 1, Übungen, 1. —

Universität Heidelberg.

Lenard: Experimentalphysik: Optik, Elektrizität und Magnetismus, 4; Physikalisches Praktikum (mit Becker), 6; Wissenschaftliche Arbeiten im physikalischen und radiologischen Laboratorium (mit Becker), tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Seminar, 1 *g*. — **Becker**: Wärmetheorie: Wärmeleitung, Thermodynamik, kinetische Theorie, 4; Mechanische Schwingungsprobleme, 8; Theoretisch-physikalische Übungen, 1 *g*. —

Curtius: Experimentalchemie I: Allgemeine Chemie und Metalloide, 5; Chemisches Praktikum für Anfänger und Geübtere in anorganischer, organischer, physikalischer, analytischer und pharmazeutischer Chemie (mit Jannasch, Trautz und Müller), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, halbtägig; Chemisches Anfänger-Praktikum für Mediziner, 4. — **Jannasch**: Titrieranalyse, 2; Ausmittelung der Gifte, 1; Gasanalytisches Praktikum, 4; Chemisches Praktikum zur Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 5. — **Trautz**: Physikalische Chemie II: Photochemie, chemische Reaktionsgeschwindigkeit und Katalyse, 3; Die Theorien der chemischen Reaktionsgeschwindigkeit, 1; Praktische Einführung in die physikalische und Elektrochemie, 4 bis 6 Wochen. — **Krafft**: Organische Chemie, 4; Praktisch-chemische Arbeiten und Übungen im Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Anfänger, tägl. außer Sonnabend. — **Mohr**: Besprechung neuerer organisch-chemischer Arbeiten, 1. — **N. N.**: Radioaktivität und radioaktive Substanzen, 1; Gasanalyse und Gasvolumetrie, 1, Praktische Übungen, 2. — **Müller**: Spektralanalyse, 1; Repetitorium der organischen Chemie, 2. — **Schmidt**: Photographisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene, 2. —

Stäckel: Einführung in die Zahlentheorie, 3; Analytische Mechanik, 4, Übungen, 1; Oberseminar (mit Perron), 2. — **Perron**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1; Ausgewählte Kapitel aus der elementaren Geometrie, 3. — **Wolf**: Elemente der Meteorologie, 2 *g*. — **Koenigsberger**: Variationsrechnung nebst Anwendungen, 2. — **Koehler**: Determinantentheorie, 2. — **Bopp**: Bestimmte Integrale, 2. —

Universität Innsbruck.

v. Schweidler: Experimentalphysik II, 5; Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten, 6, für Mediziner, 2 *g*. — **Tumlirz**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus II, 5; Übungen im mathematisch-physikalischen Seminar, 2 *g*. — **v. Lerch**: Strahlung, 3. — **Hammerl**: Elektrotechnik II: Über ein- und mehrphasige Wechselstrom-Maschinen und Motoren, 2 *g*. — **Exner**: Theoretische Meteorologie, 3; Geophysikalisches Praktikum, 2. —

Brunner: Allgemeine Chemie II: Organische Chemie, 5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Chemische Übungen für Mediziner, 6. — **Hopfgartner**: Pharmazeutische Chemie, 5. — **Zehenter**: Über Teerfarbstoffe, 2 *g*. —

Gmeiner: Anwendung der Differentialrechnung auf die Geometrie der Ebene, 3; Differentialgleichungen, 2; Übungen im mathematischen Seminar, 2 *g*. — **Zindler**: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, mit Übungen (Fortsetzung), 6; Mathematisches Seminar für Anfänger, Einführung in die Differentialrechnung und die Integralrechnung (Fortsetzung), 1 *g*. — **Menger**: Linearperspektive, 2 *g*. — **Prey**: Theorie der astronomischen Instrumente, 3; Die Fixsterne, 2. —

Universität Jena.

Wien: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 5; Physikalisches Praktikum: a) für Mathematiker und Physiker, 6, b) für Chemiker und Pharmazeuten, 4, c) für Mediziner, 4; Leitung physikalischer

Spezialuntersuchungen (mit Auerbach und Straubel), tägl.; Physikalisches Kolloquium, *g*. — **Auerbach**: Thermodynamik: Theorie der Wärme, 4; Einführung in die theoretische Physik: Begriffe (Prinzipe, Methoden), 3; Das Wesen der Materie, allgemeinverständlich, 1. — **Straubel**: Geometrische Optik II, 1. —

Knorr: Allgemeine Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Wolff): a) Vollpraktikum, 30, b) Halbpraktikum, 15, c) Mediziner-Vollpraktikum, 6, d) Mediziner-Halbpraktikum, 3; Chemisches Praktikum im organischen Laboratorium und Anleitung zu chemischen Spezialuntersuchungen (mit Schlenk und Schneider), 40. — **Wolff**: Maßanalyse, 1; Elektrolyse und elektrolytisches Praktikum, 2. — **Immendorff**: Grundzüge der anorganischen und organischen Chemie (Experimentalchemie), 5; Großes und kleines chemisches Praktikum für Landwirte; Agrikulturchemisches Seminar für Fortgeschrittene, 14tägig, 2. — **Vongerichten**: Chemische Technologie, anorganischer Teil, mit Exkursionen, 2; Technisch-chemisches Praktikum. — **Matthes**: Pharmazeutische Chemie II: Organische Chemie, 3; Darstellung und Untersuchung chemisch-pharmazeutischer Präparate, Ausmittelung der Gifte, 15; Praktische und theoretische Übungen aus dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie, tägl. außer Sonnabend; Theoretische und praktische Übungen in der Sterilisierung der Arzneimittel und Verbandstoffe, 3. — **Marc**: Physikalische Chemie, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Schlenk**: Chemie der aliphatischen Verbindungen, 2. — **Schneider**: Stereochemie, 1. —

Haußner: Differential- und Integralrechnung I, mit Übungen, 5; Variationsrechnung, 4; Theorie und Anwendung der Determinanten, 2, Proseminar, 1; Mathematisches Seminar, 2. — **Koebe**: Analytische Geometrie der Ebene, mit Übungen, 4; Elementare Differentialgleichungen, 4; Konforme Abbildungen, 2; Mathematisches Seminar, 1 *g*. — **Frege**: Analytische Mechanik II, 4; Begriffsschrift II, 1 *g*. — **Knopf**: Zeit- und Ortsbestimmung, mit praktischen Übungen auf der Sternwarte, 4; Praktische Übungen in der Geländeaufnahme: Nivellieren, Feldmessen usw., 2; Numerische Berechnung des scheinbaren Laufes der Planeten und Kometen, 2. — **Ambronn**: Benutzung des Polarisationsmikroskops bei histologischen Untersuchungen, 1; Übungen in der Handhabung des Mikroskops und seiner Nebenapparate, 2; Übungen zur Dunkelfeldbeleuchtung und Ultramikroskopie, nur für Fortgeschrittene, 1; Kolloquium über wissenschaftliche Mikroskopie, *g*. — **Winkelmann**: Darstellende Geometrie II: Axonometrie, Perspektive, Photogrammetrie, mit Übungen, 4; Vektoranalysis mit Anwendungen, 3. —

Technische Hochschule Karlsruhe.

Lehmann: Physik, 4, Ergänzende Demonstrationen, 2; Physikalisches Laboratorium, 6; Seminar für Experimentalphysik, 2 *g*; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im physikalischen Laboratorium, nach Verabredung. — **N. N.**: Einführung in die mathematische Physik, 3; Repetitorium der Physik, 2; Luftschiffahrt und Flugtechnik, 2. — **Richter**: Elektromaschinenbau III, 3; Übungen im Konstruieren elektrischer Maschinen und Apparate, 4; Elektrotechnisches Laboratorium für Vorgeschrittene (mit Schleiermacher, Schwaiger und Hausrath), 8; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **Schleiermacher**: Grundlagen der Elektrotechnik und Meßkunde, 2; Theoretische Elektrizitätslehre, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I, 6. — **Schwaiger**: Elektromotorische Betriebe, einschließlich Bahnen, 2; Elektrische Kraftwerke und Schaltanlagen, 2; Schalt- und Regulierapparate, 1; Nichtstationäre elektrische Vorgänge und Hochspannungserscheinungen, 1; Übungen zu den vier Vorlesungen, 2; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **Teichmüller**: Allgemeine Elektrotechnik, 2; Elektrotechnisches Seminar, 2; Übertragung und Verteilung elektrischer Energie, a) Leitungen, 1, b) Schaltungschemata, 2, Übungen, 2; Elektrische Beleuchtung, 2; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **Thomälen**: Theorie der Wechselströme, 2, Übungen, 2. — **Hausrath**: Instrumente und Apparatebau, 2; Theoretische Telegraphie, 1; Hochfrequenzmessungen, 1. — **Schmidt**: Photographisches Praktikum, mit Vorträgen über die Theorie der photographischen Vorgänge, für Anfänger und Vorgeschrittene, 2; Exkursionen, 1 Nachmittag. — **Schultheiß**: Geschichte und Wesen der Witterungsvoraussage, 1. —

Engler: Organische Chemie I, 4; Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 1; Organisch-chemisches Kolloquium (mit Franzen), 1; Chemisches Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **Bredig**: Physikalische Chemie II, 2; Ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie und ihrer Anwendungen, 1; Demonstrationen technisch-elektrochemischer Prozesse (mit Askenasy), 3; Physikalisch-chemisches und elektro-chemisches Kolloquium, für Vorgeschrittene, 2; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Physikalisch-chemischer und elektrochemischer Einführungskurs. — **Bunte**: Chemische Technologie I, 2, II, 2; Übungen in der technischen Analyse (mit Eitner), 4 und 3, für Vorgerücktere, tägl.; Arbeiten im chemisch-technischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Technologische Exkursionen. — **Franzen**: Organische Chemie II, 2; Ausgewählte Kapitel der theoretischen Chemie, 1. — **Askenasy**: Prozesse der elektrochemischen Großindustrie I, 2. — **Dieckhoff**: Anorganisch-pharmazeutische Chemie, 2; Analytische Chemie I, 2. — **Eitner**: Methoden der technischen Analyse, 2; Ausgewählte Kapitel der technischen Analyse, 1; Spezielle Technologie der Gasbeleuchtung II, 1, Übungen, 4. — **Fajans**: Radioaktivität und Chemie der Radioelemente, 2. — **Kast**: Moderne Spreng- und Treibmittel, 2. — **Koenig**: Chemie der Metalle, 2. — **Reis**: Photochemie II: Wirkungen des Lichtes, 2. — **Rupp**: Chemische und mikroskopische Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln sowie Gebrauchsgegenständen, 2. — **N. N.**: Chemie der Faserstoffe und Farbstoffe II, 2; Übungen in Färberei und Druckerei, 2. — **Steinkopf**: Chemie der heterozyklischen Verbindungen II, 1; Chemie der Alkaloide, 1. — **Terres**: Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie, 1. — **Ubbelohde**: Industrie des Petroleums, der Fette und Harze, 1. —

Disteli: Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4; Konstruktive Übungen der Perspektive, 3. — **Fueter**: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2. — **Heun**: Mechanik II, 4, Übungen, 2; Mechanisches Seminar, 3 *g*. — **Krazer**: Grundlehren der höheren Mathematik, 4; Höhere Mathematik II, 2. — **Haupt**: Übungen in den Grundlehren der höheren Mathematik, 2; Determinantentheorie, 2. — **Noether**: Stabilitäts- und Schwingungsprobleme, 2; Hydromechanik, 1. — **Wellstein**: Projektionslehre, 2, Übungen, 4. — **N. N.**: Elementare und analytische Geometrie der Ebene und des Raumes II, 3, Übungen, 1. — **Haid**: Geodätisches Praktikum II, 6, III, 3; Größere Vermessungsübung, 2 Wochen. — **Bürgin**: Katastervermessung I, 2, Übungen, 2; Plan- und Terrainzeichnen, 2 und 4. —

Universität Kiel.

Dieterici: Experimentalphysik II: Optik, Elektrizität Magnetismus, 5; Praktikum für Anfänger, 8 und 4, für Fortgeschrittene, tägl. — **Weber**: Potentialtheorie und Elektrostatik, 4; Theorie physikalischer Messungsapparate, mit Übungen, 1; Ausgewählte physikalische Messungen und Untersuchungen, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Zahn**: Kinematische Gastheorie, 1. — **Schmidt**: Praktische Übungen in der Ausführung von Demonstrationsversuchen im physikalischen Schulunterricht, 2. —

Harries: Anorganische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum I, anorganische Abteilung (mit Mumm), tägl. außer Sonnabend, II, organische Abteilung, tägl., für Mediziner (mit Feist), 4; Chemische Gesellschaft: Vorträge über neue Arbeiten auf allen Gebieten der Chemie (mit Rügheimer, Feist, Mumm, Preuner, Horr-

mann und Freudenberg), 2 *g*. — **Rügheimer**: Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 3; Ausgewählte Kapitel aus dem Gebiete der physikalischen Chemie, 1 *g*; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Berend**: Repetitorium der organischen Chemie für Mediziner, 1. — **Feist**: Metallurgie, 1; Moderne Eisengroßindustrie, 1; Kurze Übersicht über anorganische und organische Chemie, 1. — **Mumm**: Analytische Chemie, 2. — **Stoehr**: Über heterozyklische Verbindungen, 1. — **Preuner**: Einführung in die physikalische Chemie, 2; Elektrochemische Übungen, 2 Wochen. — **Horrmann**: Einführung in die Alkaloidchemie, 1. —

Pochhammer: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Einleitung in die Theorie der elliptischen Funktionen, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 1 *g*. — **Harzer**: Sphärische Astronomie, 3; Übungen im numerischen Rechnen, 1 *g*. — **Jung**: Differential- und Integralrechnung I, mit Übungen, 5; Differentialgeometrie, 4; Seminarübungen, 1 *g*. — **Kobold**: Höhere Geodäsie, 2, Übungen, 2 *g*. — **Toeplitz**: Algebra und Determinanten, 4; Übungen für mittlere Semester, 2; Über den Integralbegriff, 2 *g*. — **Wilkens**: Theorie der Bewegungen der Erdachse, 1. — **Neuendorff**: Graphische Statik, mit Übungen, 5; Übungen und Vorträge aus der angewandten Mathematik, 1 *g*. —

Universität Königsberg.

Kaufmann: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5, Ergänzungen, 1 *g*; Physikalische Übungen, 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Volkmann**: Elastizitätstheorie, einschließlich Akustik, 4, Ergänzungen und Erläuterungen, mit besonderer Berücksichtigung der Grundbegriffe und Grundsätze der Mechanik, 1 *g*; Mathematisch-physikalisches Laboratorium: Physikalisch-praktische Übungen und Arbeiten für Anfänger und Vorgerückte, 6. — **Hoffmann**: Einführung in die Physik I: Mechanik und Wärme, 2. —

Klinger: Allgemeine und anorganische Chemie, 5; Chemisches Praktikum für Mediziner, 2 Nachmittage; Chemisches Praktikum (mit Blochmann und Eisenlohr), tägl. außer Sonnabend; Besprechung neuerer Arbeiten (mit Blochmann und Eisenlohr), 1 *g*. — **Rupp**: Pharmazeutische Chemie, 3; Übungen im pharmazeutisch-chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-wissenschaftliches Kolloquium, 1 *g*. — **Blochmann**: Ausgewählte Kapitel aus der technischen Chemie, 2; Qualitative Analyse: Reaktionen der Anionen, 1 *g*. — **Eisenlohr**: Spektralanalyse, 1; Grundlagen der allgemeinen Chemie, 1 *g*. —

Meyer: Analytische Geometrie der Ebene, mit Übungen, 4; Einleitung in die höhere Geometrie der Ebene, mit Übungen, 4. — **Battermann**: Geographisch-astronomische Ortsbestimmung, 2, Übungen, 1 Abend *g*. — **Boehm**: Differential- und Integralrechnung I, mit Übungen, 4; Grundlagen der Arithmetik und Analysis: Einführung in die Theorie der Funktionen reeller Veränderlicher, mit Übungen, 3; Seminar: Untersuchungen zur Variationsrechnung, 1 *g*. — **Kaluza**: Angewandte Mathematik: Darstellende Geometrie, mit Übungen, 4; Graphische Statik, mit Übungen, 3. —

Universität Leipzig.

Wiener: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärme, Akustik, 5, Mathematische Ergänzungen, 1; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene (mit Scholl und Füchtbauer), tägl.; Physikalisches Praktikum (mit Füchtbauer), 3, 6 oder 9, für Mediziner und Pharmazeuten (mit Scholl und Füchtbauer), 3; Physikalisches Kolloquium (mit Des Coudres), 2 *g*. — **Des Coudres**: Elektrizität und Magnetismus: Maxwellsche Theorie, 4; Thermodynamische Übungen (mit Drucker), 1 *g*; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. — **Bjerknes**: Thermodynamik, mit Anwendungen auf die Physik der Atmosphäre und des Meeres, 2; Selbständige Arbeiten im Geophysikalischen Institut, für Fortgeschrittene (mit Wenger), tägl.; Praktische Einführung in graphisch-mathematische Methoden, mit Anwendungen (mit Wenger), 2; Geophysikalisches Kolloquium (mit Wenger), 2 *g*. — **v. Oettingen**: Analyse von klassischer Musik nach dem dualen Harmoniesystem mit Beachtung der Theorie reiner Stimmung, 1 *g*. — **Scholl**: Ausgewählte Kapitel der Optik: Interferenzmethoden, Interferentialrefraktor, elliptische Polarisation, Metalloptik, experimentell behandelt, 1. — **Marx**: Einführung in die theoretische Physik, 2. — **Drucker**: Thermodynamik, 2. — **Haas**: Die geschichtliche Entwicklung der Anschauungen über das Wesen des Lichtes und der Elektrizität, 2. — **Jaffé**: Die mathematischen Grundlagen der Akustik, 1. — **Lilienfeld**: Die Erzeugung und Anwendung tiefer Temperaturen, 1 *g*. — **Füchtbauer**: Pädagogisch-physikalisches Praktikum, für Lehramtskandidaten, 3. — **Donner**: Handfertigkeitsunterricht in der Institutswerkstätte, 3. —

Hantzsch: Anorganische Experimentalchemie, 5, Ergänzung, 1 *g*; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Schaefer), tägl.; Anorganisch-chemisches Praktikum (mit Schaefer), 6 *g*; Chemisches Praktikum, für Mediziner und Zahnärzte (mit Schaefer), 6, für Fortgeschrittene (mit Stobbe, Rassow, Schaefer und Reddelien), tägl.; Organisch-chemisches Vollpraktikum (mit Reddelien), tägl. — **Le Blanc**: Physikalische Chemie II: Elektrochemie, mit Demonstrationen unter Berücksichtigung der Technik, 3; Chemisches Praktikum: Analytische und präparative anorganische und organische Arbeiten, tägl.; Physikalisch-chemisches Praktikum: Photochemisch-photographisches (mit Weigert), elektrochemisches und kolloidchemisches (mit Böttger), tägl.; Photochemisch-photographisches Praktikum (mit Weigert), tägl.; Physikalisch-chemischer Einführungskurs, auf Wunsch Darstellung elektrochemischer Präparate (mit Schall), 4 und 8; Photochemisch-photographische Übungen (mit Weigert), 4; Elektroanalytische Übungen mit besonderer Berücksichtigung der Schnellmethoden (mit Böttger), nach Verabredung. — **Paal**: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum, analytisch, anorganisch und organisch (mit Deußen, Scheiber, Sieverts und Waentig), tägl.; Arbeiten auf dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie (mit Deußen und Waentig), tägl.; Pharmazeutisch-chemisch-toxikologisches Praktikum (mit Deußen und Scheiber), tägl.; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere (mit Heller, Deußen, Scheiber, Sieverts und Waentig), tägl.; Chemisch-technisches Praktikum (mit Heller), tägl.; Chemisches Praktikum für Mediziner und Zahnärzte (mit Sieverts und Waentig), 6. — **Stobbe**: Spezielle organische Chemie: Die aromatischen Verbindungen, 2. — **Wagner**: Über das Massenwirkungsgesetz, 1; Chemisches Praktikum für Lehrer: Schulversuche, Analyse und Präparate, nach Verabredung, tägl., Didaktische Besprechungen, 1 *g*; Technik der Experimentalchemie und Erläuterung von Lehrversuchen, 1 *g*. — **Rassow**: Chemische Technologie, Brenn- und Leuchtstoffe, sowie ausgewählte anorganische Betriebe, 2; Technologische Exkursionen, nach Verabredung, *g*; Gewinnung und Verarbeitung der Tierstoffe: Milch, Fette, Knochen, Häute, 1 *g*; Chemisch-technologisches Praktikum, ganz- und halbtägig. — **Weigert**: Wissenschaftliche Photographie, 1, Photochemische Übungen. — **Schall**: Fragen und Probleme der Elektrosynthese, 1 *g*. — **Böttger**: Elektroanalyse, 1 *g*. — **Heller**: Chemie der organischen Farbstoffe, 2. — **Deußen**: Die gebräuchlichsten Arbeitsmethoden der organischen Chemie, 1; Übungen im Sterilisieren für Pharmazeuten, nach Verabredung. — **Scheiber**: Toxikologie, 1; Praktikum für Harn-, Blut- und Milchuntersuchung für Chemiker, Pharmazeuten und Mediziner (mit Waentig), 4. — **Sieverts**: Übungen in technischer Gasanalyse, 1. — **Waentig**: Die Fermente, 1. — **Schaefer**: Analytische Chemie unter Berücksichtigung ihrer theoretischen Grundlagen, mit Demonstrationen, 2. — **Reddelien**: Neuere Theorien und Forschungsergebnisse der organischen Chemie, 1. —

Bruns: Sphärische Astronomie, 4; Praktikum zur Instrumentenkunde, nach Verabredung; Praktische Arbeiten in der Sternwarte, nach Verabredung, *g*. — **Hölder**:

Höhere Algebra, insbesondere Galoissche Theorie der Gleichungen, 3; Anwendungen der Theorie der elliptischen Funktionen, 3; Mathematisches Seminar: Übungen in Funktionentheorie, für Vorgeschrittene, 2 *g*. — **Rohn**: Analytische Geometrie der Ebene, 4, Übungen, 1 *g*; Darstellende Geometrie II, 2, Übungen, 2; Determinanten, 2. — **Herglotz**: Zahlentheorie, 4; Fouriersche Reihen und bestimmte Integrale, 2; Mathematisches Seminar: Besprechung geometrischer Arbeiten (mit Blaschke), 14tägig, 2 *g*. — **Blaschke**: Gewöhnliche Differentialgleichungen, 4, Übungen, 14tägig, 2 *g*; Algebraische Analysis, 2. —

Universität Marburg.

Richarz: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Optik, 5; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*; Physikalisches Praktikum (mit Feußner und Schulze), 6; Leitung eigener Untersuchungen, tägl. — **Feußner**: Theoretische Physik: Elektrizität und Magnetismus, 4; Theoretisch-physikalisches Seminar, 2 *g*. — **Schulze**: Elastizitätstheorie, 2. — **Take**: Physikalische Technologie, mit Demonstrationen und Exkursionen, 2. —

v. Auwers: Anorganische Experimentalchemie, 6; Chemisches Seminar, 14tägig, 2 *g*; Chemisches Praktikum (mit Fries), ganz- und halbtägig; Chemische Übungen für Mediziner (mit Strecker), ganz- und halbtägig; Praktisch-chemischer Kursus für Mediziner (mit Strecker), 4. — **Schmidt**: Praktische Übungen in der analytischen und forensischen Chemie, sowie in der Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, und selbständige chemische Arbeiten (mit Keller), tägl.; Qualitative Analyse, *g*. — **Thiel**: Physikalische Chemie I, 3; Theoretische Übungen über ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1 *g*; Physikalisch-chemisches Praktikum, 6; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen, tägl.; Photochemisches und photographisches Praktikum, für Anfänger und Fortgeschrittene (mit Stuchtey), 2. — **Fries**: Ausgewählte Kapitel aus der organischen Chemie: Chemie der aliphatischen Verbindungen, 3; Chemisches Kolloquium, 1 *g*; Chemisches Repetitorium, für Mediziner, 1. — **Reißert**: Chemie der Benzolverbindungen, 2. — **Strecker**: Gewichtsanalyse, 2; Titrieranalyse, 1; Repetitorium der anorganischen Chemie, 2. — **Keller**: Anorganische Chemie mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie und Medizin, 6; Nahrungsmittelchemie, allgemeiner Teil, 1 *g*; Prüfung von Arzneimitteln II: Organische Präparate, 1 *g*; Übungen im Sterilisieren, 2. — **Flade**: Chemische Technologie I, 2; Gasanalytisches Praktikum, 3. —

Hensel: Differentialrechnung, 4; Höhere Zahlentheorie, 4; Mathematisches Seminar, 1 *g*. — **Neumann**: Analytische Mechanik, 4; Höhere Funktionentheorie, 4; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **v. Dalwigk**: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Geodäsie, mit Übungen, 2; Ausgewählte Fragen der Kartographie, für Mathematiker, 1. — **Wegener**: Allgemeine Astronomie, mit Lichtbildern und Demonstrationen auf der Sternwarte, 2. —

Universität München.

Röntgen: Experimentalphysik II: Wärme und Elektrizität, 5; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Praktische Übungen im Physikalischen Laboratorium (mit Koch und Wagner), 4. — **Sommerfeld**: Optik, 4, Übungen, 2 *g*; Relativitätstheorie, 2. — **Graetz**: Experimentalphysik II: Mechanik, Akustik, Optik, 5; Einleitung in die theoretische Physik II, 3; Physikalisches Praktikum: a) Übungen in physikalischen Messungen, b) Übungen in physikalischen Demonstrationen, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten aus der Physik, tägl. *g*. — **Koch**: Das Auge und der Sehvorgang, allgemeinverständlich, 2. — **Donle**: Doppelbrechung und damit zusammenhängende Erscheinungen, 2. — **Schmauß**: Die Grundlagen der Wettervorhersage, mit Übungen an der Wetterkarte, 2; Aerologie, 2. —

v. Baeyer: Praktische Arbeiten im Chemischen Laboratorium (mit Piloty, Vanino, Prandtl in der unorganischen, mit Prandtl, Vanino, Dieckmann, Wieland in der organischen Abteilung), tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Piloty und Vanino), 4; Praktische Arbeiten im Chemischen Laboratorium für fortgeschrittenere Mediziner (mit Piloty), ganz- oder halbtägig. — **Paul**: Anorganische Chemie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung, 5; Nahrungsmittelchemie II, mit Exkursionen, 2; Pharmazeutisch-chemische Präparatenkunde, organische Präparate, 3; Chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich physikalisch-chemischer, elektro-chemischer und nahrungsmittel-chemischer Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich der Übungen in den für den Apotheker wichtigen Sterilisationsverfahren (die pharmazeutisch-chemischen Übungen mit Heiduschka), tägl. außer Sonnabend; Übungen für praktische Apotheker (mit Heiduschka), nach Verabredung. — **Piloty**: Über analytische Chemie II, 3; Elektrolytisches Praktikum, 4—5 Wochen. — **Prandtl**: Spezielle unorganische Experimentalchemie I: 1. bis 4. Gruppe des periodischen Systems, 4; Praktikum für Gasanalyse, 4. — **Wieland**: Organische Experimentalchemie, 5; Die Grundlinien der physiologischen Chemie, 2. — **Dieckmann**: Organische Reaktionen, 1 *g*. — **Heiduschka**: Neuere Arzneimittel, 1; Gerichtliche Chemie II, 2; Chemische Wertbestimmung von Drogen und galenischen Arzneimitteln, 1; Grundzüge der Chemie für Zahnärzte, 4. — **Pummerer**: Explosivstoffe, 1 *g*. — **Meyer**: Physikalisch-chemisches Praktikum, 4; Kolloidchemie, 1. — **Kalb**: Heterozyklische Verbindungen, 1. —

Lindemann: Analytische Geometrie des Raumes, 5; Theorie der elliptischen Funktionen, 5; Übungen und Vorträge im Mathematischen Seminar, $1^{1}/_{2}$ *g*. — **v. Seeliger**: Stellarastronomie: Fixsternkunde, 4; Praktisch-astronomische Übungen (mit Großmann), nach Verabredung. — **Voß**: Analytische Mechanik II, 4; Einleitung in die Hydrodynamik, 3; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **Pringsheim**: Höhere Algebra II, 4. — **Brunn**: Elemente der höheren Mathematik, 3. — **Hartogs**: Synthetische Geometrie, 4. — **Böhm**: Wahrscheinlichkeitsrechnung mit besonderer Berücksichtigung mathematisch-statistischer Fragen, mit Übungen, 4; Seminar für Statistik und Versicherungswissenschaft (mit v. Mayr und Zahn), 3 *g*. — **Dingler**: Elementarmathematik, mit geschichtlichen und pädagogischen Hinweisen, 4; Einführung in die mathematische Behandlung von Beobachtungsdaten, 2. — **Rosenthal**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1. — **Lenz**: Potentialtheorie, 2. —

Technische Hochschule München.

Fischer: Experimentalphysik II: Magnetostatik, Elektrostatik, elektrische Strömung, veränderliches elektromagnetisches Feld, Elektrooptik, 4; Grundzüge der Physik II: Optik, Elektrizität und Magnetismus, 3; Apparate und Methoden des physikalischen Unterrichts an Mittelschulen II: Optik, Elektrizität, Magnetismus, 3; Praktisch-physikalische Übungen: Aufbau und Handhabung von Apparaten, 4; Schwingungs- und Wellenbewegung im Gesamtgebiete der Physik, 2; Einführung in die wissenschaftlichen Arbeitsmethoden der Physik, 8—20. — **Emden**: Physikalisches Praktikum, 4 oder 8; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der Physik, 12—30; Aerodynamik in ihrer Anwendung auf Luftschiffahrt und Flugtechnik, 3. — **Knoblauch**: Kinetische Gastheorie, 2; Technisch-physikalisches Praktikum, 4; Anleitung zur Ausführung wissenschaftlicher Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Physik, nach Verabredung. — **Dieckmann**: Drahtlose Telegraphie, 2, Übungen, 4; Radioaktivität, 1; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen aus dem Gebiete der angewandten Physik, nach Verabredung. — **von und zu Aufseß**: Populäre Astrophysik II, 2. — **Voit**: Angewandte Physik: Heizung, Lüftung, Akustik der Gebäude, Blitzableiter, Übungen, 2; Schwachstromtechnik: Telegraphie, Telephonie und drahtlose Telegraphie, 2. — **Heinke**: Einführung in die Elektrotechnik,

Rechnerische Übungen, 2, Praktikum: Meßtechnische Übungen, 2; Elektrotechnik für Maschineningenieure, 3; Elektrische Meßtechnik I, 3; Elektrotechnisches Praktikum I: Meßtechnik und Photometrie, 4 und 2, für Vorgeschrittene, nach Verabredung. — **Ossanna**: Theorie und Konstruktion der elektrischen Maschinen III: Transformatoren und Asynchronmotoren, 4; Elektrotechnisches Praktikum II: Messungen an Maschinen, Umformern und Transformatoren, 4 und 2; Wechselstrom-Kommutatormotoren, 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen, 4; Entwerfen von Wechselstrom-Kommutatormotoren, 4. — **Kadrnozka**: Elektrische Anlagen Ic: Elektrische Beleuchtung, 3, II: Erzeugung und Verteilung elektrischer Arbeit, 2, Übungen: Entwerfen elektrischer Anlagen, 4. — **Urban**: Unterrichtskurse in praktischer Photographie, 1, Praktische Übungen, 3. —

Manchot: Allgemeine Experimentalchemie einschließlich der Grundzüge der organischen Chemie, 5; Unorganisches und analytisch-chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgerücktere, 10, 20 oder 30; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten im unorganischen Laboratorium, 30. — **Lipp**: Organische Chemie, 5; Chemisches Praktikum im organischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der organischen Chemie, 30. — **Albert**: Die Farbstoffe und ihre pharmazeutische Bedeutung, 1. — **Rohde**: Chemie der hydroaromatischen Verbindungen, 2. — **Hofer**: Analytische Chemie der Metalle und Metalloide nebst Gewichts- und Maßanalyse I, 4; Die elektrochemischen Prozesse, 2; Praktikum im elektrochemischen Laboratorium, 10, 20 oder 30; Praktikum in der technischen Gasanalyse, 3. — **Schultz**: Chemische Technologie V: Organische Farbstoffe, Färberei, 4; Praktikum im chemisch-technischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Chemie, nach Verabredung; Chemisches Praktikum, 3. — **Jacob**: Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie, 1. — **Braß**: Ausgewählte Teile der Farbstoffchemie, 1. — **Lintner**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Gärungschemisches Praktikum, bis 30; Grundzüge der organischen Chemie und Einführung in die Technologie und Warenkunde, 4. —

v. Dyck: Höhere Mathematik II, 6, IV, 2, Übungen, 2; Mathematisches Seminar (Kolloquium) (mit Finsterwalder und Liebmann), 2. — **Liebmann**: Höhere Mathematik II, Übungen, 2; Algebraische Analysis, 4; Ausgleichungsrechnung: Methode der kleinsten Quadrate, 2, Übungen, 1. — **Doehlemann**: Grundzüge der höheren Mathematik II, 4, Übungen, 2; Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4; Theorie der geometrischen Konstruktionen, 4. — **Finsterwalder**: Photogrammetrie, 2, Übungen, 1; Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4. — **Lagally**: Grundzüge der Hydrodynamik, 3. — **Schmidt**: Vermessungskunde II, 4, Praktikum, 4 und 8; Hauptvermessungsübungen, 2 Wochen. — **Großmann**: Elemente der Astronomie, 2. — **Föppl**: Technische Mechanik I: Einführung in die Mechanik, 4, IV: Dynamik, 3, Übungen, 2; Praktikum im mechanisch-technischen Laboratorium, 2. —

Universität Münster.

Schmidt: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Einführung in die mathematische Physik und Wärmelehre, 4; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 3 oder 6, für Fortgeschrittene (mit Konen), tägl. — **Konen**: Theorie der Wärme, 4, Übungen, 1 *g*; Übungen in Demonstrationsversuchen und in der Anfertigung einfacher Apparate, 3. —

N. N.: Organische Chemie I, 5; Chemie der Metalle, 2; Chemisches Praktikum, für Anfänger und Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten (mit Ley), tägl. außer Sonnabend. — **Kaßner**: Anorganische Chemie, mit besonderer Berücksichtigung der Medizin und Pharmazie, 4; Kolloquium über pharmazeutische Präparate und die Gegenstände des Deutschen Arzneibuches, 1; Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie, mit besonderer Berücksichtigung der Glasindustrie und Keramik, 1; Über Gifte und deren Nachweis in Untersuchungsobjekten, 1 *g*; Pharmazeutisch-chemische, maßanalytische und toxikologische Übungen im Laboratorium, Darstellung chemischer Präparate, Anleitung zur Bearbeitung wissenschaftlicher oder technischer Aufgaben, für Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend. — **Ley**: Einleitung in die physikalische Chemie: Kolloidchemie, chemische Mechanik, 2; Spektrochemie organischer Verbindungen, 1 *g*. — **König**: Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der angewandten Chemie, für Fortgeschrittene (mit Bömer), tägl. — **Bömer**: Analytische Chemie I, 2; Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2 *g*. —

Killing: Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 1 *g*; Übungen des mathematischen Oberseminars, 2 *g*; Einleitung in die höhere Algebra, 2; Einleitung in die Variationsrechnung, 2. — **v. Lilienthal**: Analytische Geometrie I, 4, Übungen, 1 *g*; Analytische Mechanik I, 4; Übungen des mathematischen Unterseminars, 2 *g*. — **Schewior**: Technische Mechanik II: Festigkeitslehre, 2, Übungen, 1 *g*; Elemente der höheren Geodäsie, 1; Theorie der geodätischen einschließlich photogrammetrischen Instrumente, 1; Die Grundzüge der Aeronautik, mit Demonstrationen, 1; Die wesentlichen Methoden der Nautik, mit Demonstrationen, 1. — **Plaßmann**: Zeit- und Ortsbestimmung, 2; Methodik des Unterrichts in der mathematischen Geographie und elementaren Astronomie, 1; Übungen im Beobachten und Rechnen, *g*; Der Mond, 2 *g*. —

Akademie Posen.

Spies: Einführung in die Wetterkunde, 2. — **Wörner**: Chemische Übungen für Anfänger, 2, für Vorgeschrittene, 2. — **Könnemann**: Physik des Mondes und der Sonne, 1. —

Universität Rostock.

Heydweiller: Experimentalphysik: Allgemeine Physik, Akustik, Wärme, 5; Physikalische Übungen: a) für Mathematiker und Naturwissenschaftler (mit Weber), zugleich Handfertigkeitsunterricht, 8 oder 12, b) für Mediziner und Pharmazeuten, 4; Wissenschaftlich-physikalische Arbeiten, tägl., Physikalisches Seminar (mit Weber), 1. — **Weber**: Analytische Mechanik, 3; Elektromagnetismus, 2; Wissenschaftlich-physikalische Arbeiten, tägl. —

Michaelis: Anorganische Chemie, 5; Übungen im chemischen Laboratorium: a) Großes chemisches Praktikum, auch für wissenschaftliche Arbeiten, tägl. außer Sonnabend, b) Kleines chemisches Praktikum, 9, c) Übungen für Mediziner und Nahrungsmittelchemiker, 4. — **Stoermer**: Organische Chemie II: Chemie der Benzolderivate, 4; Maßanalyse, 1; Chemie der Riechstoffe, 1; Wissenschaftliche chemische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend. — **Kümmell**: Elektrochemie, 3. —

Staude: Differential- und Integralrechnung, 4; Algebra, 4; Mathematisches Seminar, 2. —

Universität Straßburg.

Braun: Experimentalphysik I: Mechanik, Molekularphysik, Optik, 5; Physikalische Übungen, 5 oder 10; Übersichtskursus für Mediziner, 3; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Kolloquium (mit Cohn), 2 *g*. — **Cohn**: Einleitung in die theoretische Physik, 3. — **Rohmann**: Drahtlose Telegraphie, 2. — **Hecker**: Erdbebenkunde, mit praktischen Übungen, 1 *g*. —

Thiele: Allgemeine Experimentalchemie, organischer Teil, 5; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene (mit Wedekind und Straus), tägl. außer Sonnabend; Kolloquium über organische Chemie, 1 *g*. — **Rose**: Chemische Technologie der schweren Metalle, 3; Die Mineralfarben, 1 *g*. — **Wedekind**: Physikalische Chemie, 3; Analytische Chemie I, 2; Gasanalytische Übungen, 2; Physikochemisches und elektrochemisches Praktikum, 4; Kolloquium über Fortschritte der anorgani-

schen und physikalischen Chemie, 14tägig, 1 *g*. — **Straus**: Benzolderivate I, 3; Alkaloide, 1. — **Ruggli**: Chemie der Kohlenhydrate, 1. — **Oesterle**: Pharmazeutische Chemie und chemische Toxikologie, 5; Arbeiten im Laboratorium des pharmazeutischen Instituts, tägl. außer Sonnabend; Pharmakognostisch-mikroskopische Übungen, 3; Pharmakochemisches Kolloquium, 2 *g*. —

Schur: Differentialgeometrie, 3; Ausgewählte Kapitel aus der projektiven Geometrie, 2; Geometrische Übungen, 1½. — **Faber**: Theorie der Funktionen einer komplexen Veränderlichen, 3; Partielle Differentialgleichungen, 2; Funktionentheoretische Übungen, 1½. — **Simon**: Nichteuklidische Geometrie, elementar, 2. — **Wellstein**: Differential- und Integralrechnung II, 3; Mechanische Quadratur und damit zusammenhängende Probleme, 2; Übungen zur Integralrechnung, 1 *g*. — **v. Mises**: Darstellende Geometrie, mit Übungen, 4. — **Epstein**: Analytische Geometrie des Raumes, 3, Übungen, 1 *g*; Einführung in die Lehre von den Determinanten, 2. — **Speiser**: Zahlentheorie, 3. — **Bauschinger**: Neuere Methoden der Mechanik des Himmels, 3; Übungen an den Instrumenten der Sternwarte, nach Verabredung. — **Wirtz**: Geschichte der griechischen Astronomie, 1. —

Technische Hochschule Stuttgart.

v. Koch: Experimentalphysik: Elektromagnetismus, Induktion, Akustik, Optik, Elektrooptik, 4; Theoretische Physik, 2; Übungen im physikalischen Institut (mit Maier): a) Physikalisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend, b) Anleitung zu physikalisch-wissenschaftlichen Arbeiten, tägl.; Handfertigkeits-Praktikum in Physik, für Vorgeschrittene, 2—3; Physikalisches Kolloquium, 2; Meteorologie, ausgewählte Kapitel, 1. — **Veesenmeyer**: Grundlagen der Elektrotechnik: a) Konstruktionen und Anlagen, 1, Übungen, 1; Elektrotechnische Konstruktionselemente (mit Brandegger), 1, Übungen, 6; Dynamobau I (mit Brandegger), Seminar, 1, Übungen, 6, II, 2; Elektrische Apparate, 1; Elektrotechnische Maschinenkonstruktionen (mit Brandegger), 8; Projektieren elektrischer Anlagen (mit Brandegger), 1, Übungen, 4. — **Emde**: Gleichstromtechnik I, 2, Übungen (mit Spielrein), 8, II, 2, Übungen (mit Spielrein), 4. — **Herrmann**: Elektrische Meßinstrumente und Meßmethoden I, 1, Übungen, 8, II, 1, Übungen, 4; Schwachstromtechnik II, 2, Übungen, 4; Drahtlose Telegraphie, 2, Übungen, 4. —

Gutbier: Technische Chemie I: Anorganisch-chemische Großindustrie, mit Exkursionen, 4; Übungen im Laboratorium für anorganische Chemie und anorganisch-chemische Technologie, tägl. außer Sonnabend. — **Küster**: Organische Chemie, 5; Pharmazeutische Chemie II, organischer Teil, 2; Toxikologie, 1; Übungen im Laboratorium für organische Chemie, organisch-chemische Technologie und reine und pharmazeutische Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Grube**: Physikalische Chemie, 3; Übungen im Laboratorium für physikalische- und Elektrochemie, tägl. außer Sonnabend. — **Kauffmann**: Farbenchemie unter besonderem Eingehen auf die Chemie mehrkerniger Benzolderivate, 2; Chemische Tagesfragen aus Wissenschaft und Technik, 1. — **Schmidt**: Analytische Chemie, 2; Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 2. — **Bauer**: Pharmazeutisch-chemische Arbeitsmethoden, 2. —

Haller: Trigonometrische Übungen, 2. — **Kutta**: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2, III, 3, Übungen, 1; Mathematisches Seminar, 2. — **Wölffing**: Krümmungstheorie, 3; Partielle Differentialgleichungen, 1 *g*. — **Mehmke**: Darstellende Geometrie I (mit Stübler), 3, Übungen, 4, II, 1, Übungen, 2; Analytische Mechanik (mit Stübler), 3, Übungen, 1; Mathematisches Seminar, 1. — **Stübler**: Mathematische Geographie, mit Übungen, 2. — **Kommerell**: Zahlentheorie, 2. — **v. Weyrauch**: Einleitung in die mathematische Theorie der Elastizität, 2. — **Roth**: Perspektive, 2. — **Kriemler**: Technische Mechanik: Dynamik, Hydraulik, 6, Übungen, 6. — **v. Hammer**: Praktische Geometrie (Vermessungskunde) II, 5; Messungsübungen, 12; Ausarbeitung der Messungen der Architekten, 2; Geodätische Schlußübungen, 8—10 Tage; Ausgleichungsrechnung: Methode der kleinsten Quadrate, 2; Geodätische Übungen, für Geodäten (mit Heer), 5. —

Universität Tübingen.

Paschen: Experimentalphysik: Mechanik, Optik, 5; Physikalische Übungen für Anfänger, 4, für Fortgeschrittene, halbtägig; Selbständige wissenschaftliche Untersuchungen, ganztägig. — **Meyer**: Theorie der Elektrizität, 3, Übungen, 1. —

Wislicenus: Allgemeine Chemie II: Organische Chemie, 5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium für Anfänger und Fortgeschrittene, tägl. (Abgekürztes chemisches Praktikum für Mathematiker und Forststudierende, 2 oder 3 Halbtage (mit Bülow)), a) Analytisch-chemisches Praktikum (mit Bülow), b) Chemisch-pharmazeutisches Praktikum (mit Weinland), c) Präparative Arbeiten (mit Kliegl), d) Physikalisch-chemische Übungen (mit Magnus), e) Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Untersuchungen (mit Bülow, Weinland, Kliegl, Magnus). — **Thierfelder**: Physiologische Chemie der Eiweißstoffe, Fette und Kohlehydrate, 2; Praktisch-chemische Übungen für Anfänger I: Qualitative Analyse, 6, II: Quantitative Analyse und physiologisch-chemische Übungen, 6; Physiologisch-chemische Arbeiten für Geübtere, tägl. — **Bülow**: Analytische Chemie II, mit besonderer Berücksichtigung der praktischen Arbeiten im chemischen Laboratorium, 3; Die deutsche chemische Industrie, 1. — **Weinland**: Chemie der Arzneistoffe II (organisch), 1¾; Quantitative Untersuchung der Arzneistoffe, ¾; Nachweis von Giften für gerichtliche Zwecke, ¾; Chemie der anorganischen Komplexe, ¾. — **Kliegl**: Einführung in die Chemie der heterozyklischen Verbindungen, 1. — **Magnus**: Physikalisch-chemisches Kolloquium, 1. — **Krais**: Technische Warenkunde, 1. —

v. Brill: Analytische Geometrie des Raumes, 3; Theorie der Krümmung der Flächen, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **Maurer**: Höhere Analysis I, 4; Theorie und Anwendung der Determinanten, 2; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **König**: Funktionentheorie, 4, Übungen, 1; Ausgewählte Kapitel der Integralrechnung, 1. — **Happel**: Partielle Differentialgleichungen der mathematischen Physik, 2. — **Rosenberg**: Die Astronomie im Schulunterricht und die Einrichtung von Schulsternwarten, 1; Leitung selbständiger astronomischer und astrophysikalischer Arbeiten, für Fortgeschrittene, tägl. —

Universität Würzburg.

Wien: Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik, 5; Praktische Übungen im physikalischen Institut, 4 bzw. 8, für Mediziner und Pharmazeuten, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Cantor**: Einleitung in die Theorie der Elastizität, Kapillarität und Hydrodynamik, 4. —

Buchner: Organische Experimentalchemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum, ganz- und halbtägig, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Emmert und Supan), 6; Praktikum für präparative Arbeiten, tägl.; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen, tägl.; Physikalisch-chemischer Einführungskurs (mit v. Halban), 2 Wochen; Kolloquium (mit Emmert und v. Halban), 14tägig, 1½ *g*. — **Medicus**: Chemische Technologie, 4; Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 5; Praktikum für Pharmazeuten, halb- und ganztägig, nach Verabredung; Praktikum in allen Richtungen der angewandten Chemie und Nahrungsmittelanalyse, halb- und ganztägig, nach Verabredung. — **N. N.**: Maßanalyse, Experimentalvorlesung unter Berücksichtigung der durch das Deutsche Arzneibuch vorgeschriebenen Methoden, 1. — **Pauly**: Tagesfragen der praktischen Chemie, 1 *g*; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen, tägl. — **Emmert**: Valenztheorie, 1. —

Rost: Analytische Geometrie der Kegelschnitte, 4; Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4 *g*; Seminar für

Versicherungswissenschaft: Übungen aus der Praxis der Lebensversicherung, 2 *g*. — v. **Weber**: Theorie der unendlichen Reihen und der elementaren Funktionen, 4; Synthetische Geometrie, 4; Übungen zur analytischen Mechanik, 2 *g*; Grenzfragen der Mathematik und Philosophie (mit Hilb und Peters), 2 *g*. — **Hilb**: Grundlagen der Geometrie und Arithmetik, 4; Differentialgleichungen II, 4. —

Universität Zürich.

N. N.: Experimentalphysik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 1/2 Tag, für Vorgerücktere, tägl. — **Greinacher**: Die Elektrizität in Gasen, mit Experimenten, 1; Radiologisches Praktikum, halbtägig. — **Ratnowsky**: Einführung in die theoretische Physik II, 3; Theorie der Wärmestrahlung, 2. — **Wolfke**: Mathematische Theorie der Radioaktivität und innerer Bau der Atome, 1; Das Relativitätsprinzip und seine Anwendung auf die Mechanik und Elektrodynamik, 1; Das Prinzip der Symmetrie in den physikalischen Erscheinungen, 1 *g*. —

Werner: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisch-analytisches Praktikum, für Chemiker, tägl.; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere: Präparative Arbeiten, Ausführung selbständiger Arbeiten, tägl.; Chemisches Halbpraktikum für Naturwissenschaftler, halbtägig. — **Abeljanz**: Quantitative chemische Analyse mit Berücksichtigung der elektrolytischen Methoden, 2; Chemie und Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 1; Anleitung zu chemischen Arbeiten im Laboratorium, 1; Chemisches Kolloquium, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Mediziner, Veterinäre und Naturwissenschaftler, 3 Tage, für Lehramtskandidaten, 6; Übungen im Untersuchen von Lebensmitteln, 4 oder 8. — **Pfeiffer**: Aromatische Chemie II, speziell Farbstoffe, 3; Kolloidchemie, 1; Heterozyklische Verbindungen, speziell Alkaloide, 2. — **Jantsch**: Seltene Elemente, 2. — **Reichinstein**: Galvanische Polarisation, 1. — **Baudisch**: Chemie, Physiologie und Pathologie des Stoffwechsels, 1. — **Dubsky**: Konstitutionsvermittlung organischer Verbindungen, 1. — **Lifschitz**: Atomtheorie, 2. —

Zermelo: Differential- und Integralrechnung II, 4; Elemente der Zahlentheorie, 4; Mathematische Übungen für Vorgerücktere, 2. — **Weiler**: Darstellende Geometrie II, 4; Analytische Geometrie II, 4. — **Bernays**: Variationsrechnung, 3; Mathematische Übungen für mittlere und höhere Semester, 2. — **Wolfer**: Geographische Ortsbestimmung, 3; Übungen im astronomischen Beobachten, 9; Ausgewählte Methoden der Zeit- und Ortsbestimmung mit praktischen Übungen, nach Vereinbarung, 2; Bau und Bewegungen der Gestirnwelt, 1. —

Technische Hochschule Zürich.

Weiss: Physik II, 4, Repetitorium, 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schweitzer), 4, 6, 8; Wissenschaftliche Arbeiten in Physik, 8, 12, 24. — **Schweitzer**: Physik II, 3, Ergänzungen, 1, Repetitorium, 1, Übungen, 1; Experimentalphysik, 4, Repetitorium, 1, Theoretische Ergänzungen, 1; Thermodynamik, 2. — **Piccard**: Physikalische Meßmethoden, 1. — **de Quervain**: Ausgewählte Kapitel der Geophysik: Erdbebenkunde, 1. — **Wolfke**: Mathematische Theorie der Radioaktivität und innerer Bau der Atome, 1; Das Relativitätsprinzip und seine Anwendung auf die Mechanik und Elektrodynamik, 1; Das Prinzip der Symmetrie in den physikalischen Erscheinungen, 1. — **Kuhlmann**: Theoretische Elektrotechnik I, 5, Repetitorium, 1, III, 4, Repetitorium, 1; Elektrotechnisches Laboratorium, 4 und 8; Mitwirkung bei den Diplomarbeiten im Laboratorium im Konstruieren. — **Farny**: Elektrische Maschinen II, 3; Konstruktionsübungen in elektrischen Maschinen, 9. — **Korda**: Angewandte drahtlose Telegraphie und Hochfrequenzmaschinen, 1. — **Tobler**: Schwachstromtechnik II, 1. — **Wyßling**: Elektrische Anlagen II, 2; Elektrische Bahnen, 3; Diplomarbeiten in elektrischen Anlagen (mit Kuhlmann und Farny). — **Barbieri**: Photographie II, 1; Photogrammetrie, 1; Photographisches Praktikum, 2; Militärphotographische Übungen, 14tägig, 3. —

Treadwell: Analytische Chemie II, 2; Chemisch-technische Analyse, 4, Repetitorium, 1; Probierkunde, mit Übungen, 2; Analytisches Praktikum, 20, 16 und 10; Chemisches Praktikum, 2 und 4; Analytisch-chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Baur**: Physikalische Chemie I, 2, Repetitorium, 1; Technische Elektrochemie, 2, Repetitorium, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum, 8; Elektrochemisches Praktikum, 4; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Bosshard**: Anorganische chemische Technologie II: Alkalien, Chlor, Phosphate, 3, Repetitorium, 1, III: Silikate, 2, Repetitorium, 1; Technologie der Kohlehydrate und der Gärung, 2; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Cérésole**: Organische Technologie II: Künstliche organische Farbstoffe, 3, Repetitorium, 1; Fette und Beleuchtungsmaterialien, 2, Repetitorium, 1; Explosivstoffe, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Constam**: Industrielle Feuerungen, 1. — **Hartwich**: Pharmazeutische Chemie, 5; Ätherische Öle, 1; Toxikologie, 2; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, 12; Technische Mikroskopierübungen II: Genußmittel und Gewürze, 4; Chemische Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, tägl.; Pharmakognostische Übungen für Vorgerücktere, tägl.; Warenkunde, 1. — Frl. **Hezner**: Die Silikate, mit besonderer Berücksichtigung ihrer genetischen und paragenetischen Verhältnisse, 1. — **Ott**: Synthetische Methoden der organischen Chemie, 1. — **Staudinger**: Organische Chemie, 6, Repetitorium, 1, Spezieller Teil II, 2, Repetitorium, 1; Chemisches Praktikum, 24, 10 und tägl., für Vorgerücktere, tägl. — **Winterstein**: Organische Chemie, 3, Repetitorium, 1; Physiologische Chemie, 2; Anleitung zu dem agrikulturchemischen Praktikum, 1; Agrikulturchemisches Praktikum, 8, für Vorgerücktere, tägl.; Physiologisch-chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. —

Hurwitz: Funktionentheorie II, insbesondere elliptische Funktionen, 4; Mathematisches Seminar (mit Großmann), 2. — **Amberg**: Mathematik der Lebensversicherung, 2. — **Baeschlin**: Vermessungskunde I, 3, Übungen, 3, III, 4, Übungen II, 8; Vermessungsübung, 2 Wochen; Große Vermessungsübung, 3—4 Wochen; Konstruieren geodätischer Instrumente, 2; Diplomarbeit im Vermessungswesen, 6 Wochen. — **Beyel**: Darstellende Geometrie, 2; Perspektive, 2. — **Brandenberger**: Einführung in den mathematischen Unterricht, 2. — **Burger**: Graphische Vervielfältigung, 2. — **Franel**: Höhere Mathematik II, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2. — **Großmann**: Anwendungen der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 2. — **Hirsch**: Höhere Mathematik II, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2; Variationsrechnung, 2. — **Keller**: Repetitorium der darstellenden Geometrie: Axonometrie, Schraubenlinie, Kegel, Rotations- und Schraubenflächen, 2; Prospektive Geometrie, 1. — **Kienast**: Analytische Mechanik, 2. — **Kollros**: Anwendungen der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 3; Geometrie der Lage, 3, Übungen, 1. — **Kraft**: Die Elemente der Vektoranalysis, 1; Geometrische Analysis II, 3; Vektoranalysis IV, 3. — **Meißner**: Mechanik I, 6, Repetitorium, 1, Übungen, 2, III, 2. — **Polya**: Mathematische Übungen, 2. — **Rudio**: Anwendungen der höheren Mathematik, 4. — **Weyl**: Differentialgleichungen, 4. — **Wolfer**: Geographische Ortsbestimmung, 3; Übungen im astronomischen Beobachten, 3; Ausgewählte Methoden der Zeit- und Ortsbestimmung, mit praktischen Übungen, 2; Bau und Bewegungen der Gestirnwelt, 1. — **Zwicky**: Vermessungskunde, 5; Feldmessen, 8; Brücken- und Wasserbau, 3, Konstruktionsübungen, 3; Kulturtechnik II, 2, Konstruktionsübungen, 2; Ingenieurkunde, 3, Übungen, 2. —

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Max Born in Berlin. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



Fig. 1.

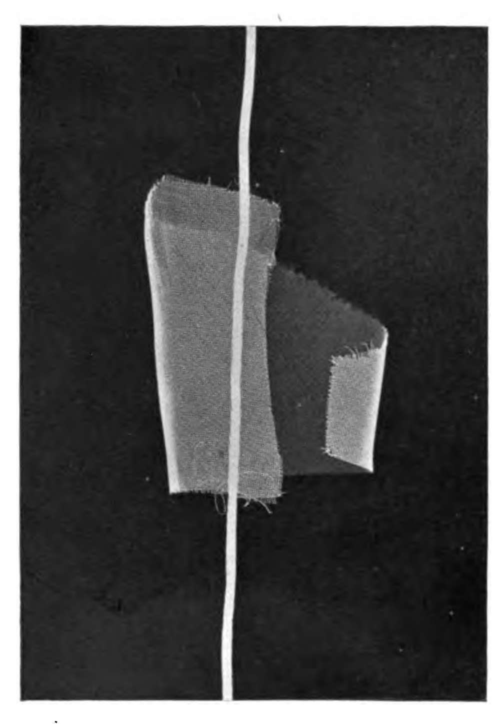


Fig. 2.

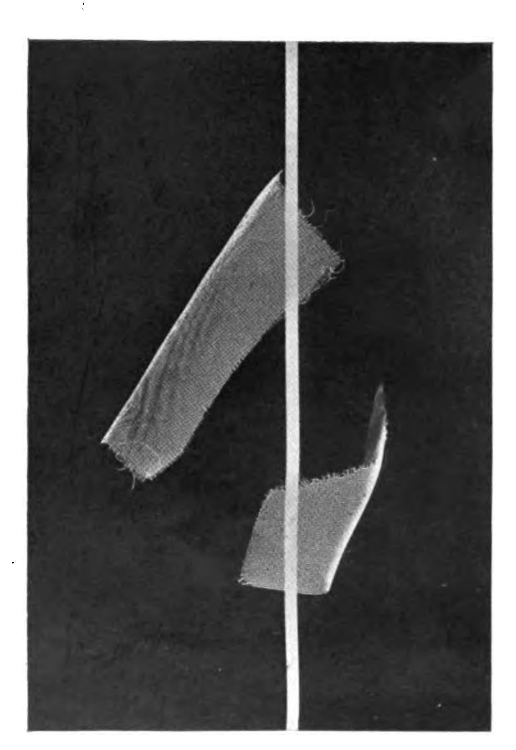


Fig. 3.

B. Alexander, Räumliche Darstellung durch Röntgenstrahlen.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 9/10. | 1. Mai 1915. Redaktionsschluß für No. 11 am 22. Mai 1915. | 16. Jahrgang.

INHALT:

Johann Wilhelm Hittorf.

Geb. in Bonn am 27. März 1824, † in Münster i. W. am 28. Nov. 1914.

Von Adolf Heydweiller[1]).

Im Spätherbst des ereignisreichen Jahres 1914 schlossen sich zwei kluge und scharfblickende Augen in einem machtvollen und unvergeßlichen Charakterkopf für immer, die Augen Wilhelm Hittorfs. Mit ihm, dem Neunzigjährigen, dem Altersgenossen von Hermann Helmholtz, Rudolf Clausius und Gustav Kirchhoff, ist der letzte einer entschwundenen Physikergeneration dahingegangen, die in Deutschlands karger Zeit nach den Freiheitskriegen aufgewachsen, vielleicht deshalb eine fast unverwüstliche Lebenskraft und Schaffensfreudigkeit bis in ein hohes Alter bewahrte und vornehmlich des Vaterlandes Ruhm und Größe auch in unserer Wissenschaft begründete.

Hittorf war geborener Rheinländer, sein Vater war Kaufmann in Bonn, und es fehlte ihm auch nicht an Sinn für den goldenen rheinischen Humor; aber sonst hatte er wenig von der Natur des Rheinländers mit der schnellen Auffassung und leichten Erregbarkeit, aber nicht sehr großen Ausdauer, sondern viel mehr von der etwas schwerfälligen Art der Bewohner seiner zweiten niedersächsischen Heimat, deren Stärke in der zähen Beharrlichkeit bei der Verfolgung erstrebter Ziele liegt. So ist zu vermuten, daß seine Vorfahren, von denen einer als Baukünstler in Köln sich einen bedeutenden Namen gemacht hat, rheinaufwärts gekommen sind; ein Hitdorf liegt am Niederrhein zwischen Deutz und Düsseldorf.

Schule und Studienjahre verlebte er fast ganz im Elternhause mit vier Geschwistern, von denen der einzige Bruder Medizin studierte und früh verstarb, eine unverheiratete jüngere Schwester später durch lange Jahre ihn, den gleichfalls Ledigen, mit ihrer stillen und treuen Sorgfalt umgab und ihm ein behagliches Heim schuf.

Unter Befreiung von der mündlichen Prüfung erlangte er 1842 am Gymnasium der Vaterstadt das Reifezeugnis und bezog dann die Heimatuniversität, von deren Lehrern der als Mathematiker und Physiker ausgezeichnete Julius Plücker den größten Einfluß auf ihn gewann und ihn mächtig förderte. So kehrte er auch nach einem vorübergehenden Studienaufenthalt in Berlin wieder nach Bonn zurück, wo er 1846 am 26. Oktober mit einer Dissertation über Eigenschaften der Kegelschnitte (Proprietates sectionum conicarum ex aequatione polari deductae) die Doktorwürde erwarb[1]).

Es ist bezeichnend für die Unzulänglichkeit des naturwissenschaftlichen Unterrichts an den deutschen Hochschulen in jener Zeit, daß ein Mann wie Hittorf mit seiner ausgesprochenen Neigung und Begabung für experimentelle Forschung mit einer rein mathematischen Arbeit promovieren mußte, weil ihm zur experimentellen Betätigung keine Gelegenheit geboten war. Diese verschaffte dem jungen Doktor erst das persönliche Entgegenkommen Plückers, dessen Interesse für seinen Schüler sich bis zu seinem Tode über mehr als zwei Dezennien bewährte und noch in einer späteren gemeinsamen Arbeit zum Ausdruck kam.

Mit seiner ersten Experimentaluntersuchung, die er 1847 in Poggendorffs Annalen veröffent-

1) Die nachfolgenden Aufzeichnungen beruhen zum Teil auf persönlichen Erinnerungen und Erzählungen Hittorfs, zum Teil auf Mitteilungen seiner Freunde und Amtsgenossen. Unter diesen bin ich besonders Rudolf Sturm in Breslau verpflichtet, der von 1878 bis 1892 den mathematischen Lehrstuhl in Münster innehatte, mit Hittorf eng befreundet war, und der mir Aufzeichnungen seiner verstorbenen Frau über den Verkehr mit Hittorf in jener und späterer Zeit freundlichst zur Verfügung stellte. Ein Teil derselben ist auch im Druck erschienen (Lebenserinnerungen einer Professorenfrau von Adelheid Sturm geb. Deinhardt, Breslau o. J.).
Ein Bild von Hittorf befindet sich in dieser Zeitschr. **13**, 841, 1912.

1) Ein Auszug aus der Dissertation erschien in Crelles Journ. **38**, 89—92, 1847.

lichte, über „die Bildung einer blauen Oxydationsstufe des Platin sowie einiger anderen Oxyde der edlen Metalle auf galvanischem Wege“[1]), betrat Hittorf schon die Bahn, die ihn zu einem der größten Erfolge seines Lebens führen sollte, das Gebiet der Elektrochemie, das ihn bis in seine letzte Arbeitszeit und zwanzig Jahre lang fast ausschließlich beschäftigte. Nicht nur für seine Arbeitsrichtung, sondern auch für seine äußere Lebensstellung sollte die Verbindung von Physik und Chemie, mit der er seine Experimentalforschung einleitete, bald entscheidend werden.

Um diese Zeit suchte die preußische Regierung einen Lehrer, der Physik und Chemie an der Akademie zu Münster in Westfalen lehren und zugleich katholisch sein sollte. Auf Plückers Empfehlung wurde Hittorf gewählt, und seit dieser Zeit (1847) blieb sein Schicksal mit dem der westfälischen Hochschule eng verbunden. Letztere war ein Überbleibsel der früheren fürstbischöflichen Universität, die 1818 nach einem Bestehen von nahe vier Jahrzehnten von der preußischen Regierung zugunsten von Bonn aufgehoben, beziehungsweise auf eine katholisch-theologische und eine philosophische Fakultät mit sehr beschränkten Befugnissen eingeengt worden war; und auch dieser Rest wurde arg vernachlässigt. Die früher bestehenden beiden Professuren für Physik und für Chemie ließ man nach dem Tode ihrer Inhaber eingehen und die beiden Fächer jahrelang durch einen Privatdozenten versehen.

Der Vorgänger von Hittorf, namens Schmedding, scheint die Sache nach dreizehnjähriger Tätigkeit und nach Ablehnung eines Antrags der Fakultät, ihn zu befördern, als aussichtslos aufgegeben zu haben.

Die Fakultät wünschte Wiederbesetzung der Professur und machte weitere entsprechende Vorschläge, die das Ministerium abermals ablehnte. In dem Bescheid heißt es dann weiter[2]): „Dagegen hat der Herr Minister seine Aufmerksamkeit auf den in allen Beziehungen ausgezeichnet empfohlenen Dr. Hittorf gerichtet. — Da Dr. Hittorf bisher noch kein akademisches Lehramt bekleidet, sondern nur den Unterricht im naturwissenschaftlichen Seminare, hier aber mit entschiedener Auszeichnung erteilt hat, so will er sich hier (in Münster) im Herbst zuerst als Privatdozent habilitieren, was auch den Wünschen und Absichten des Herrn Ministers entspricht.“ Auf einen Protest der Fakultät, die eine bereits länger bewährte Lehrkraft wünschte und darauf hinwies, daß beim Fehlen eines Fachprofessors in Münster eine Habilitation dort ausgeschlossen sei, wurde weiter entgegnet: „Was die Habilitation des Hittorf betreffe, so werde er sie bei der philosophischen Fakultät in Bonn bewirken, was auch an sich in Ermangelung eines ordentlichen Professors bei der Fakultät in Münster für dieses Fach angemessen erscheine.“

Hittorf habilitierte sich daher in Bonn am 11. August 1847 mit einer von Demonstrationen begleiteten Vorlesung, durch die er der Fakultät die Ergebnisse seiner ersten Experimentaluntersuchung „über die Bildung einiger Oxyde der edlen Metalle auf galvanischem Wege“ mitteilte.

In dem darüber aufgenommenen Protokoll heißt es nach der oben angeführten Mitteilung von Herrn G. C. Schmidt: „Er führte darin aus, und erläuterte es durch in Gegenwart der Fakultät angestellte Versuche, daß, wenn Sauerstoffsalze, deren Basis ein Alkali ist, am besten die salpetersauren Salze, in feuerflüssigem Zustande durch den galvanischen Strom zersetzt werden, der negative Pol, aus welchem Metalle er bestehen möge, stark oxydiert werde.

„Platin gibt unter diesen Umständen ein bisher unbekanntes blaues Oxyd, Gold das grüne Oxydul und das violette Oxyd. Zugleich bewies er, daß die Oxydation durch die Bildung der Superoxyde des Alkalimetalles bewirkt werde.

„Diese Vorlesung erregte das lebhafteste Interesse der Anwesenden, und es knüpfte sich daran ein Gespräch über die Ursachen dieser Erscheinungen, über die daraus zu ziehenden Folgerungen und über die mutmaßliche Zusammensetzung des neuen Platinoxydes, an welchem vorzüglich die Herren Noeggerath, Bischof und Plücker teilnahmen, und worin Dr. Hittorf seine gediegenen Kenntnisse und seinen Scharfsinn bekundete, sowie die Anstellung der Versuche seine praktische Fertigkeit in Behandlung der Instrumente bewiesen hatte.

„Die Fakultät war der Ansicht, daß Dr. Hittorf den Habilitationsforderungen vollständig genügt habe und mit Erfolg Vorlesungen sowohl über theoretische als auch experimentelle Physik und Chemie halten werde.“

Dieses für den jungen Forscher so ehrenvolle und bezeichnende Urteil durfte auch hier nicht übergangen werden.

Gleich nach der Habilitation siedelte Hittorf nach Münster über und begann dort die Tätigkeit, die sein Lebenswerk ausmachen sollte.

Was ihn erwartete, war, wie schon aus dem oben Erwähnten hervorgeht, nicht beneidenswert. Als Entgelt für die umfassende Lehrtätigkeit bezog er ein Gehalt von 350 Taler, wozu noch etwa 50 Taler für sächliche Ausgaben, Unterhaltung und Ergänzung der Apparate usw.,

1) Pogg. Ann. 72, 481, 1847.

2) G. C. Schmidt, Festschrift der med.-natur. Ges. in Münster für die 84. Vers. D. Naturf. u. Ärzte, Münster 1912, S. 19.

kamen. Assistenten und Diener gab es nicht, und es bedurfte der ganzen Bescheidenheit, Anspruchslosigkeit und Tatkraft, die Hittorf in so hohem Maße auszeichneten, um mit diesen dürftigen Mitteln nicht nur auskommen, sondern auch Großes leisten zu können. Wie groß seine Anspruchslosigkeit war, erhellt am besten daraus, daß er von den geringen persönlichen Bezügen im ersten Jahre noch 40 Taler ersparen konnte, die er in hochherziger Weise zur Ausstattung eines Freundes beitrug, der mit dem Afrikaforscher Barth an den Tsadsee ging und von dort nicht wiederkehrte.

Die ihm aufliegende Arbeitslast war zudem gewaltig; schon allein die Ausarbeitung der Vorlesungen für zwei große Fächer, Physik und Chemie, die er auf die beiden Semester eines Jahreskurs verteilte, hätte eine normale Arbeitskraft völlig in Anspruch genommen; dazu galt es aber auch noch die Hilfsmittel für die unentbehrlichen Demonstrationen fast aus dem Nichts neu zu schaffen. Die einzige Hilfe, die er dabei hatte, war ein Pfeifendrechsler, der den Mechaniker ersetzen mußte; statt des teuren und schwer zu verarbeitenden Messings mußte Zink genommen werden.

Während des ersten Winters wurde ihm vorübergehend auch noch die Verwaltung des naturhistorischen Museums aufgeladen; und dann kamen die unruhigen Zeiten des Jahres 1848. Hittorf mußte seine Bürgerpflicht als Mitglied der Bürgerwehr erfüllen, und wenn diese Pflicht auch keine schweren Opfer verlangte, so kostete sie doch Zeit.

Man kann danach die Last der Aufgabe ermessen, die dem 24jährigen jungen Dozenten zugefallen war. Aber unverzagt und unermüdlich ging er an ihre Bewältigung.

Die Vorlesungsverzeichnisse der Akademie aus jener Zeit[1]) geben uns einen Einblick in Hittorfs vielseitige Tätigkeit. Neben zwei großen Hauptvorlesungen, die mit wechselnder Stundenzahl (4—6 wöchentlich) regelmäßig wiederkehren über Experimentalphysik im Sommer und Experimentalchemie im Winter, finden sich da aufgeführt kleinere physikalische Sondervorlesungen über einzelne Teile (Elektrizität, Magnetismus, Galvanismus, Optik, Wärme), einmal auch über die Theorie der Elektrizität — vermutlich sind auch die anderen Vorlesungen vorwiegend theoretisch gewesen — im Winter und eine größere Vorlesung über analytische Chemie im Sommer, an deren Stelle von 1852 ab chemisch-analytische Übungen traten, so daß in jedem Semester beide Fächer vertreten waren. Einige Male im W.-S. 1850/1 und 1853/4 werden — ein damals höchst seltener Fall — auch physikalische Übungen angezeigt. Daß es so selten geschah, mag wohl durch die geringe Zahl von Teilnehmern bei dem schwachen Besuch der Akademie in jener Zeit bedingt gewesen sein.

Zwar wurde Hittorf schon von 1849 ab als Vorsteher des chemischen Laboratoriums geführt, aber erst von 1853 ab findet sich unter den Lehrinstituten der Akademie aufgeführt: „Apparatus physicus et Laboratorium chemicum". In diesem Jahre erfolgte auch Hittorfs Ernennung zum Vorsteher des physikalischen Kabinetts, das vorher als „mathematisch-physikalisches Kabinett" dem Professor Gundermann unterstellt war.

Die Räume für den Physikunterricht befanden sich anfangs nicht im Akademiegebäude, dem alten Jesuitenkolleginm, in das sie erst später verlegt wurden, sondern im mittleren Stockwerk des benachbarten Paulinischen Gymnasiums und bestanden aus einem Hörsaal, einem Saal für die Aufbewahrung der Instrumente und einem Laboratorium. Das letztere muß nicht heizbar gewesen sein, denn Hittorf erzählte später noch, daß er seine Versuche oft im Winter habe abbrechen müssen, weil er nicht die erforderliche Temperatur erhalten konnte. Aber es war ja damals überall an deutschen Hochschulen dieselbe Armseligkeit.

Nachdem so der Unterricht in geregelte Bahnen gelenkt und leidliche Arbeitsbedingungen geschaffen waren, konnte sich Hittorf wieder seinen wissenschaftlichen Untersuchungen zuwenden, deren erste Früchte aus dieser Zeit zwei Abhandlungen in Poggendorffs Annalen vom Jahre 1851 brachten[1]).

In diesen Abhandlungen zeigt sich, daß außer J. Plücker noch ein zweiter Physiker, dieser freilich ohne persönliche Berührung, einen mächtigen Einfluß auf den jungen Forscher ausgeübt hat: Michael Faraday.

Nicht nur äußerlich knüpft er unmittelbar an Beobachtungen Faradays über die elektrische Leitfähigkeit von Schwefelsilber an, sondern die Methode der Untersuchung, wie die Art der Darstellung atmen auch ganz den Geist Faradays.

Das Schwefelsilber zeigt nach Faraday zwei verschiedene Arten elektrischer Leitfähigkeit. Hittorf zeigt, daß dasselbe auch für die Verbindungen des Kupfers und Schwefels gilt, und daß die hier obwaltenden Verhältnisse durchsichtiger als beim Schwefelsilber sind. Er gibt zunächst eine scharfe Definition der beiden

1) Für die freundliche Besorgung von Auszügen daraus habe ich Frau J. Detmer in Münster herzlichst zu danken.

1) Pogg. Ann. **84**, 1—27 und 214—220, 1851.



Arten von Leitvermögen und ihrer Unterscheidungsmerkmale — der metallischen und der elektrolytischen, wie er sie treffend im Gegensatz zu der üblichen nichtssagenden Bezeichnungsweise (Leiter 1. und 2. Klasse) nennt, die noch lange — bis in unsere Tage hinein — in den Lehrbüchern spukte.

Hittorf zeigt, daß von den beiden bekannten Verbindungen von Kupfer und Schwefel (Cu_2S und CuS, dem Halbschwefelkupfer und dem Einfach-Schwefelkupfer) das erstere (ebenso wie Schwefelsilber) weit unterhalb des Schmelzpunktes ein mit wachsender Temperatur stark ansteigendes elektrolytisches Leitvermögen, das letztere dagegen ein metallisches (mit steigender Temperatur abnehmendes) Leitvermögen zeigt.

Eben mit Hilfe dieser Eigenschaft kann er dann weiter den Nachweis liefern, daß die eine Verbindung in die andere übergeht — je nach der Temperatur in verschiedenem Maße, und daß es sich dabei um ein Gleichgewicht handelt, das von beiden Seiten erreicht werden kann. „Demnach zersetzt sich" — bei Glühhitze — „ein Teil des Halbschwefelkupfers in freies Kupfer und Einfach-Schwefelkupfer. Merkwürdigerweise geschieht dies in derselben Temperatur, in der letzteres bereits zerfällt".

Hat Hittorf also hier eins der bedeutendsten Probleme der modernen physikalischen Chemie angeschnitten, das der chemischen Gleichgewichte (die klassische Arbeit von Guldberg und Waage hierüber erschien erst 16 Jahre später), so wendet er sich in der folgenden Arbeit einem nahe verwandten, nicht minder wichtigen zu, dem der allotropen Zustände und ihrer wechselseitigen Übergänge. Als Versuchsobjekt diente das auch in anderer Hinsicht so interessante Selen. Er fand die Verschiedenheit des Schmelzpunktes von amorphem und kristallinischem Selen und untersuchte die Bedingungen des Übergangs der einen Form in die andere, die, wie er zeigte, bei einer bestimmten Temperatur sich vollzieht und von einer bestimmten Wärmetönung begleitet ist, wodurch die Analogie mit Aggregatzustandsänderungen nachgewiesen war.

Diese Arbeiten und der wachsende Lehrerfolg trugen Hittorf im Jahre 1852 auf Antrag der Fakultät die Ernennung zum a. o. Professor, sowie eine Gehaltserhöhung auf 450 Taler ein; und nun begann die große Reihe von Untersuchungen[1]) „über die Wanderungen der Ionen während der Elektrolyse", die in den klassischen Bestand der physikalischen Weltliteratur eingegangen sind, und bezüglich deren ich mich auf die Hervorhebung der Hauptgesichtspunkte beschränken kann.

Auch hier schließt sich Hittorf eng an Faraday an. Man wußte, daß die Elektrizitätsleitung in Elektrolyten konvektiv durch elektrisch geladene Teilmoleküle (die Ionen) bewirkt wird, die mit positiven und negativen Ladungen versehen längs der elektrischen Kraftlinien in entgegengesetzter Richtung fortgeführt werden, und Faraday hatte durch seine quantitative Erforschung dieser Erscheinung den Zusammenhang zwischen der Stromleitung und der chemischen Stromwirkung, die dabei auftritt, sicher festgelegt, aber doch noch manche Frage unbeantwortet gelassen. Man wußte weder etwas Sicheres über die Geschwindigkeiten, mit denen die Ionen fortschreiten, noch — von einigen einfachen Fällen abgesehen — von ihrer Natur und Zusammensetzung; bezüglich der letzteren gingen die Anschauungen stark auseinander, und hinsichtlich der ersteren nahm man meist stillschweigend die Geschwindigkeiten der beiden entgegengesetzt geladenen Ionen als gleich an.

Hier setzen Hittorfs Untersuchungen ein. Er wies zuerst nach, daß die letztere Annahme unvereinbar ist mit gewissen Tatsachen, nämlich mit den bei längerem Stromdurchgang meist auftretenden Konzentrationsverschiebungen (der „Überführung" von Salz) in der elektrolysierten Lösung, und er zeigte, daß man gerade mit Hilfe dieser Konzentrationsverschiebungen das Geschwindigkeitsverhältnis der beiden Ionen bestimmen könne; ein großer Teil der weiteren Untersuchungen ist der Festlegung dieser wichtigen Größe für eine große Anzahl verschiedener Ionen und bei den verschiedensten Versuchsbedingungen gewidmet.

Damit war nach Faradays erstem ein wichtiger zweiter Schritt getan auf der Bahn, die zur vollständigen Erkenntnis der bei der elektrolytischen Stromleitung obwaltenden Verhältnisse führte. Den dritten machte später F. Kohlrausch, als er sein Gesetz von der unabhängigen Wanderung der Ionen auffand und begründete, und den letzten S. Arrhenius mit der Aufstellung seiner Theorie der elektrolytischen Dissoziation gelöster Salze.

Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß schon frühere Untersuchungen über die Überführung vorlagen; aber diese hatten die zu lösenden Fragen mehr verwirrt als geklärt, teils durch fehlerhafte Versuchsanordnung, teils durch falsche Auffassung und Deutung der Ergebnisse; denn in der Art, wie Hittorf diese Irrtümer nachwies und vermied, zeigt sich der ganze Scharfsinn und die Experimentierkunst des Meisters.

1) Pogg. Ann. **89**, 177—211, 1853; **98**, 1—33, 1856; **103**, 1—56, 1858; **106**, 337—411 und 513—586, 1859. Wiederabdruck in Ostwalds Klassikern der exakten Wissenschaften Nr. 21 und Nr. 23, 1891.

So hatte Bunsen behauptet, daß die Überführung abhängig von der Stromstärke sei; Hittorf wies unwiderleglich nach, daß das nicht der Fall ist, und daß die Behauptung Bunsens nur auf unrichtiger Deutung der eigenen ganz richtigen Versuchsergebnisse beruhe. Er betont die Notwendigkeit bei den Vorgängen der Elektrolyse in schärferer Weise, als es bis dahin meist geschehen war, zwischen primären und sekundären Vorgängen zu scheiden; und hiermit kommen wir zu einem zweiten wichtigen Hauptpunkt in Hittorfs Untersuchungen, nämlich zu den in engem Zusammenhang hiermit stehenden Fragen nach der chemischen Natur der Ionen und nach der Beziehung zwischen chemischer Stromwirkung und chemischer Affinität.

Um den hier von Hittorf erreichten Fortschritt voll zu würdigen, muß man sich erinnern, daß die elektrochemische Wissenschaft noch stark im Banne der Berzeliusschen Anschauungen stand, der als die bei der Elektrolyse in Betracht kommenden Bestandteile der Salze ein basisches und ein saures Oxyd (Säureanhydrid), z. B. CuO und SO_3 annahm und der Meinung war, aus der elektrischen Leitfähigkeit die Stärke der chemischen Affinität herleiten zu können; erinnern muß man sich auch, daß in jenen Jahren die Radikal- und die Typentheorie in der Chemie erst allmählich von der Valenztheorie verdrängt wurde.

Hittorf mußte seine neuen, jetzt wohlbekannten und allgemein geltenden Anschauungen, die Scheidung der elektrolytischen Verbindungen in das elektropositive metallische Kation und den negativen Säurerest als Anion gegen lebhaften Widerspruch fast aller auf diesem Gebiet arbeitenden Forscher — Physiker und Chemiker — verfechten; von seinen Gegnern seien hier nur Berzelius, E. Becquerel, Magnus, R. Kohlrausch, G. Wiedemann, in einzelnen Punkten auch Clausius und selbst Faraday neben dem schon erwähnten Bunsen angeführt.

Sehr bezeichnend ist auch, daß die 1863 erschienene 2. Auflage eines der ersten deutschen Lehrbücher der „physikalischen und theoretischen Chemie" von Buff und Kopp[1]) (der Mitherausgeber der 1. Auflage Zamminer war gestorben) die im vorhergehenden Jahrzehnt erschienenen Hittorfschen Arbeiten mit keiner Silbe berührt, obwohl sie in der zwei Jahre zuvor im gleichen Verlag erschienenen Monographie von G. Wiedemann über den „Galvanismus" ziemlich ausführlich besprochen sind.

Immer wieder wurde Hittorf zur Verfechtung seiner Anschauungen in ausgedehnter Polemik gezwungen, die von ihm in ebenso scharfsinniger, wie vornehm sachlicher Weise geführt wurde, und immer wieder mußte er die Gegner auf die Widersprüche ihrer Anschauungen mit der Erfahrung hinweisen, insbesondere mit den Tatsachen, daß das Ohmsche Gesetz für die Elektrolyte streng gültig ist, und daß die Überführung unabhängig ist von der Stromstärke und Stromdichte, also über die chemische Affinität nichts aussagen kann. Sodann zeigte er, daß die irrigen Anschauungen zumeist auf eine ungenügende Scheidung zwischen der primären Stromwirkung im Innern des Elektrolyten und sekundären chemischen Prozessen an den Elektroden unter Beteiligung des Lösungsmittels zurückzuführen seien. Gerade die klare Erkenntnis dieses Umstandes hat ihn zu seinem Erfolge, zu seiner so einfachen, umfassenden und einheitlichen Darstellung der anscheinend so verwickelten Verhältnisse bei der Elektrolyse geführt.

Als Belege seien einige besonders bezeichnende Stellen aus Hittorfs Arbeiten hier wörtlich mitgeteilt.

„In der ersten Mitteilung zeigte ich . . . ., daß die Zahlen für die Überführungen unabhängig von der Stromstärke sind." „Ich habe im Laufe der Zeit vielfach Gelegenheit gefunden, mich von der Richtigkeit dieses Gesetzes zu überzeugen, ohne welches meine Arbeit wertlos wäre. Ich halte das Gesetz für wichtig und, was die Elektrolyse der Lösungen betrifft, für fundamental. Es steht im Widerspruche mit einer sehr verbreiteten Auffassung des Vorganges bei der Elektrolyse, welche Prof. Bunsen am bestimmtesten ausgesprochen hat. „„Darnach übt die Dichtigkeit des Stromes . . . den wichtigsten Einfluß auf die chemischen Wirkungen aus. Mit dieser Dichtigkeit wächst die Kraft des Stromes, Verwandtschaften zu überwinden"".

„Es liegt kein Beispiel vor, daß der Strom ein geschmolzenes Salz, dessen Konstitution die Möglichkeit eines sekundären Prozesses ausschließt, in die Säure und Basis spaltet; immer tritt die Zerlegung so ein, daß Metall an der Kathode, Säure und Sauerstoff an der Anode erscheinen. So lange ein solches Beispiel nicht nachgewiesen, sind wir nicht berechtigt, die Entstehung der Oxyde, die wir in Lösungen beobachten, in jener Weise zu interpretieren, sondern müssen sie als sekundäre Produkte, wie Faraday in vielen analogen Fällen zuerst gezeigt, ansehen." „Die Elektrolyte und ihre Lösungen unterscheiden sich in ihrem Verhalten gegen den elektrischen Strom in keiner Weise von den Metallen, sobald wir von dem eigentlichen Vorgange, der für beide so verschieden in die äußere Erscheinung tritt, abstrahieren. Die Wärme, welche

1) Als 1. Band von Graham-Ottos Lehrbuch der Chemie.

durch die Elektrizität in ihnen erregt wird, die Wirkungen, welche alsdann nach außen eintreten, sind in beiden durch dieselben Gesetze geregelt. In allen genaueren Untersuchungen zeigten sich die Elektrolyte dem Ohmschen Gesetze unterworfen; die Schwächung, welche durch ihre Einschaltung in die Kette die Stromstärke erfährt, war leicht, sobald man die Polarisation berücksichtigte, auf einen Widerstand zurückzuführen, für welchen dieselben Beziehungen wie bei den metallischen Leitern sich gültig zeigten."

„Faraday hat ... ferner geschlossen, daß die Intensität, bei welcher ein Strom aufhört zu zersetzen, nicht gleich sei für alle Elektrolyte, daß sie im allgemeinen mit der Verwandtschaft, die zwischen ihren Ionen besteht, wachse." — „Er hielt die Zersetzbarkeit der Elektrolyte für verschieden, und ordnete sie in eine Reihe, in der *IK*, *ClAg*, *ClSn*, *ClPb*, verdünnte Salzsäure und Schwefelsäure sich folgen. Diese Deutung der Erscheinung wird noch vielfach festgehalten und *IK*, sowie die Silbersalze werden als die am leichtesten zu zersetzenden Elektrolyte betrachtet. Sie ist aber entschieden unrichtig."

„Viele Beispiele treten uns entgegen, wo die Zersetzungsprodukte mit der Stromdichtigkeit verschieden ausfallen. Sie haben Bunsen veranlaßt, dieser Stromdichtigkeit den größten Einfluß auf die chemischen Verwandtschaften zuzuschreiben. Mit derselben soll die Kraft des Stromes wachsen, Verwandtschaften zu überwinden."

„Die Verschiedenheit in den Zersetzungsprodukten läßt sich aber in solchen Fällen ungezwungen als eine sekundäre Erscheinung erklären, die durch die Reaktion der vom Strome ausgeschiedenen Ionen auf das Lösungsmittel eintreten muß und ausbleibt, sowie jenen die Fähigkeit, dasselbe zu zersetzen, abgeht."

„Den Beweis, daß von den beiden Deutungen nur die meinige gestattet ist, sehe ich in dem Gesetze, welches ich für die Überführung in der ersten Mitteilung angegeben, und welches sich überall gültig gezeigt. Die Zahlen für die Überführung sind nämlich von der Stromdichtigkeit unabhängig; das würde unmöglich, wenn die andere Auffassung die richtige wäre."

„Die Widerstände, welche für die wässerigen Lösungen von Elektrolyten vorliegen, gehen auch nicht entfernt parallel der Kraft, mit welcher die Chemie ihre Ionen verbunden annehmen muß. So leiten die Salze der Alkalien, für welche die Verwandtschaft am größten ist, viel besser unter gleichen Lösungsverhältnissen, wie die des Zinks und Kupfers."

„Die Ionen, welche wir [in Gemischen] wahrnehmen, sind ... nicht alle identisch mit denjenigen, welche der Strom ausgeschieden, sondern teilweise sekundäre Produkte. Das Ion von stärkerer Verwandtschaft erscheint deshalb nicht, weil es sogleich den Elektrolyten, dessen Ionen von schwächerer Verwandtschaft sind, und der in der Nähe der Elektrode ist, zersetzt und dadurch eine äquivalente Menge des schwächeren Ions frei macht."

„Für mich hat die Tatsache, daß der Widerstand der Elektrolyte in gar keiner Beziehung zur chemischen Verwandtschaft ihrer Ionen steht, nichts Auffallendes. Letztere kommt nämlich deshalb bei dem Vorgange nicht in Betracht, weil die Kraft, welche zur Trennung der Bestandteile eines Moleküls verwendet wird, unverändert bei der darauf erfolgenden Vereinigung wiedergewonnen wird. Die Verwandtschaftskräfte können sich bei der Elektrolyse nur in den Gegenströmen der frei werdenden Ionen oder allgemein in den elektromotorischen Kräften geltend machen."

Alle diese Erkenntnisse gehören für uns schon seit langem zu dem sicheren Boden, auf dem wir weiter bauen. Hittorf aber mußte ihn sich erst Schritt für Schritt erkämpfen.

Am Schluß der dritten Abhandlung von 1858 kündet er noch eine bedeutsame Entdeckung an, die er im folgenden Jahr ausführlicher begründete, und die, abermals auf lebhaftesten Widerspruch und Unglauben stoßend, erst in neuerer Zeit in ihrer vollen Bedeutung gewürdigt wurde, die Entdeckung der Komplexionen und damit eines Zugangs in das wichtige Gebiet der Molekularverbindungen.

„Ich habe absichtlich bis jetzt nur solche Fälle der Elektrolyse veröffentlicht, welche den herrschenden Ideen entsprechen. Früh stieß ich aber auf einen Elektrolyten, dessen beide Ionen ganz entgegen denselben, nicht mehr nach entgegengesetzten Richtungen getrieben werden, sondern nach demselben Pole, und zwar nach der Anode wandern, obgleich sie an verschiedenen ausgeschieden werden."

Indem er die ausführliche Beschreibung dieser auffälligen Erscheinung für die nächste Zeit verspricht, schließt er mit der ergreifenden Bemerkung:

„Ich bedaure sehr, daß die Zeit, welche meine Berufsgeschäfte mir lassen, und die ungünstigen Verhältnisse, unter denen ich diese Arbeit ausführte, mir nicht gestatteten, dieselbe schnell zu beendigen."

Inzwischen hatte er — 1856 — die erste und einzige Berufung an eine andere Hochschule, die Universität Bern, als Ordinarius erhalten. Er lehnte sie ab, nachdem ihm der preußische Unterrichtsminister die Beförderung zum Ordi-

narius auf Fürsprache der Fakultät zugesagt hatte. Das betreffende Gutachten derselben lautete[1]): „Über die wissenschaftliche Tüchtigkeit und die ganze wissenschaftliche Haltung des Professors Dr. Hittorf können wir uns nur auf das Günstigste aussprechen; wir sind überzeugt, daß er auf der betretenen Bahn fortschreitend, bald eine hervorragende Stellung in seinem Fache einnehmen wird. Der Beschäftigung mit seiner Wissenschaft und der Forschung nach neuen Ergebnissen unausgesetzt und ausschließlich, selbst mit fast zu großer Zurückziehung von aller Berührung mit dem äußeren Leben ergeben, hat er schon jetzt Leistungen zu Tage gefördert, welche durch ihre Subtilität und Gediegenheit sich die Anerkennung ihrer Fachgenossen in hohem Grade erworben haben."

Am 19. August 1856 wurde er zum ordentlichen Professor der Physik und Chemie ernannt, und noch mehr als zwei Jahrzehnte lang hat er die schwere Belastung der doppelten Lehrverpflichtung tragen müssen.

Die elektrolytischen Untersuchungen waren gegen Ende der fünfziger Jahre abgeschlossen; aber noch zwanzig Jahre später mußte er die von ihm gefundenen Grundwahrheiten gegen erneute Angriffe in einer ausführlichen Polemik[2]) gegen Bleekrode verteidigen, und noch in den letzten Experimentaluntersuchungen seines Alters griff der fast Achtzigjährige berichtigend, erweiternd und durch neue Entdeckungen sie bereichernd auf die Arbeiten seiner Jugend zurück.

Über deren äußeren Erfolg — oder vielmehr Mißerfolg — und seine Ursachen hat er sich viele Jahre später selbst einmal öffentlich ausgesprochen[3]):

„Meine elektrolytischen Arbeiten fallen in die fünfziger Jahre, in eine Zeit, wo das Interesse der Chemiker bereits vorwiegend der organischen Chemie zugewandt war. Sie blieben in diesen Kreisen über zwei Jahrzehnte unbeachtet. In der bekannten „Einleitung in die moderne Chemie", welche in den siebziger und achtziger Jahren viele Auflagen erfuhr, können Sie große Schnitzer bezüglich elektrolytischer Verhältnisse finden."

„In den siebziger Jahren mußte ich mehrmals mit einem bereits verstorbenen Forscher, den die organische Chemie als einen ihrer Pfadfinder betrachtet, persönlich verkehren. Ich benutzte die Gelegenheit, ihn auf die Zustände, in welchen die Ionen der Salze in ihren wässerigen Lösungen gemäß den Gesetzen der Elektrolyse sich befinden müssen, und welche mit den herrschenden Verwandtschaftstheorien in vollständigem Widerspruche stehen, aufmerksam zu machen. Allein es war mir unmöglich, mich mit ihm zu verständigen. Er kam immer mit den Ideen, welche er aus der organischen Chemie in die unorganische überführen wollte. Er erzählte mir, daß er dem damaligen Vertreter der Universitäten im preußischen Unterrichtsministerium den Vorschlag gemacht, sein Laboratorium mit jährlich 15000 Taler auszustatten, um eine genügende Anzahl Assistenten besolden zu können. Er mache sich anheischig, die ganze unorganische Chemie zu reformieren. Ich war sehr neugierig, Näheres hierüber zu erfahren; aber seine Angaben beschränkten sich auf weniges, das die Rolle des Wassers in den Salzen betraf."

1) Nach G. C. Schmidt, a. a. O.

2) Wied. Ann. **4**, 374—416, 1878. Diese Mitteilung erhebt sich aber weit über den Rang einer bloßen Polemik, gibt eine mustergültige Übersicht über den Stand der elektrochemischen Forschung und Theorien um 1850 und über das, was Hittorf selbst hierin geleistet hat, und ist heute noch von hohem, besonders historischem Interesse.

3) Die anorganische Chemie und ihre Pflege. Bericht der Deutschen elektrochemischen Gesellschaft erstattet. Zeitschr. f. Elektrochemie 1899.

Nach Beendigung dieser umfassenden und bedeutungsvollen Untersuchungen über die Wanderung der Ionen während der Elektrolyse wandte sich Hittorf noch einmal dem Studium der allotropen Zustände zu, diesmal beim Phosphor. In einer im Jahre 1865 erschienenen Schrift „Zur Kenntnis des Phosphors"[1]) sind die Ergebnisse dieser Untersuchung niedergelegt, bei der er eine neue, kristallinische Form des metallischen (roten) Phosphors auffand, verschiedene Methoden zu ihrer Darstellung angab, ihre Stabilitätsbedingungen, sowie die Umwandlungsbedingungen in die anderen Formen eingehend untersuchte und eine große Fülle neuer Erfahrungen mitteilte.

Fast gleichzeitig aber wurde er auf ein neues Arbeitsgebiet geführt, das seiner schöpferischen Kraft Gelegenheit zur höchsten Betätigung bot und seinem Ruhmeskranze neue unvergängliche Lorbeeren hinzufügte: das Gebiet der elektrischen Gasentladungen.

Die Anregung dazu verdankte er seinem Lehrer J. Plücker, der mit Spektraluntersuchungen an den von ihm erfundenen, nach dem Verfertiger Geißler benannten elektrischen Entladungsröhren beschäftigt, das Bedürfnis nach einem chemisch erfahrenen Mitarbeiter und Ratgeber empfand und daher Hittorf zu gemeinsamer Arbeit heranzog; der weitaus größere Teil der Ausführung ist dabei Hittorf zugefallen.

Ihre Ergebnisse wurden in zwei kürzeren vorläufigen Mitteilungen 1863 dem naturhistorischen Verein der Rheinlande[2]), in einer aus-

1) Pogg. Ann. **126**, 193—227, 1865.

2) J. Plücker und W. Hittorf, Neue Untersuchungen

führlichen 1865 der R. Society in London[1]) mitgeteilt.

Es wird hierin zum erstenmal der Nachweis geliefert, daß dieselben Gase unter verschiedenen Versuchsbedingungen völlig verschiedene Spektra, „die auch nicht zwei Linien miteinander gemein haben", aussenden, und die Entstehungsbedingungen dieser Spektren werden eingehend untersucht. Hittorf sah auch in diesen mehrfachen Spektren einen Nachweis für das Auftreten verschiedener allotroper Zustände der lichtaussendenden Materie, eine Auffassung, die, richtig verstanden, heute weitverbreiteten Vorstellungen über das Wesen dieser eigenartigen Erscheinung jedenfalls sehr nahe steht. Die Arbeit enthält eine Fülle wertvollen Beobachtungsmaterials, aber ihre Bedeutung für die Wissenschaft liegt vor allem darin, daß sie Hittorf mit den eigenartigen elektrischen Entladungserscheinungen im Vakuum, insbesondere mit dem negativen Glimmlicht und seiner von Plücker entdeckten Veränderung durch magnetische Kräfte näher bekannt machte und zu ihrem eingehenden Studium anregte. Denn sie gab so die unmittelbare Veranlassung zu der bedeutendsten und epochemachenden Untersuchungsreihe Hittorfs, der „über die Elektrizitätsleitung der Gase".

In vier Abteilungen erschien sie in den Jahren 1869 bis 1884 in den Annalen der Physik[2]), und hat mehr als zwei Jahrzehnte der vollen wissenschaftlichen Hingabe ihres Urhebers in Anspruch genommen. Alle sind wieder gleicherweise ausgezeichnet durch die Fülle des beigebrachten neuen Beobachtungsmaterials, wie durch seine geistreiche Verarbeitung und Deutung. Will man aber einer den Vorrang vor den anderen zuerkennen, so ist es zweifellos die erste wegen der weittragenden Bedeutung, die sie in der Folgezeit für die Entwicklung der physikalischen Anschauungen gehabt hat.

Denn sie enthält die Entdeckung des größten Teils der uns heute so wohlbekannten, wunderbaren Eigenschaften und Wirkungen der Kathodenstrahlen oder „Glimmlichtstrahlen", wie Hittorf sie nannte: den Nachweis des abnorm hohen Kathodengefälles, der geradlinigen Ausbreitung der Kathodenstrahlen, die in Verbindung mit ihrer Absorption durch dichtere Materie zur Schattenbildung führt, der Fluoreszenz-, Wärme-, Zerstäubungswirkung und vor allem ihrer magnetischen Ablenkbarkeit, die bis ins einzelne festgelegt wird.

Ich kann mir nicht versagen, auch hier eine Anzahl Belegstellen anzuführen, die alle der ersten Mitteilung von 1869 entnommen sind.

„Das Glimmen ist offenbar der Prozeß, wodurch der Übergang des Stromes aus den Teilchen des gasförmigen Mediums in die der festen oder flüssigen Kathode vermittelt wird". Hier wird die Tatsache der Stoßionisation schon vorausgeahnt.

„Es ist der Widerstand der positiven Strombahn bei der großen Verdünnung zwar klein gegen denjenigen an der Kathode, aber doch nicht unendlich klein." „Der rätselhafte Widerstand an der Kathode ist durch Verhältnisse bedingt, die nicht allein unmittelbar an der Oberfläche ihren Sitz haben, sondern sich, wie die Wärmewirkung zeigt, über die ganze Umgebung erstrecken."

Einer Beschreibung des bekannten klassischen Demonstrationsversuchs mit der Hittorfschen Umwegröhre folgt die Bemerkung: „Dadurch ist dargetan, daß das Hindernis für die Bildung des positiven Lichtes in keiner Weise von dem Glimmlichte hervorgerufen wird, sondern unabhängig von demselben in der Umgebung der Kathode besteht." Am Schluß der Abhandlung steht noch der auch hierher gehörige Satz: „Es ist wahrscheinlich, daß die Umgebung der Kathode nicht allein Sitz eines Widerstandes ist, sondern auch elektromotorische Gegenkräfte entwickelt, welche zur Schwächung des Stromes beitragen." Es ist hervorzuheben, daß Hittorf, wie damals allgemein üblich, als „Widerstand" auch bei den Gasen das Verhältnis von Spannungsgefälle zu Stromstärke bezeichnet.

„Das negative Licht der Luft unterscheidet sich noch durch eine andere Eigentümlichkeit [außer durch die Farbe] von dem positiven. Es erregt, wenn seine Temperatur sehr hoch wird, lebhafte Fluoreszenz auf der Oberfläche des Glases, welches von ihm berührt wird, während das positive Licht dieses Mediums dieselbe nicht veranlaßt. Das gewöhnliche Glas leuchtet alsdann bekanntlich mit gelbgrüner, das bleihaltige mit blauer Farbe."

„Bei derselben Dichte des Mediums erstreckt sich das Glimmlicht um so weiter von der Kathode, je kleiner die Oberfläche derselben ist. Gleichzeitig wachsen die Spannungen, welche auf den Elektroden die nämliche Entladung erzeugt und die Fluoreszenz des Glases stellt sich lebhafter her."

„Jeder feste oder flüssige Körper, er sei Isolator oder Leiter, welcher vor der Kathode

über die Spektralanalyse. Verh. d. naturh. Ver. d. Rheinl. **20**, 39—42, 89—92, 1863.

1) J. W. Hittorf und J. Plücker, On the spectra of ignited gases and vapours, Phil. Trans. **155**, 1865; Neudruck zum 80.-Geburtstage Hittorfs veranstaltet, Leipzig 1904.

2) 1. Pogg. Ann. **136**, 1—31 und 197—234, 1869; 2. Pogg. Ann. Jubel-Bd., 430—445, 1874; 3. Wied. Ann. **7**, 553—631, 1879 (Berichtigung dazu Wied. Ann. **8**, 671, 1879); 4. Wied. Ann. **20**, 705—755, 1883 und **21**, 90 bis 139, 1884.

sich befindet, begrenzt das Glimmlicht, welches zwischen ihm und letzterer liegt, es findet keine Abbiegung aus der geraden Richtung statt." „Am deutlichsten sieht man die geradlinige Fortpflanzung des Glimmens, wenn dasselbe von einer punktförmigen Kathode ausgeht und bei größerer Länge die Oberfläche des Glases zum Fluoreszieren bringt. Befindet sich unter solchen Verhältnissen irgendein Gegenstand in dem mit Glimmlicht erfüllten Raume, so wirft er einen scharfen Schatten auf die fluoreszierende Wand, indem er eben den Lichtkegel, der von der Kathode als Spitze um seine Oberfläche geht, davon ausschließt. Wir werden daher im folgenden von den geradlinigen Bahnen oder den Strahlen des Glimmens sprechen und jeden Punkt der Kathode als Spitze eines Strahlenkegels annehmen."

„Geschieht die Ausbreitung des Glimmens von den Punkten der Kathode geradlinig, so muß sie unabhängig von der Richtung des positiven Lichtes sein."

„Die Oberfläche des Aluminiums wird vom Glimmlicht aufgelockert .... Fast immer bedecken sich Drähte dieses Metalles, welche in einem verdünnten Medium längere Zeit als Kathoden gedient haben, auf größeren oder kleineren Strecken mit weißen Haaren von Tonerde, wenn die Luft ... zugelassen wird. Diese Oxydierbarkeit bei niederer Temperatur besitzt bekanntlich das fein zerteilte Metall. Sie zeigt sich niemals, wenn das Aluminium Anode gewesen ist." „Die Zahl für das Verhältnis der Widerstände, welche das Glimmlicht bei der einfachen und halben Spannung desselben Mediums besitzt, bedingen außer der Dichte noch zwei andere Umstände, nämlich die verschiedene Temperatur und die Substanz der Kathode." „Bis jetzt habe ich diese Versuche nur mit einer kleinen Zahl von Metallen (*Al, Pt, Ag, Zn, Fe*) angestellt." „Es kommen nicht unbeträchtliche Unterschiede in den Widerständen des Glimmlichtes, welches bei derselben Spannungsdifferenz entsteht, vor. Der Widerstand am Aluminium ist der geringste und zwar mehr als viermal kleiner, wie derjenige bei Platin und Silber." „Platin und Silber gehören bekanntlich zu den Metallen, die vom negativen Lichte am stärksten zerstäubt werden, während Aluminium gar keine Absätze auf der umgebenden Glaswand gibt. Man wird daher geneigt sein, hierin die Ursache zu suchen und außer dem Widerstande mit Edlund elektromotorische Gegenkräfte für die Zerstiebung anzunehmen. Ich muß vorläufig diese Frage unentschieden lassen."

„Die möglichst evakuierten engen Röhren zeigen ... außer dem ... negativen Fluoreszenzlicht an dem äußersten Ende der Anode eine Lichthülle, aus der sich ein schöner Spiegel von fein verteiltem, fest anliegendem Platin auf der Glaswand absetzt. Leitet die Röhre einige Zeit den Strom, so erscheint dieses Ende ganz zerfressen. Auch erwärmt sich dasselbe und Drähte von der Dicke $1/2$ mm werden hier schwach glühend. Eine vollständige Umkehrung der Wärmeverhältnisse tritt daher ... hier ein. Die Kathode, welche [bei höheren Drucken] mit Glimmlicht bedeckt stark erhitzt und zerstiebt wird, bleibt hier kalt und vollständig unversehrt." „In einer dieser Röhren erfolgte erst der Durchgang [der Entladungen eines großen Funkeninduktors], nachdem die Drähte des in dieser Nebenschließung befindlichen Ausladers den Abstand von 25 cm erhalten hatten. Der positive Draht erglühte auf dem äußersten Ende so heftig, daß dasselbe sogleich zu einer Kugel schmolz."

„Die Versuche führten zu dem Resultat, daß in der Umgebung der Kathode eigenartige Verhältnisse bestehen, welche die Fortpflanzung der Elektrizität in der Weise, wie sie im positiven Lichte vor sich geht, nicht gestatten und diesem Strome den Eintritt in die negative Oberfläche unmöglich machen. Es muß demnach vermutet werden, daß die Leitung daselbst durch den Vorgang des Glimmens erfolgt.

„In der Tat bewähren sich die Strahlen des negativen Lichtes in ihrem Verhalten gegen den Magnet, welches wir jetzt untersuchen wollen, als einfache Ströme, die, was ihre Richtung betrifft, in die Kathode aus der Umgebung fließen."

„Der Glimmstrahl verhält sich nämlich wie ein unendlich dünner, geradliniger, gewichtloser, steifer Stromfaden, der bloß an dem Ende, welches den negativen Querschnitt berührt, fest bleibt."

In diesen Sätzen, die durch die Beschreibung einer großen Zahl sinnreicher und glänzender Versuche erläutert und gestützt werden, ist bereits ein beträchtlicher Teil unserer heutigen Kenntnisse über die Kathodenstrahlen enthalten, und so muß man ihren Verfasser als den Begründer eines neuen Forschungsgebietes der Physik verehren, das in seinem weiteren Ausbau zu den Röntgen- und den Radiumstrahlen und damit zu den tiefsten Einblicken in das Innere der Natur geführt hat, die uns bisher vergönnt waren. Hittorf hat zum erstenmal, um einen Ausdruck von Lenard in seiner Nobel-Vorlesung zu gebrauchen, die „Elektrizität an sich", losgelöst von der Materie, an die sie sonst immer gebunden erscheint, vor die staunenden Augen des Beobachters gebracht.

Den Schluß der ersten Mitteilung bildet die Beschreibung einer Versuchsreihe über die sogenannte unipolare Elektrizitätsleitung der Flam-

mengase, die als Vorstudien bezeichnet werden[1]), und wieder klingt sie in eine Klage aus.

„Ich erkannte bald, als ich im vorigen Winter mich mit diesem Gegenstand zu beschäftigen anfing, daß die Form, welche Becquerel dem Gasbehälter gibt, eine unvorteilhafte ist und durch eine andere ersetzt werden muß, wenn übereinstimmende Resultate erhalten werden sollen. Leider kommen solche Gefäße, welche aus Porzellan bestehen müssen, im Handel nicht vor, und in der so ungünstigen Lage, in welcher ich meine Experimentaluntersuchungen ausführen muß, wollte es mir nicht gelingen, sie mir zu verschaffen."

Die Mitteilung ist vom 9. Oktober 1868 datiert, aber schon einige Jahre zuvor konnte Plücker auf einer Reise nach England dort Hittorfsche Entladungsröhren vorzeigen, die mit Hilfe der Geißlerschen Luftpumpe unter Erwärmen auf einen bis dahin unbekannten Verdünnungsgrad des Luftinhaltes gebracht waren und daher ganz neue Entladungserscheinungen zeigten. Im Frühling 1867 legte Plücker sie auch in Paris vor, und im Herbst desselben Jahres konnte Hittorf, beim Besuch der Pariser Weltausstellung, in Ruhmkorffs Werkstätte Versuche mit einem der größten damals vorhandenen Induktionsapparate an solchen Röhren anstellen.

Trotzdem war dieser Arbeit Hittorfs zunächst ein noch geringerer Erfolg beschieden als den früheren, die letzteren hatten wenigstens Widerspruch erfahren, diese wurde kaum beachtet, bis mehr als ein Jahrzehnt später Hittorf Veranlassung hatte, seine Priorität gegenüber englischen Aneignungsversuchen nachdrücklich geltend zu machen[2]).

Im Verlauf der Untersuchungen drängte sich Hittorf immer mehr die Notwendigkeit auf, zur Vereinfachung der Versuchsbedingungen eine konstantere Stromquelle als das Induktorium, und eine ergiebigere als die Influenzmaschine, zu benutzen, um weiter zu gelangen. Hierfür konnten nach dem damaligen Standpunkt der Technik nur vielzellige galvanische Batterien in Frage kommen, und zwar waren von den in Gebrauch befindlichen die Bunsenschen Zink-Kohle-Chromsäuretauchelemente zweifellos die geeignetsten, weil sie Ergiebigkeit mit beträchtlicher Konstanz und verhältnismäßig leichter Handhabung vereinigen. Da die Mittel zur Anschaffung einer solchen Hochspannungsbatterie fehlten, machte sich Hittorf unverdrossen an die Riesenarbeit, sie eigenhändig herzustellen, eine Arbeit, die damals noch viel größer war, als sie heute sein würde. Die Kohlenstäbe mußten aus größeren Stücken von Retortenkohle einzeln ausgesägt und passend bearbeitet, an den Enden galvanisch verkupfert und verzinnt und durch angelötete Kupferdrähte mit den Zinkstäbchen verbunden werden; zur Isolierung wurde noch auf jedem Kohle- und Zinkstab eine Glasröhre mit Siegellack aufgekittet, die mittels Korken in Brettern befestigt wurden. Nicht nur die Herstellung, sondern auch die Instandhaltung einer solchen Batterie erfordert unendliche Mühe und Zeitaufwand.

Im Jahre 1873 waren die ersten 400 Elemente fertig, und Hittorf konnte im Jubelband von Poggendorfs Annalen über erste Versuche damit berichten, die an die letzten Versuche der vorhergehenden Mitteilung anschließend, sich auch auf die unipolare Flammenleitung bezogen.

Die folgenden Jahre benutzte er zur Verdopplung der Elementenzahl, in derselben Herstellungsweise. Das Jahr 1876 führte ihn nach London zu der internationalen Ausstellung wissenschaftlicher Instrumente, wo auch mehrere seiner Entladungsröhren ausgestellt waren und prämiiert wurden, und hier fand er die von Carré für die elektrischen Bogenlampen hergestellten Kohlenstifte, die ihm die weitere Arbeit bei der Anfertigung von nochmals 800 Elementen, die Ende 1877 vollendet waren, wesentlich erleichterten; 1883 verfügte er über insgesamt 2400 Elemente.

Mit diesen, damals einzigen Mitteln konnte er nun ausgedehnte und genaue quantitative Messungen über die Gasentladungen ausführen, die auch einzig dastanden, weil sie ihm zunächst keiner nachzumachen imstande war. Die Ergebnisse sind in der zweiten bis vierten der oben angeführten Mitteilungen über die Elektrizitätsleitung der Gase, sowie in einer kürzeren polemischen Bemerkung[1]) in dem Jahrzehnt von 1874 bis 1884 veröffentlicht worden.

Eine vollständige Wiedergabe des außerordentlich reichen Inhalts, der Fülle von interessanten und zum Teil glänzenden Beobachtungen, die die verwickelten Erscheinungen nach

1) Hier findet sich der erste Nachweis der Erleichterung des Austrittes negativer Elektrizität durch Temperaturerhöhung der Kathode und durch Auftragen flüchtiger Salze auf dieselbe, also der Wegweiser zu den ein Menschenalter später erfundenen Wehneltkathoden.

2) Daß dieser Versuch gerade von einem Engländer ausging, konnte den Kundigen schon damals nicht erstaunen; war es doch von jeher die Gepflogenheit jener Nation, alles irgendwie Wertvolle an sich zu raffen. Beschämend ist nur, daß ein deutscher Übersetzer und ein deutscher Verleger diesem wissenschaftlichen Diebstahl Vorschub leisteten, ohne für den deutschen Eigentümer einzutreten, und grotesk wirkt es, wenn der Übeltäter sich jetzt zu den Schreiern über „deutsche Barbarei" gesellt. Das ist ein Teil des Satyrspiels, das die gewaltige Welttragödie unserer Tage begleitet.

1) Wied. Ann. 19, 73—77, 1883.

den mannigfachsten Richtungen hin erforschen und klar legen, würde hier zu weit führen. Ich muß mich darauf beschränken, einige Hauptpunkte hervorzuheben.

Von besonderer Bedeutung, weil wieder im scharfen Widerspruch zu der herrschenden Anschauung stehend, ist der erstmalig und unwiderleglich gelungene Nachweis, daß unter geeigneten Versuchsbedingungen (ausreichender Elektrizitätszufuhr) der Durchgang der Elektrizität durch Gase ebenso kontinuierlich erfolgt, wie durch metallische und elektrolytische Leiter. Wie auf drei verschiedene Weisen gezeigt wird, besteht zwischen der diskontinuierlichen und der stetigen Entladung ein scharfer Übergang, für den die Versuchsbedingungen eingehend untersucht werden. Ebenso ausführlich wird ein zweiter Übergang untersucht, der von der stetigen Glimmentladung in die ebenfalls stetige Bogenentladung mit dem charakteristischen Umsprung der Wärmeentwicklung, deren Maximum von der Kathode auf die Anode übergeht. Die ergiebige Stromquelle gestattete eine außerordentliche Steigerung dieser Wärmeentwicklung, die bis zum Schmelzen eines der schwerstflüssigen Metalle, des Iridiums (ca. 2300^0), getrieben werden konnte.

Auch mit Kohle hat er Versuche ausgeführt, und wir dürfen heute aus den Versuchsbedingungen schließen, daß er auch deren Schmelzpunkt nahe gekommen ist; eine Umwandlung der amorphen Kohle in Graphit unter Erweichen hat er bereits beobachtet.

Von großer Bedeutung ist die dabei festgestellte Tatsache, daß bei diesen hohen Temperaturen das Leuchten der elektrizitätsleitenden Gase vollkommen aufhört. Das führte ihn gleichzeitig auf eine Berichtigung seiner eigenen früheren, in der Arbeit mit Plücker vertretenen Anschauung, auf die Erkenntnis nämlich, daß das Leuchten der elektrisch erregten Gase nicht auf Glühen, sondern auf Phosphoreszenz beruht, oder, wie wir heute mit E. Wiedemann sagen, der dieselbe Erfahrung etwas früher veröffentlichte, nicht auf Kaloreszenz, sondern auf Lumineszenz.

Hittorf vertrat daher fortan die Ansicht, daß dieses Leuchten auf den gleichen molekularen Änderungen beruhe, die auch die elektrische Leitfähkeit bedingen, und die nicht durch Temperatursteigerung allein hervorgerufen werden. Im Zusammenhang damit wies er nach, daß der einatomige Quecksilberdampf unterhalb der Rotglut die Elektrizität nicht leitet und zeigte, daß die unter Anwendung hoher Spannungen leitend gemachten Gase auch niedrigen Spannungen gegenüber ein transversales Leitvermögen besitzen.

Grundlegend für die Theorie der Gasentladungen sind die Messungen des Spannungsgefälles und seiner Verteilung längs der Strombahn in der Abhängigkeit von Gasdichte und Stromdichte und die Festlegung der sog. Charakteristik des Glimmstromes, der Beziehung zwischen Spannung und Stromstärke, wenigstens in einer für größere Stromstärken gültigen Näherungsform.

Endlich seien noch die erneuten Versuche über die Herabsetzung des hohen Kathodengefälles durch Erhitzen der Kathode erwähnt, sowie der Nachweis der Entladung positiver Elektrizität durch die Nähe glühender Körper.

Die vierte Mitteilung ist aus noch zu erwähnenden Gründen Fragment geblieben. Sie endet mit dem § 8 und der Bemerkung: „Schluß folgt", und in dem letzten Abschnitt wird noch auf einen weiteren § 10 verwiesen, der nie erschienen ist.

In derselben Zeit, in der Hittorf die Riesenarbeit dieser wissenschaftlichen Untersuchungen bewältigte, fiel ihm noch eine weitere, andersartige Aufgabe zu, deren Lösung an Bedeutung und Folgenreichtum jener ersten kaum nachsteht.

Sie betraf die Wiederherstellung der alten Münsterschen Hochschule, die, wie oben angedeutet, seit ihrer Unterstellung unter die preußische Unterrichtsverwaltung sich in einem Zustande trostlosen Verfalles befand. Als in den siebziger Jahren mit Falk ein neuer, frischerer Geist in das Unterrichtsministerium einzog, hielten Hittorf und seine Freunde, namentlich der Geologe und Mineraloge Hosius, die Zeit für gekommen, den unhaltbar gewordenen Zuständen ein Ende zu machen. Wie sehr ihm das gelungen ist, ist heute, wo die Westfälische Wilhelms-Universität in Münster in die erste Reihe der großen Provinz-Universitäten Preußens eingerückt ist, bekannt genug; und wenn auch mehr als ein Menschenalter verfloß, ehe das Ziel ganz erreicht wurde, bleiben nicht weniger unvergeßlich die Verdienste dessen, der den ersten Anstoß zu dieser glänzenden Entwicklung gab und sie mit warmer Anteilnahme in ihrem ganzen Verlaufe verfolgen konnte.

Den geschickten Verhandlungen, die Hittorf und Hosius 1875 in Berlin mit dem Kultusminister und seinen Räten, sowie mit einflußreichen Gelehrten und Abgeordneten, wie A. W. Hofmann und Virchow führten, gelang es, die maßgebenden Stellen von der Notwendigkeit einer Reorganisation zunächst der philosophischen Fakultät zu überzeugen und die Bewilligung und Bereitstellung der erforderlichen Mittel zu erlangen. Neue Professuren, neue Hörsäle und neue Institute wurden bewilligt und eine Anzahl ausgezeichneter Lehrkräfte von aus-

wärts berufen. Für Hittorf persönlich ergab sich dadurch endlich auch die ersehnte Entlastung von immer drückenderen Amtsgeschäften, indem unter den Neuberufenen im Jahre 1877 auch ein Chemiker, Oppenheim, war, der ihm die Hälfte seiner Verpflichtungen abnahm. Zwar mußte er bald nach dessen plötzlichem Tode noch einmal die ganze Last auf sich nehmen, aber doch nur für kurze Zeit, bis H. Salkowski dauernd den Lehrstuhl für Chemie übernahm.

Aber auch dieses Werk Hittorfs teilte das Schicksal seiner übrigen, auf lebhaften Widerspruch und Widerstand zu stoßen, die diesmal von den Kreisen der Altmünsteraner ausgingen.

Einen Niederschlag von deren Stimmung und Stellungnahme zu Hittorfs Reformwerk brachte im Jahre 1880 aus Anlaß der Eröffnung des neuen Akademiegebäudes der „Westfälische Merkur“ in einer Reihe von Aufsätzen, die dann auch in Buchform erschienen unter dem Titel: „Erinnerungen aus alter und neuer Zeit von einem alten Münsteraner“. Als Urheber wurde ein Mitglied des Münsterschen Domkapitels genannt.

Die Schrift, die sich eingehend mit den Verhältnissen und der Entwicklung der Münsterschen Hochschule befaßt, zieht in der Einleitung eine Parallele zwischen dem Jahr 1780, in dem die feierliche Eröffnung der 6 Jahre zuvor begründeten bischöflichen Universität stattfand und dem Jubeljahr 1880, in der es unter anderem heißt:

„Im Jahre 1780 Inauguration einer katholischen Universität — im Jahre 1880 Eröffnung eines akademischen Gebäudes für die Trümmer einer Universität. Im Jahre 1780 Eröffnung einer kirchlichen Anstalt, jetzt die philosophische Fakultät ihres katholischen Charakters völlig beraubt, und zwar bis zu einem solchen Grade, daß in rascher Aufeinanderfolge elf protestantische Lehrer berufen wurden.

Im Jahre 1780 ein katholisches Lehrerkollegium in vollster Einheit des Glaubens und der Liebe wirkend; — im Jahre 1880 ein Kollegium zum größten Teil aus kirchenfeindlichen, altkatholischen und protestantischen Elementen bestehend.“

Verständlich ist diese damals weitverbreitete Stimmung schmerzlicher Resignation in jener Zeit des Kulturkampfes wohl; aber Hittorf hatte schwer unter den Kämpfen zu leiden, die daraus erwuchsen.

Nach zwei Jahrzehnen freilich hatte sich das Bild völlig gewandelt. Als um die Jahrhundertwende die Bemühungen um die Fortführung von Hittorfs Reformwerk sich verdichteten, fanden sie die lebhafteste, opferwilligste und nicht genug anzuerkennende Unterstützung von seiten der Stadt Münster und ihrer katholischen Verwaltung und Bürgervertretung, und die Reibungswiderstände fanden sich an der leitenden Stelle, die Hittorfs Pläne vornehmlich gefördert hatte, und sie konnten schließlich nur durch ein Machtwort überwunden werden.

Aus den erwähnten „Erinnerungen“ aber ist für uns noch von besonderem Interesse, was über Hittorf gemeldet wird, und was daher im wesentlichen ungekürzt mitgeteilt sei.

„Im Jahre 1848 trat ein eigentümliches Element in die Akademie ein, welches charakteristisch von der bisherigen Tradition abbog, zuerst noch verborgen blieb, dann aber im Laufe der Jahre als entschieden kirchenfeindlich sich ausgestaltete. Ob mit Recht oder Unrecht, wissen wir nicht; aber merkwürdigerweise hatte man sofort Argwohn in bezug auf die Gläubigkeit des Lehrers. Ob derselbe vielleicht im Kollegium sich unvorsichtige Äußerungen erlaubte, wissen wir gleichfalls nicht. Auch galt es als zweifelhaft, ob derselbe seine religiösen Pflichten erfülle. Die Nichterfüllung konnte allerdings nicht verborgen bleiben. Noch unangenehmer war es, daß sich aus allem diesen heraus, wie es gewöhnlich der Fall ist, ein Stichwort bildete und man sich ins Ohr flüsterte, „es habe sich eine kleine Motte in die katholische Anstalt eingesetzt“. Um aber das Maß des Unglücks voll zu machen, wurde etwas ruchbar von dem Briefe des Ministers Eichhorn. Als nämlich die Professur für Physik und Chemie an hiesiger Akademie sollte besetzt werden, da schrieb der Minister an Prof. Bischof in Bonn: „es sei eine Professur an der Akademie zu Münster vakant, er möge ihm einen geeigneten Mann bezeichnen; statutenmäßig müsse derselbe katholisch sein, doch genüge es, wenn er nur den Namen Katholik habe; auf die Qualität seines Katholizismus komme es nicht an.“ Der Inhalt dieses Briefes war durch einen merkwürdigen Zufall in die Öffentlichkeit gelangt. — Bischof fand schnell einen Mann nach dem Wunsche Eichhorns und schlug Wilhelm Hittorf vor. Hittorf trat im Jahre 1848 als Privatdozent an die hiesige Akademie; die Zeit seiner Wirksamkeit an dieser beträgt also 32 Jahre. Bei der ansehnlichen Mußezeit, welche Hittorf übrig blieb, durfte man auf eine bedeutende literarische Tätigkeit schließen, zumal die chemischen und physikalischen Studien so bedeutende Fortschritte in neuerer Zeit gemacht haben. In dem Lektionsverzeichnis vom Wintersemester 1880 sind für Hittorf wöchentlich sechs und für das Sommersemester nur fünf Stunden verzeichnet. Vergleicht man damit die Lektionsverzeichnisse anderer oder gar

alter Zeiten, so stellen sich allerdings ganz andere Zahlen heraus. Aber trotz der bedeutenden Muße, welche Hittorf außer der Kollegienzeit übrig blieb, ist derselbe von der Tradition der Anstalt gänzlich abgewichen und hat auf dem Gebiete der Physik und Chemie keine größere Arbeit zutage gefördert; ja es gibt sich hier eine förmliche Armut kund. Was von ihm, soviel uns bekannt, an schriftstellerischen Arbeiten verzeichnet wird, sind eine Dissertation, zwei Habilitationsschriften und Beiträge für Journale, die aber gleichfalls nicht zahlreich sind. Desto tätiger wurde Hittorf, als die kirchenfeindliche Strömung im Jahre 1870 an der philosophischen Fakultät zum Durchbruch kam. Er unterschrieb die Adresse an Döllinger gegen die Lehre von der Unfehlbarkeit des Papstes; unterzeichnete später nach Definition des Dogmas die Erklärung in der „Augsb. Allg. Ztg.“; wurde Altkatholik, regte an, beförderte alle Maßregeln, welche die Anstalt ihres katholischen Charakters beraubten, war entschieden gegen die Anstellung eines Geistlichen an der Fakultät; entschied sich für die Simultanisierung und Berufung von Protestanten; reiste mit seinem Freunde Hosius nach Berlin, um persönlich an betreffender Stelle Vortrag zu halten, und namentlich mit dem ungläubigen Virchow zu verkehren, und ging in seiner Feindseligkeit so weit, daß er, wiederum im Bund mit seinem Freunde Hosius, gegen die Anstellung des Professors Niehues, welcher in der gemäßigsten Weise seinen katholischen Standpunkt vertrat, als ordentlichen Professor der Geschichte stimmte. So oft später in der Geschichte der hiesigen Akademie des Zeitraumes von 1870 bis 1880 gedacht und die Umgestaltung erwähnt wird, welche diese von Gottes und Rechts wegen katholische Anstalt in der betrübendsten Weise erlitten, wird auch der Name Hittorf genannt werden. Im Laufe dieses Sommers wurde er, wie man sagt, von einem Gemütsleiden befallen, und war bei Eröffnung des neuen akademischen Gebäudes nicht gegenwärtig.“

Wir, denen sich jeder Tadel aus solcher Quelle in Lob verkehrt, können über dieses, abgesehen von den vielen sachlichen Unrichtigkeiten, ganz schiefe Urteil nur lachen. Für Hittorf aber, der damals noch schwer um die ausbleibende Anerkennung seiner Leistungen zu ringen hatte, bedeutete es Schlimmeres, zumal man irren würde, wollte man es lediglich auf Rechnung der politischen Gegnerschaft setzen. Vielmehr ging diese völlige Verkennung und Unterschätzung Hittorfs bis in die maßgebendsten Stellen hinein. Als Beleg hierfür sei die Mitteilung eines Kollegen Hittorfs aus jener Zeit berichtet, dem der damalige Oberpräsident und Kurator der Akademie gesprächsweise die Äußerung hinwarf: „Hittorf ist doch ein ganz unbedeutender Mensch!“ Worauf die kurze aber treffende Antwort erfolgte: „Er ist der bedeutendste von uns.“

Dabei war das Schicksal, das bis dahin Hittorfs wissenschaftliche Leistungen in Fachkreisen gehabt hatten, geradezu kläglich. Die ersten Arbeiten Hittorfs über die Elektrolyse hatten zwar Widerspruch gefunden, waren aber doch beachtet worden, die weiteren über die Gasentladungen der Elektrizität wurden, wie schon erwähnt, lange Zeit hindurch nahezu totgeschwiegen.

So erklärt sich auch die so beklagenswerte Tatsache, daß einem Forscher von der Bedeutung Hittorfs niemals Gelegenheit zu einem größeren Wirkungskreise, zu günstigeren Arbeitsbedingungen geboten wurde; daß er bis zum Ende seiner Lehrtätigkeit an die kleinste unter den deutschen Hochschulen gefesselt blieb.

Allerdings hat hierbei noch ein anderer Umstand mitgespielt, der uns tragisch berühren muß, und der außerdem einen nicht uninteressanten Beitrag zur modernen Legendenbildung liefert.

Bei Gelegenheit der Verhandlungen über die Wiederbesetzung der Physikprofessur an einer anderen Hochschule wurde von einem lieben Kollegen und Fachgenossen, der den Nebenbuhler fürchtete, die Behauptung aufgestellt, Hittorf sei ultramontan — ausgesucht der von den Klerikalen so heftig befeindete Hittorf; und dieses Märchen, so dumm wie es war, wurde geglaubt und verbreitet. Ich selbst habe es berichten hören und geglaubt bis zur persönlichen Bekanntschaft, bei der ich ihn zu meinem Erstaunen so ganz anders fand, als seinen Ruf. Unterstützt wurde die Legende einigermaßen durch Hittorfs Äußere. Die kurze, zur Fülle neigende Gestalt, das ganz glattrasierte Gesicht, der frühzeitig gelichtete Scheitel; auch die Tracht — der lange graue oder schwarze Rock, den er ständig trug, ließen ihn einem katholischen Geistlichen ähnlich erscheinen. Der Verdacht, in den er so ganz schuldlos geriet, war in jenen Kulturkampfzeiten bei der überwiegend liberalen Gesinnung der damaligen Universitätsprofessoren für seine Laufbahn vernichtend.

Alle diese Umstände machen es auch verständlich, daß endlich selbst seine kernfeste Natur den vielfachen Anstürmen, der geistigen Überanstrengung, den Enttäuschungen und Anfeindungen nicht standhielt und ein Nervenleiden sich einstellte, das ihn 1880 von der Akademiefeier fernhielt und ihn zu wiederholten,

erst kürzeren, dann längeren Unterbrechungen seiner wissenschaftlichen und Lehrtätigkeit zwang, obwohl sich seine äußeren Lebensumstände in jener Zeit sonst freundlich gestaltet hatten.

Der durch die Neuberufungen erweiterte Kollegenkreis bot ihm einen anregenden Verkehr, und die durch die Entlastung gewonnene größere Muße die Möglichkeit, ihn in seiner behaglichen Häuslichkeit wie außerhalb derselben eifrig zu pflegen. Frau A. Sturm, deren Mann unter den Neuberufenen war (vgl. S. 161), berichtet hierüber in ihrer anschaulichen Art, die ein treffendes Bild von Hittorfs Persönlichkeit gibt.

„Hittorf war nicht verheiratet; er lebte mit seiner um wenige Jahre jüngeren Schwester Helene zusammen, die ihm sein Haus in musterhafter Ordnung hielt und durch ihre unendliche Güte und Selbstlosigkeit nicht nur für ihren bedeutenden Bruder ein Schatz war, sondern auch all den vielen Gästen, die im Hittorfschen Hause verkehrten, das Haus lieb und angenehm machte. Doch war der Bruder auch im Haushalt in jeder Beziehung der Bestimmende. Er suchte die Wohnung aus, ebenso jedes Möbelstück, das gekauft wurde. Selbstverständlich richtete sich die Tageseinteilung ausschließlich nach seinen Wünschen.

Von der Wohnung verlangte er erstens, daß sie Sonne habe, zweitens, daß man nicht mehrere unbequeme Treppen zu steigen habe, drittens, daß ein hübscher Garten dazu gehöre. Diese drei Bedingungen waren auch erfüllt in der geräumigen, schönen Etage, die er in Münster als Mietwohnung inne hatte, als wir dorthin versetzt wurden (1878). Die Wohnung lag parterre mit freiester Aussicht nach Osten und Westen; ein hübscher, gut gepflegter Garten befand sich hinter dem Hause. Wie oft sind wir in diesen Räumen und im Garten fröhlich beisammen gewesen bei gemütlichen gelegentlichen Besuchen und kleinen Abendgesellschaften, wenn Hittorf seine Freunde um sich versammelte.

Wie alle geistig hoch hervorragenden Männer hat Hittorf in der Theorie eine Art Herrenmoral; aber in der Praxis verkehrt er mit allen Menschen, mochten sie auf einer Bildungsstufe stehen oder einer Gesellschaftsklasse angehören, welche es auch sei, wie mit seinesgleichen, vorausgesetzt, sie waren in ihrer Art tüchtig. Selbst sein Dienstmädchen, die allerdings nicht nur als Köchin, sondern als Mensch überhaupt ein Juwel ist (und ihm nach dem Ableben der Schwester bis zu seinem eigenen Tode eine getreue Pflegerin war), fühlt sich in seiner Nähe nicht geniert, gestattet sich in aller Bescheidenheit einen Widerspruch gegen seine wirtschaftlichen Anordnungen, wenn sie ihr nicht praktisch erscheinen, und er nimmt Akt davon, belehrt sie oder folgt ihrem Rat.

Jeder tüchtige Handwerker wird mit Hochachtung behandelt, und meist feiern die Geschäftsleute, die mit ihm zu tun haben, ihr fünfundzwanzigjähriges, wohl gar fünfzigjähriges Jubiläum in seinen Diensten, wenn sie nicht vorher wegsterben.

Während Fräulein Hittorf eine gläubige Katholikin ist und regelmäßig zur Kirche und Messe geht, tut ihr Bruder dies, wie viele Gelehrte, nicht. Als wir zuerst in seiner Begleitung durch die Umgebung Münsters gingen, und wir unser Erstaunen an den vielen Klöstern hatten, sagte er wohl in seiner schnellen, halb humorvollen Weise: „In hundert Jahren sind es lauter Laboratorien, lauter Laboratorien." Trotzdem war der würdigste Vertreter der katholisch-theologischen Fakultät in Münster, Professor Bisping, sein intimer langjähriger Freund bis zu seinem Tode. Jeden Sonnabend trank Bisping mit einigen anderen Kollegen seinen Nachmittagskaffee bei Hittorf, worauf die Herren einen weiten Spaziergang machten. Hittorf ist, wie man sieht, der Ansicht Friedrichs des Großen, der auch wollte, daß jeder in seinem Staate auf seine Fasson selig werden könne.

Ein Arzt ist während der ganzen 14 Jahre (die Sturms in Münster verlebten) nicht in das Hittorfsche Haus gekommen. Von Haus aus mit einem kräftigen und gesunden Körper und klaren Geist ausgerüstet, hat sich Hittorf durch eine zwar gute, aber doch mäßige und sehr regelmäßige Lebensweise seine Gesundheit und seine ungeschmälerten Lebenskräfte bis in das höchste Lebensalter erhalten."

Nach dieser Schilderung kann man ermessen, wie stark die Einflüsse sein mußten, die eine solche Natur zeitweise aus dem Gleichgewicht brachten. Zu den oben angeführten aber kam noch ein weiterer.

Um jene Zeit, von der hier die Rede ist, mußten die deutschen Physiker von Grund aus umlernen. Die geniale Form, in die Clerk Maxwell die Ideen Faradays umgegossen hatte, machte sich mit Wucht geltend und heischte Anerkennung. 1873 erschien Maxwells berühmtes Lehrbuch, 1883 die deutsche Übersetzung. Die Umwälzung, welche es in den theoretischen Anschauungen des Kontinents hervorrief, kann nur der voll ermessen, der sie selbst erlebt hat, oder die Entwicklungsgeschichte der Elektrizitätstheorien genau kennt.

Auch Hittorf empfand das starke Bedürfnis, sich die neuen Ideen zu eigen zu machen, sobald er die Zeit dazu erübrigen konnte, und

für ihn, dessen theoretische Ausbildung um ein Menschenalter zurücklag, und dessen ganze Arbeitskraft und Zeit durch den Lehrberuf und die experimentelle Forschung aufgesaugt war, erwiesen sich die Schwierigkeiten besonders stark und verstärkten sich in Wechselwirkung mit unheilvollen Nebenumständen.

Ein Nervenleiden befiel ihn, beginnend mit einer teilweisen Gesichtslähmung, die er mit großer Energie ohne Zuziehung eines Arztes durch Selbstkneten beseitigte; es folgte eine starke Gemütsdepression, deren er ebenfalls durch Energie, aber nicht mit gleichem Erfolg Herr zu werden versuchte.

Frau Sturm, die diese Zeit sorgenvoll mit durchlebte, berichtet darüber:

„Schlimmer war eine Nervenattacke, die ihn im Anfang der achtziger Jahre befiel. Sie äußerte sich in einer fast unheimlichen Apathie allem und jedem gegenüber. Er sprach tagelang fast kein Wort, brütete nur immer über einem und demselben Gedankengang. Dieser Gedankengang bezog sich auf die mathematische Physik, in der er auf einen Punkt gekommen war, der selbst dem scharfen Verstande Hittorfs nicht verständlich war. Darüber grübelte er nun dauernd; das Buch (Maxwell) begleitete ihn fast Tag und Nacht. Darüber verlor er Appetit, Schlaf, vor allem auch seine gleichmäßige Stimmung. Düster und schweigsam saß er in seinem Studierzimmer über den Maxwell gebeugt, und alle Bemühungen seiner Freunde ihn auf andere Gedanken zu bringen, waren fruchtlos. Hittorfs Schwester litt unsäglich in dieser Zeit und sie kam oft mit heißen Tränen zu mir.

Wir holten ihn zu Spaziergängen ab, besorgten Theaterbillets und erreichten es auch einige Male, daß er und seine Schwester mit uns ein Lustspiel besuchten. Meist aber trieb ihn die Unrast schon lange vor Schluß der Vorstellung nach Hause, wo er sich alsbald mit dem unverständlichen Maxwell beschäftigte.

Hittorf magerte in dieser Zeit furchtbar ab, und eine Reise in den Harz, die er antrat, und auf der ihn mein Mann begleitete, machte den Zustand nicht viel besser. Heimlich hatte er sich wieder den Maxwell eingepackt.

Endlich gegen den Winter zu ging der Zustand allmählich vorüber, aber einen Arzt hatte er nicht gefragt.

Nach Jahren wiederholte sich dieses Nervenleiden noch einmal, und damals half ihm eine Wasserkur in Boppard, von wo er als gesunder Mensch zurückkehrte. Trotzdem entschloß er sich bald darauf seine Professur niederzulegen und fortan nur seinen Studien zu leben."

Das geschah nach Vollendung des 65. Lebensjahres im Jahre 1889. Noch vorher hatte sich Hittorf, dessen Mietwohnung einer Bahnerweiterung zum Opfer gefallen war, in reizvoller Lage der schönen Gartenstadt Münster auf eigenem Grund und Boden ein behaglich-vornehmes eigenes Heim geschaffen, in dem er die letzten Jahrzehnte seines Lebens verbrachte.

Allmählich zeigte sich auch der Erfolg seines Schaffens in steigender Anerkennung seiner Leistungen, um die sich zwei Forscher, ein Physiker und ein Chemiker, F. Kohlrausch und W. Ostwald, vornehmlich verdient gemacht haben.

Auf ersteren dürfen wir wohl die Ernennung Hittorfs zum korrespondierenden Mitglied der Göttinger Akademie, der Kohlrausch schon seit 10 Jahren angehörte, im Jahre 1879 zurückführen, die erste derartige Anerkennung Hittorfs, sowie er etwa 20 Jahre später die Anregung zur Verleihung des Ordens pour le mérite gab, der Auszeichnung, die Hittorf von allen am höchsten geschätzt hat; und der Einfluß Wilhelm Ostwalds, dessen starkes organisatorisches Talent der jungen Wissenschaft der physikalischen Chemie schnell die ihr gebührende Stellung zu erringen wußte, stellte Hittorf als Ehrenpräsident an die Spitze der neu begründeten „deutschen Bunsengesellschaft für angewandte physikalische Chemie", an deren Jahresversammlungen Hittorf seitdem regen Anteil nahm, bis zunehmende Altersbeschwerden ihn hinderten.

1889 lernte ich Hittorf zuerst auf der Naturforscherversammlung in Heidelberg kennen, die durch H. Hertz' Vortrag über „die Beziehungen zwischen Licht und Elektrizität" ihr Gepräge erhielt.

Hittorf beteiligte sich mehrfach an den Diskussionen, insbesondere nach dem Bericht Lenards über seine Untersuchung der Kathodenstrahlen außerhalb des Entladungsraums.

Mit der zunehmenden Lebensfreude regte sich auch wieder die Schaffenslust bei dem fast Siebzigjährigen, und so setzte Anfang der neunziger Jahre eine neue Periode wissenschaftlicher Produktion ein, die erst durch die wachsenden Altersbeschwerden des Achtzigjährigen abgeschlossen wurde. Die Anregung, die seine Stellung als Ehrenpräsident der „Deutschen elektrochemischen Gesellschaft", wie die Bunsen-Gesellschaft anfänglich hieß, ihm gab, macht sich deutlich geltend; denn es sind ausschließlich Probleme elektrochemischer Natur, die ihn in diesen Altersarbeiten, im engen Anschluß aber an die Tätigkeit seiner Jugendjahre, beschäftigen.

Diese Arbeiten lassen sich in drei Gruppen einordnen: Die 1. Gruppe umfaßt Anwendungen elektrochemischer Methoden zur Untersuchung

der chemischen Konstitution eigenartiger anorganischer Verbindungen; die 2. Gruppe beschäftigt sich wieder mit allotropen Zuständen chemischer Elemente; und die 3. Gruppe behandelt den Stromdurchgang durch Diaphragmen, der bei einem Teil der früheren Bestimmungen von Überführungszahlen eine Rolle spielte.

Zur ersten Gruppe gehören zwei Arbeiten. In der ersten[1]) werden die interessanten, von Curtius entdeckten Stickstoffmetalle in bezug auf ihr elektromotorisches Verhalten in Lösung untersucht, Verbindungen, die sich von den meisten anderen Elektrolyten dadurch unterscheiden, daß sie unter starker Wärmeentwicklung zerfallen. Es wird ferner auf das in mancher Hinsicht analoge Verhalten von Cyanverbindungen, sowie der Halogensalze des Silbers hingewiesen.

In der zweiten gemeinsam mit H. Salkowski ausgeführten Untersuchung[2]) über saure Verbindungen von Platin und Gold mit Chlor wird mit Hilfe von Überführungsbestimmungen der Nachweis geliefert, daß es sich dabei um reine Säuren handelt, die das Metall im komplexen Anion enthalten, so daß dieses vollständig dem Strom entgegen zur Anode wandert. Das Ergebnis wird in den Schlußsätzen zusammengefaßt: „Nach den gewonnenen Resultaten verhalten sich Platinchlorid und Goldchlorid ganz anders wie Quecksilberchlorid. — Sie treten mit einem Molekül H_2O in engeren Zusammenhang und veranlassen die leichte Spaltbarkeit desselben, ganz wie die Anhydride der Sauerstoffsäuren. Dadurch bilden sie eine Klasse von Säuren, welche in der anorganischen Chemie kaum beachtet worden ist, und nach weiterem Suchen gewiß eine größere Zahl Repräsentanten einschließen wird, als unsere beiden oben genannten Beispiele." Diese Erwartung ist vollauf in Erfüllung gegangen.

Die zweite Gruppe behandelt in drei Arbeiten[3]) die sog. Passivität gewisser Metalle, die bis dahin nur beim Eisen und den nächstverwandten Elementen bekannt war und gewöhnlich nach Faradays Angabe durch Bildung einer sehr dünnen Oxydhaut erklärt wurde, die das unedle Metall gegen Säureangriff schützen und dadurch in ein scheinbar edles verwandeln sollte. Hittorf, dem H. Goldschmidt einige Stücke des nach seinem Thermitverfahren hergestellten metallischen Chroms zur Verfügung gestellt hatte, wies auch für dieses Metall die gleiche Eigenschaft nach und fand verschiedene Wege, willkürlich den einen oder anderen Zustand, oder auch einen dritten Zwischenzustand herzustellen.

„Daher haben wir beim Chrom ein elektromotorisches Verhalten, wie es früher von manchem Forscher irrtümlich beim Eisen angenommen worden ist.

In den drei Zuständen zeigt unser Metall so verschiedene Eigenschaften, wie sie sonst nur verschiedene Metalle besitzen.

Im inaktiven Zustande ist es ein edles Metall, reduziert kein anderes Metall aus der Lösung seiner Salze und steht am Ende der Spannungsreihe beim elektronegativen Platin. Befindet es sich dagegen in dem Zustande, welchen es bei der Bildung seiner niedrigsten Verbindungsstufe hat, so nimmt es unmittelbar hinter dem Zink in der Spannungsreihe Stellung und verdrängt die Metalle, welche elektronegativer sind, aus ihren Salzen. Es bindet als Anode bei gleichem Gewicht eine dreimal so große Menge des Anions, als es im inaktiven aufnimmt.

Hat es endlich den Zustand, bei welchem es die mittlere Verbindungsstufe gibt, so liegen seine Eigenschaften zwischen den angegebenen."

„Unwillkürlich wird man an das Problem der Alchimisten erinnert, wenn man sieht, wie die Umwandlung von unedlem Metall in edles beim Chrom in so einfacher Weise sich verwirklicht."

Überzeugend zeigt Hittorf durch eine ganze Reihe verschiedenartiger Versuche, daß der übliche Faradaysche Erklärungsversuch der Passivität durch eine Oxydschicht nicht stichhaltig und mit zahlreichen Tatsachen im Widerspruch ist.

„Berücksichtigt man hier nur die festgestellten Tatsachen, so gewinnt man bald die Überzeugung, daß kein positiver Beweis für die Anwesenheit einer solchen unsichtbaren Oxydhaut auf der Oberfläche des Eisens erbracht worden ist. Vielmehr war der Umstand bestimmend, daß, wenn die Oberfläche des Eisens in beiden Zuständen metallisch ist, alsdann ihre so verschiedenen elektromotorischen Kräfte, sowie die Leichtigkeit, mit welcher der Wechsel derselben erfolgt, ganz rätselhaft gegenüber dem Verhalten der anderen, damals genauer untersuchten Metalle erscheinen mußten. Man nahm daher gern die einfache Deutung Faradays an."

Die Untersuchungen Hittorfs, in welche — in der letzten der genannten Arbeiten — auch

1) Zur Kenntnis der elektromotorischen Kräfte galvanischer Kombinationen, Zeitschr. f. physik. Chemie **10**, 593—620, 1892.

2) Über eine merkwürdige Klasse unorganischer Säuren und ihr elektrolytisches Verhalten, Zeitschr. f. physik. Chem. **28**, 546—555, 1899.

3) Über das elektromotorische Verhalten des Chroms I und II, Zeitschr. f. physik. Chem. **25**, 729—749, 1898; **30**, 481—507, 1899; auch Berl. Ber. **14**, 193—212, 1898; Wied. Ann. **65**, 320—343, 1898; Zeitschr. f. Elektrochemie **4**, 482—492, **6**, 6—9, 1899; Über die Passivität der Metalle, Zeitschr. f. physik. Chem. **34**, 385—402, 1900.

Eisen, Nickel und Kobalt einbezogen wurden, haben zwar noch nicht die volle Lösung des Rätsels gebracht, aber doch in hohem Maße aufklärend gewirkt und falsche Deutungen ausgeschlossen, was allerdings nicht verhindert, daß sie noch immer weiter ihr Spukwesen treiben.

Mit der letzten Gruppe, die zwei Arbeiten[1]) und eine kürzere polemische Mitteilung[2]) umfaßt, kehrt Hittorf zum Schluß noch einmal zu den Problemen seiner Jugend zurück. Neuere Untersuchungen über Überführungszahlen von Jahn und seinen Schülern hatten ihn auf eine Fehlerquelle einiger seiner eigenen früheren Messungen aufmerksam gemacht, begründet in einer eigentümlichen, elektrische Endosmose oder Kataphorese genannten Wirkungsweise tierischer Membrane, die zur Trennung verschiedener Elektrolyte oder verschiedener Schichten desselben Elektrolyten benutzt werden, beim Stromdurchgang. Das veranlaßte Hittorf, seinen Irrtum zu berichtigen und sich mit diesem Verhalten näher zu beschäftigen, das er zusammenfassend wie folgt beschreibt:

„Während Ton und Agar-Agar die elektrische Endosmose in der Weise veranlassen, daß die unverändert bleibende Lösung nur in der Richtung der positiven Elektrizität sich bewegt, scheidet sich in der Darmhaut, wie in allen eiweißartigen Substanzen und in Pergamentpapier die Lösung vieler Salze in einen konzentrierteren und einen verdünnteren Teil. Ersterer bewegt sich in der Richtung der negativen Elektrizität mit größerer Geschwindigkeit wie letzterer, welcher der positiven folgt. Dieses Verhalten findet nicht mehr statt, wenn die Konzentration der Lösung über eine gewisse Stärke, die von der Natur des Salzes abhängt, wächst. Nicht bei allen Salzen tritt diese Scheidung ein. Die Salze der Alkalien verhalten sich in diesen Substanzen wie im Ton und Agar-Agar; sie zeigen nur eine geringe Endosmose bei konstant bleibender Konzentration im Sinne der positiven Elektrizität."

Und wenn er auch diese für die Theorie der Berührungselektrizität wichtige Frage nicht zu einem Abschluß gebracht hat, sondern diese letzte Veröffentlichung mit den Worten schließt: „Es ist mir nicht möglich, diese Tatsachen aus der Theorie, welche für die elektrische Endosmose aufgestellt ist, abzuleiten. Ebenso vermag ich nicht die physikalische Struktur der Stoffe näher zu beschreiben und zu definieren, von welcher der Verlauf der Endosmose in der einen oder der anderen Weise bedingt wird", so hat er doch durch diese wie durch die vorhergehenden Arbeiten den Anstoß gegeben zu einer Reihe von neuen und bedeutsamen Untersuchungen auf diesen Gebieten.

Inzwischen hatte er noch einmal seine amtliche Tätigkeit wieder aufnehmen müssen. Eduard Ketteler, sein Nachfolger auf dem Lehrstuhl der Physik, war im Herbst 1900 kurz nach der Fertigstellung und Einrichtung eines neuen Instituts schwer erkrankt und starb noch vor Jahresschluß. Den Bitten der Fakultät entsprechend übernahm Hittorf noch einmal für den Rest des Semesters die Leitung des Instituts und der Übungen, bis er zu Ostern 1901 beides seinem zweiten Nachfolger, dem Verfasser, übergeben konnte.

Als ich meine Stellung in Münster antrat, traf ich Hittorf noch in einer ebenso erfreulichen wie erstaunlichen Frische und Leistungsfähigkeit, verjüngt durch die Anerkennung, die in dem Maße wuchs, wie sich das Interesse der Wissenschaft den von ihm als Bahnbrecher und Pfadfinder bearbeiteten Problemen zuwandte; und ich hatte die Freude, die Entstehung seiner letzten Untersuchungen, Wand an Wand mit ihm arbeitend, schrittweise verfolgen zu können.

Dabei nahm er im Verein mit seiner Schwester noch regen Anteil am geselligen Leben, sah gerne Gäste und Besuch bei sich, besuchte selbst noch kleinere Abendgesellschaften und sehr regelmäßig einen akademischen Abendschoppen, der Mittwochs stattfand, und beteiligte sich sogar noch an den akademischen Feiern und Sommerausflügen mit mehrstündigen Märschen. Dabei war er froh mit den Fröhlichen und konnte in seiner stillen Weise über einen guten Witz, eine treffende Bemerkung herzlich in sich hineinlachen.

Im Sommer empfing er seine Gäste gerne im Garten, voll Stolz seine mit großer Liebe gepflegte Obst- und Blumenzucht vorweisend und verfehlte nicht mit liebenswürdiger Galanterie den besuchenden Damen seine schönen Rosen als Gastgeschenk zu überreichen.

Zweimal im Jahr, zu Neujahr und am 27. März, seinem Geburtstag, gaben sich die Freunde des Hittorfschen Hauses dort ein Stelldichein zum glückwünschen, in erster Linie die naturwissenschaftlichen Kollegen, aber auch zahlreiche Philologen. Es herrschte dann in den sonst stillen Räumen ein fröhliches Treiben, und Fräulein Hittorf sorgte für gute Bewirtung.

Mit großer Teilnahme begleitete er den von ihm angebahnten glänzenden Aufschwung der

1) Bemerkungen über die Bestimmung der Überführungszahlen der Ionen während der Elektrolyse ihrer Lösungen; Das Verhalten der Diaphragmen bei derselben, Zeitschr. f. physik. Chem. **39**, 613—629, 1902; Das Verhalten der Diaphragmen bei der Elektrolyse von Salzlösungen, II, Zeitschr. f. physik. Chem. **43**, 239—249, 1903.

2) Ann. d. Phys. **9**, 243—245, 1902.

Münsterschen Hochschule, die 1902 durch Angliederung der juristischen Fakultät wieder zu einer Universität ausgestaltet wurde und drei Jahre später auch die ersten Mediziner — vorläufig nur die vorklinischen Semester in einer propädeutisch-medizinischen Abteilung vereinigt — einziehen sah.

Den Abschluß dieser Entwicklung durch Schaffung einer evangelisch-theologischen Fakultät und Bewilligung der Kliniken, wenn auch nicht die Vollendung, hat er noch gerade erlebt, einer beispiellosen Entwicklung, die die Zahl der Studierenden von etwa 300 zur Zeit von Hittorfs Lehrtätigkeit und 600 um die Jahrhundertwende auf 1400 im Jahre 1905 und 2200 1914 emporschnellen ließ. Auch hier sah er noch den vollen Erfolg seines Lebenswerkes heranreifen.

Die Dezenniumsgeburtstage Hittorfs und die ganze Reihe seiner goldenen und diamantenen Amtsjubiläen wurden besonders gefeiert und gaben der wissenschaftlichen Welt, wie der Staatsregierung Anlaß zu vielerlei Ehrungen durch Verleihung von Medaillen, Orden und Titeln bis zur Exzellenz hinauf; und wenn er auch in seiner einfachen Art kein übermäßiges Gewicht auf diese Äußerlichkeiten legte, so machte ihm die darin liegende Anerkennung doch Freude, um so mehr, je länger er sie hatte entbehren müssen.

Aber es darf andererseits nicht verschwiegen bleiben, daß er von seiten der preußischen Unterrichtsverwaltung eine wirkliche sachliche Förderung niemals erfahren hat, auch nicht in den Zeiten seines wohlbegründeten Ruhms. Dafür zeugt folgendes eigene Erlebnis. In der ersten Zeit meiner Münsterschen Amtstätigkeit äußerte Hittorf die Absicht, seine Untersuchungen über die elektrischen Entladungen in Gasen mit einer modernen Hochspannungsakkumulatorenbatterie wieder aufzunehmen. Da die im Verhältnis zum Bedarf noch immer viel zu knappen Institutsmittel zur Beschaffung einer solchen auch nicht entfernt ausreichten, beantragte ich beim Unterrichtsministerium die Bewilligung eines einmaligen mäßigen Zuschusses. Ich konnte mich bei der Begründung des Antrags darauf berufen, daß der vorgesetzte Minister, der erst kurz zuvor den westfälischen Oberpräsidentenstuhl mit dem Ministersessel vertauscht hatte, bei seinem Scheiden von Münster Hittorf ausdrücklich seine Hilfe zugesichert hatte mit den Worten: „Nun kann ich auch einmal etwas für Sie tun; melden Sie sich nur, wenn Sie etwas brauchen."

Das Gesuch ist nie beantwortet worden!

Zu Hittorfs achtzigstem Geburtstag, 1904, war eine größere Feier geplant, viele Fachgenossen und Vertreter von Akademien und Hochschulen wollten persönlich erscheinen; aber er machte den Veranstaltern einen Strich durch die Rechnung, indem er sich jeder Feier durch eine Flucht nach Köln entzog, wo er seine dort lebenden Verwandten besuchte.

Bald darauf im Sommer desselben Jahres machte er die letzte Reise seines Lebens, sie galt einem Besuche seines Freundes Friedrich Kohlrausch, der seine erschöpften Nerven durch eine Kur in Bad Oeynhausen auffrischte. Seiner Einladung folgend fuhr Hittorf mit meiner Frau und mir dorthin, und wir verlebten mit Kohlrauschs ein paar anregende und genußreiche Tage.

Zum 60jährigen Doktorjubiläum am 26. Oktober 1906 stifteten Freunde und Schüler Hittorfs ihm seine Marmorbüste, die von dem Münsterschen Bildhauer Rüller in vortrefflicher Lebenswahrheit und Ähnlichkeit ausgeführt, im großen Hörsaal des physikalischen Instituts Aufstellung fand.

Er aber gab seinem Dank durch eine großartige und hochherzige Stiftung Ausdruck, indem er der Universität eine Summe von fünfundzwanzigtausend Mark überwies mit der Bestimmung, daß die Zinsen zur Unterstützung naturwissenschaftlicher Arbeiten dienen sollten.

Allmählich fingen die Altersbeschwerden an drückender zu werden; die Beine schwollen an, wollten das Körpergewicht nicht mehr tragen und versagten mehr und mehr den Dienst. Seine wissenschaftlichen Untersuchungen, die er stehend zu erledigen pflegte, hatte er daher schon länger aufgeben müssen; die altgewohnten Spaziergänge, die Gartenpflege mußte er aufgeben, was für den warmen Naturfreund besonders schmerzlich war, und in zunehmendem Maße wurde er zur Unbeweglichkeit verurteilt.

So kam das allmähliche Dahindämmern des Alters. Während der Naturforscherversammlung in Münster im Jahr 1912 war er noch verhältnismäßig frisch; eine persönliche Teilnahme an den Verhandlungen war ausgeschlossen; aber erfreut wurde er durch die Besuche der auswärtigen Physiker, die dem Altmeister ihre Ehrerbietung bekundeten, und unter denen Nernst ihn mit der Mitteilung überraschen konnte, daß in der Stadt der neu erstehenden Kaiser-Wilhelms-Forschungsinstitute, in Dahlem, eine Straße seinen Namen erhalten habe.

Ein halbes Jahr vor seinem Tode, kurz nach dem neunzigsten Geburtstag, der ihm den Exzellenztitel und das Ehrenbürgerrecht seiner zweiten Heimat, Münster, brachte, sah ich Hittorf zum letztenmal. Er saß zusammengesunken in seinem Lehnstuhl und versuchte mühsam sich zu erheben. Auf meine Be-

grüßung: „So also sieht eine Exzellenz aus", flog der freundliche Schein des alten herzlichen Lachens verschönernd über die bedeutenden Züge. Die Unterhaltung konnte nur kurz sein, da ich bald die Ermüdung merkte. Neben ihm lagen Zeitungen, deren Durchsicht seine Hauptbeschäftigung war. Nach einigen Monaten, während weit draußen das Schlachtgewühl tobte und die Geschütze donnerten, ist er dann friedlich und sanft entschlafen.[1])

Die Aufbahrung erfolgte in der Universität; deren Rektor, der Theologieprofessor Mausbach, und Hittorfs dritter Nachfolger, Gerhard Schmidt, sprachen am Sarge und gedachten mit warmen Worten seiner unvergänglichen Verdienste um Hochschule und Wissenschaft.

1) Hittorfs wertvoller wissenschaftlicher Bücherbestand wurde seiner früher ausgesprochenen Absicht entsprechend von den Verwandten dem von ihm begründeten, und so lange geleiteten physikalischen Institut überwiesen.

An einer anderen Stelle[1]) habe ich diese in die Worte zusammenzufassen versucht: „Nicht in der Zahl der in Angriff genommenen Fragen liegt seine Größe, aber in dem scharfen Blick für die Auswahl bedeutungsvoller Probleme, in der gleichmäßigen Beherrschung der chemischen wie der physikalischen Seite, in der überaus sorgfältigen und zuverlässigen experimentellen Durchführung seiner Untersuchungen und in der eigenartigen Auffassung, die meist in schroffem Gegensatz zu den seinerzeit herrschenden Ansichten stehend, doch auf die Dauer durchdrang und sich behauptete. So hat er auf jedem der bearbeiteten Gebiete Bahnbrechendes geleistet."

1) Vorwort zum Neudruck der Arbeit von Plücker und Hittorf „Über die Spektren der Gase und Dämpfe", Leipzig 1904.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über eine Möglichkeit die Gravitation als unmittelbare Folge der Relativität der Trägheit abzuleiten.

Von H. Reißner, Charlottenburg.

Die klassische Mechanik führt Trägheit und Schwere als voneinander unabhängige Erscheinungen ein und faßt die Trägheit als einen Widerstand gegen die auf einen absoluten Raum bezogene Beschleunigung auf. Daß beide Kräfte einer und derselben Größe nämlich der Masse proportional sind, erscheint in der klassischen Mechanik als eine zufällige Beziehung beider Erscheinungen, obgleich die bisher physikalisch noch nicht gedeutete Dimension der Gravitationskonstante bzw. das merkwürdige Gaußsche Maßsystem, das durch die Beziehung zwischen Gravitation und Trägheit eine Maßeinheit z. B. die Masse eliminiert, zu denken geben.

Die Beziehung der Beschleunigung auf einen absoluten Raum durfte solange angenommen werden als man einen ruhenden Lichtäther als Bezugssystem zugrunde legen konnte. Immerhin hat die Machsche Mechanik schon im Jahre 1883 die Vorstellung, daß es ein ausgezeichnetes von den materiellen Vorgängen unabhängiges Bezugssystem geben könnte, als absurd erklärt und Andeutungen über eine Auffassung der Beschleunigung gegen den Raum als einer mittleren gegen alle übrigen Massen gemacht[1]).

1) E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung, 6. Aufl., 1908, S. 250—253.

Insbesondere beschäftigte sich Mach schon mit dem Argument der Absolutmechaniker, daß man deswegen von absoluten Zentripetalbeschleunigungen sprechen dürfe, weil sie durch Zentrifugalkräfte erkennbar seien, und wies darauf hin, daß die Zentrifugalkräfte nur beobachtet werden bei rotierenden Systemen von einer gegen den Fixsternhimmel sehr kleinen Ausdehnung.

Aber noch kürzlich machten die Herren Abraham und Mie gegen die Einsteinsche Forderung der Kovarianz der physikalischen Gesetze gegenüber beliebigen Transformationen des Bezugssystems geltend, daß eine solche Kovarianz doch den beobachteten Trägheitskräften widerspräche[1]).

Erst neuerdings, nachdem ich inzwischen die Möglichkeit einer beschleunigungsrelativen Mechanik an einem konkreten Fall veranschaulicht hatte, hat Herr Abraham seinen prinzipiellen Einwand zurückgezogen.

In dem betreffenden Aufsatz habe ich wohl zum ersten Male ausgesprochen und quantitativ formuliert, daß eine Beschleunigungsrelativität nur durchführbar ist, wenn den Zentrifugalkräften eines rotierenden Körpers Zentripetalkräfte aller übrigen Massen entsprechen, so zwar daß kein dynamischer Unterschied dazwischen ist, ob der Körper gegen alle übrigen Massen, oder

1) Diskussionsbemerkung G. Mie, zum Vortrage Einsteins, diese Zeitschr. 14, 1264, 1913; Abraham, Die neue Mechanik, Scientia Jan. 1914, Sur le problème de la relativité, Juli 1914.

alle übrigen Massen gegen den Körper rotieren[1]).

Jedoch hatten meine damaligen Ansätze die Gleichheit der trägen und der schweren Masse nicht als notwendig enthalten, da dort der Ansatz mit gesonderter kinetischer und potentieller Energie gemacht wurde.

Schon Herrn Einsteins Äquivalenzhypothese der mechanischen und optischen Identität eines Beschleunigungsfeldes mit einem Felde konstanter Schwere schien den tieferen Sinn zu bergen, daß auch die Schwere ein Widerstand gegen Beschleunigung sei. Freilich konnte man dort diese Vorstellung nicht durchführen, wenn man zu inhomogenen Gravitationsfeldern überging. Auch an die Grundannahme der Hertzschen Prinzipien der Mechanik möge hier erinnert werden, derzufolge alle Kräfte als Trägheitskräfte aufgefaßt werden sollten. Jedoch steht der Hertzschen Mechanik die Vorstellung der Relativität der Trägheit ganz fern. Umso bemerkenswerter ist es, daß grade diese Vorstellung es ermöglicht, die Hertzsche Idealforderung der Darstellung der Gravitation als Trägheitskraft zu erfüllen.

In dieser Richtung führte das Auftreten der oben erwähnten Gegenkräfte der Zentrifugalkraft mich nun zu dem Versuch, diese Kräfte für die allgemeine Gravitation verantwortlich zu machen. Gelang er, so war damit die Gravitation als unmittelbare und notwendige Folge der Beschleunigungsrelativität gedeutet, die Identität zwischen schwerer und träger Masse als selbstverständlich erwiesen und das Schwerefeld nicht bloß wie bei Einstein äquivalent einem beschleunigten Raum, sondern die Schwerkraft selbst identisch mit einem Widerstande gegen relative Beschleunigung.

Zunächst sollen die folgenden Sätze abgeleitet werden:

1. Die Trägheitskraft der Mechanik läßt sich darstellen als der resultierende Widerstand gegen Translationsbeschleunigungen einer Masse relativ zu allen übrigen Massen des Raumes.

2. Die Schwere oder Newtonsche Gravitation läßt sich darstellen als Trägheitskraft der Rotation der Massenteilchen gegeneinander.

Der erste Satz ist im Prinzip schon in meinem früheren Aufsatz enthalten. Dort war die kinetische Energie eines abgeschlossenen Systems von 2 Massenpunkten, m_1 und m_2 im Abstande r, $T = m_1 m_2 \dot{r}^2 f(r)$ gesetzt. Jedoch sah ich damals keinen Grund, $f(r)$ nicht einer Konstanten gleich zu setzen, und nahm für die Gravitation eine besondere Kräftefunktion an.

Hier soll nun aber für die Funktion $f(r)$ des gegenseitigen Abstandes eine solche eingesetzt werden, daß es keiner Kräftefunktion für die Gravitation bedarf.

Der Fortschritt möge also zunächst darin bestehen, Trägheit und Gravitation allein aus der kinetischen Energie abzuleiten.

Es werde für ein System von Massen die kinetische Energie gesetzt:

$$T = \frac{1}{2} \sum \mu_s \mu_t \dot{r}_{st}^2 r_{st}^{-1}, \qquad (1)$$

wo r_{st} der Abstand der Punkte s und t mit gewissen Massenkonstanten μ_s und μ_t und $\dot{r}_{st}$ die Änderungsgeschwindigkeit dieses Abstandes. Die Frage, wie diese Abstände und Geschwindigkeiten zu messen sind, soll als vorläufig unerheblich außer acht bleiben.

Die Lagrangeschen Gleichungen liefern dann die Kräfte zwischen den Massenpunkten:

$$K_{st} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}_{st}}\right) - \frac{\partial}{\partial r_{st}}(T).$$

Mit

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{r}_{st}} = \dot{r}_{st} r_{st}^{-1} \mu_s \mu_t,$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}_{st}}\right) = (\ddot{r}_{st} r_{st}^{-1} - \dot{r}_{st}^2 r_{st}^{-2}) \mu_s \mu_t,$$

$$\frac{\partial T}{\partial r_{st}} = -\dot{r}^2_{st} r_{st}^{-2} \frac{\mu_s \mu_t}{2}$$

wird:

$$K_{st} = \mu_s \mu_t \left(\ddot{r}_{st} r_{st}^{-1} - \frac{1}{2} \dot{r}_{st}^2 r_{st}^{-2}\right). \qquad (2)$$

Es werde nun das ganze System auf ein beliebiges rechtwinkliges Koordinatensystem bezogen, so daß man setzen kann:

$$r_{st} = [(x_s - x_t)^2 + (y_s - y_t)^2 + (z_s - z_t)^2]^{1/2},$$

$$\dot{r}_{st} = r_{st}^{-1}[(x_s - x_t)(\dot{x}_s - \dot{x}_t) + (y_s - y_t)(\dot{y}_s - \dot{y}_t) + (z_s - z_t)(\dot{z}_s - \dot{z}_t)],$$

$$\ddot{r}_{st} = r_{st}^{-1}[(x_s - x_t)(\ddot{x}_s - \ddot{x}_t) + (y_s - y_t)(\ddot{y}_s - \ddot{y}_t) + (z_s - z_t)(\ddot{z}_s - \dot{z}_t)] - r_{st}^{-1} \dot{r}_{st}^2.$$

Ferner werde die Kraft in der Richtung einer Achse, z. B. der X-Achse, als Summe der Projektionen der radialen Kräfte ermittelt zu:

$$X_t = \sum K_{st}(x_s - x_t) r_{st}^{-1}$$

$$= \mu_t \sum \mu_s \left(\ddot{r}_{st} r_{st}^{-1} - \frac{1}{2} \dot{r}_{st}^2 r_{st}^{-2}\right)(x_s - x_t) r_{st}^{-1}. \qquad (3)$$

Läßt man den Anfangspunkt des Koordinatensystems mit dem Punkte t nach Ort und

1) H. Reißner, Über die Relativität der Beschleunigungen in der Mechanik. Diese Zeitschr. 15, 371 bis 375, 1914.

Geschwindigkeit, jedoch nicht nach Beschleunigung zusammenfallen, d. h. setzt man

$$x_t,\ \dot{x}_t,\ y_t,\ \dot{y}_t,\ z_t \text{ und } \dot{z}_t = 0,$$

so kann man schreiben:

$$\ddot{r}_{st} = (-\ddot{x}_t x_s - \ddot{y}_t y_s - \ddot{z}_t z_s) r_{st}^{-1} + \ddot{r}^0_{st}.$$

Hierbei bedeute $\ddot{r}^0_{st}$ die Gegenbeschleunigung des Punktes s gegen den Anfangspunkt des Koordinatensystems.

Damit wird die X-Komponente der Kraft ähnlich wie in meinem früheren Aufsatz:

$$\begin{aligned} X_t = &- \ddot{x}_t \mu_t \sum \mu_s x_s^2 r_{st}^{-3} \\ &- \ddot{y}_t \mu_t \sum \mu_s x_s y_s r_{st}^{-3} - \ddot{z}\, \mu_t \sum \mu_s x_s z_s r_{st}^{-3} \\ &+ \mu_t \sum \mu_s x_s \left(\ddot{r}^0_{st} r_{st}^{-2} - \frac{1}{2} \dot{r}^2_{st} r_{st}^{-3} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Die Newtonsche Grundgleichung Masse mal Beschleunigung gleich Kraft gilt dann, wenn man setzt:

$$\begin{aligned} \mu_t \sum \mu_s x_{st}^2 r_{st}^{-3} &= \mu_t \sum \mu_s y_{st}^2 r_{st}^{-3} \\ = \mu_t \sum \mu_s z_{st}^2 r_{st}^{-3} &= \frac{\mu_t}{3} \sum \mu_s r_{st}^{-1} = m_t \\ \sum \mu_s x_{st} y_{st} r_{st}^{-3} &= \sum \mu_s x_{st} z_{st} r_{st}^{-3} \\ &= \sum \mu_s y_{st} z_{st} r_{st}^{-3} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Außerdem muß man die letzte Summe der rechten Seite der Gl. (4) entweder gleich Null setzen und damit dazu benutzen, die Bewegung des Koordinatensystems festzulegen oder sie als äußere Kraft, z. B. als Gravitationskraft auffassen oder diese Summe teils für den einen, teils für den anderen Zweck ausnutzen.

In diesen verschiedenen Möglichkeiten liegt die Äquivalenz der Mechanik für Trägheitskräfte und die übrigen Naturkräfte.

Würde man die Aussagen der Gl. (5) nicht machen wollen, so würde statt der Newtonschen Skalartheorie der Trägheit mit dem Skalar Masse eine zunächst dreidimensionale Tensortheorie der Trägheit mit den in Gl. (5) angegebenen 6 Komponenten eines symmetrischen Tensors entstehen. Es ist bekannt, daß die verallgemeinerte Einstein-Großmannsche Relativitätstheorie, die freilich einen viel allgemeineren Ausgangspunkt hat, ebenfalls zu dieser Auffassung neigt.

Zu beachten ist ferner, daß die Masse

$$m_t = \frac{\mu_t}{3} \Sigma \mu_s r_{st}^{-1}$$

eines Punktes auch in einer Skalartheorie keine Weltkonstante sein kann, vielmehr eine Funktion des Ortes ist. Bei denjenigen Kräften allerdings, die ebenfalls proportional der Masse sich herausstellen, wird diese Veränderlichkeit nicht in Erscheinung treten. Auch diese Veränderlichkeit ist allen beschleunigungsrelativen Theorien gemeinsam.[1])

Daß andererseits die klassische Mechanik mit der Masse als konstanter Skalargröße so gute Dienste leistet, muß wohl als Anzeichen dafür aufgefaßt werden, daß wir uns in einem Teil des Weltraumes mit genügend symmetrischer Massenverteilung befinden, falls es sich nicht etwa herausstellen sollte, daß uns der tensorielle und veränderliche Charakter der trägen Masse zufolge der veränderlichen Eigenschaften unserer Meßinstrumente als skalarer und unveränderlicher erscheint. Da jedoch die verallgemeinerte Relativitätstheorie unseren Meßinstrumenten die Möglichkeit, eine Krümmung der Lichtstrahlen und eine Verschiebung der Spektrallinien im Schwerefeld festzustellen, zubilligt, scheint mir die zweite Auslegung weniger wahrscheinlich. Es wäre auch nach Gl. (4) die Frage aufzuwerfen, ob sich nicht Anzeichen dafür finden, daß die Trägheitskräfte in der Ebene der Milchstraße größer sind, als senkrecht zu derselben.

Daß man in der Tat die letzte Summe der Gl. (4) als Gravitationswirkung auffassen darf, soll nun im einzelnen nachgewiesen werden.

Das letzte Glied des Kraftausdruckes (4) bedeutet eine Kraft in der Verbindungslinie zweier Massenpunkte vom Betrage:

$$K_{st} = \mu_s \mu_t \left(\ddot{r}_{st} r_{st}^{-1} - \frac{1}{2} \dot{r}^2_{s.} r_{st}^{-2} \right). \quad (2)$$

Es soll hiernach berechnet werden, welcher Art eine solche Kraft ist, wenn sich zwei Rotationskörper, die jeder um ihre Symmetrieachse rotieren, in einer Entfernung, die groß ist gegen die Abmessungen der Körper, gegenüberstehen.

Ein Massenelement $d\mu$ hat die nach seiner Rotationsachse gerichtete Beschleunigung $\frac{v^2}{a}$, wo v die Umfangsgeschwindigkeit und a der Radius der Rotation.

Die in der kürzesten Entfernung beider, zunächst parallel angenommener Rotationsachsen liegende Beschleunigungskomponente ist dann $\frac{v^2}{a}\cos\varphi$ (siehe Fig.) und es wird das Glied:

$$\ddot{r} r^{-1} = \frac{v^2 \cos\varphi}{a(r + a\cos\varphi)}.$$

1) In der Nordströmschen Theorie z. B. wird die Masse $m = \mu\left(\text{konst.} - \sum \frac{\mu}{r}\right)$ gesetzt.

Integriert man über ein Ringelement, so erhält man:

$$\int d\mu \ddot{r} r^{-1} = v^2 \nu \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi \cos\varphi}{r + a\cos\varphi}, \qquad (6a)$$

wo ν eine Liniendichte von μ längs der betrachteten Kreislinie.

Für kleine $\frac{a}{r}$ wird dieses Integral:

$$\frac{v^2 \nu}{r^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos\varphi \, (r - a\cos\varphi) = \frac{v^2 \nu \pi a}{r^2} = \frac{v^2 d\mu}{r^2}.$$

Entsprechend wird $\dot{r} = v \sin\varphi$ und:

$$\int d\mu \dot{r}^2 r^{-2} = v^2 \nu a \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi \sin^2\varphi}{(r + a\cos\varphi)^2}$$

$$\backsim \frac{v^2 \nu a}{r^4} \int_0^{2\pi} d\varphi \sin^2\varphi \, (r - a\cos\varphi)^2 \qquad (6b)$$

$$= \frac{v^2 \nu a \pi}{r^2} = \frac{v^2 d\mu}{r^2}.$$

Die Anziehung des ganzen Körpers mit dem Index s auf einen anderen nicht rotierenden Körper vom Massenkoeffizienten μ_t im Abstande r wird also:

$$\mu_t \frac{\omega^2}{2r^2} \int a^2 d\mu_s = \frac{1}{2} \mu_t \mu_s \frac{k_s^2 \omega_s^2}{r_{st}^2},$$

wo k_s der Trägheitsradius, ω_s die Winkelgeschwindigkeit des Körpers s.

Rotieren beide Massen, so addieren sich bei kleinem $\frac{a}{r}$ die Wirkungen und es wird die Anziehungskraft:

$$K = \frac{1}{2} \mu_s \mu_t \frac{k_s^2 \omega_s^2 + k_t^2 \omega_t^2}{r^2}. \qquad (2a)$$

Die Form dieses Kraftgesetzes entspricht schon der Newtonschen Gravitation, jedoch ist die Anziehung eines so rotierenden Teilchens nicht gleichmäßig nach allen Richtungen, sondern am größten senkrecht zur Rotationsachse und gleich Null in dieser Achse.

Steht nämlich die Verbindungslinie (der Abstand r) der Mittelpunkte zweier Massen unter dem Winkel ψ zur Drehachse eines der Teilchen, so ist die Komponente der Zentripetalbeschleunigung längs dieser Verbindungslinie $\frac{v^2}{a} \cos\varphi \sin\psi$ und der Abstand dieses Teilchens von dem Mittelpunkt der anderen Masse $r + a\cos\varphi\sin\psi$ für kleines $\frac{a}{r}$. Unter dieser Voraussetzung multiplizieren sich die Integrale (6a), (6b) mit $\sin^2\psi$, und wenn man die Anziehungskraft für den Fall, daß die Drehachse mit dem Abstande r den Winkel ψ bildet mit K_ψ bezeichnet, erhält man

$$K_\psi = K \sin^2\psi.$$

Den Aufbau der gravitierenden Materie möge man sich nun so vorstellen, daß in jedem Volumenelement rotierende Teilchen ohne Bevorzugung einer Rotationsachse verteilt seien.

Dann läßt sich an dem Beispiel von 3 rotierenden Teilchen mit zueinander senkrechten Rotationsachsen einsehen, daß die resultierende Kraft auf eine andere in einer vorgeschriebenen Richtung liegende Masse

$$K_r = \frac{2}{3} \mu_s \mu_t \frac{k_s^2 \omega_s^2 + k_t^2 \omega_t^2}{2 r_{st}^2} \qquad (2b)$$

betragen muß.

Hierbei sei z. B. unter μ_s die Summe aller Massenkoeffizienten der einzelnen rotierenden Teilchen der betrachteten Masse verstanden. Die betrachtete Masse habe jedoch, trotzdem sie eine vielleicht große Zahl unregelmäßig verteilter rotierender Teilchen enthält, eine gegen die Abstände nach den Teilchen der zweiten Masse des Index t hin sehr kleine Ausdehnung, so daß unter r_{st} der Abstand der Schwerpunkte der beiden Massen verstanden werden darf.

Soll sich in (2b) das Newtonsche Anziehungsgesetz ausdrücken, so muß die Beziehung gelten:

$$\gamma \frac{m_s m_t}{r^2} = \frac{1}{3} \frac{\mu_s \mu_t}{r^2} (k_s^2 \omega_s^2 + k_t^2 \omega_t^2),$$

wo γ die Gravitationskonstante.

Also wird nach Gleichung (5):

$$\gamma = 3 \frac{k_s^2 \omega_s^2 + k_t^2 \omega_t^2}{\varphi_s \varphi_t},$$

wo φ_s und φ_t die Potentialfunktionen $\sum \frac{\mu}{r}$ an den Orten der betrachteten Massen bedeuten.

Die Gravitationskonstante γ könnte allerdings nun nur in einem Raum von solcher Ausdehnung eine universelle Konstante sein, wo die in der Masseneinheit enthaltene Rotationsenergie $e = \frac{k^2 \omega^2}{2}$ und die Potentialfunktion φ genügend wenig veränderlich sind. Dann würde sein:

$$\gamma = 12 \frac{e}{\varphi^2}. \qquad (7)$$

Andererseits wurde oben in Übereinstimmung mit Herrn Einsteins Theorie der Gravitation gefunden, daß auch der für die Trägheit maßgebende Massenwert abhängig sein muß von der Lage zu allen übrigen Massen, genauer der

Potentialfunktion $\sum \frac{\mu}{r}$. Es war deswegen nur zu erwarten, daß auch die Gravitationskonstante von jenem Werte abhängen würde.

Es ist nun zweckmäßig, wegen des Überganges zur Relativitätstheorie die obigen Ergebnisse auch mit Hilfe der kinetischen Energie T des ganzen Systems darzustellen.

Der ganze Ansatz war ja ausgegangen von der Energiegröße aller Massen des Raumes:

$$T = \frac{1}{2} \sum \sum \mu_s \mu_t \dot{r}_{st}^2 r_{st}^{-1}.$$

Der auf eine Masse μ_t bezügliche Teil, der allein für die auf diese Masse wirkende Kraft in Betracht kommt, ist:

$$T_1 = \frac{1}{2} \mu_t \sum \mu_s \dot{r}_{st}^2 r_{st}^{-1}.$$

Die früheren Überlegungen haben gezeigt, daß man zufolge der Art der Massenverteilung diese Energie im wesentlichen in einen Teil, der nur von der Bewegung des betrachteten Punktes, und einen Teil, der von der Bewegung aller übrigen Punkte allein herrührt, zerlegen und setzen kann:

$$T_t = \frac{1}{2} \frac{\mu_t}{3} \sum \frac{\mu_s}{r_{st}} q^2 + \frac{1}{2} \mu_t \sum \mu_s \dot{r}_{st}^{0^2} r_{st}^{-1},$$

wo $\dot{r}_{st}^0$ die Änderungsgeschwindigkeiten der Abstände von der mit ihrem Schwerpunkt in Ruhe gedachten Masse μ_t bedeuten.

Das erste Glied gibt den klassischen Ausdruck für die kinetische Energie einer mit der Geschwindigkeit q bewegten Masse $m_t = \mu_t \sum \frac{\mu_s}{r}$ wieder, das zweite Glied muß nach den früheren Überlegungen dann die Gravitationsenergie bedeuten, wenn in den $\dot{r}$ nur die Rotationen der Massen μ_s, jedoch nicht ihre Translationen berücksichtigt werden.

Die Auswertung dieses zweiten Gliedes ist in Wirklichkeit schon durch den früher gefundenen Kraftausdruck (2b) geleistet. Dieser bedingt eine Energie vom Betrage

$$\frac{2}{3} \mu_t k^2 \omega^2 \sum \frac{\mu_s}{r},$$

wo die Energiedichte der Rotation aller Elementarteilchen bezogen auf die Masseneinheit als gleich angenommen werden muß. Der vollständige Energieausdruck lautet dann:

$$T_t = \frac{1}{2} \frac{\mu_t}{3} \sum \frac{\mu_s}{r} \left(q_t^2 + 4 k^2 \omega^2 \right). \qquad (1a)$$

Aus diesem Ausdruck ergibt sich nun wiederum sowohl die Trägheitskraft als auch die Schwerkraft in der Form:

Trägheitskraft $K_t = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{d}{dt}(m \dot{x})$, (4a)

Schwerkraft $K_g = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{2}{3} k^2 \omega^2 \mu_t \frac{\partial}{\partial x}\left(\sum \frac{\mu_s}{r}\right)$. (4b)

Dieser Kraftausdruck würde mit dem Newtonschen vollständig übereinstimmen, wenn überall dieselbe Proportionalität zwischen Massenkoeffizient μ und Masse m bestände. Dies ist aber nur näherungsweise dort der Fall, wo die Potentialfunktion $\sum \frac{\mu}{r}$ sich genügend allmählich ändert. Setzt man nämlich

$$\mu_t = m_t \frac{3}{\varphi},$$

wo

$$\varphi = \sum \frac{\mu_s}{r},$$

so erhält man:

$$K_g = 6 k^2 \omega^2 \frac{m_t}{\varphi} \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum \frac{m_s}{\varphi r} \right)$$
$$= m_t 6 \frac{k^2 \omega^2}{\varphi} \left[\frac{1}{\varphi} \frac{\partial}{\partial x} \sum \frac{m_s}{r} - \frac{1}{\varphi^2} \sum \frac{m_s}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right].$$

Wird nun $\varphi = \sum \frac{\mu}{r}$ als groß und $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ als klein vorausgesetzt, so ergibt sich in erster Näherung

$$K_g = 6 \frac{k^2 \omega^2}{\left(\sum \frac{\mu}{r} \right)^2} m_t \frac{\partial \sum \frac{m}{r}}{\partial x},$$

also die Gravitationskonstante wie oben:

$$\gamma = 6 \frac{k^2 \omega^2}{\left(\sum \frac{\mu}{r} \right)^2}. \qquad (7)$$

Es folgt also auch hier wie in allen neueren Gravitationstheorien eine nur näherungsweise Gültigkeit der Laplace-Poissonschen Potentialgleichung der Gravitation, wobei allerdings diese Näherung als äußerst genaue herauskommen muß.

Im übrigen erfüllen die Kraftformen (4a) und (4b) die Bedingung, daß in allen Punkten des Gravitationsfeldes alle Massen dieselbe Beschleunigung erfahren (gleich schnell fallen), sobald dte Rotationsenergie der Masseneinheit nicht von der stofflichen Natur, sondern nur von dem Orte abhängt.

Die Einordnung der bis hierher erzielten Ergebnisse in eine Feldtheorie, welche auch die zeitlichen Änderungen umfaßt und dem Relativitätspostulat genügt, ist erwünscht.

Nun ist nach Anmerkung auf S. 181 jedenfalls sicher, daß dieser Anschluß nicht an die Nordströmsche Skalartheorie der Gravitation erfolgen kann, da dort die träge Masse bei Annäherung anderer Massen abnimmt, während sie bei unserem Ansatz ähnlich wie in der Einsteinschen Theorie wächst. Es scheint auch der Charakter des obigen Ansatzes mehr auf eine Tensortheorie hinzudeuten.

Jedoch ist mir ein völliger Anschluß an das verallgemeinerte Relativitätsschema von Einstein-Großmann bisher nicht geglückt. Daß dies schwierig ist, scheint mir folgenden Grund zu haben.

Die vollständigen Differentialgleichungen des Gravitationsfeldes und der vollständige kovariante Spannungsenergietensor der Massenströmung in Einsteins letzten Veröffentlichungen, welche zusammen die Verallgemeinerung der Laplace-Poissonschen Potentialgleichung bilden, stellen ein mathematisch sehr schwieriges Problem dar. Einstein selbst gewinnt allerdings aus ihnen trotzdem schon wertvolle Ergebnisse, indem er das Linienelement der bisherigen Relativitätstheorie als erste Näherung ansetzt und aus dem Energietensor dieser ersten Näherung vermittelst der nun linear werdenden Differentialgleichungen des Feldes eine klein vorausgesetzte Korrektur findet.

Durch dieses Verfahren verzichtet er bewußter Weise auf einen Einblick in den mechanischen Aufbau der Ausgangswerte des Linienelements, die er als gegeben annimmt, trotzdem sie aus den Differentialgleichungen folgen müßten. Grade diese physikalische Vorstellung liefern aber, wenn auch nur für das Gleichgewicht des Feldes die hier gegebenen Ansätze, die also vielleicht erst nach einer anderen Integrationsmethode der allgemeinen Einsteinschen Feldgleichungen sich in diese einordnen lassen. Ich glaube an einen solchen Anschluß deswegen, weil meine Ergebnisse in bezug auf die Abhängigkeit zwischen Trägheit, Potentialfunktion und Lichtgeschwindigkeit ganz ähnlich gebaut sind, wie die Einsteinschen und das Einsteinsche Schema von sehr großer Reichweite sein muß.

Immerhin möchte ich in Folgendem einen skalaren Ansatz einer Feldtheorie mitteilen, der in genügend kleinen Gebieten der früheren Relativitätstheorie gehorcht und die obigen Ergebnisse als erste Näherungen enthält. Ich setze das Linienelement

$$ds = dt\left[c_0^2 - \frac{\varphi}{\varphi_0}\left(4\,k^2\omega^2 + q^2\right)\right]^{\frac{1}{2}},$$

wo c_0 eine übrigens sehr große Konstante ist, q die Geschwindigkeit des betrachteten Punktes bedeutet und φ der vierdimensionalen Potentialgleichung

$$\Box\varphi = -4\pi\rho$$

gehorcht, wobei φ_0 der Wert von φ am Koordinatenanfangspunkt. ρ sei hierbei die Ruhmassendichte von μ und $k^2\omega^2$ ist wieder als Konstante zu behandeln.

Die Lagrangesche Funktion habe den Wert:

$$H = -\mu\frac{\varphi_0}{3}c_0\frac{ds}{dt} = m_0 c_0\frac{ds}{dt}.$$

Es wird dann die Trägheitskraft:

$$K_t = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\right) =$$

$$= \mu\frac{d}{dt}\left[m\dot{x}\left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_0}\left\{4\,k^2\omega^2 + q^2\right\}\right)^{-\frac{1}{2}}\right],$$

Die Gravitationskraft nimmt den Wert an:

$$K_g = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\mu}{3}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\left(2\,k^2\omega^2 + \frac{q^2}{2}\right)$$

$$\left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_0}\left\{4\,k^2\omega^2 + q^2\right\}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Die früheren Kräfte der Gl. (4a) und (4b) stellen offenbar die erste Näherung dieser letzteren Kraftausdrücke dar, welche eine Erweiterung des Newtonschen Kraftgesetzes für den Fall endlicher Geschwindigkeit bedeuten.

Nimmt man ferner, wie in der Relativitätstheorie an, daß das Linienelement $ds = 0$ eine Geschwindigkeit q gleich der Lichtgeschwindigkeit ergibt, so wird diese

$$c = \sqrt{c_0^2\frac{\varphi_0}{\varphi} - 4\,k^2\omega^2}.$$

Sie nimmt also bei Annäherung an Massen ab. c_0 ist die Lichtgeschwindigkeit am Anfangspunkte, wenn keine Massenrotation bestände.

Auch die Energie eines Massenpunktes ergibt sich als Verallgemeinerung des früheren Energieausdruckes (1a) durch den üblichen Ansatz:

$$E = \frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\dot{x} + \frac{\partial H}{\partial \dot{y}}\dot{y} + \frac{\partial H}{\partial \dot{z}}\dot{z} - H$$

$$= mc^2\left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_0}\left(q^2 + 4\,k^2\omega^2\right)\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Auch der Energiewert vermindert sich also bei Annäherung an andere Massen.

Die obigen ans dem vierdimensionalen Linienelement abgeleiteten Ausdrucke gehen im Anfangspunkt des Koordinatensystems und bei Ab-

wesenheit von Massenrotation in die bekannten Ausdrücke der Einstein-Minkowskischen Relativitätstheorie über.

Die bei der Rotation von Massen unter Voraussetzung der Relativität der Trägheit entstehenden, gravitationsartigen Kräfte führen sich darauf zurück, daß bei jeder Rotation die Anziehung erzeugenden Zentripetalbeschleunigungen näher zu allen anderen Massen liegen als die Abstoßung erzeugenden. Die oft gestellte Frage nach der Möglichkeit negativer Massen verneint sich damit ganz von selbst.

Diese Wirkungsweise der Rotation ist nun aber auch anderen Bewegungsformen eigen, wenn man statt der Kräfte und Beschleunigungen ihre zeitlichen Mittelwerte zuläßt. Jede Ansammlung von sich irgendwie durcheinander bewegenden Massenteilchen muß eine gravitationsartige Anziehung auf andere Massen ausüben, sofern die oben angesetzte Relativität der Trägheit richtig ist. Für die Ausrechnung würde es auf die zeitlichen und räumlichen Mittelwerte von $\mu \dot{r}^2 r^{-1}$ ankommen und die mittlere Wirkung würde der einer Rotation von gewissem Betrage äquivalent sein.

Schließlich kann man nun noch die Frage aufwerfen, ob nicht die allgemeine Rotation aller Massenteilchen vom Standpunkt der Relativität der Trägheit ebenfalls gedeutet werden kann. In der Tat muß auch jedes Drehmoment der Trägheitskräfte durch entsprechende Drehmomente an allen anderen Massen aufgenommen werden, also müssen auch jeder Änderung einer Winkelbewegungsgröße alle anderen Winkelbewegungsgrößen folgen. Es muß dadurch also ein gewisser Ausgleich der Rotationen aller Massen vor sich gehen.

Zusammenfassung.

Ein früherer Ansatz für die beschleunigungsrelative Form der kinetischen Energie von Massen wird dergestalt vereinfacht, daß die Gravitationswirkung ohne Hinzuziehung einer potentiellen Energie als reine Trägheitswirkung erscheint.

Hierzu ist allerdings die Hypothese notwendig, daß alle ein Gravitationsfeld erregenden Massen Rotation besitzen und die Rotationsachsen unregelmäßig gerichtet und verteilt sind. Die Gravitationskraft wird dann als gegenseitige Zentripetalkraft dargestellt.

Die träge Masse wird bei diesem Ansatz nur näherungsweise als Skalar gefunden, und zwar dann, wenn man eine genügende Symmetrie der Massenverteilung des Weltraums annimmt.

Sowohl träge als auch anziehende Masse sind in ihrer Größe in gleicher ganz bestimmter Weise von der Verteilung aller übrigen Massen abhängig.

Während der erste Ansatz eines Elementargesetzes zweier Massen einer Tensortheorie der Trägheit und Gravitation zu entsprechen scheint, wird unter Voraussetzung einer gewissen Symmetrie der Massenverteilung und Massenrotation unseres Raumes eine Skalartheorie der Gravitation aufgestellt und es werden die wesentlichen, vorher als Fernwirkungen aufgefaßten Ergebnisse mit Hilfe einer Lagrangeschen Funktion des Feldes wiedergefunden. Es folgt aus ihr eine Vergrößerung der trägen Masse und eine Verminderung der Lichtgeschwindigkeit und der Energie bei Annäherung von Massen.

(Eingegangen 1. April 1914.)

Über Löschvorgänge in Funkenstrecken.

(Mitteilung aus dem Institut für angewandte Elektrizität der Universität Göttingen.)

Von H. Masing und H. Wiesinger.

Einleitung.

Die grundlegenden Versuche von H. Th. Simon[1]) über den Wechselstromlichtbogen haben wohl zuerst die Auffassung mit Entschiedenheit zur Geltung gebracht, daß eine einzelne Funkenentladung als ein Wechselstromlichtbogen hoher Frequenz aufzufassen ist. Durch diesen Wechselstromlichtbogen hindurch schwingt die in dem Entladungskreise befindliche Energie gedämpft aus. Entsprechend hat die dynamische Charakteristik beim Funken und Wechselstromlichtbogen im wesentlichen die gleichen Eigenschaften, was von Roschansky[2]) experimentell bestätigt wurde. Für unsere Arbeit ist von entscheidender Bedeutung das von H. Th. Simon erhaltene und später von seinen Schülern mehrfach bestätigte Resultat, daß mit abnehmender Stromamplitude der dynamische Zündgipfel der Charakteristik zu höheren Spannungswerten hinauf wächst, und zwar um so mehr, je geringer die Lichtbogenhysteresis ist (s. Fig. 1). Wir wollen die zu diesem Gipfel gehörige Spannung „dynamische Zündspannung" nennen.

Bei genügend klein werdender Stromamplitude wächst die dynamische Zündspannung so in die Höhe, daß schließlich die zur Verfügung stehende Elektrodenspannung die Zündspitze

1) H. Th. Simon, diese Zeitschr. 6, 297, 1905.
2) D. Roschansky, diese Zeitschr. 9, 627, 1908.

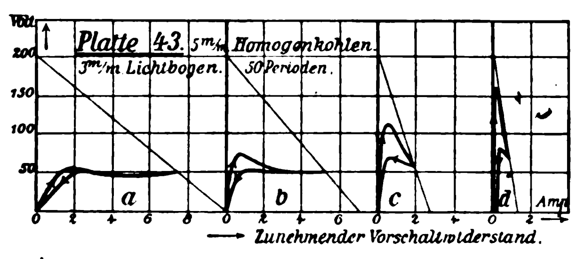


Fig. 1.

nicht mehr überklettern kann. In diesem Moment erlischt der Bogen.

Von diesem phänomenologischen Verhalten gibt die Simonsche Theorie der Lichtbogenhysteresis eine sehr befriedigende Rechenschaft, und man gelangt daher von dieser Theorie aus auch zu einem weitgehenden Verständnis der im oszillatorischen Entladungsfunken ablaufenden Vorgänge. H. Th. Simon hat auch schon früh das oben hervorgehobene Verhalten zur Erklärung der von M. Wien entdeckten Löschfunkenwirkung herangezogen, die unter gewissen Umständen in der Funkenstrecke des Primärkreises zweier gekoppelter Systeme auftritt. Nimmt die Stromamplitude infolge der durch die Koppelungsschwingungen verursachten Schwebungen ab, so steigt die dynamische Zündspannung. In dem Moment, wo die Stromamplitude unter einen gewissen Betrag gesunken ist, wird diese Zündspannung so hoch, daß der umkehrende Strom nicht mehr zu ihrer Überwältigung ausreicht. Der Funke erlischt und die im Sekundärkreis aufgespeicherte Energie kann nicht in den Primärkreis zurück, muß also im Sekundärkreis frei ausschwingen.

Diese auf die Lichtbogenhysteresis gestützte Erklärung des Vorganges, durch die in alle Einzelheiten und scheinbare Komplikationen Klarheit gebracht wird, ist noch fast nicht in die entsprechende Literatur übergegangen. Vielmehr scheinen meist noch höchst unklare Vorstellungen zu herrschen, über deren Unzulänglichkeiten häufig mit mehr oder weniger nichtssagenden Worten hinweggegangen wird. Darum schien es erwünscht, die Anwendungsmöglichkeit jener Theorie auf das Löschfunkenproblem einmal im Zusammenhang zu prüfen.

Mit dieser Prüfung wurden wir von Herrn Prof. H. Th. Simon betraut, und zwar sollte sie an dem einfachen von ihm ausgedachten Falle erfolgen, daß zwei etwas verstimmte Schwingungskreise durch eine gemeinsame Funkenstrecke erregt wurden. Durch die in der Funkenstrecke entstehenden Schwebungen, die lediglich durch Frequenzunterschiede der beiden Kreise, nicht durch Koppelung hervorgerufen wurden, muß ein Abnehmen der Stromamplitude eintreten, welches nach dem beschriebenen Prinzip zum Erlöschen des Funkens führt. In dem Moment, wo dieses Erlöschen eintritt, sind die Teilschwingungen in den beiden Kreisen in solcher Phase, daß sie ohne weiteres in Hintereinanderschaltung ausschwingen können. Da dieses Ausschwingen sich auf rein metallischer Leitungsbahn abspielt, so muß diese Schwingung bedeutend schwächer gedämpft sein, wie die Teilschwingungen.

Beim Studium der Literatur zeigte sich, daß ähnliche Anordnungen schon mehrfach vorgeschlagen und benutzt worden sind, so von Seibt, Mackû, Settnick, Rukop, Leimbach. Soweit Versuche damit vorliegen, wird weiter unten ihre Beziehung zu unseren Beobachtungen erörtert werden.

Experimenteller Teil.

a) Resonanzkurven.

Die Versuchsanordnung war folgende:

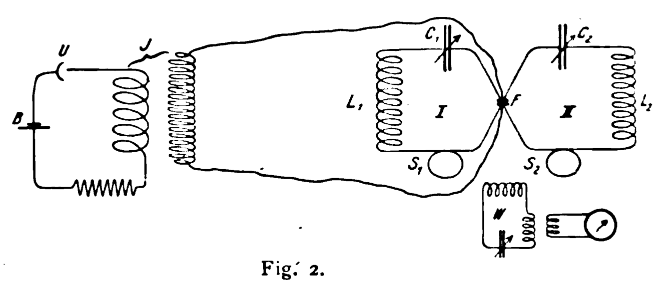


Fig. 2.

B = Batterie.
U = Quecksilberunterbrecher von Reiniger, Gebbert & Schall.
I = Induktor.
F = technische Löschfunkenstrecke nach Wien.
C_1 = Drehkondensator, variabel von $0{,}15 \cdot 10^{-3}$ bis $6{,}5 \cdot 10^{-3}$ MF.
C_2 = Drehkondensator, variabel von $0{,}1 \cdot 10^{-3}$ bis $5{,}8 \cdot 10^{-3}$ MF.
W = Wellenmesser von Hahnemann; als Indikator wurde ein Wattzeiger von Hartmann & Braun (Maximalausschlag $^1/_{10}$ Watt, Widerstand 11 Ohm) verwandt.

Alle Verbindungsdrähte bestanden aus Litze.

Die Spulen L_1 und L_2 waren so weit voneinander entfernt, daß sie nicht aufeinander induzieren konnten.

Der Wellenmesser W war mittels der Induktionsspulen S_1 und S_2 mit den beiden Schwingungskreisen gleich fest gekoppelt; das wurde auf die Weise erreicht, daß zunächst die beiden Kreise bei derselben Wellenlänge einzeln erregt wurden. Dann wurde der Wellenmesser gegenüber den Spulen S_1 und S_2 so lange verschoben, bis von jeder Schwingung derselbe Ausschlag des Wellenmessers hervorgerufen wurde.

Die Kreise wurden dann durch gleichzeitige Veränderung der Kapazitäten C_1 und C_2 gegeneinander verstimmt. Es wäre exakter gewesen, die Änderung der Frequenz durch gleichzeitige Variation von Selbstinduktion und Kapazität der Schwingungskreise herbeizuführen, so daß immer die Beziehung $\frac{L_1}{L_2} = \frac{C_1}{C_2}$ erfüllt geblieben wäre. Denn nur dann können die Stromamplituden der beiden Teilschwingungen gleich sein. Da uns nur variable Kapazitäten und keine variablen Selbstinduktionen zur Verfügung standen, waren die Intensitäten der Teilschwingungen etwas verschieden.

Bei der Aufnahme der Resonanzkurven kam es uns nur darauf an, zur Anschauung zu bringen, wie sich mit wachsendem Verhältnis der Wellenlängen die Löschwirkung ändert; daher wurde kein Wert darauf gelegt, daß die Wellenlänge der schwachgedämpften Schwingung immer genau dieselbe blieb.

Für verschiedene Verhältnisse der Wellenlängen λ_1 und λ_2 wurden Resonanzkurven aufgenommen (Fig. 3—10).

Die Resonanzkurven zeigen, daß im allgemeinen drei Schwingungen vorhanden sind. Zwei stark gedämpfte mit der Eigenfrequenz der Kreise I und II und eine schwach gedämpfte mit einer Frequenz, die immer zwischen den Eigenfrequenzen der Kreise I und II liegt, wie es sein muß, wenn die Energie in Hintereinanderschaltung schwingt. Kreis I hat nämlich die Konstanten L_1 und C_1, Kreis II L_2 und C_2, der durch Hintereinanderschaltung von I und II entstandene Kreis die Konstanten $L_1 + L_2$ und $\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$.

Die Intensität der schwach gedämpften Schwingung hängt, wie man sieht, vom Verhältnis der Wellenlängen der Kreise I und II in hohem Maße ab. Bei einem bestimmten Verhältnis $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$, das wir als kritisches Verhältnis bezeichnen wollen, ist die Intensität der schwachgedämpften Schwingung ein Maximum, die stark gedämpften Schwingungen sind in den Resonanzkurven neben ihr nicht mehr zu erkennen.

Bei weiteren Versuchen zeigte sich, daß für die Entstehung der schwach gedämpften Schwingung eine Wiensche Löschfunkenstrecke durchaus nicht nötig ist. Dieselbe Gestalt der Resonanzkurven erhält man bei einer beliebigen Funkenstrecke.

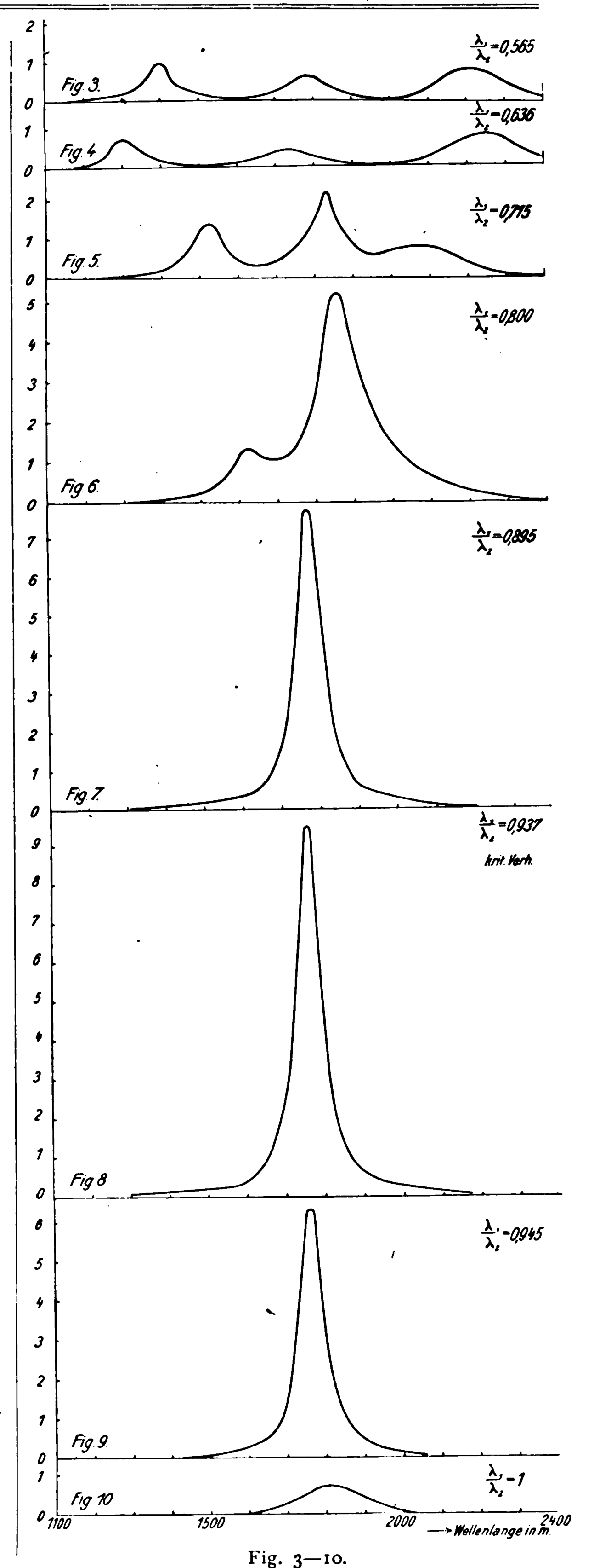


Fig. 3—10.

b) Untersuchung des Funkens mit Hilfe des rotierenden Spiegels.

Um über die Vorgänge im Funken näheren Aufschluß zu gewinnen, wurde er im rotierenden Spiegel beobachtet.

Versuchsanordnung.

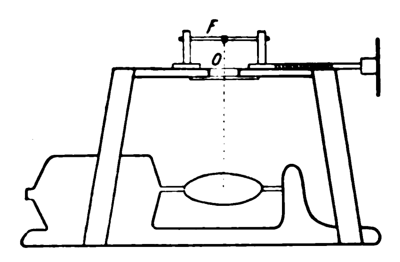


Fig. 11.

Das Bild der Funkenstrecke F fiel durch eine Öffnung O nach unten auf den rotierenden Spiegel. Das im rotierenden Spiegel erscheinende Bild wurde durch ein lichtstarkes Objektiv durch einen Spalt hindurch auf eine photographische Platte geworfen, die senkrecht zur Blickrichtung vorbeigeführt werden konnte. Die Öffnung O war durch eine Glasplatte verschlossen, damit die durch den rotierenden Spiegel erzeugten Luftwirbel den Funken nicht beeinflussen konnten.

Der rotierende Spiegel stammte von Boas und konnte maximal 12000 Touren pro Minute laufen.

Wenn das Verhältnis $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ verändert wurde, so sah man auf der stehenden Mattscheibe zeitlich nacheinander Bilder von der Art, wie sie in Phot. 1 (Fig. 11) nebeneinander abgebildet sind. Diese wurden so erhalten, daß, während das Verhältnis variiert wurde, gleichzeitig die photographische Platte an dem Spalt in ihrer ganzen Länge vorbeigeschoben wurde.

Der Spiegel lief so schnell, daß die Schwebungen, aber nicht die einzelnen Schwingungen, auseinandergelegt wurden.



Fig. 12.

Aus diesen Bildern ist zu folgern:
Beim Verhältnis $^3/_4$ reißt der Funke nach 4 Schwebungen ab; mit steigendem Verhältnis werden die Schwebungen länger, der Funke reißt jetzt nach 3 Schwebungen, bei weiter steigendem Verhältnis nach 2 und endlich nach einer Schwebung ab (reine Löschwirkung).

Bei weiter steigendem Verhältnis wird der die eine Schwebung darstellende Strich immer länger. Beim Verhältnis 1 erreicht er seine größte Länge. Bei diesem Verhältnis kann ja aber von einer Schwebung nicht mehr die Rede sein; der Funke besteht hier während des ganzen Schwingungsvorganges.

Das Verhältnis, bei dem diese eine Schwebung am kürzesten ist, deckt sich genau, wie durch wiederholte Untersuchungen mittels Resonanzkurven nachgewiesen wurde, mit dem früher gefundenen kritischen Verhältnis. Dieses Verhältnis lag etwa bei 0,9.

c) Untersuchung des Einflusses der Funkenlänge und der Elektrodenmaterialien auf die Löschwirkung.

Die Schaltung wurde gegenüber Fig. 2 vervollkommnet:

1. Die bisher angewandte Funkenstrecke wurde durch eine andere ersetzt, bei der die Elektroden ausgewechselt werden konnten. Ihre Länge wurde mit Hilfe einer Schraube verändert, deren Ganghöhe 1 mm betrug. Auf dem Schraubenkopf war ein Teilkreis mit einer Gradeinteilung angebracht, so daß eine Verschiebung der Elektroden um $^1/_{360}$ mm bequem abgelesen werden konnte.

2. In den Kreis 1 wurde ein Schwingungsamperemeter von Hartmann & Braun (Meßbereich 0,1 bis 1 Amp., Widerstand 1 Ohm) gelegt. Durch besondere Versuche wurde festgestellt, daß beim kritischen Verhältnis der Ausschlag im Amperemeter ein Maximum ist; deswegen wurde bei diesen Versuchen dessen Ausschlag als Kriterium für das kritische Verhältnis benutzt.

Es wurden die verschiedensten Metalle für die Funkenstrecke verwendet: Silber, Kupfer, Messing, Aluminium, Nickel, Zink, Magnesium, Zinn, Blei, Stahl, Kohle.

Bei einem bestimmten Elektrodenmaterial wurde die Abhängigkeit des kritischen Verhältnisses von der Funkenlänge untersucht (Fig. 12). Die Funkenlänge wurde von dem kleinsten (unter $^1/_{10}$ mm) bis maximal 2 cm Funkenlänge variiert.

Es zeigte sich allgemein bei allen Elektrodenmaterialien, daß mit wachsender Funkenlänge das kritische Verhältnis dauernd zunimmt, aber auch bei den größten von uns untersuchten Funkenlängen einen gewissen Grenzwert nicht überschreitet. Das heißt also: von einem be-

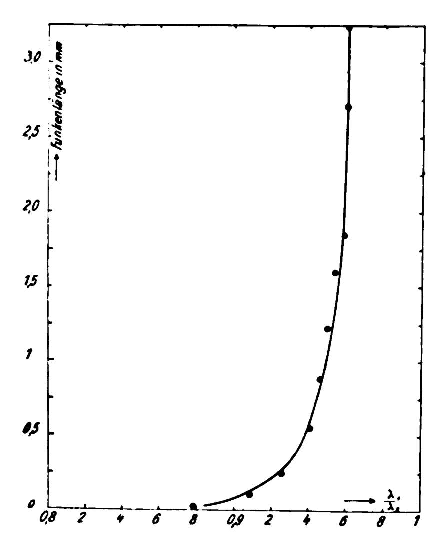


Fig. 13. Magnesium in Luft.

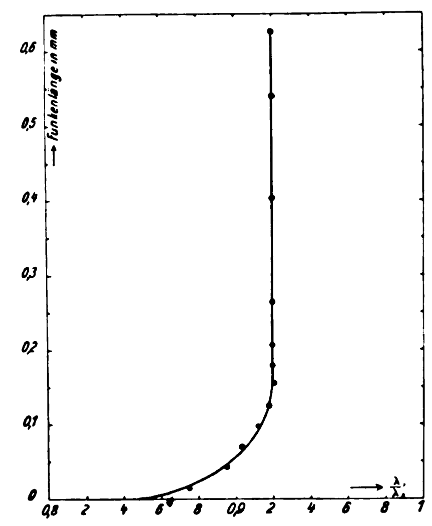


Fig. 14. Magnesium in Petroleum.

stimmten kritischen Verhältnis an werden beliebig lange Funken nach der ersten halben Schwebung gelöscht. Dieser Grenzwert des kritischen Verhältnisses scheint unabhängig vom Material zu sein. Dagegen ändert sich der allgemeine Verlauf der Kurven von Material zu Material erheblich.

Leider stellen sich der Untersuchung dieser interessanten Erscheinungen erhebliche Schwierigkeiten entgegen. In Luft wird fast jede Funkenstrecke chemisch angegriffen. Dadurch verändert sich selbsttätig die Funkenlänge und zwar nicht so, wie man denken sollte, daß sie sich dauernd vergrößert, sondern in ganz unregelmäßiger Weise. Auch beeinflußt die Oxydation der Elektrodenoberfläche die Elektronenemission und damit die charakteristischen Eigenschaften der Funkenstrecke. Dieser veränderten Funkenstrecke entspricht natürlich ein anderes kritisches Verhältnis.

Dadurch ist zu erklären, daß aus manchen Kurven nur der allgemeine Gang zu ersehen ist. Die zeitlich nacheinander aufgenommenen Kurven zeigen zwar denselben Charakter, decken sich aber absolut nicht. Nur Magnesium, allein von allen Metallen, zeigte alle diese störenden Erscheinungen nicht. Die zeitlich nacheinander aufgenommenen Kurven decken sich innerhalb der Beobachtungsfehler vollkommen. Diese Tatsache weist offenbar darauf hin, daß bei Magnesium auch in Luft keine den Funken beeinflussenden Veränderungen der Oberfläche vor sich gehen. Die durch Verbrennung von Elektrodenmaterial bewirkte Veränderung der Funkenlänge fällt hier bei reiner Löschwirkung überhaupt nicht ins Gewicht.

Von dem anfangs skizzierten Gesichtspunkte aus war es interessant, den Einfluß des zwischen den Elektroden befindlichen Mediums auf die Vorgänge im Funken zu untersuchen.

Es zeigte sich, daß bei Einbettung in Petroleum ebenfalls Löschwirkung auftrat. Dieses wurde durch Aufnahme von Resonanzkurven, Strommessungen und Beobachtung im rotierenden Spiegel bestätigt.

Bei gleicher Funkenlänge ist die Energie der Schwingung in Petroleum, wegen der höheren Zündspannung, bedeutend größer als in Luft.

Unsere Messungen erstreckten sich deswegen auch auf viel geringere Funkenlängen (maximal 1 mm statt 2 cm in Luft).

Die mit einer Magnesiumfunkenstrecke aufgenommene Kurve zeigt im allgemeinen denselben Verlauf, wie in Luft. Wesentlich unterscheidet sich nur der Grenzwert, der bei Petroleum nach den kleineren kritischen Verhältnissen $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ verschoben ist (statt bei 0,96 liegt der Grenzwert bei 0,92), d. h. reine Löschwirkung tritt schon bei viel schnelleren Schwebungen auf.

Versuche mit anderen Metallen und anderen Medien wurden durch den Krieg verhindert.

Diskussion der erhaltenen Resultate.

Auf Grund der Versuche hat man sich über die Entstehung der schwach gedämpften Schwingung bei unserer Anordnung folgende Vorstellung zu machen.

Die gleichzeitig durch den Funken erregten Schwingungskreise I und II schwingen zunächst unbeeinflußt voneinander mit ihren Eigenfrequenzen. Sind die Frequenzen der beiden Kreise etwas voneinander verschieden, so bilden sich in der Funkenstrecke durch Übereinanderlage-

rung der beiden Schwingungsströme Schwebungen, deren Frequenz durch die Differenz der Eigenfrequenzen bedingt ist.

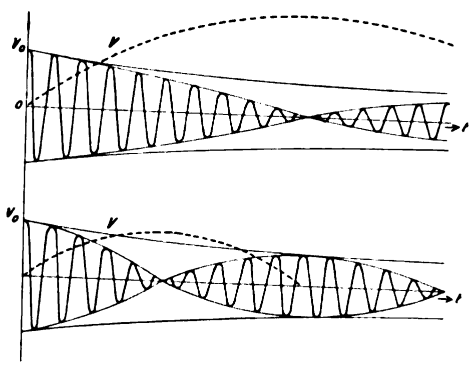


Fig. 15.

Bezeichnet I_{10} die Stromamplitude der stark gedämpften Schwingung des Kreises I, I_{20} die des Kreises II und I die Stromamplitude in der Funkenstrecke, so ist die erste Stromamplitude jeder Entladung in der Funkenstrecke annähernd $I = I_{10} + I_{20}$ (annähernd, da nach einer $^1/_4$ Periode wegen des Frequenzunterschiedes schon eine geringe Phasenverschiebung vorhanden). Während der ersten halben Schwebung nimmt sie dauernd ab, um im Schwebungsminimum ihr Minimum zu erreichen, $I = I_{10} - I_{20}$ (annähernd).

Durch das Abnehmen der Stromamplitude wird die dynamische Zündspannung erhöht und die Voraussetzungen zum Erlöschen des Funkens sind gegeben (s. Einleitung).

Der Funke erlischt also, wenn der Schwingungsstrom nicht mehr ausreicht die zur Erhaltung des Lichtbogens in der Funkenstrecke erforderliche dynamische Zündspannung hervorzubringen.

Die in Fig. 14 gestrichelte, mit V bezeichnete dynamische Zündspannung hat im Schwebungsminimum ein Maximum, dagegen die durch den Schwingungsstrom hervorgebrachte, in Fig. 14 ausgezogene und mit V_0 bezeichnete, ein Minimum. Im Schwebungsminimum sind also die günstigsten Verhältnisse zum Erlöschen des Funkens.

Da die Schwingungen I und II gedämpft sind, so werden die Verhältnisse zum Erlöschen von einem Schwebungsminimum zum nächsten immer günstiger. Erlischt der Funke nicht während des ersten Schwebungsminimums, so tut er das während eines der nächsten.

Das Wachsen der dynamischen Zündspannung erfolgt aus zwei Gründen bei langsamen Schwebungen rascher, als bei kurzen. Einmal ist die Stromamplitude im Schwebungsminimum bei langsamen Schwebungen kleiner und zweitens ist das Stromminimum zeitlich ausgedehnter, also kommen die entionisierenden Einflüsse (Wärmeableitung, Wiedervereinigung der Ionen usw.) besser zur Geltung. Eben das drückt sich durch das von H. Th. Simon beobachtete Wachsen der Zündspannung bei sinkender Frequenz aus. (Diese Zeitschr. **6**, 310, Fig. 22, 1905.) Ersetzt man den Begriff Schwingungsfrequenz durch Schwebungsfrequenz, so kann man die Simonschen Ergebnisse direkt auf die Verhältnisse im Funken beziehen.

Die Bedingungen zum Löschen werden also durch Vergrößerung des Verhältnisses $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ verbessert, das Löschen erfolgt nach immer weniger Schwebungen, schließlich gleich bei dem ersten Schwebungsminimum; hier hat die Intensität der schwach gedämpften Schwingung ein Maximum. Vergrößert man $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ noch mehr, so wird die Intensität der schwach gedämpften Schwingung wieder kleiner, weil sie immer später und später einsetzt, zu einer Zeit, wo schon ein immer größerer Teil der Energie im Funken verzehrt ist. Beim Verhältnis 1 kommen schließlich überhaupt keine Schwebungen, also auch keine schwachgedämpfte Schwingung zustande.

Diese Anschauung wird durch die Versuche voll bestätigt. Die Resonanzkurven zeigen ein Maximum der Intensität der schwach gedämpften Schwingung bei demselben Verhältnis $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ (kritisches Verhältnis), bei dem der Funke, im rotierenden Spiegel besehen, zum erstenmal schon nach der ersten Schwebung abreißt.

Das Steigen des kritischen Verhältnisses mit wachsender Funkenlänge bedeutet, daß bei langen Funkenstrecken die Bedingung $V = V_0$ später erfüllt wird wie bei kurzen, d. h., daß bei langen Funkenstrecken die dynamische Zündspannung V mit abnehmender Stromamplitude langsamer wächst, als bei kurzen. Die einmal hergestellte Leitfähigkeit der Funkenbahn erhält sich in langen Funkenstrecken besser, als in kurzen, bei denen die schnellere Entionisation die Lichtbogenhysteresis verkleinert. (Vgl. H. Th. Simon, l. c.)

Es muß beachtet werden, daß das kritische Verhältnis nur ein Maß für die Löschwirkung, aber nicht für den Nutzeffekt der Anordnung ist. Wenn man nämlich auf irgendeine Weise erreicht, daß die schwach gedämpfte Schwingung früher einsetzt, so kann dieser Vorteil wieder verloren gehen durch entsprechend größere Dämpfung der starkgedämpften Schwingungen.

Aus dem von uns erhaltenen Resultat, daß kürzeren Funkenstrecken und Funkenstrecken in Petroleum ein kleineres kritisches Verhältnis entspricht, darf daher noch nicht geschlossen werden, daß auch der Nutzeffekt vergrößert wird. Zur Entscheidung dieser Frage müssen spezielle Versuche angestellt werden.

Diskussion der Literatur.

Auf die Wiensche Löschfunkenmethode[1]) läßt sich die entwickelte Anschauung direkt anwenden. Der Unterschied besteht nur darin, daß, wenn der Funke erlischt und die schwach gedämpfte Schwingung im Sekundärkreis einsetzt, die durch den Schwingungsstrom hervorgebrachte Spannung V_0 vermehrt wird um die Spannung, die vom Sekundärkreis aus an der Funkenstrecke induziert wird.

Die Wiensche Anordnung mit gekoppelten Kreisen ist also von Natur dem Löschvorgang weniger günstig, als unsere. Dieser Unterschied muß bei langen Funkenstrecken besonders zur Geltung kommen; denn bei kurzen Funkenstrecken ist die Entionisation zwischen den Elektroden eine viel intensivere, die Lichtbogenhysteresis kleiner als bei langen. Die vom Sekundärkreis induzierte Spannung findet die Funkenstrecke schon entionisiert vor und vermag sie nicht wieder zu zünden. Die Erfahrung bestätigt dieses vollkommen — bei Wien sind lange Funkenstrecken ohne besondere Hilfsmittel[2]) praktisch ausgeschlossen. Bei der von uns benutzten Anordnung ruft die schwach gedämpfte Schwingung keine Spannung an der Funkenstrecke hervor, da sie an der Funkenstrecke ihren Spannungsknoten hat.

Die Abhängigkeit der Wienschen Löschfunkenerregung von dem Kopplungsgrad erklärt sich ganz in derselben Weise, wie in unserem Falle die Abhängigkeit der Löschwirkung von dem Verhältnis $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$. Für jene Abhängigkeit scheint uns bisher noch keine theoretische Erklärung gegeben worden zu sein.

Seibt[3]) hat, wie erwähnt, dieselbe Anordnung angegeben, wie die von uns benutzte, doch wendet er Hilfsfunkenstrecken an, die sich nach den in dieser Arbeit auseinandergesetzten Tatsachen und den mit diesen Tatsachen so befriedigend vereinbarten Anschauungen des Vorgangs, als überflüssig erweisen dürften.

1) Wien, diese Zeitschr. **7**, 871, 1906.
2) Wien, Jahrb. d. drahtl. T. **3**, 135, 1910—1911.
3) Seibt, DRP. 241 114 (1909) Jahrb. d. drahtl. T. **4**, 437, 1911—1912.

Mackû[1]) vervollständigt die Anordnung durch gegenseitige Koppelung der beiden Kreise und gibt das Vorhandensein eines günstigsten Koppelungsgrades an. Doch liegen von den beiden letzgenannten Vorschlägen nur sehr allgemeine und andeutungsweise gehaltene Berichte vor, die keine Schlußfolgerungen erlauben.

Settnick[2]) und Rukop[3]) haben im Institut von Mie[4]) für ganz kurze Wellen eine ähnliche Anordnung benutzt. Der Unterschied gegenüber unserer Anordnung bestand darin, daß der eine Kreis im wesentlichen aus einer Kapazität, der andere aus zwei nahe der Funkenstrecke angebrachten geraden Drähten bestand („Antennen"). Die Kapazität des ersten Kreises war also wohl sehr viel größer, als die des zweiten. Reine Schwebungen konnten dann bei den großen Differenzen der Stromamplituden der beiden Schwingungen nicht durch direkte Übereinanderlagerung entstehen. Also müßte Koppelung die Ursache der Schwebungen und damit der Löschwirkung sein, und die Anordnung käme im wesentlichen auf die Wiensche hinaus.

In allerneuester Zeit haben Kröncke, Leimbach und Mayer[5]) eine Arbeit publiziert, die dieses Gebiet streift. Doch sind die Versuche so qualitativer Natur, daß wir aus ihnen nicht erkennen konnten, inwieweit unsere Anordnung etwa mit der Leimbachschen verwandt ist und inwieweit sich unsere Anschauung auch auf die Leimbachschen Versuche anwenden läßt. Jedenfalls ist uns die Erklärung, welche die Verfasser ihren Versuchen geben, nicht verständlich geworden, und wir neigen zu der Ansicht, daß auch auf ihre Versuche unsere Deutung mutatis mutandis zutreffen dürfte.

Es ist uns ein Bedürfnis, Herrn Prof. H. Th. Simon für die Anregung zu dieser Arbeit und das ihr entgegengebrachte fördernde Interesse, sowie für die Bereitwilligkeit, mit der er uns die Mittel des Instituts zur Verfügung gestellt hat, auch an dieser Stelle zu danken.

1) Mackû, Electrician **68**, 429, 1911.
2) Settnick, Ann. d. Phys. **34**, 565, 1911.
3) Rukop, Ann. d. Phys. **42**, 492, 1913.
4) Mie, diese Zeitschr. **11**, 1035, 1910.
5) Kröncke, Leimbach und Mayer, diese Zeitschrift **15**, 733, 1914.

(Eingegangen 22. April 1915.)

Der Neubau des Laboratoriums für Technische Physik der K. Technischen Hochschule München.[1])

Von Osc. Knoblauch und Fr. Noell.

Am 1. März 1902 wurde das Laboratorium für Technische Physik in München eröffnet mit der Aufgabe, vor allem solche physikalische Untersuchungen anzustellen, die für die Technik von besonderer Wichtigkeit sind. Zu diesem Zwecke war der K. bayerischen Staatsregierung von einer Reihe von Firmen ein erheblicher Geldbetrag zur Verfügung gestellt worden, und es war möglich, den Betrieb des Laboratoriums ohne einen besonderen Bau sogleich zu eröffnen, da Herr Geheimer Rat Professor Dr. von Linde in hochherziger Weise die Räume an der Lothstraße, in welchen vorher das Versuchslaboratorium der Gesellschaft für Lindes Eismaschinen untergebracht war, von der Lindegesellschaft mietete und der Hochschule auf unbestimmte Zeit kostenlos zur Verfügung stellte.

Das Laboratorium hat fast 11 Jahre lang in diesen Räumen bestanden und ist am 1. Januar 1913 in den Neubau übergesiedelt, der im sog. Erweiterungsbau der K. Technischen Hochschule an der Luisenstraße errichtet worden ist. Da es in Deutschland als das erste Laboratorium für Technische Physik gegründet wurde und bis jetzt auch das einzige geblieben ist, so möge nachstehend eine kurze Beschreibung der Organisation des Laboratoriums und seiner Einrichtungen gegeben werden.[2])

Da das Laboratorium dem Verbande der Technischen Hochschule eingegliedert ist, hat es selbstverständlich in erster Linie Unterrichtszwecken zu dienen und es werden daher die erwähnten technisch-physikalischen Untersuchungen dazu verwertet, Studierende zu der Ausführung solcher Arbeiten anzuleiten. Hieran nehmen teils solche Studierende teil, die gemäß dem Programm der Hochschule die Diplomprüfung als technische Physiker zu machen beabsichtigen, teils solche Herren, die bereits die Hochschule als Diplomingenieure absolviert haben und noch einige Semester ihrer wissenschaftlichen Ausbildung widmen können. Hierbei gibt das Promotionsrecht unserer Hochschule dem Laboratorium die Möglichkeit, für seine Arbeiten unbezahlte Hilfskräfte zu gewinnen, da die Untersuchungen im allgemeinen als Doktorarbeiten Verwendung und Verwertung finden. Wäre dies nicht der Fall, so würde ein beträchtlicher Teil der zur Verfügung stehenden Geldmittel zur Bezahlung wissenschaftlicher Mitarbeiter verausgabt werden müssen, da die zur Durchführung solcher Arbeiten erforderliche wissenschaftliche Selbständigkeit nur Ingenieuren eigen ist, welche entweder bereits in der Praxis eine gut bezahlte Stellung gefunden haben oder bald eine solche finden werden.

Dem Unterrichte dient ferner ein wöchentlich einmal vierstündig abgehaltenes „technisch-physikalisches Praktikum", welches die Mitte hält zwischen den praktischen Übungen in einem physikalischen Institute und einem Laboratorium für Wärmekraftmaschinen. Es werden darin besonders solche Methoden geübt, deren der Ingenieur in der Praxis bei wissenschaftlichen Arbeiten bedarf. — Dieses Praktikum erfüllt außerdem den doppelten Zweck, daß einerseits das Laboratorium solche Studierende kennen lernt, die später zu selbständigen Untersuchungen herangezogen werden können, und daß andererseits die Studierenden selbst, die später wissenschaftlich arbeiten wollen, ihre Fähigkeiten kennen lernen und prüfen können.

Außer den rein wissenschaftlichen Arbeiten werden zeitweise auch gutachtliche Untersuchungen ausgeführt, die von Behörden oder Privaten beantragt werden. Eine solche gutachtliche Tätigkeit, die sich selbstverständlich in gewissen Grenzen halten muß, ist nicht nur für das Laboratorium, sondern auch für die Antragsteller förderlich und sogar wünschenswert. Denn das erstere bleibt dadurch in unmittelbarer Fühlung mit der Technik, lernt ihre Bedürfnisse kennen und kann aus diesen weitere Anregung für seine Forschungen entnehmen. Die Technik aber gewinnt daraus im allgemeinen neue Untersuchungsmethoden; denn für jede neue gutachtliche Untersuchung muß meist auch eine neue Methode ausgedacht werden.

Mit der Leitung des Laboratoriums ist die Stellung eines ordentlichen Professors verbunden, dem zwei Assistenten zur Seite stehen. Ersterer ist zur Zeit Physiker und hat die Verantwortung für die physikalischen Methoden zu übernehmen, während den als Ingenieuren ausgebildeten Assistenten die konstruktive Durchbildung und technische Ausarbeitung der Apparate übertragen ist. Auf diese Weise ist der unbedingt erforderliche Zusammenhang zwischen Physik und Technik gewährleistet.[1]) — Ferner sind die

---

1) Instituts-Neubauten Nr. XIII (Nr. XII: diese Zeitschrift **14**, 1001, 1913).

2) Ein gleichlautender Abdruck der Beschreibung erscheint in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure. — Eine erste Veröffentlichung über die Ziele des Laboratoriums findet sich in dem Bayer. Industrie- und Gewerbeblatt 1910 S. 331.

An dem Entwurf der ersten Pläne für den Neubau hat der damalige Assistent am Laboratorium Herr Dr. Ing. H. Gröber in dankenswerter Weise teilgenommen.

1) Außerdem ist bestimmt, daß an der Leitung des Laboratoriums stets ein Mitglied des Lehrerrates der Maschineningenieur-Abteilung beratend teilnimmt. Dies

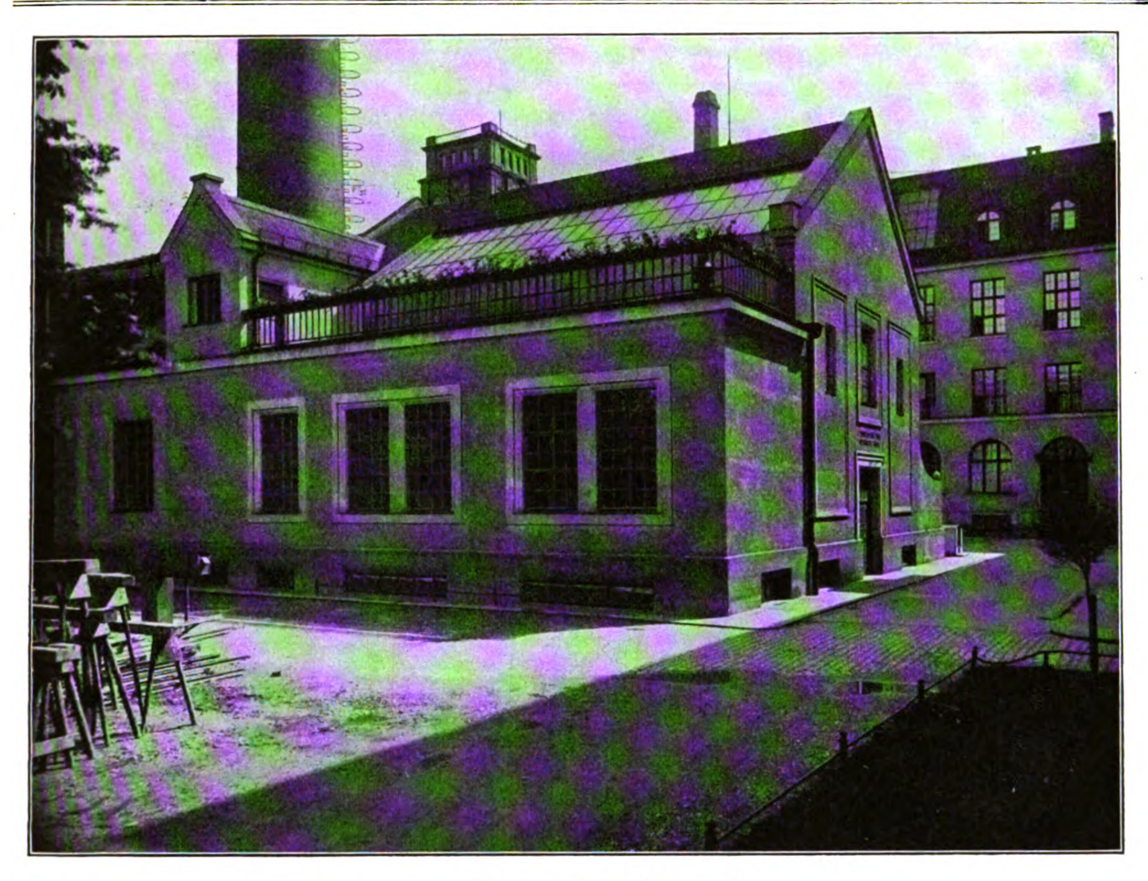


Fig. 1. Versuchshalle.

etatmäßigen Stellen eines Werkmeisters und eines Laboratoriumsdieners vorhanden; endlich sind ständig zwei weitere Hilfsarbeiter in der Werkstatt im Tagelohn beschäftigt.

Zur Durchführung der gestellten Aufgaben würde der staatlich gewährte Etat nicht genügen. Erfreulicherweise sind dem Laboratorium zur Anstellung bestimmter Untersuchungen nicht unbeträchtliche Mittel vom Verein deutscher Ingenieure, von der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie und auch von privater Seite überwiesen worden.

Die Räume des Laboratoriums zerfallen in zwei Teile, eine im Hof der Technischen Hochschule gelegene größere Versuchshalle (s. Fig. 1) und eine Anzahl von einzelnen Zimmern, die sich im Keller-, Erd- und 1. Obergeschoß des nach der Luisenstraße gelegenen Teiles des Erweiterungsbaues befinden. Die Lage und Zahl der Räume ist aus dem umstehenden Plan (Fig. 2) zu entnehmen. Da sich in den oberen Geschossen dieses Gebäudeteiles Hörsäle und bewohnte Räume befinden, so ist es erforderlich, daß alle diejenigen Untersuchungen, die mit hochgespannten Gasen und Dämpfen ausgeführt werden, in der Versuchshalle stattfinden, während im Hauptgebäude nur solche Beobachtungen gemacht werden, die keine Gefahr mit sich bringen. Trotz dieser Aufteilung des Laboratoriums in die Halle und in mehrere Stockwerke des Hauptgebäudes, ist das Laboratorium in sich abgeschlossen; die einzelnen Abteilungen sind durch zwei Innentreppen und die unter der Hochschulstraße durchgeführte Unterkellerung miteinander verbunden.

Da die technische Physik im weitesten Sinne des Wortes die Gesamtheit der technischen Anwendungen physikalischer Gesetze in sich schließt, mußte bei der Einrichtung des Laboratoriums dafür gesorgt werden, daß es nicht nur zur Ausführung der zur Zeit vorliegenden Untersuchungen, die sich hauptsächlich auf Fragen der technischen Thermodynamik, sowie der Wärme- und Schallausbreitung beziehen, geeignet ist, sondern daß es auch die Durchführung der verschiedensten in Zukunft noch auftretenden Aufgaben ermöglicht.

ist seit Beginn Herr Geheimrat Professor Dr. von Linde, dessen interessevoller Anteilnahme und weitgehendem Einfluß auf die maßgebenden technischen Kreise das Laboratorium viele Anregung und tatkräftige Unterstützung zu verdanken hat.

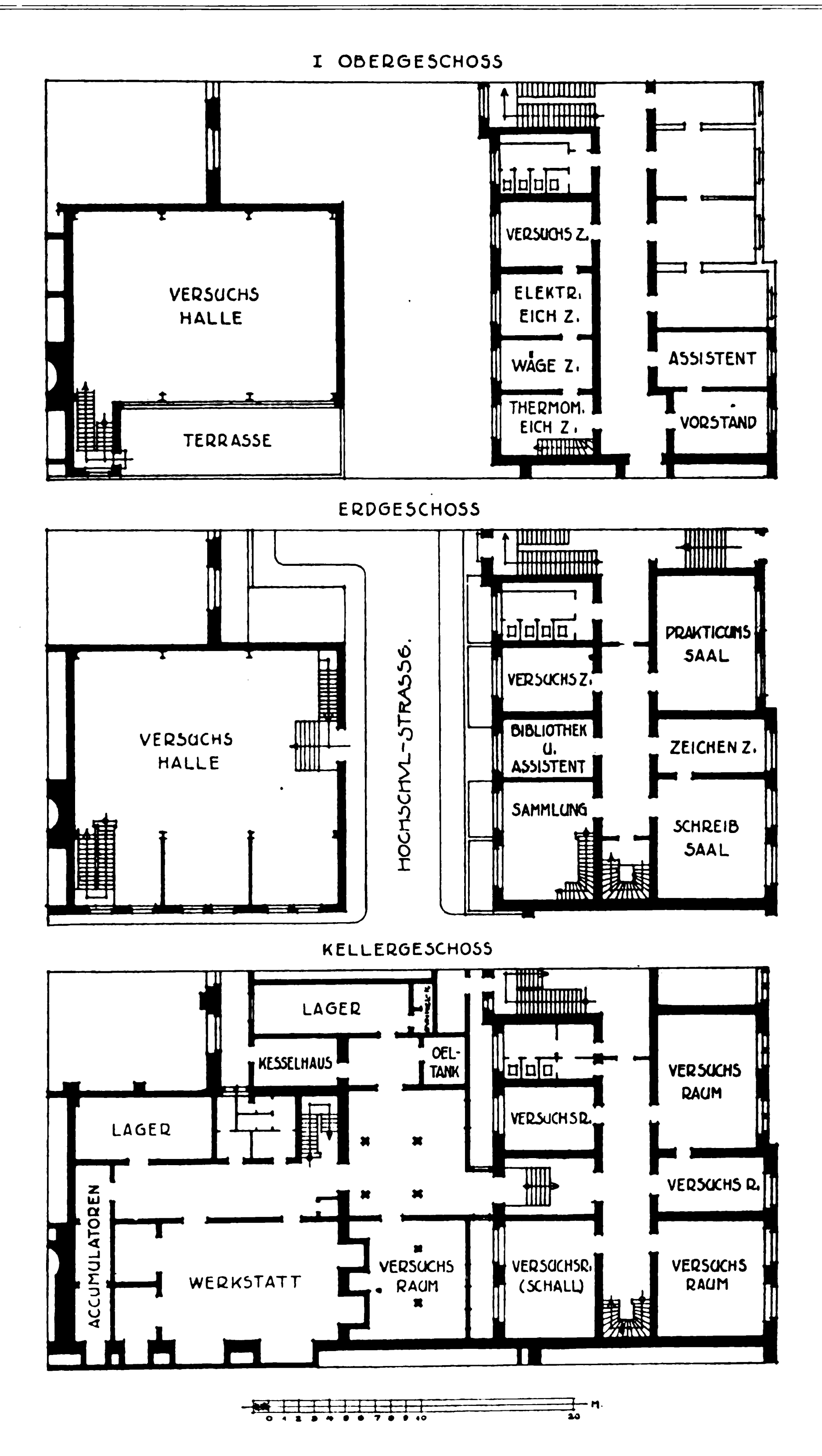


Fig. 2. Raumverteilung.

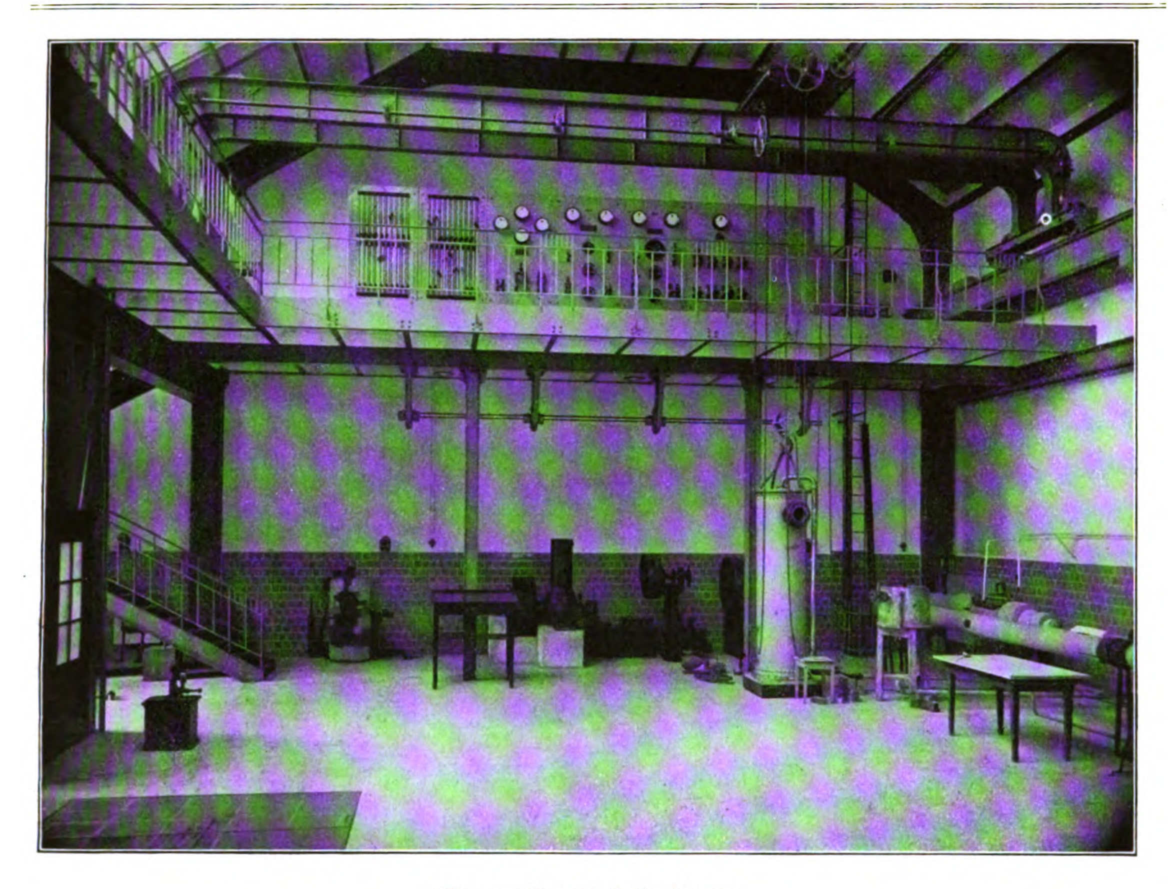


Fig. 3. Versuchshalle, Inneres.

Aus diesem Grunde befinden sich an verschiedenen Punkten der Halle sowie auch in fast allen im Hauptgebäude liegenden Räumen Anschlüsse für Gas, Wasser und elektrischen Strom. Gas und Wasser werden dem städtischen Netz entnommen, während der elektrische Strom als Gleichstrom von 2×110 Volt von der Kraftzentrale der Hochschule geliefert wird. Derselbe wird entweder direkt zu den Untersuchungen verbraucht oder zum Aufladen zweier Akkumulatorenbatterien benutzt oder endlich in Wechselstrom von 100 Volt Spannung umgeformt; letzterer kann an der Verbrauchsstelle durch einen transportablen Transformator auf beliebige Spannung gebracht werden.

Die Batterien von 180 und 360 Amperestunden Kapazität können auf 20, 40, 60 und 120 Volt Spannung geschaltet werden.

Alle erforderlichen Schalteinrichtungen sind in der Versuchshalle (s. Innenansicht derselben Fig. 3) auf der Hauptschalttafel vereinigt, die auch den Linienwähler für 7 Stromquellen und 40 Abzweigleitungen enthält. Der Linienwähler besorgt die Verteilung der einzelnen Stromarten nach den Arbeitsplätzen im Laboratorium. Die vom Linienwähler ausgehenden Leitungen sind für maximal 40 Amp. berechnet, während für Stromstärken von etwa 100 bis 200 Amp. in der Versuchshalle eigene Anschlüsse verlegt sind, die direkt von der Schalttafel abgehen, jedoch nur Strom aus der Hochschulzentrale liefern können. — Die gesamte elektrische Anlage ist von den Siemens-Schuckert Werken G. m. b. H. geliefert und aufgestellt worden.

Das Laboratorium besitzt zwei Dampfkessel, einen von den Herren Gebrüder Sulzer in Winterthur geschenkten, stehenden Rauchrohrkessel und einen Wasserrohrkessel, System Babcock-Wilcox, der von J. A. Maffei in München geliefert wurde. Während ersterer in der Versuchshalle selbst aufgestellt ist, steht letzterer im Niveau des Kellergeschosses, in einem an die Versuchshalle angebauten kleinen Kesselhaus, welches durch ein Glasdach sein Licht erhält. Der Rauchrohrkessel hat 4,7 qm Heizfläche, ist für 20 Atm. Überdruck gebaut und wird mit Gas gefeuert. Der Wasserrohrkessel hat 25 qm Heizfläche und ist für einen Überdruck von maximal 30 Atm. bestimmt. Geheizt wird derselbe durch eine Körtingsche Ölfeuerung, wobei das Einspritzen des Öles durch den Dampf des Kessels selbst geschieht. Um

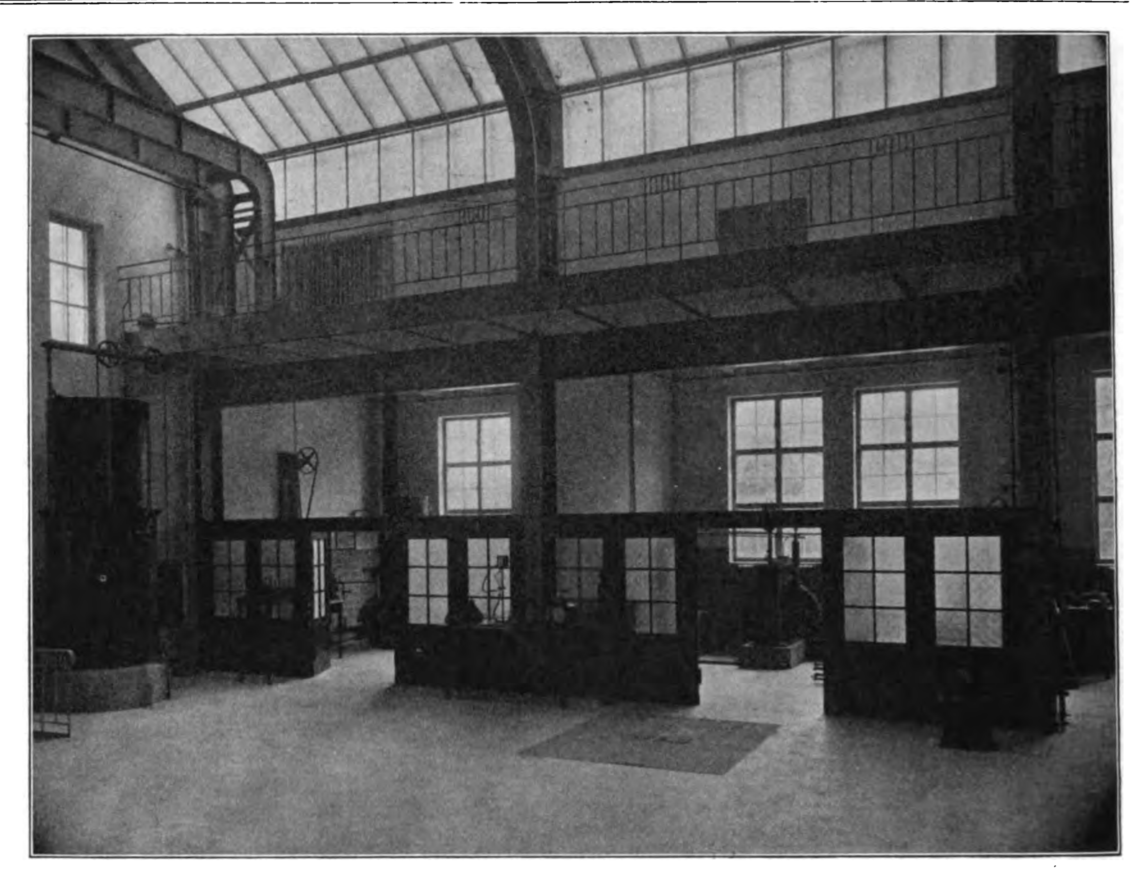


Fig. 4. Versuchshalle, Seitenschiff.

den hierzu erforderlichen Anfangsdruck zu erzielen, ist eine Gasheizung eingebaut. Jeder der beiden Kessel kann außer durch einen Injektor auch durch eine elektrisch angetriebene Pumpe gespeist werden, damit bei wissenschaftlichen Versuchen den Kesseln außer zu Versuchszwecken kein Dampf entzogen wird.

Ferner besteht die Möglichkeit, Druckluft in geringer Menge bis zu 200 Atm. durch einen Whitehead-Kompressor, sowie in größerer Menge bis zu 12 Atm. durch einen Kompressor von Pokorny & Wittekind herzustellen.

Durch zwei getrennte Rohrnetze können der Dampf und die Druckluft an verschiedenen Stellen der Versuchshalle, letztere außerdem noch an einer im Kellergeschoß des Hauptgebäudes befindlichen Stelle entnommen werden.

Die Versuchshalle wird durch einen Wandlaufkran von 3 t Tragkraft und 10 m Spannweite bestrichen, der seine Lasten durch eine mit einem Deckel verschlossene Öffnung direkt bis in die Werkstatt befördern kann. Derselbe ist von Gg. Noell in Würzburg geliefert.

Außer einer Ammoniakkältemaschine und einer größeren Vakuumschieberpumpe sind in der Versuchshalle u. a. aufgestellt: ein Kubizierapparat von $1^1/_2$ cbm Fassungsvermögen von Elster in Berlin, ein größerer fahrbarer Kondensator und 2 Quecksilbermanometer für 15 und 10 Atm.; letzteres ist mit Wasserkühlung versehen. Beide Manometer können auch hintereinander geschaltet werden, wenn Drücke bis 25 Atm. gemessen werden sollen.

Die Versuchshalle ist in zwei Teile geteilt, den großen 12 m hohen Hauptraum und das daran angelehnte nur $4^1/_2$ m hohe Seitenschiff (s. Fig. 3 und 4).

Der Hauptraum erhält sein Licht durch ein den nördlichen Teil des Daches bildendes Glasdach und dient zur Ausführung von Versuchen, die einer umfangreichen Bodenfläche bedürfen. Das Seitenschiff ist durch Wände in drei Teile geteilt, die ihrerseits durch halbhohe Wände mit Pendeltüren und Glasfenstern gegen die Halle abgeschlossen sind. In den so entstandenen Kabinen sind die Apparate vor störenden Luftbewegungen und die Beobachter vor ablenkenden Störungen geschützt. Augenblicklich dienen die Kabinen der Untersuchung der spezifischen Wärme des überhitzten Wasserdampfes, der Temperaturänderung komprimierter Gase bei Entspannung ohne äußere Arbeitsleistung (Thom-

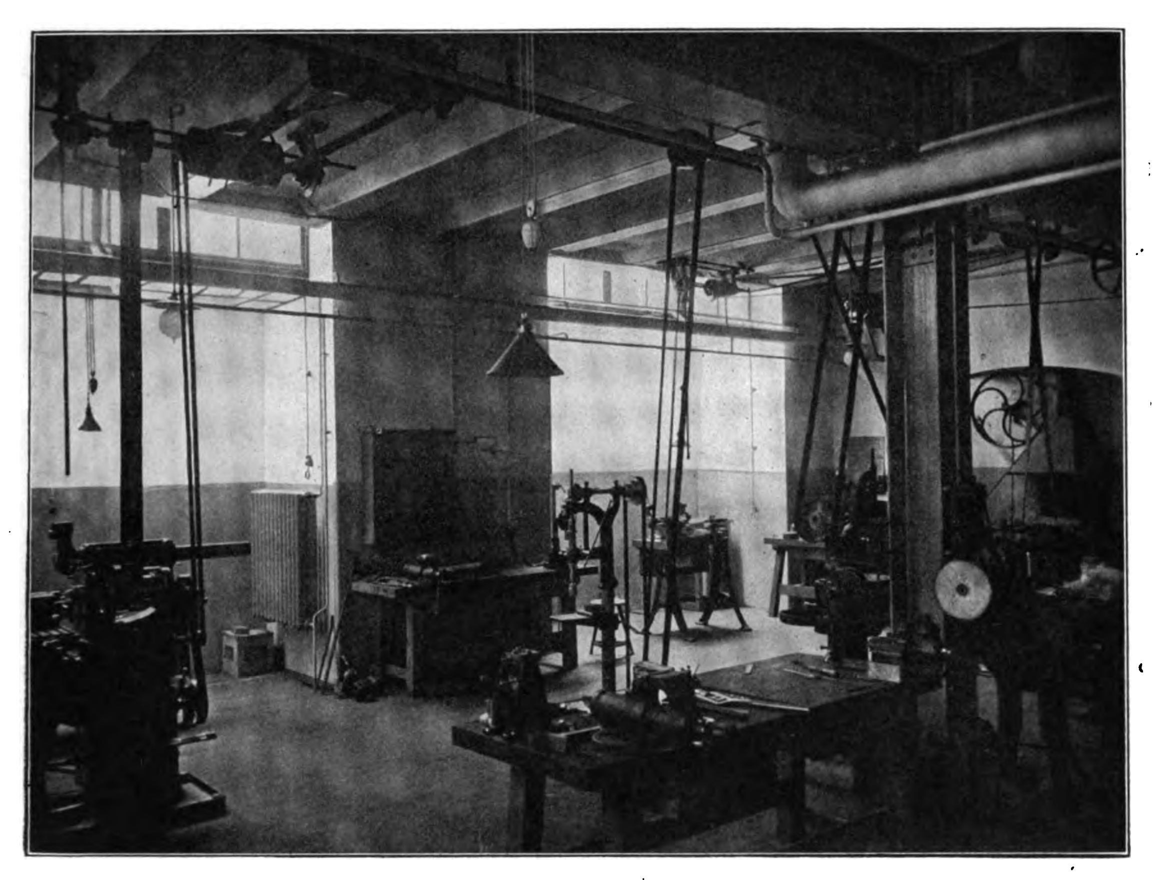


Fig. 5. Werkstatt.

son-Joule Effekt), sowie der Verluste durch Labyrinthdichtungen.

Die Verglasung des Oberlichtes sowie der Fenster der Versuchshalle ist eine dreifache, um gemäß den Versuchsergebnissen des Laboratoriums die Wärmeverluste gering zu halten und um die durch die Abkühlung von außen eintretenden Temperaturschwankungen möglichst zu verringern.

Unter der Halle liegt die Werkstatt (s. Fig. 5), in welcher nach Möglichkeit alle zu den Untersuchungen nötigen Apparate angefertigt werden. Sie ist sowohl zur Herstellung von feinmechanischen Arbeiten als auch von schweren Gegenständen eingerichtet und enthält u. a. eine Präzisionspatronenbank (System Auerbach), eine schwerere Leitspindeldrehbank, eine Wanderer-Universalfräsmaschine, sowie einige Bohrmaschinen, Sägen und Blechbearbeitungsmaschinen, eine Einrichtung zum autogenen Schweißen, einen Glasblasetisch usw. Im Kellergeschoß des Hallenbaues befindet sich ferner der Akkumulatorenraum, das Materiallager, Dusch- und Waschräume, ein älterer Gasmotor, der zu Übungszwecken Verwendung findet, sowie die photographische Dunkelkammer.

Das Kellergeschoß des Hauptgebäudes enthält 5 Versuchsräume, die für Einzeluntersuchungen bestimmt sind. Sie dienen augenblicklich außer zu gutachtlichen Untersuchungen über die Wärmeleitung von Isoliermaterialen (s. Fig. 6) der Bestimmung der Wärmeleitzahl feuerfester Steine, des Wärmeüberganges von erwärmten Flächen an Luft, des Absorptions- und Reflexionsvermögens von Ballonstoffen, des Schutzes gegen die Ausbreitung von Luft- und Bodenschall.

Durch eine Innentreppe gelangt man in das Erdgeschoß, welches den Saal zur Abhaltung des Praktikums, die Sammlung, das eine Assistentenzimmer vereinigt mit der Bibliothek, ein Zeichenzimmer und einen Schreibsaal für die selbständig arbeitenden Herren, sowie endlich noch ein Versuchszimmer enthält, in dem zur Zeit die spezifische Wärme von Bau- und Isolierstoffen ermittelt wird.

Durch die im Sammlungsraum liegende zweite Innentreppe gelangt man nach dem 1. Obergeschoß, in welchem in der nach dem Hofraum gelegenen Zimmerflucht das Eichzimmer für die Thermometer und andere Temperaturmeßinstrumente, das Wägezimmer, das Zimmer zur Eichung elektrischer Meßgeräte

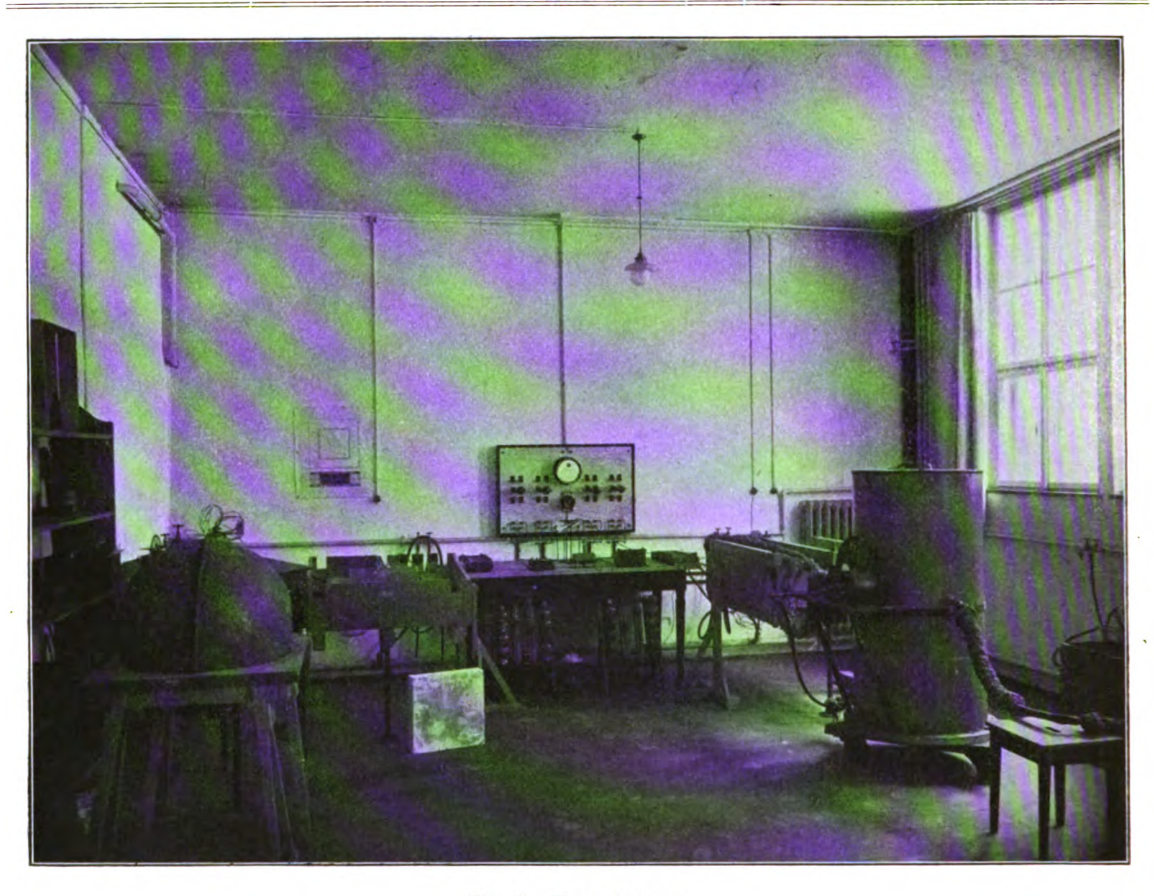


Fig. 6. Versuchsraum.

sowie ein weiteres Versuchszimmer mit Photometereinrichtung untergebracht sind. Die letztgenannten vier Zimmer besitzen Verdunkelungsvorrichtungen und können, da alle Zwischentüren in einer Achse liegen, gegebenenfalls gleichsam als ein großer, langer Raum für beleuchtungstechnische Untersuchungen benutzt werden. — Durch den Gang getrennt von den sämtlichen bisher genannten Räumen liegt das Zimmer des Laboratoriumsvorstandes sowie ein zweites Assistentenzimmer. Eine Verbindung auch dieser Zimmer mit den übrigen Laboratoriumsräumen war nicht angängig, weil durch das 1. Obergeschoß der Hochschule ein öffentlicher Durchgang verläuft.

Die neuen Räume des Laboratoriums für technische Physik wurden demselben dank dem tiefgehenden Interesse der hohen Staatsregierung und der Zustimmung der beiden Kammern des Landes geschenkt und von dem Spezialkommissär für die Erweiterungsbauten der Technischen Hochschule Herrn Geheimen Hofrat Professor Dr. Fr. v. Thiersch aufgeführt und ausgestattet. Nachdem das Laboratorium in den alten Räumen, getragen von der wohlwollenden Unterstützung der Herren Kollegen der Münchener Hochschule und dem Vertrauen der technischen Kreise eine stetig wachsende Tätigkeit entfalten konnte, mußte zunächst durch den Umzug in die neuen Räume eine längere unvermeidliche Unterbrechung der wissenschaftlichen Untersuchungen eintreten. Gerade mit Beginn des Wintersemesters 1914/15 sollte der Betrieb in vollem Umfange wieder aufgenommen werden, als durch den Kriegsausbruch von neuem ein fast völliger Stillstand des ganzen Laboratoriums eintrat. Hoffen wir, daß nach Abschluß eines ruhmvollen Friedens das Laboratorium in den neuen, schönen Räumen seine Tätigkeit im Dienste der Wissenschaft und vor allem auch der Technik recht bald wieder wird eröffnen können.

(Eingegangen 5. April 1915.)

BESPRECHUNGEN.

Bernhard Bavink, Allgemeine Ergebnisse und Probleme der Naturwissenschaft. Eine Einführung in die moderne Naturphilosophie. gr. 8°. XIV u. 314 S. mit 19 Figuren und 2 Tafeln. Leipzig, S. Hirzel. 1914. Preis geh. M. 6.—, geb. M. 7.

Mit gründlichster Kenntnis der weitverzweigten Gebiete hat hier ein Autor, der die Physik als sein Spezialgebiet bezeichnet, eine Einführung in die Naturphilosophie gegeben, welche wesentlich sich von dem unterscheidet, was man schlechthin von Büchern dieser Art erwarten dürfte. In vier großen Abteilungen — Kraft und Stoff, Weltall und Erde, Materie und Leben, Problem der Artenbildung — wird ein kräftiges Bild der Ergebnisse der Naturwissenschaft und eine gute Klarstellung der aus ihnen zu entnehmenden Probleme geboten. Das Buch ist aus einem Gusse. Fragen allgemeineren Inhalts werden in der Reihenfolge, wie sie aus den Ergebnissen der Spezialforschung, beziehentlich deren Systematik, hervortreten, erörtert und daraus wird ein Bild zusammengesetzt.

Von aller Einseitigkeit des „Standpunktes" fern, erhalten wir ein kritisches Referat über Gebiete, die uns zwar interessieren, die wir aber nicht näher verfolgen können. — Es ist nicht leicht auf ungefähr 100 Seiten die Grundlagen der Chemie und Physik darzustellen — aber es ist hier in frischer, präziser Art geglückt und „die Einheit des physikalischen Weltbildes" (Seite 104—117) bietet eine vorzügliche Zusammenfassung physikalisch-philosophischer Fragen. Dabei dominiert übrigens die Relativitätstheorie nicht. Im Anschluß an sie lesen wir auf Seite 115: „... war es freilich meine Absicht, in diesem Kapitel zu zeigen, daß noch viel weiter als solche unberechtigte Überschätzung unseres Wissens das Gegenteil derselben, die systematische Unterschätzung und Kritikasterei von der Wahrheit entfernt ist, auch wenn sich diese hin und wieder mit anscheinendem Rechte auf wissenschaftliche Kritik stützen zu können meint. Diese Kritik selbst, auch wenn sie durch die Autorität großer Namen ..... gedeckt ist, ist doch selbst cum grano salis zu genießen. Das an einem kurzen Aufriß des Fortschritts der Physik, an einer Reihe besonders einleuchtender Beispiele zu zeigen, war der wesentliche Zweck des Bisherigen". — Bavinks Stellung zur Hypothese ist bemerkenswert. Er verwirft die immer rückenfreie vorsichtige Tendenz, Hypothesen nur als Bilder zu benutzen: er tritt für die Forschung ein, welche die Hypothese aufstellt mit dem deutlich erkennbaren Hintergedanken „so dürfte es wohl tatsächlich sein!".

Auf Seite 239 sagt der Verfasser, „wenn manche ... fast ausschließlich den heuristischen Wert der „Hypothese" betonen und am liebsten die Frage: Richtig oder falsch? ganz vor der Frage: Wozu brauchbar? in den Hintergrund treten lassen möchten. Das heißt, die Naturwissenschaft um ihr bestes Teil zu bringen . ."

Das, was Bavink auf Seite 187 über den „alten aber immer neuen Fehler der Verwechslung des Ignoramus mit dem Ignorabimus" sagt und über die Verwechslung der beiden Sätze: „Es hat sich ergeben, daß nicht . ." und „Es hat sich nicht ergeben, daß", ist typisch für das Buch. — Insofern es übrigens bis zu einem gewissen Grade auch „populär" sein will, ist die Sorgfalt anzuerkennen, mit der immer wieder die Ansicht widerlegt wird, daß durch neue Entdeckungen die Wissenschaft „umgestoßen" würde. Im besonderen wird man auch als wertvoll empfinden, daß hier die biologischen Tatsachen einmal von einem Physiker referiert werden; die Probleme werden nicht verwischt und verschleiert, sondern ins rechte Licht gerückt. — Alles in allem verbindet das Werk eine hervorragende kritische Schärfe mit einer wohltuenden Begeisterung für die Wissenschaft überhaupt, so daß jeder, der Sinn für allgemeine Gesichtspunkte hat, das Buch mit großem Genusse — und Gewinn — lesen wird.

H. Hörig.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Rom Dr. G. Armellini für Himmelsmechanik, an der Universität Pavia Dr. M. Bottasso für Analytische Geometrie, an der Universität Gießen der frühere Direktor des Aeronautischen Observatoriums Berlin Geh. Oberregierungsrat Dr. Richard Aßmann für Meteorologie.

Ernannt: Fräulein Grete Egerer zum a.o. Professor der Chemie der Universität Baltimore (Goucher College), der Privatdozent an der Universität Berlin Dr. Konrad Knopp zum a.o. Professor der Mathematik ebendaselbst, Dr. C. P. Kullgren zum Professor für chemische Technologie an der Technischen Hochschule Stockholm.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Physik an der Universität und Direktor der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik an der Universität Wien Hofrat Dr. Wilhelm Trabert.

Gestorben: Der ord. Professor für Theoretische Geodäsie und Himmelsmechanik an der Universität Palermo Dr. Adolfo Venturi.

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1915.

Universität Prag.

Lampa: Experimentalphysik II, spezieller Teil für Mediziner, 5; Physikalisches Praktikum II (Fortsetzung), 6 bzw. 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. *g.* — **Frank:** Theoretische Mechanik (Fortsetzung), 4, Übungen, 1; Hydromechanik und Aeromechanik, 2*g.* — **Spitaler:** Allgemeine Meteorologie, 4; Geophysikalische Probleme, 1. —

Meyer: Organische Chemie, 5; Chemische Übungen, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, halbtägig; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen, für Vorgeschrittene, tägl. *g.* — **Rothmund:** Elektrochemie, 4; Physikalisch-chemisches Praktikum, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. außer Sonnabend. — **Wagner:** Physikalisch-chemische Meßmethoden, 1. — **Kirpal:** Chemische Großindustrie, mit Exkursionen, 3. — **Hönigschmid:** Analytische Chemie für Mediziner, 3. — **Morgenstern:** Alkaloide, 2. — **Herzog:** Ausgewählte Kapitel der Biochemie, 1. — **Sigmund:** Chemie des tierischen Stoffwechsels, 1. —

Pick: Infinitesimalgeometrie (Fortsetzung), 2; Elemente der konformen Abbildung, 3; Nichteuklidische Geometrie (Fortsetzung), 2 *g.* — **Kowalewski:** Theorie und Geschichte der elliptischen Funktionen, 4, Übungen, 1; Algebraische Invariantentheorie, 1. — **Scheller:** Ein-

führung in den Gebrauch astronomischer Tafeln, 1, Übungen, 1. —

Technische Hochschule Prag.

Tuma: Experimentalphysik: Elektrostatik, Stationäre Elektrizitätsströmungen, Magnetische Wirkungen des elektrischen Stromes, Magnetische Induktion, 5, für Kulturingenieure, 3; Thermodynamik, 3; Physikalisches Praktikum, 6. — **Spitaler**: Meteorologie und Klimatologie, 3; Klimatologisches Praktikum, 1. — **Puluj**: Allgemeine Elektrotechnik, 3, Praktische Übungen, 4; Ausgewählte Kapitel der Wechselstrom-Elektrotechnik, 2. —

Hönigschmid: Anorganische Chemie, 4; Analytische Chemie (anorganisch, quantitativ), 2; Übungen im anorganisch-chemischen und analytischen Laboratorium I und II, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen für Geübtere, tägl außer Sonnabend. — **N. N.**: Organische Chemie, 5; Übungen im organisch-chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen für Vorgeschrittene, tägl. — **Storch**: Chemie der Metalle und technische Metallgewinnung: I. b und II. Gruppe des periodischen Systems, 2; Die wissenschaftlichen Grundlagen der Maßanalyse, 1; Physikalische Chemie III: Photochemie; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen, 15; Elektrochemische Prozesse der Industrie, 3. — **Ditz**: Chemische Technologie anorganischer Stoffe II, 6; Übungen im anorganisch-technologischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **v. Georgievics**: Chemische Technologie organischer Stoffe II, 6 1/2; Übungen im organisch-technologischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **Harpf**: Technologie des Schwefeldioxyds, 1. — **v. Gintl**: Enzyklopädie der technischen Chemie, 2; Praktische Übungen in der Ausführung von Heizgasuntersuchungen, 1; Chemie der Nahrungs- und Genußmittel und Untersuchung von Rohstoffen und Gebrauchsgegenständen, 3, Übungen, 8; Gasanalyse mit praktischen Übungen, 1; Gerichtlich-chemische Untersuchungen mit Demonstrationen, 1. — **Außerwinkler**: Photographie, 1, Laboratorium, 4. — **Herzog**: Agrikulturchemische Arbeitsmethoden, 1; Biochemische Analyse, 2; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen für Vorgeschrittene, tägl. —

Carda: Mathematik I, 4, Übungen, 2; Elemente der höheren Mathematik, 2, Übungen, 1. — **N. N.**: Mathematik II, 5, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der höheren Mathematik: Praktische Rechenmethoden, 2. — **N. N.**: Mathematik für Handelslehrkandidaten, 3. — **Rosmanith**: Versicherungsmathematik I, 3, IIa, 1, IIb, 2; Politische Arithmetik, 2. — **Janisch**: Darstellende Geometrie, 3, Konstruktive Übungen, 4; Ausgewählte Kapitel aus der darstellenden und projektiven Geometrie, 3. — **Grünwald**: Ausgewählte Abschnitte aus der Bewegungslehre starrer Körper, 2. — **Pöschl**: Allgemeine Mechanik, 4; Repetition, 1, graphische Übungen, 2; Hydromechanik, 3, Übungen, 1; Besondere Probleme aus dem Gesamtgebiete der Mechanik, 2. — **Haerpfer**: Elemente der niederen Geodäsie, Plattformübungen, 2–4; Die Nomographie in der Geodäsie, 1. — **Adamczik**: Niedere Geodäsie, 4 1/2; Grundzüge der sphärischen Astronomie, 3, Übungen, 2; Anwendungen der Geodäsie auf Kulturtechnik, 2, Übungen, 2; Geodätisches Rechnen I, 2, II, 2. —

Universität Wien.

Lecher: Experimentalphysik für Lehramtskandidaten und Mediziner, 5; Anleitung für wissenschaftliche Arbeiten, tägl. — **Exner**: Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten, 6; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. — **Meyer**: Radioaktivität, 3; Elemente der theoretischen Physik, besonders für Lehramtskandidaten, II: Elektrizität, 5. — **Haschek**: Physikalische Beobachtungen und ihre Grenzen, 2. — **Jäger**: Ausgewählte Kapitel der kinetischen Theorie der Flüssigkeiten, 1. — **Kohl**: Elemente der elektrolytischen Dissoziationstheorie, 2. — **Przibram**: Die Brownsche Molekularbewegung, 1. — **Sirk**: Einführung in die kinetische Gastheorie, 2, Übungen, 1. — **Defant**: Sonnenstrahlung, 2. — **Schmidt**: Gewitter und Böen, 1. — **Hinterberger**: Photographisches Praktikum, 6 Wochen; Praktischer Kurs über Mikrophotographie, 20. —

Wegscheider: Theoretische und physikalische Chemie II, 5; Chemische Übungen für Anfänger, tägl. außer Sonnabend; Arbeiten im I. chemischen Laboratorium für Vorgeschrittene, tägl. — **Goldschmiedt**: Chemie II: Organische Chemie für Philosophen, Mediziner und Pharmazeuten, 5; Chemische Übungen für Anfänger und Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, tägl. — **Herzig**: Pharmazeutische Chemie, 5, Übungen, tägl. außer Sonnabend. — **Franke**: Anleitung zur Ausführung chemisch-wissenschaftlicher Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Analytische Chemie, im Anschluß an die chemischen Übungen für Mediziner, 2; Übungen in der Ausführung chemischer Schulversuche, 4. — **Vortmann**: Arbeiten für Vorgeschrittene. — **M. Kohn**: Repetitorium der organischen Chemie, 2. — **Abel**: Chemische Kinetik, 2. — **Moßler**: Nichtoffizinelle Arzneimittel, 1. —

v. Escherich: Differential- und Integralrechnung (Fortsetzung), 5, Übungen, 1; Proseminar für Mathematik, 1 *g*; Seminar für Mathematik, 2 *g*. — **Wirtinger**: Funktionentheorie, 5; Übungen zur Elementarmathematik, 1 *g*; Mathematisches Seminar, 2 *g*; Mathematisches Proseminar, 1 *g*. — **Mack**: Kurs über darstellende Geometrie, 3 *g*. — **Furtwängler**: Algebra, 5; Proseminar, 1 *g*; Seminar, 2 *g*; Elementarmathematik, 1 *g*. — **Oppenheim**: Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3. — **G. Kohn**: Synthetische Geometrie (Fortsetzung), 4, Übungen, 1 *g*; Algebraische Kurven, 2. — **Tauber**: Versicherungsmathematik I, 4, Übungen, 2 *g*. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik II, 3. — **Hanni**: Ganze transzendente Funktionen, 2. — **Roth**: Algebraische Funktionen (Fortsetzung), 2. — **Groß**: Fouriersche Reihen, 3. — **Radon**: Theorie der konvexen Körper im *n*-dimensionalen Raume, 2. — **Hepperger**: Astrophysik, 2; Bahnbestimmung von Doppelsternen und Satelliten, 2. — **Oppenheim**: Einführung in die Mondtheorie, 3, Übungen, 1 *g*; Stellarastronomie, Verteilung und Eigenbewegung der Sterne, 2. — **Schram**: Kalendariographie und Zeitrechnung verschiedener Völker, mit Rücksicht auf Historiker, nach Verabredung. —

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Max Born in Berlin. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 11. | 1. Juni 1915. Redaktionsschluß für No. 12 am 17. Juni 1915. | 16. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über ein Paradoxon der Optik.

Von A. Landé.

Ein bekanntes Paradoxon der Optik lautet folgendermaßen[1]): Jeder ebene Lichtimpuls von beliebiger Form läßt sich nach Fourier auffassen als Überlagerung unendlich vieler reiner Sinuswellen mit verschiedenen Wellenlängen λ. An Stellen des Raumes, bis zu denen der Impuls noch nicht gelangt ist, heben sich durch Interferenz die sämtlichen endlosen Sinuswellen grade gegenseitig auf. Stellt man aber in den Weg des Impulses eine farbenzerstreuende Vorrichtung (Prisma, Beugungsgitter), so wird diese als harmonischer Analysator eine räumliche Trennung der einzelnen endlosen Sinuswellen, ein Spektrum, hervorbringen, so daß eine gegenseitige Vernichtung nicht mehr stattfinden kann. „Daraus folgt, daß die Lichtintensität an jedem Punkt des Spektrums unabhängig von der Zeit sein muß, weil jede einzelne harmonische Komponente eine konstante Amplitude besitzt. Daher muß jede Lichtquelle, gleichgültig ob sie ausgelöscht ist oder ob sie leuchtet, ein Spektrum von unveränderlicher Stärke geben“[2]). Die Anwendung dieser Überlegungen auf die Theorie der Interferenz führte zu der Anschauung, daß[3]) „die Regelmäßigkeit der Lichtschwingungen, die durch die Beobachtungen von Fizeau und Foucault nachgewiesen wurde. keine Eigenschaft der wirklichen Lichtbewegung sei, sondern erst durch den Spektralapparat hervorgebracht“ werde[1]). Deshalb sei „die Zahl der beobachtbaren Banden (in den Interferenzversuchen von Fizeau und Michelson) allein durch die auflösende Kraft des Spektroskops begrenzt, beweise aber nichts über die Regelmäßigkeit der Schwingungen im ursprünglichen Licht“[2]).

1) Vgl. die Darstellung bei Wood, Physical Optics, Kap. 23.
2) Übersetzt nach Gouy, C. R. 120, 916, 1895; vgl. ferner Gouy, Journ. de Phys. 5, 354, 1886; Schuster, Phil. Mag. 1894, S. 509; Poincaré, C. R. 120, 757, 1895.
3) Schuster, C. R. 120 989, 1895; Lord Rayleigh, Scientific Papers Vol. III, S. 47.

Um das erwähnte Paradoxon zu lösen und auch seine Folgerungen zu revidieren, ist es vielleicht von Interesse, den zeitlichen Ablauf der Lichtzerstreuung eines ebenen Wellenzuges von endlicher Breite exakt zu untersuchen. Um frei von speziellen Materialkonstanten dispergierender Substanzen zu bleiben, soll der Vorgang der Beugung am Rande einer vollkommen spiegelnden Halbebene betrachtet werden, der sich mit den von A. Sommerfeld gegebenen Methoden[3]) exakt behandeln läßt. Als Hauptresultate der Untersuchung werden wir finden:

1. Es gelangt an keine Stelle des Raumes eine Lichterregung, bevor nicht die zur Ausbreitung mit normaler Lichtgeschwindigkeit c um die Schirmkante herum nötige Zeit abgelaufen ist.

2. Ein ebener Wellenzug, der aus N Wellen λ besteht, zeigt im Beugungsbild nur die N hellen und N dunkeln Streifen der N niedrigsten Ordnungen. Die Beobachtungsdauer eines Streifens p ter Ordnung sinkt, von dem normalen Wert $\frac{N\lambda}{c}$ bei niedrigstem p, mit wachsender Ordnung linear auf die Beobachtungsdauer Null beim letzten Streifen Nter Ordnung.

1) Übersetzt nach Schuster, C. R. 120, 989, 1895.
2) Übersetzt nach Rayleigh, l. c. S. 60.
3) A. Sommerfeld, Mathematische Theorie der Diffraktion, Math. Ann. 47, 317, 1896 (zitiert als S. I); Derselbe, Theoretisches über die Beugung der Röntgenstrahlen, Zeitschr. f. Math. u. Phys. 46, 11, 1901 (S. II).

3. Die Streifen stellen sich nicht plötzlich in ihrer vollen Intensitätsstärke her und verlöschen nicht plötzlich, sondern durchlaufen einen Anklingungs- bzw. einen Abklingungszustand. Jedoch erreicht das Beugungsbild bereits nach Verlauf einer einzigen Lichtperiode nach Beginn der Anklingung in großer Annäherung die stationäre Lichtstärke, und sinkt in einer gleichen Zeit nach Beginn der Abklingung auf eine Intensität herab, die gegen die stationäre Lichtstärke praktisch zu vernachlässigen ist.

4. Auch bei unendlich lange andauernder Beleuchtung wird man dann nur die N ersten Ordnungen beobachten, wenn die ankommende Erregung aus Sinuswellen besteht, welche nach je N-Perioden unregelmäßig ihre Phase wechseln (Spektrallinie). Verglichen mit der normalen Intensitätsverteilung bei gänzlich fehlenden Phasenwechseln wird dabei das Bild der hellen und dunklen Streifen um so verschwommener, zu je höherer Ordnung man fortschreitet, um in der Nten und in allen höheren Ordnungen ganz zu verschwinden.

Diese Resultate werden auf folgende Weise gewonnen[1]):

I. Nach Sommerfelds exakter Lösung des Beugungsproblems[2]) gibt eine unendlich lange andauernde ebne Erregung rein periodischer Wellen, welche aus dem Unendlichen der positiven x-Achse herkommt und an einer vollkommen spiegelnden Halbebene $x = 0$, $y < 0$ gebeugt wird, im „unbeschatteten" Raum $y > 0$ (Figur) Maxima und Minima auf den Zylinderparaboloiden

$$\frac{2\pi}{\lambda}(x + r) = \pi\left(n + \frac{3}{4}\right), \quad (n = 0, 1, 2, 3 \ldots), \quad (1)$$

wobei die Entfernung r von der Schirmkante $x = y = 0$ gerechnet wird. Die Schnitte einiger dieser Paraboloide mit der xy-Ebene sind in der Figur punktiert eingezeichnet. Den geraden Zahlen n entsprechen die Maxima, den ungeraden die Minima. Ihre Entstehung wird dadurch klar, daß Sommerfelds Lösung im „unbeschatteten Raum" $y < 0$ sich auffassen läßt als Überlagerung $E + C$ ebner Wellen

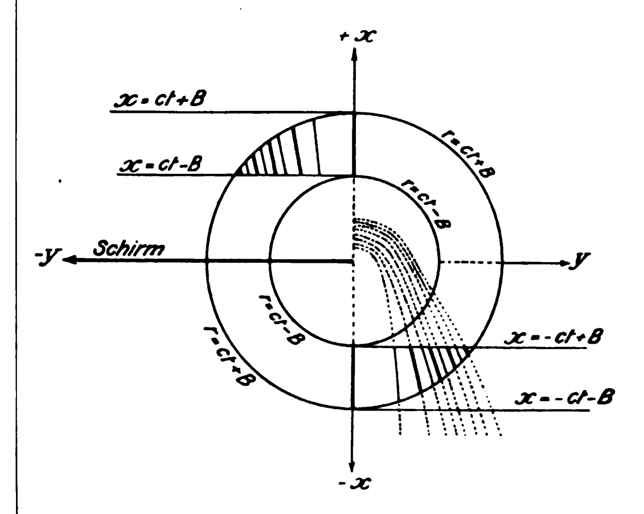
$$E = \sin\frac{2\pi}{\lambda}(ct + x), \quad (2)$$

und Zylinderwellen

$$C = A_{(\varphi, r)} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(ct - r) + \frac{3\pi}{4}\right]. \quad (3)$$

E hat die Form ankommender ebner Wellen.

C stellt Zylinderwellen dar, welche von der Schirmkante $x = y = 0$ radial auszugehen scheinen. Ihre Amplitude $A_{(\varphi, r)}$ hängt ab vom Ort (r, φ) des Aufpunktes, in welcher die Lichterregung $E + C$ beobachtet wird.



Im „Schattenraum"-Quadranten $x < 0$, $y < 0$ bestehen allein die Zylinderwellen C, so daß eine durch $A_{(r, \varphi)}$ bestimmte und zwar monotone Intensitätsabnahme von der Grenze des geometrischen Schattens ($y = 0$, $x < 0$) bis zur Schirmrückseite stattfindet.

Im „Reflexionsraum" $x > 0$, $y < 0$ besteht die Erregung $E + C + E_R$, wobei:

$$E_R = \sin\frac{2\pi}{\lambda}(ct - x)$$

reflektierte ebene Wellen darstellt.

II. Eine zweite Arbeit von Sommerfeld[1]) behandelt die Beugung eines aus dem Unendlichen der positiven x-Achse kommenden Impulses der endlichen Breite $2B$. In großer Entfernung $x > 0$ vom Schirm wird der herankommende Impuls dargestellt durch

$$\left.\begin{array}{lll} f(ct + x) & \text{für Argumente} & |ct + x| < B \\ \text{bzw. } 0 & \quad " & |ct + x| > B \end{array}\right\} \quad (4)$$

Der Impuls eilt mit Lichtgeschwindigkeit c auf den Schirm $x = 0$ zu. Seine Front erreicht den Schirm im Moment $ct = -B$; würde der Schirm die Lichtausbreitung nicht stören, so würde der Impuls im Moment $ct = +B$ den Schirm ganz überstrichen haben, um dann nach $(-x)$ hin weiter zu eilen. In Wirklichkeit beginnt aber im Moment $ct = -B$ der Beugungsvorgang: Der ankommende ebene Impuls wird von der „Schattengrenze" $y = 0$, $x < 0$ in zwei Teile zerschnitten (Figur). Der Teil $y > 0$ wandert als ebener Impuls

1) Die ausführliche Ableitung der Resultate nach den exakten Sommerfeldschen Methoden wird später publiziert werden.

2) Sommerfeld I.

1) Sommerfeld II.

$$\left.\begin{array}{l}\text{a) } E' = f(ct + x) \text{ für Argumente} \\ \qquad |ct + x| < B \\ \text{b) } E' = 0 \text{ für Argumente } |ct + x| > B\end{array}\right\} \quad (5)$$

im „unbeschatteten" Raum $y > 0$ ungestört weiter. Der Teil $y < 0$ wird am Schirm $x = 0$, $y < 0$ nach den Gesetzen der geometrischen Optik reflektiert als ebener Impuls

$$\left.\begin{array}{l}\text{a) } E_R' = f(ct - x) \text{ für Argumente} \\ \qquad |ct - x| < B \\ \text{b) } E_R' = 0 \text{ für Argumente } |ct - x| > B\end{array}\right\} \quad (6)$$

Außerdem beginnt aber vom Moment $ct = -B$ an radial von der Schirmkante aus ein Zylinderimpuls

$$\left.\begin{array}{l}\text{a) } C' = g(ct - r) \text{ für Argumente} \\ \qquad -B < ct - r < +B \\ \text{b) } C' = h(ct - r) \text{ für Argumente} \\ \qquad +B < ct - r < \infty \\ \text{c) } C' = 0 \text{ für Argumente} \\ \qquad -\infty < ct - r < -B\end{array}\right| \quad (7)$$

auszugehen.

In der Figur sind gemäß (5), (6), (7) die Geltungsbereiche der Erregungen f, g, h in der xy-Ebene eingezeichnet, nämlich folgendermaßen:

In dem durch Ebenen begrenzten Gebiet
$$-ct - B < x < -ct + B$$
herrscht, soweit es nicht im Schattenraum verläuft, die Lichterregung
$$E' = f(ct + x). \qquad (5'a)$$
Dieses Gebiet geht mit Lichtgeschwindigkeit c in Richtung der negativen x-Achse weiter.

In dem ebenen Gebiet
$$+ct - B < x < +ct + B$$
herrscht, soweit es im Reflexionsraum verläuft, die Erregung
$$E_R' = f(ct - x). \qquad (6'a)$$
Dieses Gebiet wandert in Richtung der positiven x-Achse weiter.

In dem Zylinderringgebiet
$$ct - B < r < ct + B$$
herrscht für $r > 0$ die Erregung
$$C' = g(ct - r). \qquad (7'a)$$
Dieses Gebiet eilt mit Lichtgeschwindigkeit radial von der Schirmkante fort.

In dem Zylindergebiet
$$0 < r < ct - B$$
herrscht die Erregung
$$C' = h(ct - r). \qquad (7'b)$$
Der Radius dieses Zylindergebietes wächst mit Lichtgeschwindigkeit.

In allen übrigen Gebieten der xy-Ebene ist in dem betrachteten Zeitpunkt keine Lichterregung vorhanden.

Dort, wo sich das Zylinderringgebiet (7'a) mit dem ebenen Gebiet (5'a) überdeckt, herrscht als gesamte Lichterregung
$$E' + C' = f(ct + x) + g(ct - r). \qquad (8)$$

Das Überdeckungsgebiet wird begrenzt durch die äußere Fläche $r = ct + B$ des Zylinderringes (7'a) und durch die Rückseite $x = -ct + B$ des ebenen Gebiets (5'a). Während diese beiden Grenzflächen im Raum fortwandern, bewegt sich ihre Schnittgerade auf dem ebenen Paraboloid
$$x + r = 2B. \qquad (8')$$

Der behandelte Impuls bestehe nun in einem Zeitpunkt $ct < -B$, wenn seine Front den Schirm noch nicht erreicht hat, aus N reinen Sinusperioden der Wellenlänge λ von der Gesamtbreite $2B = N\lambda$, d. h. es sei in (4) speziell
$$f(s) = \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} s\right). \qquad (9)$$

Dann läßt sich mit Hilfe der exakten Sommerfeldschen Methoden ableiten, daß die Funktion $C' = g(ct - r)$ in ihrem Gültigkeitsbereich (7'a) große Ähnlichkeit mit der in (3) vorkommenden Funktion
$$C = A_{(\varphi, r)} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(ct - r) + \frac{3\pi}{4}\right] \qquad (3)$$
hat; und zwar unterscheidet sich C' in einem festen Punkt (xy) um so weniger von C, je längere Zeit der Punkt (xy) in dem sich bewegenden Ringgebiet (7'a) bereits liegt. Der Übergang von C' in C, die Anklingung, wird vollendet in großer Annäherung bereits etwa eine Lichtperiode $\tau = \frac{\lambda}{c}$ nach dem Eintritt des festen Punktes (xy) durch die äußere Zylinderfläche $r = ct + B$ in das Innere des Ringgebietes. Daher darf $C' = g(ct - r)$, abgesehen von einem schmalen Anklingungsgebiet nahe dem äußeren Ringrand, überall durch C ersetzt werden. Es treten also durch Interferenz von E' und C' Maxima und Minima an den gleichen Stellen (Paraboloiden) auf, die in (1) angegeben wurden, soweit diese Paraboloide in dem Überdeckungsgebiet verlaufen. Da das Überdeckungsgebiet durch das mit (1) konfokale und koaxiale Paraboloid (8')
$$x + r = N\lambda \qquad (8'')$$
begrenzt ist, kommen für Maxima und Minima nur diejenigen Paraboloide (1)
$$x + r = \left(n + \frac{3}{4}\right)\frac{\lambda}{2}, \quad (n = 0, 1, 2 \ldots) \qquad (1)$$
in Betracht, welche innerhalb (8') verlaufen. Ihre Anzahl ist $2N$. D. h., man beobachtet nur N helle und N dunkle Streifen, entsprechend den geraden und den ungeraden Zahlenwerten von $n < 2N - \frac{3}{4}$, nämlich $n = 0, 2, 4 \ldots 2N - 2$, bzw. $n = 1, 3, 5 \ldots 2N - 1$.

Die Beobachtungsdauer des Streifens mit der Zahl n auf einer in den Beugungsraum gestellten Platte berechnet sich zu

$$\tau_n = \frac{1}{c} \cdot \frac{\lambda}{2} \left(2N - \frac{3}{4} - n \right). \qquad (10)$$

Von dieser Zeit τ_n ist aber noch ein für alle n gleich großer Zeitbetrag der ungefähren Größe

$$\tau' = \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot 2$$

für den Anklingungsvorgang abzurechnen, so daß der letzte dunkle und helle Streifen nicht mehr deutlich zum Vorschein kommen wird.

Dem Anklingungsprozeß entspricht im Gebiet $r < ct - B$ ein Abklingungsvorgang. Es wird nämlich in einem festen Punkt (xy) noch beliebig lange Zeit, nachdem der Zylinderring über ihn hinweggegangen ist, eine Lichterregung (7'b) $C' = h(ct - r)$ angetroffen. Jedoch zeigt die Rechnung, daß $h(ct - r)$ bereits 1 bis 2 Perioden nach dem Eintritt des Punktes (xy) in das Gebiet $r < ct - B$ eine Intensität erhält, welche gegen den stationären Intensitätswert im Ringgebiet zu vernachlässigen ist.

Das Resultat 4 über die Zahl der Maxima und Minima bei unendlich langen Wellenzügen mit Phasenwechseln ergibt sich ohne weiteres mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen.

Unsere Ergebnisse gestatten, einige bekannte Überlegungen über den Begriff der spektralen Zerlegung zu ergänzen. Ein Wellenzug von n Sinusperioden läßt sich zwar formal nach dem Fourierschen Lehrsatz als ein „Spektrum" auffassen. Dieses Fourierspektrum hat aber nichts zu tun mit dem wirklich beobachteten Spektrum, das der abgebrochene Wellenzug in einem Beugungsapparat entwirft; während nämlich das Fourierspektrum aus zeitlich unbegrenzt andauernden Wellen aller verschiedenen Farben besteht, wird, jedenfalls am Rande einer Halbebene, eine Erscheinung beobachtet, welche identisch ist mit dem überall gleich gefärbten Beugungsbild, das auch eine unbegrenzte Welle derselben Periode erzeugen würde. Der einzige Unterschied zwischen abgebrochener und unbegrenzter Welle ist, was die Beobachtung betrifft, an der Halbebene nur die verschiedene Dauer des sonst gleichen Beugungsbildes. Daß die scharfen Linien bei einem stark auflösenden Gitter mit abnehmender Länge des auftreffenden Wellenzuges verwischt werden, liegt nicht daran, daß das Fourierspektrum des Wellenzuges sich verbreitert, sondern ist darauf zurückzuführen, daß jene Schärfe durch das Zusammenwirken vieler räumlich getrennter Stellen (Gitterstriche) des beugenden Apparates zustande kommt, daß aber bei kurzer Dauer die Wirkung der einzelnen Gitterstriche nicht im selben Moment an der Beobachtungsstelle zur Geltung kommen kann, daß also sozusagen die Auflösungskraft des Apparates herabgesetzt ist.[1]) Die Verhältnisse, wenn der abgebrochene Impuls nicht aus Sinuswellen besteht, sondern irgend eine andere Form hat, sind sehr kompliziert; jedenfalls hat das dann beobachtete farbige Spektrum nichts oder doch nur indirekt etwas mit dem Fourierspektrum des Impulses zu tun.

Überhaupt ist das eingangs erwähnte Paradoxon auf eine Verwechslung von Fourierspektrum und beobachtbarem Spektrum zurückzuführen.

1) Genaueres wird demnächst publiziert.

Göttingen, April 1915.

(Eingegangen 21. April 1915.)

Neue Untersuchungen über Metallnebel.

Von Richard Lorenz.

Mit Tafel VI u. VII.

Die Natur der im Jahre 1895 von Richard Lorenz aufgefundenen „Metallnebel in Salzschmelzen" ist jetzt durch eine Reihe von Arbeiten weitgehend aufgeklärt worden. Die Erscheinung ist folgende. Schmelzflüsse von Salzen, wie z. B. Bleichlorid, die man in Glas- oder Quarzgefäßen ausführen kann, erwiesen sich — wenn sie chemisch vollkommen rein sind — als völlig klare, helle, durchsichtige Flüssigkeiten. Bleichlorid zeigt hierbei eine leicht gelbliche Färbung, die aber die Durchsichtigkeit der Schmelze in keiner Weise beeinträchtigt. Trägt man nun in die klare Schmelze ein etwa linsengroßes Stückchen reines, blank gesäubertes metallisches Blei ein, so sinkt es infolge seines größeren spezifischen Gewichtes auf den Boden des Gefäßes und schmilzt dort alsbald zu einer quecksilberglänzenden Kugel. In diesem Augenblick erfolgt die interessante Erscheinung der Bildung der Metallnebel. Unmittelbar nachdem der Schmelzvorgang beendet ist, stößt nämlich das Blei schwarzbraune Nebel in die bis dahin klare Flüssigkeit mit fast explosionsartiger Heftigkeit aus. Diese „Metallnebel" verbreiten sich schlierenartig und erfüllen schließlich die ganze Schmelze, indem sie diese intensiv dunkel färben. Derartige, „mit Metallnebeln gefärbte Salzschmelzen" erscheinen in dünnen Schichten im durchfallenden Lichte klar durchsichtig, im auffallenden Lichte undurchsichtig und trübe

und verhalten sich also analog den kolloidalen Lösungen von Metallen. Der Vermutung, daß es sich um eine „in der Hitze des Schmelzflusses gebildete kolloidale Metallösung" handelt, wurde durch den Namen „Pyrosol" Ausdruck verliehen[1]). Infolge von technischen Schwierigkeiten gelang es bis jetzt nicht, diese gefärbten Schmelzen im flüssigen Zustand im Ultramikroskop zu betrachten. Doch hoffe ich, bald über derartige Versuche berichten zu können. Im Gegensatz hierzu ist es aber in der letzten Zeit gelungen, den Nachweis der dispersen Teilchen in den erstarrten Salzen zu führen. Hierzu war es notwendig, zunächst optisch leere, aus dem Schmelzfluß erstarrte Kristalle darzustellen. Dies gelang durch Anwendung gewisser Vorsichtsmaßregeln, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll[2]). Richard Lorenz und W. Eitel stellten im optisch leeren Zustande dar: Bleichlorid, Silberchlorid und Silberbromid, und ferner gelang es ihnen, die Natur der Nebel von Blei in Bleichlorid, Silber in Silberchlorid und -bromid, und Thallium in Thallochlorid und -bromid ultramikroskopisch nachzuweisen. Die Resultate dieser Untersuchungen sollen an den beistehenden Figuren dargelegt werden.

Fig. 1 (Tafel VI) stellt die photographische Abbildung des Augenblickes dar, in dem ein Tropfen von geschmolzenem Blei unter geschmolzenem Bleichlorid beginnt, die Nebel auszustoßen. Man erkennt das raketenartige Aufschießen deutlich in der Mitte der Figur zwischen den beiden geraden Strichen, die von dem Glasgefäß herrühren. Das hier hochschießende Gebilde besitzt nach Art eines Kometen einen deutlich sichtbaren Kopf mit einem dunklen Kern. Die dunklen Schattenpartien bei der Einschnürung des Rohres rühren von unvermeidlichen Reflexen bei der Aufnahme des stark lichtbrechenden Bleichloridschmelzflusses im durchfallenden Lichte her und sind nicht mit den Nebeln zu verwechseln.

Fig. 2 (Tafel VI) zeigt über Blei geschmolzenes und dann erstarrtes Bleichlorid. Der Anblick desselben unter dem Ultramikroskop gehört neben den Goldrubingläsern Zsigmondys zu dem schönsten, das uns das Ultramikroskop zu bieten imstande ist. Zahllose glänzende Lichtpünktchen erscheinen auf tiefschwarzem Grunde, die auf die Anwesenheit einer feinverteilten Materie in den Bleichloridkristallen schließen lassen. Was aber dieses Bild auch gegenüber den Rubingläsern so besonders interessant macht, ist die Tatsache, daß jedes Beugungsscheibchen infolge der starken Doppelbrechung des Bleichlorids doppelt erscheint. Auch die um das Scheibchen konzentrisch liegenden farbigen Beugungsringe zeigen dieselbe Verdopplung. Die Beugungsscheibchen selbst bestehen bei starker Vergrößerung und hoher Objektivapertur deutlich aus je zwei rot bzw. blau erscheinenden Einzelbildchen, eine Erscheinung, die Zsigmondy auch an den Goldrubinteilchen beobachtet hat und die auf der hohen Dispersion für verschiedene Lichtarten beruht. Ferner erkennt man bei starker Vergrößerung eigentümliche Lichtschweife um die Beugungsbildchen, welche den sogenannten Lichtfiguren auf Kristallflächen überaus ähnlich sind und ähnliche Symmetrieverhältnisse wie diese zeigen.

In Fig. 3 (Tafel VI) sind mehrere solcher Lichtfiguren in 6000facher Vergrößerung abgebildet. (Aufnahme einer Mikrophotographie bei 350facher Vergrößerung am Ultramikroskop und Vergrößerung des Negativs im Mikroskop auf den genannten Betrag.) Das von den Beugungsscheibchen ausgesendete Licht ist vollkommen geradlinig polarisiert. Setzt man über das Mikroskopular einen Analysator, so bemerkt man beim Drehen desselben abwechselnd Helligkeit und Auslöschung jeweils an der Hälfte der Bilder. Die Schwingungsrichtungen der geradlinig polarisierten Lichtstrahlen in den beiden Beugungsbildern stehen senkrecht aufeinander. Schon Siedentopf und Zsigmondy beobachteten an kolloidalen Goldteilchen in wässeriger Lösung, daß im polarisierten Licht die von den Teilchen reflektierten Strahlen teilweise verschiedene Polarisationszustände zeigen können. Die von Lorenz und Eitel beobachtete Erscheinung ist jedoch von der von Siedentopf und Zsigmondy beobachteten prinzipiell verschieden. Der Unterschied besteht darin, daß hier das Licht in dem anisotropen Medium je nach Lage der Einfallsebene zu den optischen Hauptschnitten des Kristalls in verschiedenen Richtungen verschiedene Verzögerungen erleidet, was bei den von Siedentopf und Zsigmondy beschriebenen Erscheinungen in isotropen Medien nicht der Fall sein kann. Dementsprechend kann man an den metallnebelhaltigen Bleichloridkristallen folgende Beobachtung machen. Geht man, ohne den Kristall unter dem Mikroskop zu verschieben, mit dem Lichtkegel bei feststehendem Mikroskoptubus in die Tiefe des Kristalles, so scheinen sich die Lichtbildchen alle voneinander zu entfernen, während sie sich bei der umgekehrten Bewegung einander nähern,

1) Vgl. Rich. Lorenz, „Über Pyrosole", Gedenkboek aan J. M. van Bemmelen (Helder 1910).

2) Bezüglich der Einzelheiten muß auf die Originalarbeiten verwiesen werden. Siehe Rich. Lorenz und W. Eitel, Neue Untersuch. über Metallnebel Nr. 1, 2 und 3. Zeitschr. f. anorgan. Chem. **91**, 46, 57, 61, 1915. Hier findet man auch eine Zusammenstellung der Literatur über Metallnebel.

weil die Dicke der von dem Licht durchlaufenen Schicht des anisotropen Mediums zunimmt bzw. abnimmt. Von Präparat zu Präparat ist die Entfernung der Beugungsbildchen bei gleicher Tiefenbeobachtung verschieden. Dies liegt daran, daß die Orientierung der künstlich für die Beobachtung angebrachten Schliffflächen gegen die optischen Bezugselemente eine verschiedene ist. Theoretisch ist sogar der Fall denkbar, daß nur ein Bild gesehen werden kann, wenn eine der optischen Achsen des Kristalls mit der optischen Achse des Mikroskops zusammenfällt und senkrecht auf der Achse des Beleuchtungskegels steht. Dies konnte in der Tat gelegentlich beobachtet werden. Die dispersen Teilchen zeigen vielfach Orientierungen. In Fig. 2 (Tafel VI) läuft z. B. durch die Mitte des Bildes eine Trennungsfläche zweier Kristallindividuen, in der sich kein einziges Teilchen befindet.

Fig. 4 (Tafel VI) zeigt eine eigentümlich netzartige Anordnung der Teilchen.

Fig. 5 (Tafel VI) zeigt eine Anordnung der Teilchen genau nach den Kristallflächen zweier noch (012) verzwillingter Kristallindividuen. Die Streifensysteme bilden einen Winkel von 130°, dessen Halbierende die Spur der Zwillingsebene ist. Ähnliche Erscheinungen sind bisher nur bei Gaseinschlüssen in vulkanischen Mineralien (Plagioklase, Augite) beobachtet worden; hier sind sie also auf synthetischem Wege erhalten. Gaseinschlüsse finden sich gelegentlich in auf bestimmte Weise hergestellten Präparaten von Bleichlorid ebenfalls vor. Sie sind leicht von den Teilchen der Metallnebel zu unterscheiden. Es soll an dieser Stelle hierauf nicht näher eingegangen werden.

Von ganz besonderem Interesse sind die Erscheinungen, welche an metallnebelhaltigen Silberchlorid- und -bromidkristallen gefunden wurden wegen ihrer unzweifelhaften Beziehungen zu der Theorie des latenten photographischen Bildes. Silber entsendet seine Nebel in die Silberhaloide erst, nachdem es darin geschmolzen ist. Während die Haloide schon bei ca. 500° eingeschmolzen werden können, muß die Temperatur bei Gegenwart von metallischem Silber bis etwa 1100° gesteigert werden, um dieses unterhalb der flüssigen Schmelze selbst flüssig zu machen. Dann beginnt die Nebelung, und die bei der Abkühlung entstehenden metallnebelhaltigen Kristalle zeigen außerordentliche Mengen äußerst feiner kolloidaler Teilchen, die ein prächtiges Bild dem Auge darbieten.

Fig. 6 (Tafel VI) zeigt einen im Ultramikroskop vollkommen optisch leeren Kristall von Bleichlorid, aus dem erstarrten Schmelzflusse gewonnen, dessen Spaltrisse nach (001) und (010) sich in Gestalt scharf begrenzter, blendend heller Linien zeigen, die sich unter 90° treffen.

Fig. 7 (Tafel VII) stellt diese Teilchen im Lichtkegel des Ultramikroskops in einem Kristall von Bromsilber dar. Die Analogie mit den Zsigmondyschen Goldrubingläsern ist hier größer als beim Bleichlorid, weil der Silberbromidkristall isotrop ist. Unterschiede gegenüber dem Rubinglas ergeben sich nur aus dem Umstande, daß ein regulärer Kristall vorliegt, während bei diesem die Teilchen in ein amorphes Medium eingelagert sind. Eine Anordnung der Teilchen nach bestimmten Richtungen im Kristall konnte hier nicht beobachtet werden. Von besonderer Wichtigkeit sind die Beobachtungen an optisch leeren Chlor- und Bromsilberkristallen. Zur Feststellung der optischen Leere müssen diese Kristalle notwendigerweise mit dem intensiven Lichtkegel des Ultramikroskops durchleuchtet werden. Hierbei zeigt es sich, daß der optisch leere Chlor- oder Bromsilberkristall diese Lichtwirkung eine kurze Zeit hindurch aushalten kann, ohne sich dabei sichtbar zu verändern. Nach einigen Sekunden wird er jedoch mehr und mehr undurchsichtig und färbt sich durch violett hindurch schließlich schwarz. Die violette Farbe gleicht beim Silberchlorid völlig derjenigen der Auskopierpapiere und geht allmählich in den bekannten schwarzen Ton über. Richard Lorenz und K. Hiege haben gezeigt[1]), daß bei Belichtung eines Bromsilberkristalls im Beleuchtungskegel des Ultramikroskops zunächst kein Lichtkegel im Kristall sichtbar wird. Der Kristall ist also zuerst optisch leer. Nach kurzer Zeit bemerkt man an der Stelle, wo der Kegel die Oberfläche durchsetzte, eine immer intensiver werdende Bräunung, die einem erkennbaren Lichtkegel entspricht. Es sind mithin jetzt „Submikronen" vorhanden. Bald bildet sich in dem braunen Kegel eine große Anzahl sehr kleiner heller Pünktchen, die sich bei weiterer Belichtung immer weiter vergrößern, ein Zeichen, daß die ausgeschiedenen Teilchen im Lichte weiter wachsen. In den folgenden Figuren ist dies dargestellt.

Fig. 8 (Tafel VII) zeigt den Anfang der Belichtung. Der Lichtkegel ist durch das Auftreten der Färbung sichtbar geworden. Die großen hellen Punkte auf dem Bilde sind Verunreinigungen der Oberfläche.

Fig. 9 (Tafel VII) zeigt dieselbe Stelle nach einer Belichtungsdauer von 15 Minuten im Belichtungskegel des Ultramikroskops. Zahlreiche Pünktchen sind erschienen, die sich in

Fig. 10 (Tafel VII) nach weiteren 15 Minu-

1) Richard Lorenz und K. Hiege, Zeitschr. f. anorgan. Chem. 92, 27, 1915.



ten deutlich vergrößert haben. Gleichzeitig erkennt man, daß die Zwischenräume zwischen den einzelnen Teilchen viel deutlicher hervortreten, die Submikronen verschwinden offenbar, indem ihre Masse zur Vergrößerung der wachsenden Teilchen verwendet wird.

Daß wirklich zunächst keine Wirkung des Beleuchtungskegels auf den Bromsilberkristall stattfindet und dieser optisch leer ist, zeigt die in Fig. 11 (Tafel VII) wiedergegebene Aufnahme. Sie ist in der Weise zustande gekommen, daß eine, längere Zeit belichtete Stelle im Beleuchtungskegel verschoben wurde, so daß die eine Hälfte derselben auf eine bis dahin unbelichtete Stelle des Kristalls traf. Infolgedessen ist der obere Rand des Lichtkegels im Bilde nicht zu sehen. Während der Expositionszeit für die Aufnahme des Bildes blieb diese Stelle optisch leer. Ferner gelang es Lorenz und Hiege, zu zeigen, daß die Submikronen, die sich bei der Belichtung eines Bromsilberkristalls zuerst darin ausscheiden, im Dunkeln in der Wärme „entwickelt", d. h. zum Wachstum gebracht werden können, während ein unbelichteter Kristall auch in der Wärme bei den gleichen Versuchsbedingungen optisch leer bleibt.

Fig. 12 (Tafel VII) zeigt die durch Wärme hervorgerufenen Teilchen. Hierbei sind die Zwischenräume noch klarer geworden als beim Wachstum unter dem Einfluß des Lichtes; die Teilchen wachsen also sicher auf Kosten der Submikronen. Alle diese Beobachtungen sind für die Theorie des latenten photographischen Bildes von Wichtigkeit. Sie sprechen sehr zugunsten der Annahme, daß dieses aus submikronischen Silberteilchen besteht.

Übersicht über die Ergebnisse der vorstehenden Untersuchung.

1. In den durch Metalle gefärbten Schmelzen zeigen sich nach dem Erkalten im Ultramikroskop zahllose disperse Teilchen. Es ist hierdurch die kolloidale Natur der sogen. Lorenzschen Metallnebel wenigstens für den festen Zustand nachgewiesen.

2. Bei Gelegenheit dieser Untersuchungen wurden optisch leere Kristalle aus Schmelzflüssen dargestellt.

3. Die dispersen Metallteilchen sind in den Kristallen vielfach nach den Symmetrieebenen orientiert.

Frankfurt a. M., Institut für physikalische Chemie der Universität. Physikalischer Verein.

(Eingegangen 13. Mai 1915.)

Über eine Verknüpfung des Sommerfeldschen Wirkungsprinzips mit der Planckschen Quantentheorie.

Von M. Wolfke.

Eine direkte Verknüpfung des Sommerfeldschen Wirkungsprinzips mit der Planckschen Quantentheorie durch Ableitung der einen Theorie aus der anderen stößt auf prinzipielle, wohl unüberwindbare Schwierigkeiten[1]). Es dürfte aber nicht ausgeschlossen sein, diese beiden Theorien dadurch zu verknüpfen, daß man sie beide aus ein und demselben allgemeineren Prinzip ableitet. Ein solches ganz allgemeines Prinzip wurde von Planck in seiner Abhandlung: „Zur Dynamik bewegter Systeme" in folgenden Worten ausgesprochen[2]):

„Einer jeden Veränderung in der Natur entspricht eine bestimmte von der Wahl des Bezugssystems unabhängige Anzahl von Wirkungselementen".

Vergleicht man das von Sommerfeld formulierte Wirkungsprinzip[3]) mit dem hier zitierten Planckschen allgemeinen Prinzip, so ersieht man ohne weiteres, daß das Sommerfeldsche Prinzip in dem allgemeinen Planckschen Prinzip als Spezialfall enthalten ist[4]).

In dieser Abhandlung will ich versuchen, die Quantentheorie, oder vielmehr die Planckschen Energiequanten, ebenfalls aus diesem allgemeinen Planckschen Prinzip mit Benutzung des Sommerfeldschen Wirkungselementes $\frac{h}{2\pi}$ abzuleiten und dadurch das Sommerfeldsche Wirkungsprinzip mit der Planckschen Quantentheorie zu verknüpfen.

§ 1.

Wir wollen das allgemeine Plancksche Wirkungsprinzip auf physikalische Systeme, die von anderen Systemen vollständig abgeschlossen sind, anwenden.

In der oben zitierten Abhandlung bezeichnet Planck das Hamiltonsche Integral

1) Berichte des Brüsselschen Solvay-Kongresses 1911: „La théorie du rayonnement et les quanta", veröffentlicht durch P. Langevin und M. de Broglie, 1912. Vgl. Bemerkung von Langevin, S. 375. (Deutsche Ausgabe, herausgegeben von A. Eucken. Halle 1914.)

2) M. Planck, Berl. Ber. S. 561, 1907; Ann. d. Phys. (4) **26**, 1, 1908. Vgl. § 12, S. 23.

3) A. Sommerfeld, Bericht auf dem Solvay-Kongreß 1911, loc. cit., S. 313 und diese Zeitschr. **12**, 1057, 1911.

4) A. Sommerfeld, Solvay-Kongreß 1911, loc. cit. Vgl. S. 319 und § 1 der Diskussion, S. 373. Diese Zeitschr., loc. cit. Vgl. Ende des § 8, S. 1064; auch P. Debye und A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. (4) **41**, 873, 1913. Vgl. S. 874.

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} H\,dt$$

als „Wirkungsgröße"[1]) eines Vorgangs.

Wenn wir mit Planck annehmen, daß diese Wirkungsgröße in der Natur nur in ganzen Wirkungselementen vorhanden sein kann, und gleichzeitig diese Wirkungselemente gleich dem Sommerfeldschen $\frac{h}{2\pi}$ setzen, so läßt sich daraus unmittelbar für ein abgeschlossenes System folgender Satz aufstellen:

Bei einem abgeschlossenen physikalischen System erfolgt jede Zunahme und jede Abnahme der gesamten Wirkungsgröße in ganzen Wirkungselementen $\frac{h}{2\pi}$.

Diesen Satz können wir durch folgende Gleichung ausdrücken:

$$\left|\int_{\tau_1}^{\tau_2} H\,dt\right| = N \cdot \frac{h}{2\pi}, \tag{1}$$

wo die Integrationsgrenzen τ_1 und τ_2 den Anfang und das Ende ein und derselben Zunahme oder Abnahme der Wirkungsgröße bedeuten und N eine ganze Zahl ist.

§ 2.

Betrachten wir nun eine Hohlraumstrahlung, die in einem Würfel von der Kantenlänge l mit metallisch spiegelnden Seitenflächen eingeschlossen ist. In diesem Hohlraum zerfällt bekanntlich, nach den Maxwellschen Feldgleichungen, der elektromagnetische Vorgang in eine Reihe von stehenden Schwingungen, die voneinander vollständig unabhängig sind.

Legen wir den Koordinatenanfangspunkt in eine Ecke des Würfels und die Koordinatenachsen in die anstoßenden Kanten, so wird eine jede einzelne beliebige von diesen stehenden Schwingungen durch folgendes Gleichungssystem bestimmt[2]):

$$\begin{aligned}
\mathfrak{E}_x &= \cos\frac{\mathfrak{a}\pi x}{l}\cdot\sin\frac{\mathfrak{b}\pi y}{l}\cdot\sin\frac{\mathfrak{c}\pi z}{l}\cdot e_1\cdot\cos 2\pi\nu t,\\
\mathfrak{E}_y &= \sin\frac{\mathfrak{a}\pi x}{l}\cdot\cos\frac{\mathfrak{b}\pi y}{l}\cdot\sin\frac{\mathfrak{c}\pi z}{l}\cdot e_2\cdot\cos 2\pi\nu t,\\
\mathfrak{E}_z &= \sin\frac{\mathfrak{a}\pi x}{l}\cdot\sin\frac{\mathfrak{b}\pi y}{l}\cdot\cos\frac{\mathfrak{c}\pi z}{l}\cdot e_3\cdot\cos 2\pi\nu t,\\
\mathfrak{H}_x &= \sin\frac{\mathfrak{a}\pi x}{l}\cdot\cos\frac{\mathfrak{b}\pi y}{l}\cdot\cos\frac{\mathfrak{c}\pi z}{l}\cdot h_1\cdot\sin 2\pi\nu t,\\
\mathfrak{H}_y &= \cos\frac{\mathfrak{a}\pi x}{l}\cdot\sin\frac{\mathfrak{b}\pi y}{l}\cdot\cos\frac{\mathfrak{c}\pi z}{l}\cdot h_2\cdot\sin 2\pi\nu t,\\
\mathfrak{H}_z &= \cos\frac{\mathfrak{a}\pi x}{l}\cdot\cos\frac{\mathfrak{b}\pi y}{l}\cdot\sin\frac{\mathfrak{c}\pi z}{l}\cdot h_3\cdot\sin 2\pi\nu t,
\end{aligned} \tag{2}$$

wo $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$ und $\mathfrak{c}$ beliebige drei positive ganze Zahlen bedeuten, und die anderen Bezeichnungen ohne weiteres verständlich sind.

Da jede solche stehende Schwingung im leeren Raume ein vollständig abgeschlossenes physikalisches System bildet, so können wir in diesem Falle den oben aufgestellten Satz[1]) anwenden.

Wir betrachten die elektrische Energie der Schwingung als potentielle und bezeichnen sie mit U; die magnetische Energie betrachten wir als kinetische und bezeichnen sie mit T. Diese beiden Energien sind durch folgende Gleichungen gegeben[2]):

$$\left.\begin{aligned}
U &= \frac{1}{8\pi}\int dv\cdot(\mathfrak{E}_x^2+\mathfrak{E}_y^2+\mathfrak{E}_z^2),\\
T &= \frac{1}{8\pi}\int dv\cdot(\mathfrak{H}_x^2+\mathfrak{H}_y^2+\mathfrak{H}_z^2),
\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

wo die Integration über das ganze betrachtete Volumen auszuführen ist. Indem wir in die Integrale (3) die Ausdrücke (2) einsetzen und über den Hohlraum, für x, y, z von 0 bis l, integrieren, erhalten wir:

$$\begin{aligned}
U &= \frac{a^2 l^3}{64\pi}\cdot\cos^2 2\pi\nu t,\\
T &= \frac{a^2 l^3}{64\pi}\cdot\sin^2 2\pi\nu t,
\end{aligned}$$

wobei

$$a^2 = e_1^2+e_2^2+e_3^2 = h_1^2+h_2^2+h_3^2$$

ist[3]).

Aus diesen Gleichungen läßt sich die gesamte Energie E und das kinetische Potential H der Schwingung berechnen:

$$E = T+U = \frac{a^2 l^3}{64\pi},$$

$$H = T-U = \frac{a^2 l^3}{64\pi}(\sin^2 2\pi\nu t-\cos^2 2\pi\nu t) = -\frac{a^2 l^3}{64\pi}\cdot\cos 4\pi\nu t,$$

oder für das kinetische Potential:

$$H = -E\cdot\cos 4\pi\nu t. \tag{4}$$

Aus der Gleichung (4) ersehen wir, daß das kinetische Potential periodisch positive und negative Werte annimmt. Dementsprechend wird die Wirkungsgröße der Schwingung periodisch zunehmen oder abnehmen, je nachdem das kinetische Potential (4) positive oder negative Werte aufweist. In einem beliebigen Zeitintervall zwischen

1) M. Planck, Ann. d. Phys., loc. cit., S. 23.
2) Vgl. M. Planck, Vorles. üb. d. Theorie d. Wärmestrahlung, 2. Aufl. 1913. Gl. (305), S. 175.

1) Vgl. § 1.
2) M. Abraham, Theorie der Elektrizität, Bd. I. 4. Aufl. 1912. Gl. (138), S. 134 und Gl. (162), S. 192.
3) Vgl. M. Planck, Vorles. üb. d. Theorie d. Wärmestrahlung, Gl. (306), S. 176.

$$\tau_1 = \frac{1}{4\nu}\left(i + \frac{1}{2}\right)$$

und

$$\tau_2 = \frac{1}{4\nu}\left(i + \frac{3}{2}\right),$$

wo i eine ganze Zahl bedeutet, bleibt das Vorzeichen des kinetischen Potentials (4) unverändert. Die gesamte Zunahme oder Abnahme der Wirkungsgröße wird also während eines solchen Zeitintervalls, dem absoluten Werte nach, sein gleich:

$$\left|\int_{\tau_1}^{\tau_2} H\,dt\right| = E \cdot \left|\int_{\frac{1}{4\nu}\left(i+\frac{1}{2}\right)}^{\frac{1}{4\nu}\left(i+\frac{3}{2}\right)} \cos 4\pi\nu t \cdot dt\right| = \frac{E}{2\pi\nu}. \quad (5)$$

Dem im § 1 aufgestellten Satz entsprechend muß dieser Wert (5) ein ganzes Vielfaches des Wirkungselementes $\frac{h}{2\pi}$ sein, so daß wir gemäß der Gleichung (1) und (5) schreiben können:

$$\frac{E}{2\pi\nu} = N \cdot \frac{h}{2\pi},$$

woraus folgt:

$$E = N \cdot h\nu. \quad (6)$$

Diese Gleichung (6) sagt jedoch nichts anderes aus, als daß sich die Energie der Hohlraumstrahlung über die einzelnen Schwingungen in ganzen Quanten $h\nu$ verteilt.

Dasselbe gilt für lineare Oszillatoren und für einfache harmonische Schwingungen beliebiger Systeme im stationären Zustand, da, wie eine einfache Rechnung überzeugt, in allen diesen Fällen das kinetische Potential durch die Gleichung (4) gegeben ist.

Aus dieser kurzen Abhandlung ersehen wir also, daß die Anwendung des allgemeinen Planckschen Wirkungsprinzips auf abgeschlossene Systeme, bzw. der von uns im § 1 aufgestellte Satz, bei harmonisch schwingenden Systemen zu den Planckschen Energiequanten $h\nu$ führt.

Hierbei ergibt sich für das Sommerfeldsche Wirkungselement in zwingender Weise der Wert $\frac{h}{2\pi}$, da ein anderer Wert[1]), z. B. $\frac{h}{4}$, nicht zu der Gleichung (6) führen würde.

1) A. Sommerfeld, Solvay-Kongreß 1911, loc. cit. Vgl. S. 359.

Zürich, April 1915.

(Eingegangen 21. April 1915.)

Über die Verwendbarkeit des Selens zu Röntgenstrahlenenergiemessungen.

Von F. Voltz.

Die von May entdeckte Eigentümlichkeit des Selens, bei Absorption von Lichtenergie seinen elektrischen Leitwiderstand zu verändern, hat wie bekannt zur Konstruktion der verschiedensten Selenphotometer geführt. Auch zur Lichtmessung im Ultraviolett benutzte man Selenzellen. Brauchbare Meßresultate hatte man aber nicht erhalten können, da sie alle durch die Inkonstanz der Erscheinung ungenau wurden.

Die Entwicklung der Röntgenstrahlentechnik fordert nun Strahlenmeßeinrichtungen und man hat die Lichtempfindlichkeit des Selens zu Röntgenstrahlenenergiemessungen verwenden wollen und den Gedanken auch teilweise schon praktisch durchgeführt.

Da aber, wie erwähnt wurde, brauchbare Meßresultate mit Selen im gewöhnlichen Lichtspektrum nicht erzielt werden konnten, so entsteht die Frage, ob Selen sich wirklich zu Röntgenstrahlenmessungen eignet, oder ob auch hier die Inkonstanz der Erscheinung als störend und die Meßresultate beeinflussend auftritt. Die im folgenden beschriebenen Messungen geben hierüber Aufschluß.

Selen besitzt ein Atomgewicht von 79,2 und existiert bekanntlich in den zwei Formen Se_A und Se_B. Die Vermehrung der elektrischen Leitfähigkeit beruht nach den Untersuchungen von R. Marc auf der Verschiebung des Gleichgewichtes von Se_A zu Se_B und umgekehrt, also entweder zugunsten oder ungunsten von Se_B, derjenigen Modifikation, welcher allein ein elektrisches Leitvermögen zuzusprechen ist.

Zur Durchführung der beschriebenen Untersuchungen wurden drei Selenzellen beschafft, die als besonders geeignet für Röntgenstrahlenmessungen bezeichnet wurden. Bei den Vorversuchen schieden zwei Zellen von vornherein wegen ihrer Trägheit und ihres ungleichmäßigen Arbeitens als unbrauchbar aus, während mit der dritten Zelle die Messungen durchgeführt werden konnten.

Zu den Versuchen wurde eine Müller-Wasserkühlröhre mit breitem Brennpunkt verwendet, wie solche in der Röntgentherapie Verwendung finden. Das Funkeninduktorium wurde mit einem Gasunterbrecher von Reiniger, Gebbert und Schall betrieben, der sich bei langandauerndem Betriebe vorzüglich bewährt, insbesondere deswegen, weil keine Verschlammung des Quecksilbers auftritt, wie dies bei den alten Quecksilberunterbrechern der Fall ist. Um verkehrt gerichtete Ströme von der Röhre fernzu-

halten, wurde eine kleine Funkenstrecke der Röhre vorgeschaltet, die sich in einem Glasgefäß befand, das teilweise mit Natronkalk gefüllt war. Natronkalk beseitigt die Feuchtigkeit und die salpetrigen Dämpfe aus dem Glasgefäß und bewirkt ein gleichmäßiges Arbeiten der Funkenstrecke und damit auch ein ruhiges Aufleuchten der Röhre.

Die Selenzelle wurde in 20 cm Abstand senkrecht von der Antikathode der Röhre aufgestellt und durch eine dazwischengeschaltete starke Bleiblende wurde dafür gesorgt, daß nur ein begrenzter Strahlenkegel auf die Zelle auffallen konnte. Mit der Zelle wurde eine Akkumulatorenbatterie von 4 Volt Klemmenspannung verbunden und in den Stromkreis ein Milliamperemeter (Deprez-Instrument) als Galvanometer eingeschaltet. Die Skala des Milliamperemeters hatte zwei Teilungen, die eine bis 3 Milliampere, es entsprach jeder Teilstrich der Skala 0,05 Milliampere, die andere bis 15 Milliampere, hier entsprach jeder Teilstrich der Skala 0,25 Milliampere. Bei den meisten Messungen kam man jedoch mit der Teilung bis 3 Milliampere aus.

Mit den Messungen an der Selenzelle liefen Ionisationsmessungen parallel, um die aus den Messungen gewonnenen Resultate bewerten zu können. Die Ionisationskammer wurde dabei seitlich in ebenfalls 20 cm Abstand von der Antikathode in den Gang des Röntgenstrahlenkegels gebracht.

Die Röhre wurde zunächst mit zwei Milliampere belastet. Am Bauer-Qualimeter abgelesen, ergab sich der Härtegrad der Röhre zu 8. Diese beiden Faktoren konnten während der Versuchsdauer von 5 Minuten, wenn wir von ganz geringen Schwankungen absehen, konstant gehalten werden. Es wurden dann die Werte am Milliamperemeter, das in den Stromkreis der Selenzelle eingeschaltet war, vom Moment des Einschaltens an, von 30 zu 30 Sekunden abgelesen. Die Messungen wurden von drei verschiedenen Anfangspunkten aus durchgeführt und ergaben die in Tabelle I aufgezeichneten Werte. An diese Messungen direkt schloß sich die Beobachtung der Rückverschiebung des Dunkelgleichgewichtes an und auch hier wurden die Werte am Milliamperemeter von 30 zu 30 Sekunden abgelesen. Die gewonnenen Werte sind gleichfals in die Tabelle I eingetragen. Es bedeuten in derselben t die Zeit, i den durch die Selenzelle fließenden Strom.

Aus dieser Tabelle ergeben sich die beiden Kurvenbilder in Fig. 1 und 2.

Tabelle I.

$Se_A \rightarrow Se_B$				$Se_B \rightarrow Se_A$			
t	i_1	i_2	i_3	t	i_1	i_2	i_3
0,0	6,0	10,0	13,5	0,0	21,0	30,0	31,5
0,5	16,0	22,0	25,6	0,5	14,0	19,0	22,5
1,0	18,0	23,0	27,0	1,0	12,0	15,9	18,0
1,5	18,5	24,0	27,5	1,5	11,0	14,8	16,0
2,0	19,0	25,0	28,0	2,0	10,0	13,2	15,0
2,5	19,5	26,0	28,5	2,5	9,5	12,5	14,0
3,0	20,0	27,0	29,0	3,0	9,0	12,0	13,5
3,5	20,5	27,5	30,0	3,5	8,5	11,5	13,0
4,0	20,7	28,5	30,5	4,0	8,0	11,0	12,7
4,5	20,9	29,0	31,0	4,5	7,7	10,5	12,5
5,0	21,0	30,0	31,5	5,0	7,5	10,0	12,2

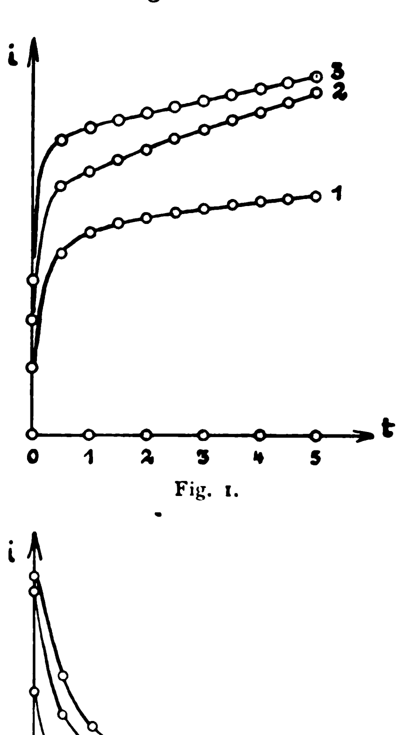


Fig. 1.

Fig. 2.

Man bemerkt in Fig. 1 einen verschiedenen Verlauf der Kurve 2 gegenüber den Kurven 1 und 3. Auf die Ursache dieser Erscheinung, soweit sie als wahrscheinlich angenommen werden darf, soll später zurückgegriffen werden. In Fig. 2 ist der vollkommen ähnliche Auslauf der Kurven zu beobachten, was auf den gleichmäßigen Verlauf der Rückverschiebung des Dunkelgleichgewichtes trotz der verschiedenen Anfangspunkte schließen läßt.

In den nächsten Messungen wurde als Variable die Belastung der Röntgenröhre genommen und ebenfalls der jeweils durch die Selenzelle fließende Strom gemessen. Die Zeit zwischen den einzelnen Beobachtungen war sehr gering, lediglich so lange, um die Beobachtungen an den Instrumenten zu machen. Der Zeitfaktor darf also als ausgeschlossen betrachtet werden. Die aus den Messungen, die wiederum von drei verschiedenen Anfangspunkten aus durchgeführt wurden, resultierenden Werte sind in Tabelle II aufgeführt. Auch hier wurde nach Beendigung der Messungen die Rückverschiebung des Dunkelgleichgewichtes beobachtet, es ergaben sich aber Werte, die denen der Kurven in Fig. 2 analog verliefen, so daß sie nicht besonders aufgeführt werden müssen. In der Tabelle bedeuten I die am Röntgen-Milliamperemeter gemessenen Werte des Röhrenstromes, i bedeutet den durch die Selenzelle fließenden Strom.

Tabelle II.

Se_A	→		Se_B
I	i_1	i_2	i_3
1,0	8,0	10,0	13,5
1,5	12,0	17,5	20,0
2,0	15,0	19,5	24,0
2,5	18,5	21,5	27,0
3,0	21,0	22,5	29,0
3,5	23,0	24,0	30,5

Aus dieser Tabelle resultieren die Kurven in Fig. 3. Auch hier ist bei Kurve 2 ein von den beiden anderen Kurven verschiedener Verlauf zu bemerken. Die Ursache hierfür dürfte ähnlich liegen wie bei den Kurven in Fig. 1. Auch hierauf werden wir noch zurückkommen.

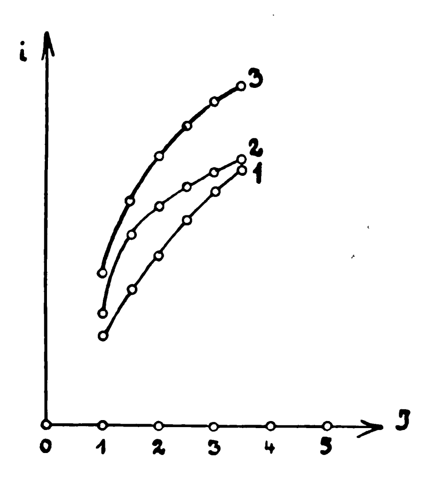


Fig. 3.

Als nächste Variable kommt die Tourenzahl des Unterbrechermotors in Frage und damit auch die Zahl der in der Zeiteinheit erfolgenden Unterbrechungen. Bei dieser Versuchsreihe war in dem Primärkreis des Funkeninduktoriums neben dem normalen Widerstand ein fein abgestufter Widerstand eingeschaltet, der es gestattete, die Stärke des durch die Röhre fließenden Stromes konstant auf 1 Milliampere zu halten. Der Widerstand wurde zu diesem Zwecke mit dem Regulierwiderstand des Unterbrechermotors zuvor geeicht. Die Zeit zwischen den einzelnen Beobachtungen war außerordentlich gering, kaum zwei Sekunden, also nur so lange, um die Werte an den Instrumenten abzulesen. Der Zeitfaktor darf also als ausgeschaltet betrachtet werden. Die Messungen wurden ebenfalls von drei verschiedenen Anfangspunkten aus begonnen und nach jeder Messung wurde auch hier die Rückverschiebung des Dunkelgleichgewichtes beobachtet. Die dabei gewonnenen Werte verlaufen wiederum analog denen der Kurven in Abbildung II, so daß auch sie nicht gesondert aufgeführt zu werden brauchen. In der folgenden Tabelle bedeuten: n die Unterbrechungszahlen; die Tourenzahl des Unterbrechermotors ist um die Hälfte kleiner, es finden pro Umdrehung zwei Unterbrechungen statt. i bedeutet wieder den durch die Selenzelle fließenden Strom.

Tabelle III.

Se_A	→		Se_B
n	i_1	i_2	i_3
480	3,0	9,0	14,0
1200	10,0	14,0	17,0
1500	20,0	22,0	26,5
2000	21,0	23,0	28,0
2400	22,0	24,0	30,0
3000	22,5	25,0	32,0
4000	23,0	27,0	35,0

Aus dieser Tabelle resultieren die Kurven in Fig. 4. Wir können auch hier einen ungleichmäßigen Verlauf der Kurven gegeneinander beobachten.

Nach der Adamschen Formel ist nun der Wert i eine Funktion der Quadratwurzel aus der Lichtstärke. Es ist:

$$I_o = f\,(i^2).$$

Wenden wir diese Formel beispielsweise auf die Werte der Tabelle I an, so ergibt sich das Kurvenbild in Fig. 5. Daraus ist ohne weiteres ersichtlich, daß Messungen der Lichtintensität mit Selenzellen großen Fehlern unterworfen sind.

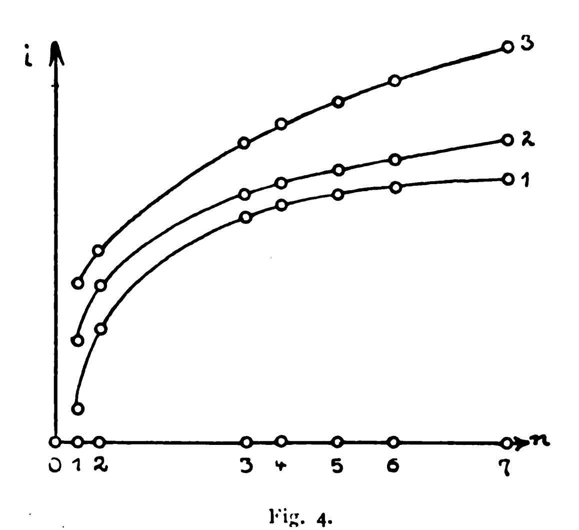


Fig. 4.

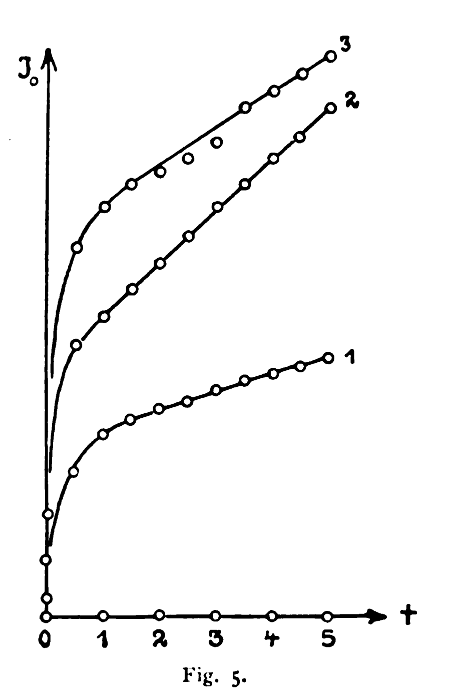


Fig. 5.

Wenn wir die gewonnenen Resultate insgesamt betrachten, so ergibt sich, daß auch im Röntgenlicht die Verringerung des Widerstandes der Selenzelle mit der Zeit fortschreitet und sich bei gleichbleibender Lichtintensität allmählich einem Maximum nähert, daß aber trotzdem der Fehler, der durch den Zeitfaktor entsteht, den Wert erheblich beeinflußt. Der Fehler wird sogar nach Kurvenbild 5 ziemlich groß und widerspricht direkt den parallel gegangenen Ionisationsmessungen. Nach diesen Messungen blieb die auf die Selenzelle auftreffende Röntgenlichtintensität zeitlich ziemlich gleich, wenn wir von ganz geringen Schwankungen absehen.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist auch die Abhängigkeit der Werte von der Unterbrechungsfrequenz. Dieser Faktor kann unter Umständen die gewonnenen Werte ebenso beeinflußen wie der Zeitfaktor.

Als nächstes Moment für die Unbrauchbarkeit des Selens zu Röntgenstrahlenenergiemessungen ist sein hohes Atomgewicht anzuführen und die damit verbundene selektive Absorption der Strahlen.

Selen hat wie erwähnt ein Atomgewicht von 79,2. Die von ihm emittierte, charakteristische Strahlung besitzt aber in Aluminium einen Absorptionskoeffizienten von 18,9, eine Strahlung, die im primären Röntgenstrahlenspektrum eines technischen Röntgenrohres vorhanden ist. Es tritt bei ihm selektive Absorption ein und der im Selen absorbierten Strahlung können unter Umständen ganz verschiedene Strahlenarten entsprechen. Diese Tatsache dürfte auch die Ursache für den verschiedenartigen Verlauf der Kurven in Fig. 1 und 2 sein.

Zusammenfassung.

Aus den Messungen resultiert, daß Selen zu einwandfreien Energiemessungen auch bei Röntgenstrahlen nicht geeignet ist. Die Werte, die aus den Messungen gewonnen werden, sind durch mehrere Faktoren, wie die Zeit und die Unterbrechungsfrequenz, stark beeinflußbar, ebenso dürfte auch die selektive Absorption des Selens bei den Messungen eine erhebliche und die Werte beeinflußende Rolle spielen. Die aus den einzelnen Meßwerten gewonnenen Mittelwerte können auch als solche nicht gelten, wie die parallel gelaufenen Ionisationsmessungen ergaben.

(Eingegangen 7. Mai 1915.)

Ein mechanisches Modell gekoppelter elektrischer Schwingungskreise.

Von Gustav Eichhorn.

Im Anschluß an die unter diesem Titel von Herrn Walther Deutsch in Nr. 8 (**16**, 138, 1915) gegebenen Beschreibung möchte ich darauf hinweisen, daß schon seit Jahren ein ausgezeichnetes derartiges Modell bekannt ist, das nach Angaben meines Freundes Prof. Mandelstam (Straßburg) hergestellt wurde und von ihm in dem von mir herausgegebenen Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie Bd. IV. S. 515—521, 1911 beschrieben wurde unter Angabe der mathematischen Theorie.

Fig. 1 zeigt das komplette Pendelmodell (das jetzt neuerdings in sehr eleganter Ausführung

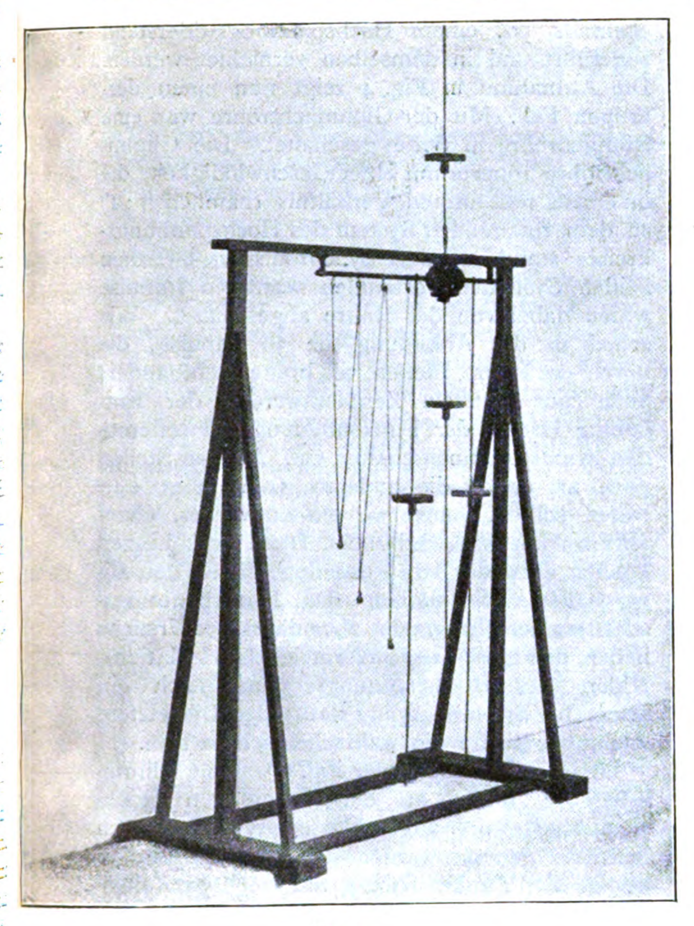


Fig. 1.

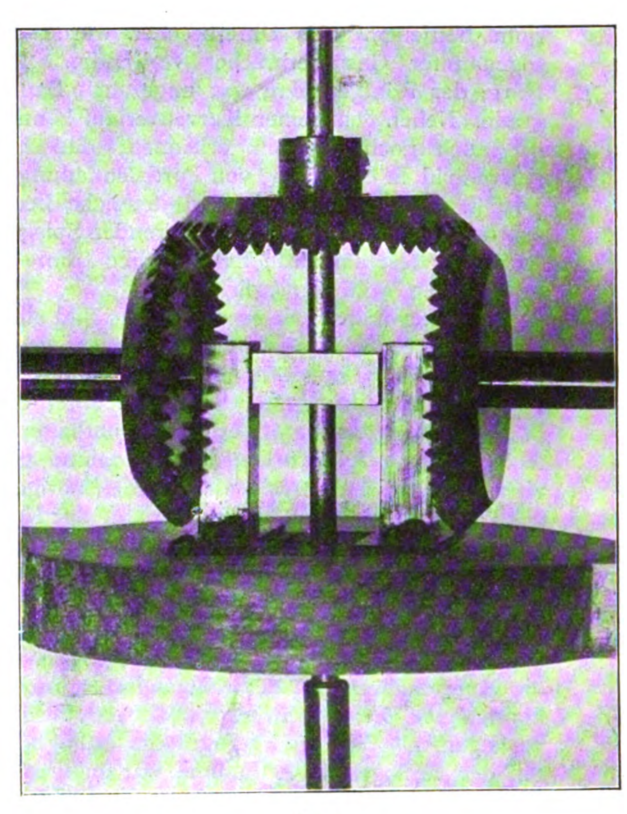


Fig. 2.

von dem Straßburger Universitätsmechaniker Rolf hergestellt wird; die Figur bezieht sich auf eine frühere primitivere Ausführung), und Fig. 2 den Mechanismus der Verkoppelung. Das Modell besteht in der Hauptsache aus zwei gekoppelten Hauptpendeln und einer Anordnung von Pendelresonatoren. Dieses mechanische System ist ein System mit zwei Freiheitsgraden, und als unabhängige Parameter, durch welche die Lage des Systems eindeutig bestimmt ist, können die Winkel, welche das eine bzw. das andere der Hauptpendel mit den Vertikalen bilden, gewählt werden.

Durch Anwendung der Lagrangeschen Gleichungen erhält man zwei Bewegungsgleichungen, die von genau der gleichen Form sind wie die bekannten Gleichungen für zwei direkt gekoppelte Kondensatorkreise; sie unterscheiden sich nur durch die Bedeutung der Variablen und der Koeffizienten voneinander. Es lassen sich mit dem vorzüglichen Modell alle charakteristischen Demonstrationen ausführen, nämlich in der Hauptsache: 1. die Eigenschwingung jedes ungekoppelten Teilsystems; 2. das Auftreten der Koppelungsschwingungen und 3. die sogen. Wiensche Stoßerregung.

Besonders die durch die kleinen Pendelresonatoren ermöglichte direkte Sichtbarmachung der in dem gekoppelten System auftretenden zwei Koppelungsschwingungen, von denen die eine höher, die andere tiefer ist als die Eigenschwingung der ungekoppelten Hauptpendel, wirkt direkt verblüffend und überzeugend zugleich auch auf solche, denen die mathematische Theorie nicht geläufig ist.

Zürich, 3. Mai 1915.

(Eingegangen 7. Mai 1915.)

Entladungskurven hochgespannter Ströme.

Von F. Janus und F. Voltz.

Mit Tafel VIII—X.

In dieser Zeitschrift **16**, 133, 1915 haben wir eine Methode zur Darstellung der Stromkurven hochgespannter Ströme beschrieben und auch zwei Aufnahmen veröffentlicht, die mittels dieser Methode gewonnen waren. Wir haben inzwischen eine Reihe weiterer Hochspannungssysteme mittels des von uns angegebenen Verfahrens untersucht und geben im nachstehenden die von uns gewonnenen Daten.

Die Kurvenbilder in Fig. 1[1]) wurden dadurch gewonnen, daß mit der Glimmlichtröhre eine Röntgenröhre in Serie geschaltet war. Die Röntgenröhre wurde mit einem Funkeninduktorium betrieben. Als Unterbrecher wurde ein sogenannter Gasunterbrecher verwendet. Die Härte der Röntgenröhre war ungefähr 9 Bauergrade. Neben dem reinen Kurvenverlauf können wir auch noch deutlich erkennen, daß das Kurvenbild in eine Reihe von Partialentladungen zerfällt. Derartig scharfe und deutliche Beobachtungsresultate mittels des rotierenden Spiegels und einer fest angeordneten Glimmlichtröhre zu erhalten, ist wohl unmöglich.

In Fig. 2 haben wir wiederum das Bild eines sinusförmigen Wechselstroms, der einem eisengeschlossenen Transformator entnommen ist. Eine ähnliche Aufnahme war bereits unter den in unserer letzten Veröffentlichung enthaltenen Abbildungen. Die vorliegende Aufnahme gibt aber ein weit schöneres Bild und zeigt übrigens noch charakteristische Abstufungen in der Kontur der einzelnen Kurve. Diese Abstufungen sind auf die Nutung des Ankers der Gleichstrom-Wechselstrom-Umformermaschine zurückzuführen, von der aus der Primärkreis des Transformators gespeist wird. Beobachten wir die Kurven direkt an der rotierenden Röhre, so können wir die Einzelheiten noch viel leichter verfolgen, als dies die Photographie ermöglicht. Bei der vorliegenden Aufnahme war die Oszillographenröhre allein an den Sekundärkreis des Transformators angeschlossen.

Zum Betreiben von Röntgenröhren verwendet man in der Praxis neben dem normalen Funkeninduktorium bekanntlich auch sogenannte Hochspannungs-Gleichrichte-Apparate, bei denen der hochgespannte Wechselstrom eines Transformators durch eine umlaufende Schaltvorrichtung in hochgespannten Gleichstrom umgewandelt wird. Die Aufnahme in Fig. 3 wurde nun dadurch gewonnen, daß die rotierende Glimmlichtröhre wiederum in Serie mit einer Röntgenröhre geschaltet wurde. Aus der Aufnahme ist sehr deutlich ersichtlich, daß die einzelnen gleichgerichteten Impulse in mehrere Zackungen zerrissen werden. Bei dem vorliegenden Photogramm sind es in jeder Hauptentladung vier Einzelzackungen. Das Zerreißen der Hauptentladung in Teilerscheinungen hat seine Ursache in der Funkenbildung am Hochspannungsschalter.

Bei den meisten Hochspannungs-Gleichrichte-Apparaten können von den 100 Impulsen 50 abgeschaltet werden, und zwar so, daß 50 Impulse der Röntgenröhre zugeführt werden, während die dazwischenliegenden Stromimpulse, ebenfalls 50, einem Hochspannungswiderstand zugeführt und in demselben vernichtet werden. Die Aufnahme in Fig. 4 zeigt nun einen derartigen Fall. Mit der Glimmlichtröhre war eine Röntgenröhre in Serie geschaltet. Die Glimmlichtröhre rotierte mit einer Geschwindigkeit, die in einem bestimmten Verhältnis (nämlich 1 : 1) zu dem rotierenden System des Hochspannungskreises stand, so daß Synchronismus zwischen beiden Systemen vorhanden war. 50 Impulse waren dabei von der Röhre abgeschaltet. Wir sehen in der Abbildung die 50 Impulse, die durch die Röhre fließen, als breite Lichtbänder; auch hier tritt ein Zerhacktwerden der Entladung infolge der Funkenbildung am rotierenden Hochspannungsschalter ein. An den Stellen nun, an denen die anderen 50 Impulse auftreten sollten, sehen wir ein schwaches, ebenfalls zerrissenes Lichtbündel. Diese Entladungen können entweder von Restladungen auf den abgeschalteten Segmenten des Hochspannungsschalters herrühren, oder aber darin ihre Ursache haben, daß infolge des unvermeidlichen Isolationsfehlers des Hochspannungssystems noch ein schwacher Stromübergang stattfindet. Die letztere Annahme dürfte die wahrscheinlichere sein.

Bei der Aufnahme der Fig. 5 war die Glimmlichtröhre direkt an den rotierenden Hochspannungsschalter angeschlossen. Wir sehen auch hier das Zerrissenwerden der Entladungskurve infolge der Funkenbildung am Hochspannungsschalter. Betrachtet man die Aufnahme genauer, so erkennt man, daß die Basis der Kurve bei weitem ausgedehnter ist, als das obere Lichtbündel. Die Ursache hiervon ist eine unrichtige Einstellung des Hochspannungsschalters. Infolgedessen geht ein Teil der Entladungskurve verloren.

Die Aufnahme der Fig. 6 ist gleichfalls an einem Hochspannungs-Gleichrichte-Apparat gewonnen worden, und es war auch hier eine Röntgenröhre in Serie mit der rotierenden Glimmlichtröhre geschaltet. Durch eine besondere Vorrichtung wurde aber ein Zerrissenwerden des Kurvenbildes vermieden.

Die auf Tafel VIII—X befindlichen Aufnahmen stellen die Kurvenbilder ungefähr so dar, wie sie sich dem Auge bieten. Fig. 7 und 8 stellen Kurven dar, die bereits beschrieben wurden. Fig. 9 gibt eine besonders gut gelungene Aufnahme der Entladung eines Systems, wie sie in Fig. 6 ebenfalls dargestellt ist. Fig. 10 wurde so gewonnen, daß eine Röntgenröhre an ein mit einem Motorunterbrecher betriebenes Induktorium angeschlossen wurde, wobei die Glimmlichtröhre wieder in Serie geschaltet war. Man erkennt deutlich, wie die Hauptentladung des Systems in Schwingungen ausklingt.

(Eingegangen 13. Mai 1915.)

1) Die Figuren befinden sich auf den Tafeln VIII—X.



BESPRECHUNGEN.

S. Valentiner, Die Grundlagen der Quantentheorie in elementarer Darstellung. (Sammlung Vieweg. Heft 15.) VI und 67 S. mit 8 Textabbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1914. M. 2.60

— **Anwendungen der Quantenhypothese in der kinetischen Theorie der festen Körper und der Gase.** (Sammlung Vieweg. Heft 16.) 8. 72 S. mit 4 Textabbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1914. M. 2.60

Die Aufgabe, alle jene physikalischen Spekulationen, die man unter dem Namen „Quantentheorie" zusammenfaßt, elementar darzustellen, ist ohne Zweifel schwierig und undankbar. Man darf daher die beiden kleinen Bücher Valentiners nicht mit den Erwartungen zur Hand nehmen, die man an die allgemeinverständliche Darstellung eines klassischen Gebietes der Physik zu stellen berechtigt ist. Es handelt sich ja in der Quantentheorie um tastende Versuche, die zu der von der Erfahrung notwendig geforderten Umgestaltung der physikalischen Grundgesetze führen sollen; die vorhandenen Ansätze stehen locker nebeneinander, manchmal sogar in direktem Widerspruch. Man wird daher vor allem die Frage stellen, ob es dem Verfasser gelungen ist, klar zu machen, warum man heute eine Umgestaltung der physikalischen Grundgesetze für unumgänglich hält. In den beiden ersten Kapiteln der „Grundlagen" wird diese Frage ausführlich behandelt; aber ich möchte bezweifeln, ob jemand, der den Gang der Entwicklung nur aus dieser Darstellung kennen lernt, wirklich zur Überzeugung gelangen wird, daß eine so fundamentale Neuerung wie die Quantentheorie tatsächlich notwendig ist. Diese Dinge entziehen sich wohl noch einer elementaren Darstellung; man kann dem Leser nur auf Treu und Glauben versichern, die Rechnung zeige, daß diese oder jene Abänderung der klassischen Mechanik oder Elektrodynamik nichts helfe, um den Erscheinungen der Wärmestrahlung oder der spezifischen Wärme fester Körper gerecht zu werden. Der Physiker, der sich selbst gemüht hat, ohne die Quanten auszukommen, verspürt schließlich eine Art Verzweiflung, in der er sich den bisher gehaßten Feinden in die Arme wirft und sie als Bundesgenossen annimmt, ohne sein Gewissen damit zu belasten, ob er eigentlich noch Herr der Situation ist. Von diesen Stimmungen — fast wie: credo, quia absurdum — kann natürlich das kleine Buch kaum einen Hauch vermitteln. Um so lieber folgt man dann dem Verfasser auf den Wegen, die mit Hilfe der Quantentheorie in verschiedenen Gebieten der Physik erschlossen worden sind. In der Darstellung der Strahlungstheorie schließt er sich der zweiten Methode Plancks an, die von inneren Widersprüchen frei ist; der Vorzug des Planckschen Gesetzes vor denen von Rayleigh und Wien wird im 3. Kapitel „Prüfung des Gesetzes an der Erfahrung" durch instruktive Figuren klar gemacht. Zum Schlusse des Heftes „Grundlagen" wird der Versuch Sommerfelds besprochen, durch die Hypothese des „Wirkungsquantums" auch nichtperiodische Vorgänge der Quantentheorie zu unterwerfen; hier möchte ich wieder stark bezweifeln, daß ein Leser, der nicht zu den engeren Fachgenossen gehört, aus der kurzen Darstellung eine Idee von der Sache bekommen kann.

Das zweite Heft „Anwendungen" enthält vor allem die Theorie der spezifischen Wärme fester Körper; sie gipfelt in einer übersichtlichen Zusammenstellung der Formeln mit Angaben über den Bereich ihrer Gültigkeit. Gegen zwei Punkte aber möchte ich Einspruch erheben. Einmal ist das große Verdienst Madelungs um die Erkenntnis des Zusammenhangs von elastischen und thermischen Konstanten nicht genügend gewürdigt; so weit ich sehe, kommt der Name Madelung überhaupt nur in einer Zusammenstellung auf S. 37 vor, und doch gebührte ihm ein Platz vor all den anderen, ausführlich zitierten Forschern, da er, wie auch Einstein anerkennt, als erster die genannten Zusammenhänge gesehen hat. Der zweite Einspruch betrifft eine Angabe, die der Verfasser aus einer Arbeit von v. Kármán und mir entnommen hat; wir haben dort die Vermutung ausgesprochen, daß es beim kubischen zweiatomigen Kristall fünf Grenzschwingungen gibt, die sich als Reststrahlen bemerkbar machen könnten. Diese Vermutung ist falsch, und wir haben nur darum nichts widerrufen, weil wir nichts behauptet, sondern nur etwas vermutet hatten. Außerdem hat Rubens experimentell nachgewiesen, daß die regulären zweiatomigen Kristalle nur eine Reststrahlfrequenz haben, und hat auf den Widerspruch gegen unsere Vermutung aufmerksam gemacht. Trotzdem ziehen sich die unglücklichen fünf Grenzschwingungen, die es gar nicht gibt, durch die ganze Literatur, und finden sich auch in Valentiners Büchlein wieder!

Das 3. Kapitel behandelt die Zustandsgleichung der festen Körper nach Debye, und das letzte, 4. Kapitel die kinetische Theorie der Gase. Hier hat die Quantentheorie in der Hand von Bjerrum so wunderbar einfache Zusammenhänge aufgedeckt, daß man auch dem Laien eine gute Vorstellung von den Fortschritten geben kann; setzen doch die ultraroten Absorptionsspektren in ihrer Streifung die quantenhafte Verteilung der kinetischen Rotationsenergie unmittelbar in Evidenz.

Von der kühnen Anwendung der Quantentheorie auf die Serienspektra, die von N. Bohr herrührt, wird in dem Büchlein noch nichts berichtet.

Wenn Valentiners Unternehmen nicht alle Wünsche befriedigt, so liegt das an der Sprödigkeit des Stoffes. Die Anregung, die es vermittelt, gibt dem Buche seinen Wert. M. Born.

Nachtrag zu der Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

Hans Benndorf, Prof. Dr., Leiter des Physikalischen Instituts der Universität Graz, hatte sich zu Anfang des Krieges freiwillig gemeldet und wurde am 12. April als Res.-Leutnant (Artillerie) einberufen zum k. u. k. Sperrkommando in Raibl, Kärnten.

Fr. Bidlingmaier, Prof. Dr., Privatdozent an der Universität München, kam am Anfang des Krieges als Hauptmann d. R. zu einem Landwehr-Ersatz-Regiment nach Ulm, das Anfang September an die französische Grenze bei Verdun gelegt wurde. Er fiel im ersten Gefecht, das er mitmachte.

Heinz Ficker v. Feldhaus, a. o. Professor Dr. (Meteorologie und Geophysik am Physikalischen Institut der Universität Graz), Oberleutnant d. R., Besitzer des Signum Laudis, hat die Feuertaufe im Fesselballon gegen Belgrad erhalten, machte dann beide Belagerungen von Przemysl mit, von wo er kurz vor dem Fall der Festung, am 18. März im Freiballon zu ent-



kommen suchte. Er befindet sich in Kriegsgefangenschaft in Taschkent in Turkestan.

L. Föppl, Privatdozent der Mathematik an der Universität Würzburg, steht als Funker an der Westfront.

K. Fredenhagen, Dr. phil., a. o. Professor für theoretische Physik an der Universität Leipzig, Kriegsfreiwilliger, 27. Res.-Armeekorps, 24. Reserve-Division, Reserve-Infanterie-Regiment Nr. 245, 1. Komp.

P. P. Koch, Prof., Assistent am Physikalischen Institut der Universität München, Train-Ersatz-Bataillon, mit Transporten nach dem östlichen und westlichen Kriegsschauplatz beschäftigt.

Joh. Koenigsberger, Dr. phil., a. o. Professor der mathematischen Physik an der Universität Freiburg i. B., August 1914 Freiw. Ballonführer in Neubreisach, dann bei der 51. Landwehrbrigade-Radfahrerkompagnie, Inhaber des Eisernen Kreuzes 2. Klasse.

Bruno Lenk, Dr., Assistent am mathematisch-physikalischen Laboratorium der Universität Königsberg i. Pr., kämpft als Leutnant des Reserve-Inf.-Reg. Nr. 3 in Nordpolen; wurde Ende November vor Lowicz leicht verwundet, seit Mitte Februar wieder im Felde, Inhaber des Eisernen Kreuzes.

W. Lenz, Privatdozent der Theoretischen Physik an der Universität München, Funker beim Armee-Oberkommando 2, Nordfrankreich.

H. Rau (vgl. Hauptbericht), steht als Funker an der Westfront.

A. Riede, Dr. phil., Assistent des Physikalischen Instituts dsr Universität Frankfurt a. M., steht als Musketier beim Ersatz-Bataillon des Infanterie-Regiments 88.

Fr. Rother, Dr. phil., Assistent am Physikalischen Institut der Universität Leipzig, ist als 2. Chef der photographischen Abteilung bei der Flieger-Ersatz-Abteilung 2, Berlin-Adlershof tätig.

R. Seeliger, Dr. phil., Privatdozent an der Technischen Hochschule Berlin-Charlottenburg, ist als Kriegsfreiwilliger beim Wetterdienst des Luftschiffhafens Leipzig beschäftigt.

Otto Stern, Dr., Privatdozent für theoretische Physik an der Universität Frankfurt a. M., im Wetterdienst tätig.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Adolf König für Chemie, an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Alfred Schulze für Physikalische Chemie.

Ernannt: Hofphotograph John Hertzberg zum Lehrer für Photochemie und Photographie an der Technischen Hochschule Stockholm, der etatsmäßige Professor für Physikalische Chemie und Elektrochemie an der Technischen Hochschule Breslau Geh. Regierungsrat Dr. Rudolf Schenck zum etatsmäßigen Professor für anorganische Chemie an derselben Hochschule, Frl. Dr. Eva Ramstedt zur Dozentin für Radiologie an Stockholms Högskola, der Privatdozent an der Universität Göttingen Dr. Erich Hecke zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität Basel, der Assistent am Physikalischen Institut der Universität Freiburg (Schweiz) Dr. Alfons de Weck zum Assistenten für Erdbebendienst der schweizerischen meteorologischen Zentralanstalt in Zürich, an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin der ständige Mitarbeiter Dr. Alfred Schulze zum Professor und Mitglied und der Assistent Dr. Walther Meißner zum ständigen Mitarbeiter.

Verliehen: Den Professoren am Gymnasium Wolfenbüttel Dr. Julius Elster und Dr. Hans Geitel der Titel Geheimer Hofrat, dem Oberassistenten am Institut für angewandte Chemie an der Universität Leipzig Dr. Hans Reckleben der Titel Hofrat, dem ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Dresden Dr. Martin Krause der Titel Geheimer Rat.

Vom Lehramt zurück: Die ord. Professoren an der Universität Göttingen Geh. Regierungsräte Dr. Eduard Riecke (Experimentalphysik) und Otto Wallach (Chemie).

Preise: Die Akademie der Wissenschaften in Wien hat den Freiherr-von-Baumgartner-Preis im Betrage von 2500 K. Geh. Regierungsrat Professor Dr. Heinrich Rubens in Berlin, den Haitinger-Preis im Betrage von 2000 K. Professor Dr. Heinrich Mache in Wien und den Richard-Lieben-Preis im Betrage von 2000 K. Professor Dr. Gustav Herglotz in Leipzig zuerkannt.

Gestorben: Der ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Göttingen und Mitbegründer dieser Zeitschrift Geh. Regierungsrat Dr. Eduard Riecke, der University Lecturer und Senior Demonstrator für Chemie an der Universität Cambridge William James Sell (Sc. D., F. R. S.), der frühere Professor der Physik an der Universität Neuenburg (Schweiz) Dr. Robert Weber, der Direktor des Nordischen Meteorologischen Instituts Axel S. Steen in Kristiania, der Hauptobservator des Astrophysikalischen Observatoriums in Potsdam Geh. Regierungsrat Professor Dr. Oswald Lohse, der ord. Professor der Geodäsie an der Technischen Hochschule Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Wilhelm Werner, der Astronom Wirkliche Staatsrat Baron Dr. W. P. v. Engelhardt Besitzer einer Privatsternwarte in Dresden, der a. o. Professor für Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Hermann Kast, der Chemiker Einj.-Freiw. Dr. Max Rapaport (Privatassistent von Wirkl. Geh. Rat Professor Dr. Emil Fischer in Berlin), der frühere Präsident der Chemical Society Dr. Hugo Müller in Crosby Hill.

Richard Küch, geboren 1860, studierte Mineralogie und Chemie, promovierte in Leipzig und war dann Assistent bei Geh. Rat Klein am Mineralogischen Institut in Berlin. Im Jahre 1890 trat er in die Firma Heraeus ein und hat 25 Jahre lang seine hervorragende technische Begabung in deren Dienst gestellt. — Infolge seiner ausgesprochenen Abneigung gegen ein Hervortreten in der Öffentlichkeit, ist sein Name nicht so bekannt geworden, wie er es verdiente. Die Firma Heraeus verdankt ihm eine ganze Anzahl bedeutender Erfindungen, welche die Grundlage für viele ihrer Fabrikationszweige bilden. So erfand Dr. Rich. Küch ein Verfahren zur Doublierung von Gold mit Platin, welches für die Konzentrationsapparate der Schwefelsäurefabriken von großer Wichtigkeit geworden ist, er schuf die Grundlage für die Herstellung der bekannten elektrischen Öfen, erfand die Verfahren zur Herstellung von blasenfreiem Quarzglas und benutzte dieses wertvolle Material zur Konstruktion der bekannten Quarzglas-Quecksilberlampe.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Max Born in Berlin. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



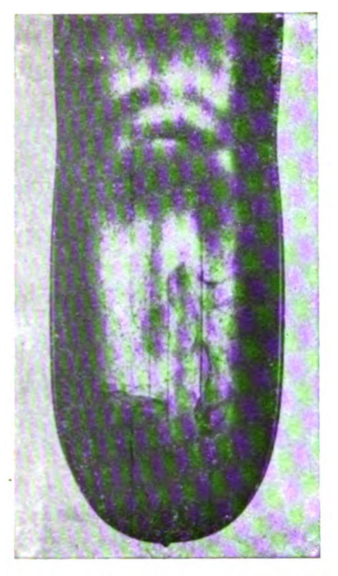


Fig. 1. Bleinebel in Bleichlorid.
Natürl. Gr.

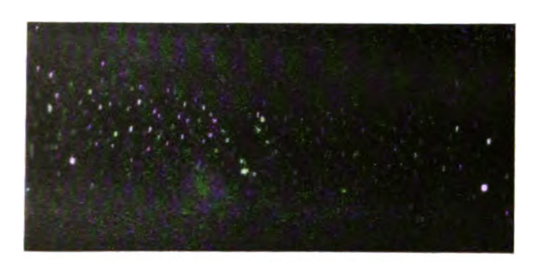


Fig. 2. Vergr. 180.



Fig. 3. Vergr. 5850.

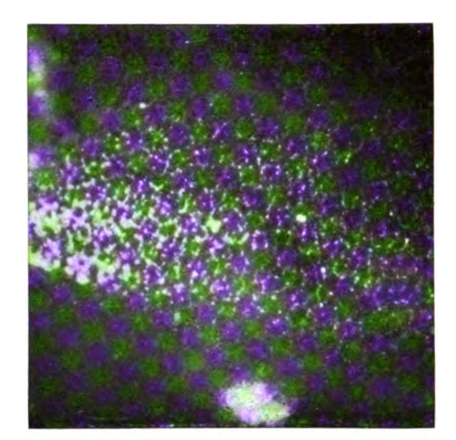


Fig. 4. Vergr. 82.

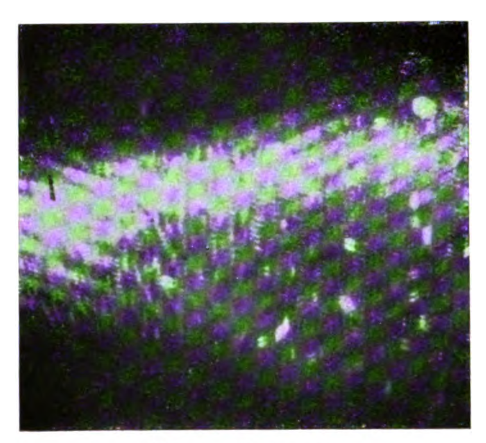


Fig. 5. Vergr. 103.



Fig. 6. Vergr. 27.

R. Lorenz, Neue Untersuchungen über Metallnebel.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

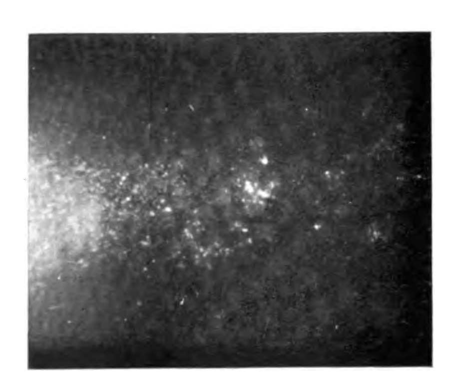


Fig. 7. Vergr. 103.



Fig. 10. Vergr. 200.



Fig. 8. Vergr. 200.

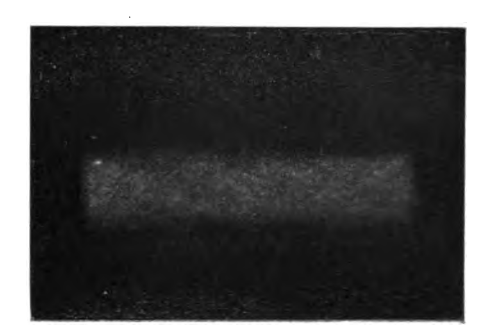


Fig. 11. Vergr. 200.



Fig. 9. Vergr. 200.

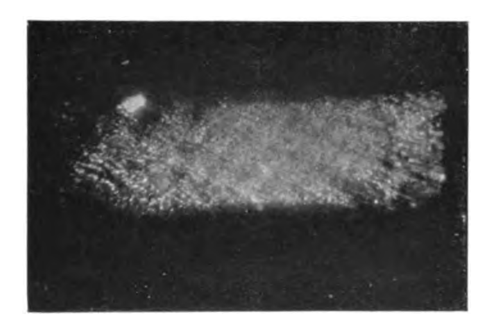


Fig. 12. Vergr. 80.

R. Lorenz, Neue Untersuchungen über Metallnebel.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.





Fig. 1.



Fig. 2.

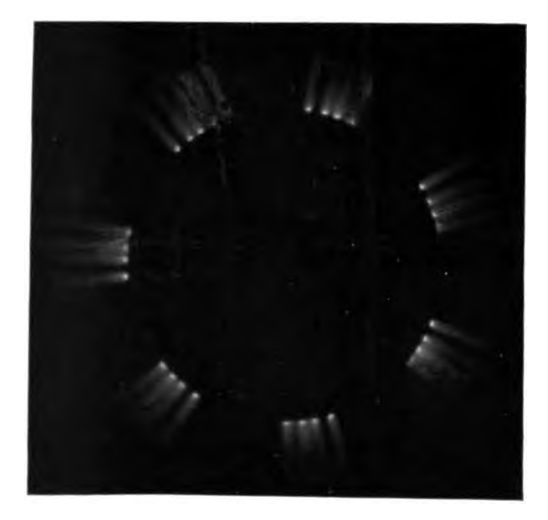


Fig. 3.

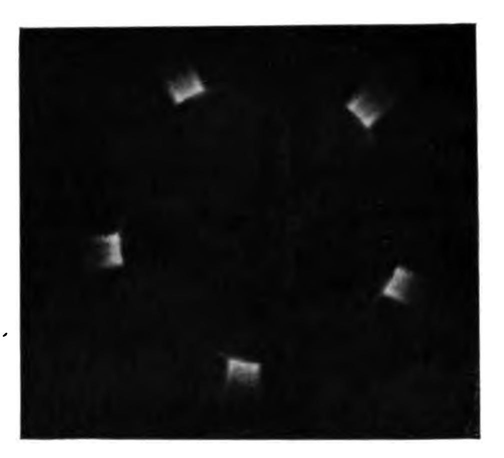


Fig. 5.



Fig. 4.

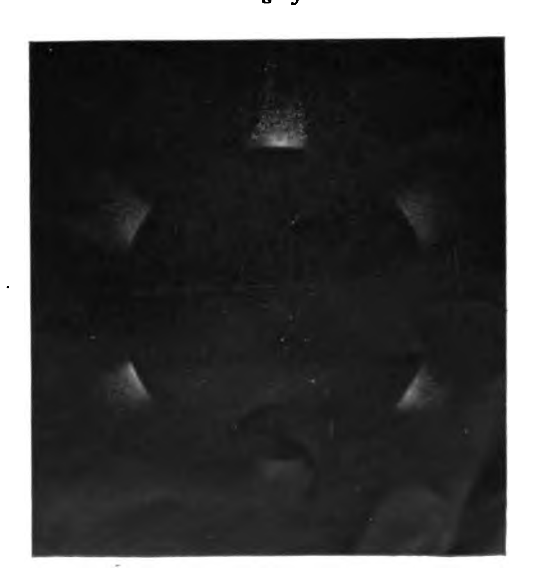
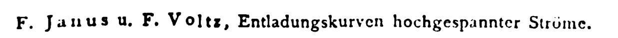


Fig. 6.



F. Janus u. F. Voltz, Entladungskurven hochgespannter Ströme.



Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

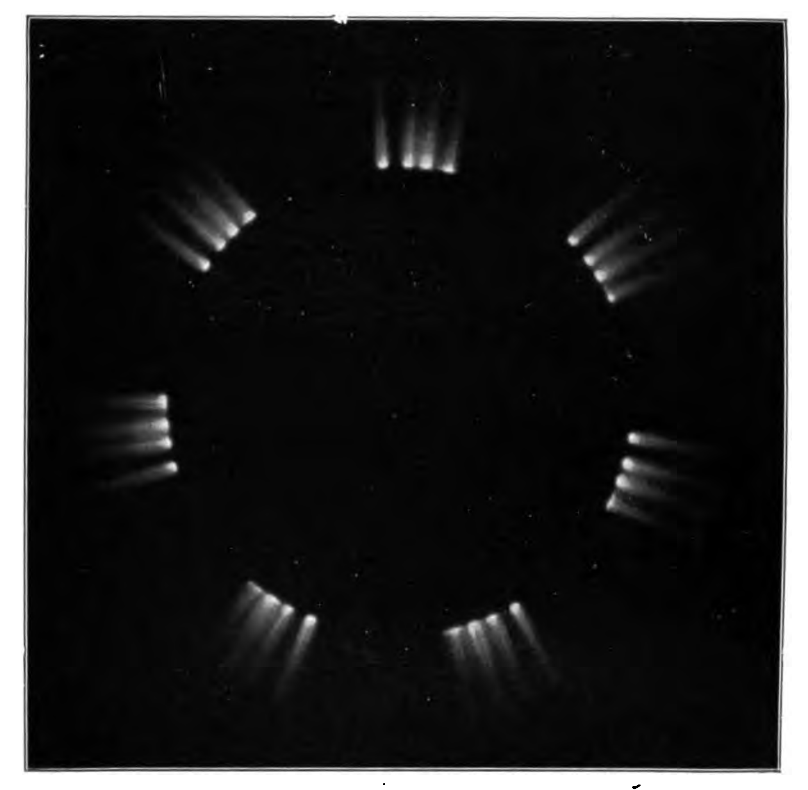


Fig. 7.

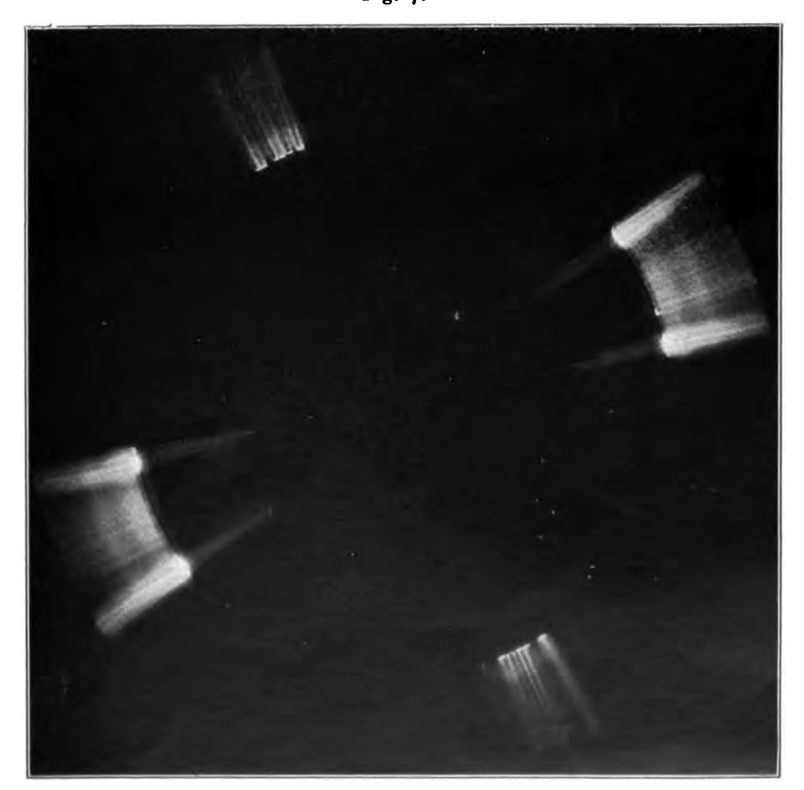


Fig. 8.

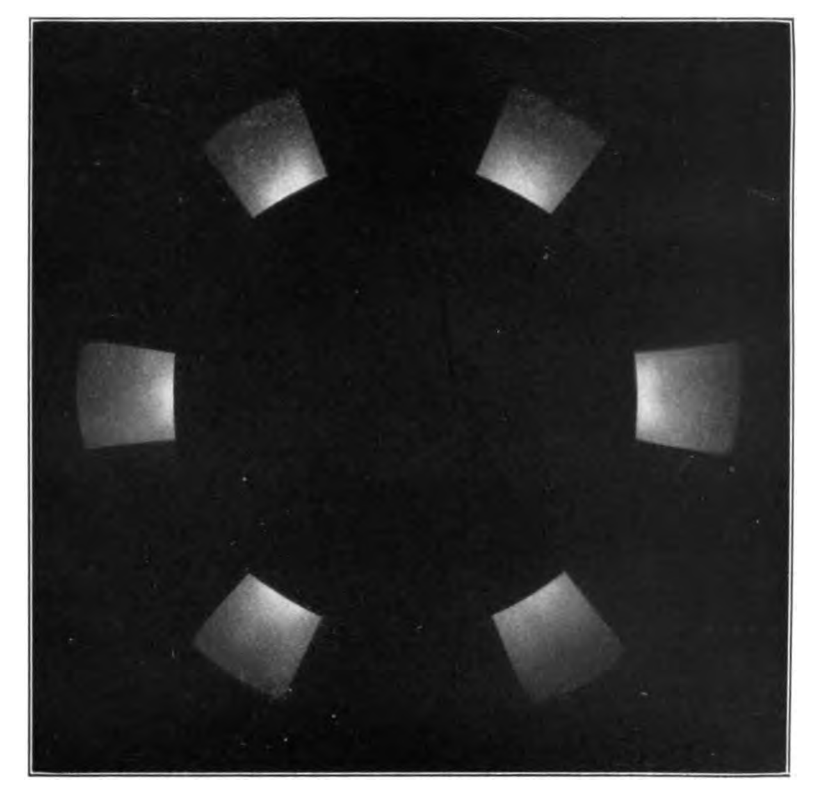


Fig. 9.

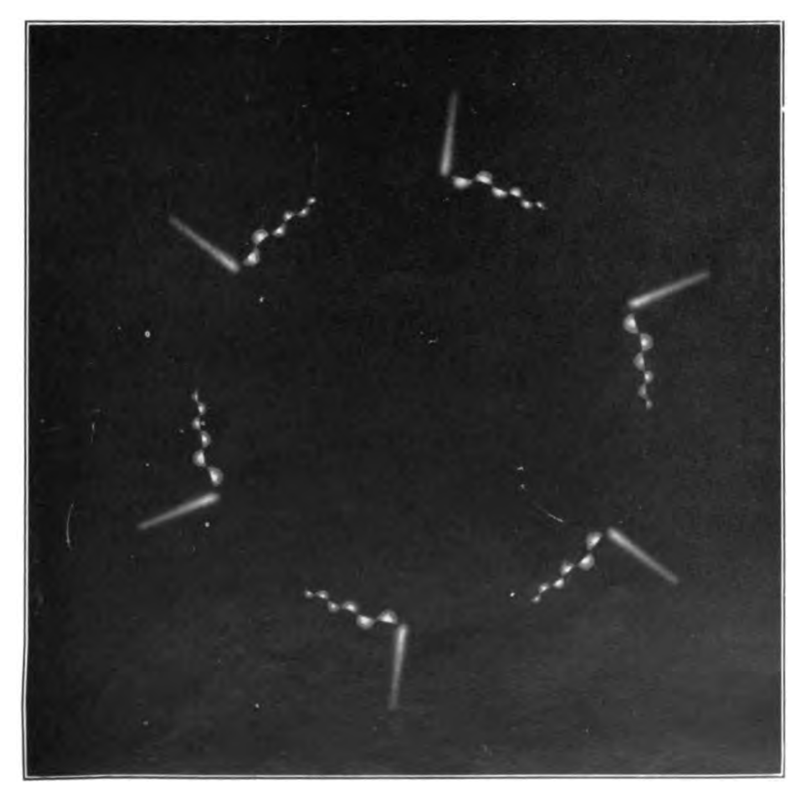


Fig. 10.

F. Janus u. F. Voltz, Entladungskurven hochgespannter Ströme.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.



Phot. A Schmidt

Eduard Riecke

PHYSIKALISCH[illegible]

[illegible]

[illegible]

Was willst Du uns? —
[illegible]



PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 12. | 15. Juni 1915. | 16. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 13 am 10. Juli 1915.

INHALT:

Eduard Riecke †

Zu seinem Bilde.

In wenig Monden solltest Du das Wegezeichen
Mit ungebrochner Kraft, so hofften wir, erreichen,
Das alte Runen einem Menschenleben weisen,
Wenn sie es, war's voll Müh' und Arbeit, köstlich preisen. —
Schon regten sich die Herzen und die Hände,
Daß uns der Tag nicht ungerüstet fände,
Dir und der Welt zu zeigen, wie Dein Leben
In Wahrheit köstlich war, und was es uns gegeben. —
Schon war die Frist bestimmt, da Du den Pflug
In andre Hände geben wolltest, den Du, treu genug,
Der spröden Ackerkrume der Natur entgegen
Geführt zu Saat und reichem Erntesegen. —
Da kam der Tod — viel geht er jetzt im Land —
Und nahm Dir sanft das Werkzeug aus der Hand. —

Was warst Du uns? — Dein Pastor wählte recht
Für Dich den Spruch einst vom getreuen Knecht.

Denn all Dein Fühlen, Denken, Schaffen holte stets aufs Neue
Sich Kraft im Urgrund einer gold'nen Treue. —
Aus Meister Wilhelm Webers Hand ward Dir vertraut
Dereinst die Wissenschaft. Treu hast Du dran gebaut;
Du fügtest Stein um Stein der hohen Runde;
Wo's immer war, er saß auf festem Grunde. —
Wohl Tausenden lebt unsrer Lehren stolze Wahrheit,
Wie Du sie dargestellt in Deiner schlichten Klarheit. —
Auch auf den Bänden dieser Blätter mag man lesen,
In fernen Zeiten, was Dein Name uns gewesen. —
Wen immer sein Geschick an Dein Geschick gebunden,
Der hat es dankbar stets als hohes Glück empfunden:
Selbstlos gabst Du in Deinem Garten, war's nur echt,
Allem, was wachsen wollte, Luft- und Wurzelrecht.

Fest haftete der Glaube Dir in dem Gemüte
An eines hohen Weltengeistes Kraft und Güte,
Der unsrer Lebensfäden schicksalswirre Züge
Dennoch zu einem sinnigen Gewebe füge.
So trugst Du wie ein Held, mit siegendem Gewissen,
Die Herzenswunde, die der Krieg Dir noch gerissen.

Ruh' aus in Frieden! Deines Wesens stilles Walten
Wir wollen es in treuem Sinn behalten.
Dein warmer kluger Blick, Dein gütig klares Wort
Soll unsre Arbeit segnen fort und fort!

H. Th. Simon.



Eduard Riecke als Physiker.

Von W. Voigt.

Am 11. Juni starb nach nur zweitägiger Krankheit der Mitbegründer und langjährige erste Leiter dieser Zeitschrift, der Professor der Experimentalphysik an der Universität Göttingen Dr. Eduard Riecke im 70. Lebensjahre. Die Herausgeber der Zeitschrift wünschen von mir eine Würdigung der wissenschaftlichen Persönlichkeit des Heimgegangenen, und ich will dem verehrten Freund und Kollegen, mit dem mich 31 Jahre des fruchtbaren und harmonischen Zusammenarbeitens in derselben Wissenschaft und an demselben Institut eng verbunden haben, gerne diesen letzten Liebesdienst erweisen. Natürlich kann es sich bei einem so langen und an Arbeit reichen Leben nur um eine Skizze der wichtigsten Forschungsgebiete und Ergebnisse handeln.

Riecke wurde am 1. Dezember 1845 in Stuttgart geboren, erhielt seine Gymnasialbildung ebenda und besuchte nach Erlangung des Maturitätszeugnisses während einiger Semester auch die Bergbau-Abteilung des dortigen Polytechnikums. 1866 bezog er die Universität Tübingen, um daselbst Mathematik zu studieren. An dieser Hochschule wirkte damals C. Neumann, der Sohn Fr. Neumanns, des Begründers einer blühenden Schule der theoretischen Physik in Deutschland, und, obwohl Vertreter der Mathematik, selbst in jener Wissenschaft vielfach schöpferisch tätig. Experimentalphysik lehrte E. Reusch, gleichfalls ein Mann von vielen theoretischen Interessen, besonders im Gebiet der Kristallphysik wirksam. Nach Vollendung des Trienniums und Ablegung des Examens übernahm E. Riecke eine Lehrerstelle für Mathematik in seiner Vaterstadt, erhielt aber Anfang 1870 durch ein königliches Stipendium die Möglichkeit einer Fortführung seiner Studien in Göttingen.

An der Georgia Augusta war zu jener Zeit die Mathematik durch Clebsch vertreten; Experimentalphysik lehrte W. Weber, unterstützt durch Fr. Kohlrausch, der sich eben damals um die erstmalige Organisation eines systematischen physikalischen Praktikums bemühte. W. Weber nahm lebhaften Anteil an den Bestrebungen des begabten und eifrigen süddeutschen Gastes, und Riecke hat ihm die freundliche Gesinnung und die gewährte Förderung durch eine das ganze Leben hindurch bewährte tiefe und dankbare Verehrung vergolten, die in dem Nachrufe, den er 1894 seinem heimgegangenen Meister widmete, einen besonders ergreifenden Ausdruck gefunden hat. Mit Kohlrausch knüpfte sich eine Freundschaft, die gleichfalls bis zu dessen Tod fortbestanden hat.

Während des Krieges mit Frankreich hielt eine Einberufung zum Dienst in der Garnison Ulm Riecke seiner Arbeit fern. Anfang 1871 war er wieder in Göttingen und promovierte im Mai auf eine von W. Weber angeregte Dissertation „Über die Magnetisierungszahl des Eisens für schwache magnetisierende Kräfte". Schon im Juni erhielt er auf Grund einer weiteren Arbeit „Über eine Art allgemeiner Kugelfunktionen" die venia legendi für Physik und Mathematik. 1873 wurde er zum außerordentlichen, 1881 zum ordentlichen Professor ernannt und übernahm damit die Vorlesungen und das Institut W. Webers. Er hat der Universität Göttingen insgesamt 45 Jahre lang angehört und ihr mit Hingebung gedient. Ungemein groß ist die Anzahl von Schülern, die seine Unterweisung kürzere oder längere Zeit genossen haben; viele von ihnen bewahren ihrem Lehrer ein verehrungsvolles und dankbares Andenken. —

Ein eigentümliches Geschick hat Riecke Anregungen seitens der beiden damals in Deutschland maßgebenden Schulen für theoretische Physik zukommen lassen, die durch die Namen Fr. Neumann einer-, Gauß und Weber andererseits bezeichnet werden.

Die bedeutenden Männer, die direkt und indirekt seine Lehrer gewesen sind, haben naturgemäß seine spätere Arbeitsrichtung wesentlich bestimmt. Diese lag hauptsächlich nach der theoretischen, ja gelegentlich sogar nach der mathematischen Seite, indem ihn nicht selten speziell die rein mathematische Ausarbeitung, Umgestaltung, Entfaltung bereits vorhandener Theorien beschäftigt hat. So überwiegt die Zahl seiner theoretischen Arbeiten weit diejenige seiner Experimentaluntersuchungen. Und wo er experimentiert, handelt es sich der Regel nach nicht um das pioniermäßige Vordringen in ein noch unerschlossenes Gebiet, sondern um Messungen nach Anleitung der Theorie.

Das erste von Riecke angegriffene Problem war eines aus dem Gebiete des Ferromagnetismus. Fr. Neumann hatte die magnetische Influenzierung eines Ellipsoids zu berechnen gelehrt und damit einen Weg zur exakten Bestimmung von Magnetisierungszahlen eröffnet. Riecke wurde durch W. Weber aufgefordert, diese Methode auf die Influenzierung von Ellipsoiden aus Eisen durch den Erd-

magnetismus anzuwenden, um zuzusehen, ob sich bei derartigen schwachen Kräften von den Achsenverhältnissen unabhängige Magnetisierungszahlen ergäben. Die Messungen lehrten, daß dies nicht der Fall war, und es war aus ihnen zu schließen, daß bei diesen schwachen Kräften eine Zunahme der Magnetisierungszahl mit wachsender Feldstärke stattfände. Diese Untersuchung, die in der Berechnung der von dem homogen magnetisierten Ellipsoid auf einen äquatorial umgebenden Leiter von Kreisform ausgeübten Induktion einen sehr wesentlichen theoretischen Teil enthält, bildet den Inhalt einiger kleinerer Publikationen Rieckes und ist in seiner oben erwähnten Doktordissertation (1871) umfassend dargestellt. Die allgemeine Theorie des Magnetismus und der magnetischen Influenz hat Riecke übrigens später (1873, 1881) noch wiederholt beschäftigt. In bezug auf den letzteren Gegenstand mögen die von ihm gewonnenen Lösungen des Influenzproblems durch sukzessive Annäherung besonders erwähnt werden.

Daß in der Umgebung W. Webers, der durch sein „Grundgesetz" den ersten bedeutungsvollen Versuch einer einheitlichen Fundierung der gesamten Elektrodynamik gemacht hatte, schon an sich Fragen nach den Grundlagen der Theorie dieses großen Gebietes zur Behandlung anregten, ist einleuchtend; im gleichen Sinne wirkten aber in der Zeit um 1875 noch besonders die zahlreichen und zum Teil lebhaften Kontroversen über die elektrodynamischen Ansätze von Clausius, Graßmann, Helmholtz, an denen sich auch C. Neumann beteiligte. So ist es begreiflich, daß sich Riecke in jener Periode wiederholt mit verwandten Fragen beschäftigte. Dem Weberschen Grundgesetz gelten zwei Arbeiten (1873 und 1874), von denen die letzte die sehr merkwürdigen Eigenschaften der Bewegung zweier elektrischen Teilchen entwickelt, die nach dem Weberschen Gesetz aufeinander wirken. Umfängliche Abhandlungen (1875 bis 1880) beziehen sich weiter auf das viel umstrittene und umgedeutete Elementargesetz von Ampère, das bekanntlich durch den Lauf der folgenden Entwicklung so eigentümlich von seiner beherrschenden Stellung verdrängt worden ist, ebenso auf die Theorie der Induktion, speziell auch der Erscheinungen der sogenannten unipolaren Induktionen. Auch der Frage der Äquivalenz von Stromsystemen und magnetischen Lamellen wandte Riecke (1872) sein Interesse zu, und eine Frucht dieser Untersuchungen war die Konstruktion eines Galvanometers, dessen Windungen, auf der Oberfläche eines abgeplatteten Rotationsellipsoids angebracht, in dessen Innerem ein weitgehend konstantes Magnetfeld und somit die fast strenge Gültigkeit des Tangentengesetzes für die Stromstärke bewirkten. Weiter seien erwähnt: Untersuchungen über die Kraft, die ein linearer Leiter seitens eines magnetischen Feldes, besonders des Erdfeldes erfährt, und über die Bewegung, die ein elektrisches Teilchen in einem Magnetfelde ausführt (1880 und 1881). Die letztere Arbeit ist dadurch besonders interessant, daß sie die Lösung eines bekannten Problems der modernen Elektronentheorie vorausnimmt.

Auf die Frage der elastischen Nachwirkung lenkte (1883) neben der Anregung erster orientierender Beobachtungen W. Webers die Theorie Boltzmanns, auf diejenige der Reibungselektrizität (1877) eine Versuchsreihe von Rieß in Verbindung mit Vorstellungen W. Webers. Auch die Untersuchungen über aperiodische Dämpfung (1883) mit ihren Beziehungen zur Theorie gewisser elektrischen Meßinstrumente entstanden wohl aus dem Weberschen Anregungskreise heraus.

In Gebiete, die diesem fremder waren, begab sich Riecke (1885) mit Ergreifung mehrerer Probleme der theoretischen Hydrodynamik, die teilweise auch zu Beobachtungen Veranlassung gaben. Um etwa dieselbe Zeit beginnen seine wichtigen Untersuchungen über die Pyroelektrizität des Turmalins, bei denen durch Kombination von Theorie und Beobachtung die ersten Bestimmungen absoluter Parameter gelangen. An diese Arbeiten schließen sich innerlich spätere über Piezoelektrizität von Turmalin und Quarz (1891), veranlaßt durch die von mir gegebene Theorie und teilweise in Kooperation mit mir entstanden. Riecke ganz eigen ist aber der Versuch einer molekularen Theorie der bez. Vorgänge, der allerdings in einer anderen Richtung liegt, als in der durch die neuesten Aufklärungen über Kristallstruktur gewiesenen.

Um 1890 etwa setzt dann eine Periode intensiver Beschäftigung mit Thermodynamik ein, angeregt durch das Aufblühen der physikalischen Chemie, an dem damals Göttingen durch die Forschertätigkeit von Nernst besonders beteiligt war. In diesem Gebiet hat sich Riecke hauptsächlich um die allgemeine Ausgestaltung und Anwendung der Methode des thermodynamischen Potentiales bemüht, die den eigentlichen physikalischen Chemikern ferner lag. Von speziellen Problemen sei die Ableitung und schöne Bestätigung der Zustandsgleichung des stufenweise zerfallenden Schwefeldampfes (1890) erwähnt. Ferner der kühne Versuch (1893), einen Vorgang des organischen Lebens (die Erscheinungen der Muskelkontraktion) der

mathematischen Analyse mit Hilfe des thermodynamischen Potentials zu unterwerfen, — ein Versuch, der, wenn er auch nicht zu vollem Gelingen geführt hat, doch einen Weg bezeichnet, der vielleicht späteren Erfolg verspricht.

Auch Fragen der kinetischen Theorie der Materie haben Riecke wiederholt angezogen. So bearbeitete er (1890) das Problem des osmotischen Druckes, und damit zusammenhängend dasjenige der Diffusion und Elektrolyse. Einen überaus wichtigen und folgenreichen Anstoß aber gab er (1898) der Forschung durch den ersten Versuch einer wirklich durchgeführten kinetischen Theorie der Wärme- und Elektrizitätsleitung in Metallen, im Anschluß an bereits von W. Weber vertretene und durch die Elektronenhypothese präzisierte Vorstellungen, — ein Versuch, an den dann weitere Untersuchungen von Drude, Reinganum, Lorentz, W. Wien u. a. anknüpften. Es ist bekannt, daß das Problem ausnehmende Schwierigkeiten bietet, und daß auch das Zusammenwirken der genannten Forscher seine vollständige Erledigung nicht bewirkt hat; Rieckes Namen wird mit demselben aber für alle Zeit verknüpft bleiben. In späterer Zeit (1908) ist Riecke bei der Frage der Bewegung der α-Teilchen, welche radioaktive Substanzen ausstoßen, noch einmal auf kinetische Betrachtungen zurückgekommen.

Diese letzteren Betrachtungen hängen zusammen mit dem allgemeinen Gegenstand der Bewegung der Elektrizität in Gasen, — einerseits in hochevakuierten Räumen, andererseits in der Atmosphäre —, deren Untersuchung Riecke in den letzten Lebensjahren in erster Linie interessierte, und der er eine Reihe, teils experimenteller, teils theoretischer Arbeiten gewidmet hat. Für die Erforschung der Erscheinungen der Luftelektrizität wirkte er organisierend in der auf seine Anregung von dem Kartell deutscher Akademien zu diesem Zweck begründeten Kommission, ebenso in dem Ausschuß der von der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen angeregten und geleiteten geophysikalischen Beobachtungsstation auf Samoa. Diese Tätigkeit gab Riecke mehrfach Veranlassung zu zusammenfassenden wissenschaftlichen Berichten von populärerer Haltung, denen neben der vollkommenen Beherrschung des Gegenstandes eine eigenartige Kunst der Darstellung eine besondere Bedeutung verleiht.

Im ganzen genommen tritt von etwa 1895 ab bei Riecke die wissenschaftliche Produktion gegenüber anderer Betätigung allmählich zurück. Seine Arbeit galt nunmehr zum großen Teil seinem Lehrbuch der Physik, dessen erste Auflage 1896 erschien, und dessen Überarbeitung und Vervollständigung für fünf weitere Auflagen naturgemäß große Ansprüche stellte. Dazu kam eine allmählich zunehmende Schwäche der Augen, die das Fortschreiten jeder Arbeit verzögerte, die er aber mit großer Ergebung trug.

Das Rieckesche Lehrbuch bezeichnete einen außergewöhnlichen Erfolg, um so bemerkenswerter, als an deutschen Lehrbüchern für jede Stufe der Vorbildung gewiß kein Mangel herrschte. Was dem Werk die hervorragende Stellung in der bez. Literatur verschafft hat, ist einmal seine große Vollständigkeit in dem Sinne der Berücksichtigung auch der modernsten Errungenschaften der Wissenschaft, sodann die individuelle Haltung, die sich in dem Zusammenschmelzen der disparaten Gegenstände zu einem weitgehend einheitlichen Gebilde äußert, endlich die ausgezeichnete Klarheit, ja Schönheit der Darstellung. In der Tat ist der Umfang, die Tiefe und Gleichmäßigkeit der Kenntnisse in allen Gebieten der Physik, welche das Buch zum Ausdruck bringt, außerordentlich, und wenn manchen Lesern gewisse Gebiete vielleicht unerwartet ausführlich, andere unerwartet knapp behandelt erscheinen, so entspricht das eben deren individueller Bewertung, die bei einem Buch von so eigenem Gepräge nur natürlich ist. Was die Darstellung angeht, so sei bemerkt, daß gemäß seiner teilnehmenden und intensiven Beschäftigung mit den besten Werken deutscher Literatur Riecke in der Tat ein hervorragender Stilist war, — eine Eigenschaft, die er besonders auch in Publikationen populären Charakters, wie Vorträgen und Gedächtnisreden, bewährte.

Riecke genoß sowohl wegen seiner wissenschaftlichen Bedeutung als wegen seiner vortrefflichen menschlichen Eigenschaften im Kreise seiner Fach-, wie seiner Fakultätsgenossen großes Ansehen und Vertrauen. Die Reinheit und Billigkeit seines Wesens trat bei ihm so überzeugend hervor, daß er keine Feinde hatte. Auf Grund dieses allgemeinen Vertrauens hat seiner Zeit die Verlagshandlung die neu begründete Zeitschrift in seine Hand gelegt. Durch sein tiefes Verständnis für alle physikalischen Fragen wie durch die ausgleichende Wirkung seines Wesens hat er weitgehend dazu beigetragen, das Unternehmen zur Blüte zu bringen und entstehende Schwierigkeiten zu überwinden. Wenn die Physik gegenwärtig in der Zeitschrift im Sinne der Ziele, welche ihren Begründern vorschwebten, ein Organ wissenschaftlicher Berichterstattung von ungewöhnlicher Beweglichkeit und Vielseitigkeit besitzt, so hat daran Eduard Riecke ein wesentliches Verdienst gehabt.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Bohrs Theorie der Serienspektren von Wasserstoff und Helium.

Von Eduard Riecke.

Mit stets steigendem Interesse und jugendlicher Frische verfolgte Riecke buchstäblich bis zu seinen letzten Tagen die neuen weittragenden Errungenschaften, welche der physikalischen Forschung durch die Erweiterung der Einflußsphäre des Planckschen Wirkungsquantums beschieden waren. Das viele Unklare und Unbefriedigende, das noch unüberwunden sich in diesem Gebiete einem restlosen Verstehen entgegenstellt, war ihm durchaus nicht ein Grund zur überkritischen Ablehnung. Vielmehr schöpfte er gerade daraus einen wesentlichen Teil der Freude, welche ihm seine Beschäftigung mit dem Atominnern eingebracht hat.

Restlos überzeugt von der großen Wichtigkeit und der Tragweite der neuen Ideen, war es ihm unmöglich als müßiger Zuschauer abseits am Wege zu stehen. Er empfand das Bedürfnis zunächst in möglichst weiten Kreisen das Interesse für die reizvollen neuen Probleme, welche hier zum Greifen nahe liegen, zu beleben und zu wecken. Mit dieser Absicht und in diesem Sinne verfaßte er in der allerletzten Zeit vor der Krankheit, die mit seinem Tode endigen sollte, die folgende Notiz, welche in knapper Form das Wesentliche der neueren Ansichten über das Entstehen und die Gesetzmäßigkeiten der Spektren darstellt.

Wir übergeben dieselbe der Öffentlichkeit in der Meinung damit das Angedenken des Physikers Riecke in würdigster Weise zu ehren.

P. Debye.

Die theoretische Physik des vergangenen Jahrhunderts, wie sie sich einerseits auf die Prinzipien Newtons, andererseits auf die Maxwellschen Gleichungen stützt, versagte vollständig bei zwei ebenso reizvollen als bedeutenden Problemen, zwischen denen eine gewisse Beziehung von vornherein wahrscheinlich schien. Das eine war gegeben durch das Strahlungsgesetz des schwarzen Körpers, das andere durch das Seriengesetz der Linienspektren. Das erste dieser Probleme fand seine Lösung durch Planck; er war dabei genötigt, den Kreis der früheren physikalischen Prinzipien durch ein vollkommen neues zu ergänzen, durch die Annahme einer quantenhaften Verteilung der Energie. Sie führte ihn zu der Entdeckung der Konstanten h. Während die frühere theoretische Physik für die makroskopischen Erscheinungen ihre Bedeutung behält, werden die ultramikroskopischen Vorgänge in den Atomen und Molekülen von neuen Gesetzen beherrscht, in welchen jene Konstante h eine fundamentale Rolle spielt. Man mochte vermuten, daß dies auch für die Seriengesetze gelte. Aber es blieb zunächst bei dieser unbestimmten Vermutung, und erst Bohr gelang es, auf diesem Gebiete einen entscheidenden Schritt zu tun. Es gelang ihm, für das Seriengesetz eine anschauliche und einfache Deutung zu finden. Von noch größerer Bedeutung ist es, daß er die Rydbergsche Konstante in der Tat auf die Plancksche Konstante h, sowie auf die Masse und die Ladung des Elektrons zurückzuführen vermochte. Die weitere Entwicklung der Wissenschaft mag an der Bohrschen Theorie noch manches ändern, sicher ist, daß sie schon jetzt zu höchst wertvollen Aufschlüssen geführt hat und für weitere Untersuchungen auf dem Gebiete der Spektroskopie von fundamentaler Bedeutung ist. Ein kurzer Bericht über die Bohrsche Theorie dürfte daher den Lesern dieser Zeitschrift willkommen sein.

1. Das Atommodell. In Anlehnung an die Rutherfordschen Vorstellungen macht Bohr die folgende Annahme über die Konstitution eines Atoms, beziehungsweise eines Atomions. Das Atom besitzt zunächst einen positiv geladenen Kern; die Zahl der in dem Kerne vorhandenen positiven Elementarladungen wird man nach Moseley gleich der Nummer des betreffenden Elements im periodischen System setzen. Der positive Atomkern ist umgeben von Elektronen, welche seine Ladung in ihren Fernwirkungen mehr oder weniger kompensieren. Wir beschränken uns im folgenden auf den Fall, daß der Atomkern nur ein einziges Elektron in seinen Umkreis gezogen hat. Mit Bezug auf dieses macht Bohr die folgende Annahme. Um den Atomkern herum zieht sich eine Folge von kreisförmigen Bahnen; wir numerieren sie vom Kern ausgehend mit den Zahlen 1, 2, 3. . . . . Die Bewegung des Elektrons ist nur dann eine stabile, wenn es in einer dieser Bahnen mit gleichförmiger Geschwindigkeit umläuft. Die Entfernungen des Elektrons von dem Atomkern, welche den aufeinander folgenden stabilen Bahnen entsprechen, seien $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$. Wir werden dann die zuvor gemachte Annahme noch etwas genauer formulieren müssen. Was im Raume als ruhend gedacht werden kann, ist nicht der Atomkern, sondern der Schwerpunkt von Atomkern und Elektron. Daraus folgt, daß die Halbmesser der Kreise, auf denen sich das Elektron stabil bewegen kann, nicht gleich den Entfernungen $a_1, a_2, a_3, \ldots$ sind. Denn der Mittelpunkt dieser Kreise liegt nicht im Atomkern, sondern im Schwerpunkt. Verstehen wir unter m die Masse des Atomkerns, unter μ die Masse des Elektrons, so sind die Halbmesser der Stabilitätskreise gegeben durch

$$\frac{m}{m+\mu}\cdot a_1,\quad \frac{m}{m+\mu}\cdot a_2,\quad \frac{m}{m+\mu}\cdot a_3\ldots.$$

Zu gleicher Zeit bewegt sich der Kern auf Kreisen um den Schwerpunkt mit den Radien

$$\frac{\mu}{m+\mu}a_1,\quad \frac{\mu}{m+\mu}a_2,\quad \frac{\mu}{m+\mu}a_3,\ \ldots.$$

2. Die Stabilitätsbedingung. Das Elektron befinde sich auf irgendeinem Kreise mit der Nummer i in Rotation; die Winkelgeschwindigkeit sei ω_i, der Halbmesser des Kreises $a_i\frac{m}{m+\mu}$; dann ist die Bewegungsgröße des Elektrons, sowie der ihr gleiche Impuls gegeben durch:

$$\mu\,\omega_i\,a_i\frac{m}{m+\mu}.$$

Multiplizieren wir den Impuls mit dem Halbmesser des Kreises, so erhalten wir einen Ausdruck, den wir im folgenden als Impulsmoment des Elektrons bezeichnen werden.

Fügen wir noch das entsprechende Impulsmoment für den Kern hinzu, dann lautet die von Bohr eingeführte Stabilitätsbedingung für das gesamte Impulsmoment

$$\text{Impulsmoment}=\mu\,\omega_i\,a_i^2\frac{m}{m+\mu}=i\cdot\frac{h}{2\pi}. \qquad (1)$$

Hier bedeutet i die Nummer des Kreises, auf welchem sich das Elektron bewegt. Aus der Gleichung folgt:

$$\omega_i a_i^2=\frac{i}{2\pi}\frac{h}{\mu}\frac{m+\mu}{m}. \qquad (2)$$

3. Die Gleichgewichtsbedingung. Das Gleichgewicht des Elektrons auf dem Kreise i ist dadurch bedingt, daß die Zentrifugalkraft aufgehoben wird durch die Anziehung, die der Atomkern auf das Elektron ausübt. Die Zentrifugalkraft ist gegeben durch:

$$\mu\,\omega_i^2\,a_i\frac{m}{m+\mu}.$$

Die Anziehung des Kerns durch:

$$\frac{\varepsilon E}{a_i^2}.$$

Die Gleichgewichtsbedingung wird daher:

$$\omega_i^2 a_i^3=\frac{\varepsilon E}{\mu}\frac{m+\mu}{m}. \qquad (3)$$

4. Die geometrischen und die kinetischen Verhältnisse der Elektronenbahn. Aus den Gleichungen 2 und 3 folgt:

$$a_i=\frac{1}{4\pi^2}\frac{i^2h^2}{\mu\varepsilon E}\frac{m+\mu}{m}, \qquad (4)$$

$$\omega_i=8\pi^3\frac{\mu\varepsilon^2E^2}{i^3h^3}\frac{m}{m+\mu}. \qquad (5)$$

Wir wollen noch eine weitere Größe einführen, die Umdrehungszahl n_i des Elektrons in seinem Kreise. Sie hängt mit der Winkelgeschwindigkeit ω_i zusammen durch die Gleichung

$$2\pi\cdot n_i=\omega_i. \qquad (6)$$

Daher wird:

$$n_i=4\pi^2\frac{\mu\varepsilon^2E^2}{i^3h^3}\frac{m}{m+\mu} \qquad (6')$$

Endlich wird die lebendige Kraft des ganzen Systems (Elektron und Kern):

$$T_i=\frac{1}{2}\mu\,\omega_i^2a_i^2\left(\frac{m}{m+\mu}\right)^2+\frac{1}{2}m\,\omega_i^2a_i^2\left(\frac{\mu}{m+\mu}\right)^2$$

oder mit Benutzung von Gleichung 3:

$$T_i=\frac{\varepsilon E}{2a_i}. \qquad (7)$$

5. Die energetischen Verhältnisse des Atommodells. Denken wir uns das Elektron in ruhendem Zustande in unendlicher Entfernung von dem Atomkerne, so wird das aus Atomkern und Elektron bestehende System eine gewisse Energie besitzen, die wir mit C bezeichnen wollen. Wir betrachten andererseits das System in seiner Bewegung auf den Stabilitätskreisen i. Seine potentielle Energie ist dann gegeben durch:

$$C-\frac{\varepsilon E}{a_i},$$

seine kinetische Energie durch:

$$T_i=\frac{\varepsilon E}{2a_i}.$$

Bezeichnen wir die Gesamtenergie des Systems mit V, so ist bei unendlicher Entfernung des Elektrons $V_\infty=C$. Auf dem Stabilitätskreise i

$$V_i=C-\frac{\varepsilon E}{a_i}+T_i.$$

Somit die Differenz

$$W_i=V_\infty-V_i=\frac{\varepsilon E}{2a_i}. \qquad (8)$$

Beim Übergang vom unendlichen auf den Stabilitätskreis nimmt also die Energie ab; das aus Elektron und Atomkern bestehende System gibt eine gewisse Energie W_i nach außen ab, wenn das Elektron aus unendlicher Entfernung auf den Kreis i gelangt. Substituieren wir in dem Ausdruck für W_i an Stelle von a_i den zuvor gefundenen Wert, so ergibt sich:

$$W_i=\frac{2\pi^2\mu\varepsilon^2E^2}{i^2h^2}\frac{m}{m+\mu}. \qquad (9)$$

Wie man sieht, ist die abgegebene Energie W_i um so größer, je niedriger die Nummer des Stabilitätskreises. Daraus folgt, daß Energie nach außen auch dann abgegeben wird, wenn



das Elektron von einem weiter nach außen liegenden Ringe zu einem mehr nach innen liegenden springt. Es sei k die Nummer des äußeren, i die des inneren Ringes. Dann hat die beim Übergang des Elektrons von k zu i nach außen abgegebene Energie den Betrag:

$$W_i - W_k = \frac{2\pi^2 \mu \varepsilon^2 E^2}{h^2} \frac{m}{m+\mu} \left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{k^2}\right). \quad (10)$$

6. Die Emissionshypothese. Die vorhergehenden Gleichungen führen unmittelbar zum Seriengesetz, wenn man der Stabilitätshypothese noch die folgende Hypothese hinzufügt. Die Abgabe der Energie nach außen, welche dem Springen des Elektrons von einem Ring zum andern entspricht, erfolgt in Form einer Welle. Die Schwingungszahl dieser Welle wird bestimmt durch die Plancksche Gleichung:

$$\nu_{ik} \cdot h = W_i - W_k. \quad (11)$$

Daraus folgt:

$$\nu_{ik} = \frac{2\pi^2 \varepsilon^2 E^2}{h^3} \frac{m}{m+\mu} \left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{k^2}\right) \quad (12)$$

und das ist in der Tat nichts anderes, als das Gesetz von Rydberg. Wir erhalten eine bestimmte Serie, wenn wir die Zahl i festhalten, und der Zahl k alle möglichen Werte von $k = i + 1$ bis $k = \infty$ erteilen. Es möge noch aufmerksam gemacht werden auf einen einfachen Zusammenhang zwischen der Schwingungszahl ν_{ik} und den Umdrehungszahlen n_i und n_k:

$$\nu_{ik} = \frac{i n_i - k n_k}{2}. \quad (13)$$

Die Formel für ν_{ik} kann auch in folgender Form geschrieben werden:

$$\nu_{ik} = \frac{2\pi^2 \mu \varepsilon^4}{h^3} \frac{E^2}{\varepsilon^2} \frac{m}{m+\mu} \left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{k^2}\right). \quad (14)$$

Hier ist nun

$$\frac{2\pi^2 \mu \varepsilon^4}{h^3}$$

eine Konstante von universellem Charakter, die wir im folgenden mit N bezeichnen wollen. Wir haben dann:

$$\mathrm{N} = \frac{2\pi^2 \mu \varepsilon^4}{h^3} \quad (15)$$

und

$$\nu_{ik} = \mathrm{N} \frac{E^2}{\varepsilon^2} \frac{m}{m+\mu} \left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{k^2}\right). \quad (16)$$

Setzen wir

$$\frac{\varepsilon}{\mu} = 528 \times 10^{15}, \quad \varepsilon = 4{,}69 \times 10^{-10},$$

$$h = 0{,}655 \times 10^{-26},$$

so wird:

$$\mathrm{N} = 3{,}02 \times 10^{15}. \quad (17)$$

Wir werden diese Zahl im folgenden als die Rydbergsche Zahl bezeichnen.

7. Spektrum des Wasserstoffs. Für Wasserstoff ist die Kernladung gleich ε. Setzen wir die Masse des Wasserstoffatoms gleich m_H, so wird:

$$\nu_{ik} = \mathrm{N}\left(1 - \frac{\mu}{m_H}\right)\left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

wenn nach Potenzen von $\frac{\mu}{m_H}$ entwickelt wird. Die bekannte Balmersche Serie des Wasserstoffs ergibt sich, wenn wir $i = 2$ und k der Reihe nach gleich 3, 4, 5, ... setzen.

Der Faktor

$$\mathrm{N}\left(1 - \frac{\mu}{m_H}\right)$$

kann den Beobachtungen zufolge gleich

$$3{,}29 \cdot 10^{15}$$

gesetzt werden. Das ergibt für N den Wert

$$\mathrm{N} = 3{,}29\left(1 + \frac{\mu}{m_H}\right) \cdot 10^{15}.$$

Nun ist

$$\frac{\mu}{m_H} = \frac{1}{1830}$$

also mit genügender Annäherung:

$$\mathrm{N} = 3{,}29 \cdot 10^{15}$$

ein Wert, der um 9 Proz. größer ist, als der aus der Bohrschen Theorie folgende. Der Grund der Abweichung kann in der Unsicherheit der Elementarladung ε gesucht werden; ein Fehler von 2 Proz. bei dieser würde genügen, um den Unterschied auszugleichen.

Die Halbmesser der Stabilitätsringe des Wasserstoffatoms können mit genügender Genauigkeit nach der Formel

$$a_i = i^2 \cdot \frac{h^2}{4\pi^2 \mu \varepsilon^2}$$

berechnet werden. Es ergibt sich:

$$a_1 = 0{,}556 \cdot 10^{-8} \qquad a_4 = 8{,}896 \cdot 10^{-8}$$
$$a_2 = 2{,}224 \cdot 10^{-8} \qquad a_5 = 13{,}90 \cdot 10^{-8}$$
$$a_3 = 5{,}004 \cdot 10^{-8} \qquad a_{15} = 125 \cdot 10^{-8}.$$

Bei normalem Druck und normaler Temperatur ist die Seite des Molekularwürfels gleich $16{,}5 \cdot 10^{-8}$ cm. Es würde also in diesem Falle noch der fünfte Ring im Innern des Molekularwürfels Platz haben. Die Linie H_γ entsteht dadurch, daß das Elektron vom 5. auf den 2. Ring springt. Man kann daraus schließen, daß bei normalem Druck höchstens die drei ersten Linien der Serie auftreten können. In dem Maße, in dem der Druck abnimmt, müssen auch die nach dem Ultraviolett hin liegenden Linien auftreten, eine Folgerung, welche durch die Erfahrung durchaus bestätigt wird.

8. Das Spektrum des Heliums. Bei Helium ist die Kernladung gleich 2ε, somit:

$$\nu_{ik} = 4N\left(1 - \frac{\mu}{m_{He}}\right)\left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

eine Formel, die wir auch so schreiben können:

$$\nu_{ik} = N\left(1 - \frac{\mu}{m_{He}}\right)\left(\frac{1}{\left(\frac{i}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right).$$

Wir erhalten eine erste Serie des Heliums, wenn wir $i = 4$ setzen. Ihre Schwingungszahlen sind gegeben durch:

$$\nu_{4,k} = N\left(1 - 2\frac{\mu}{m_{He}}\right)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right).$$

Die Serie zerfällt in zwei Teilserien, welche sich dadurch unterscheiden, daß bei der einen nur gerade, bei der anderen nur ungerade Werte von k vorkommen. Wir betrachten zunächst den Fall, daß k ungerade, also von der Form $2m + 1$ ist. Dann erhalten wir die Serie:

$$\nu_{4,2m+1} = N\left(1 - 2\frac{\mu}{m_{He}}\right)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\left(m + \frac{1}{2}\right)^2}\right),$$

wo m der Reihe nach gleich 2, 3, 4, ... zu setzen ist. Das Elektron springt dabei von den Ringen mit ungerader Nummer auf den Ring 4. Die Serie ist keine andere als die von Pickering in dem Sterne ξ — Puppis entdeckte. Sie wurde früher dem Wasserstoff zugeschrieben. Nach der Bohrschen Theorie kann sie nur dem Helium angehören, und es darf als eine glänzende Bestätigung der Theorie gelten, daß ihre Zugehörigkeit zum Helium seitdem experimentell nachgewiesen ist.

Die zweite Teilserie erhalten wir mit $k = 2m$. Die Schwingungszahlen sind:

$$\nu_{4,2m} = N\left(1 - \frac{\mu}{m_{He}}\right)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2}\right).$$

Die Serie ist bis auf den etwas abweichenden Wert des Faktors identisch mit der Wasserstoffserie von Balmer. Die Bohrsche Theorie verlangt also bei Helium eine Serie, deren Linien nahezu zusammenfallen mit den Linien des Wasserstoffs.

Eine weitere Serie des Heliumspektrums bekommen wir, wenn das Elektron auf den dritten Ring springt. Ihre Formel ist:

$$\nu_{3,k} = N\left(1 - \frac{\mu}{m_{He}}\right)\left(\frac{1}{(1,5)^2} - \frac{1}{\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right).$$

Auch diese Serie spaltet sich in zwei, je nachdem k gerade oder ungerade. Wir erhalten für die Teilserien die Formeln:

$$\nu_{3,2m} = N\left(1 - \frac{\mu}{m_{He}}\right)\left(\frac{1}{(1,5)^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

$$\nu_{3,2m+1} = N\left(1 - \frac{1}{m_{He}}\right)\left(\frac{1}{(1,5)^2} - \frac{1}{\left(m + \frac{1}{2}\right)^2}\right).$$

Von diesen Serien wurde die erste ebenfalls dem Wasserstoff zugeschrieben und als eine Hauptserie des Wasserstoffs bezeichnet. Sie kann aber nach der Bohrschen Theorie nur beim Helium auftreten, und Fowler hat nachgewiesen, daß sich die Sache in der Tat so verhält. Er hat ebenso die zweite Teilserie, welche beim Springen des Elektrons von den ungeradzahligen Ringen auf den dritten Ring entsteht, beobachtet. Außerdem hat er noch die Serien $\nu_{2,k}$ und $\nu_{1,k}$ beim Helium aufgefunden.

All die besprochenen Serien des Heliums entstehen, wenn ein zweiwertiges positives Heliumatom sich durch Anlagerung eines Elektrons in ein einwertiges verwandelt. Die bekannten Haupt- und Nebenserien des Heliums und des Parheliums werden durch die Bohrsche Theorie vorläufig nicht erklärt.

Die Vergleichung des Wasserstoffspektrums mit dem Spektrum des einwertigen Heliumions führt zu einer weiteren höchst bemerkenswerten Bestätigung der Theorie. Das Verhältnis der Faktoren, mit welchen die Differenz $\left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{k^2}\right)$ bei Wasserstoff und $\left(\frac{1}{\left(\frac{i}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{k}{2}\right)^2}\right)$ bei Helium multipliziert wird, ist gegeben durch

$$\frac{1 - \frac{\mu}{m_H}}{1 - \frac{\mu}{m_{He}}} = 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{\mu}{m_H}.$$

Man kann also das Verhältnis $\frac{\mu}{m_H}$ berechnen, sobald die betreffenden Faktoren für Wasserstoff und für Helium experimentell bestimmt sind. Der so erhaltene Wert stimmt vollkommen überein mit dem aus der spezifischen Ladung der Kathodenstrahlen berechneten.

9. Ringe mit einer größeren Anzahl von Elektronen. Die Ergebnisse, zu welchen die Bohrsche Theorie bei Wasserstoff und Helium geführt hat, sind ebenso überraschend als bedeutsam. Bei der Ausdehnung der Theorie auf Elemente von höherem Atomgewicht ergeben sich aber mancherlei Schwierigkeiten. Wir beschränken uns daher auf die Besprechung eines Falles, der in Verbindung mit den Messungen Moseleys an den Fluoreszenzstrahlen der Metalle ein besonderes Interesse gewonnen

hat. Der Atomkern, dessen Ladung wie früher mit E bezeichnet werde, ist umgeben von Stabilitätskreisen mit den Nummern 1, 2, 3, ... Auf einem beliebigen dieser Kreise befinde sich aber jetzt nicht nur ein einziges Elektron, sondern eine Anzahl von p-Elektronen. Die Emission der Ätherwellen erfolgt dadurch, daß alle Elektronen gleichzeitig von einem äußeren Ringe zu einem inneren überspringen. Eine Vereinfachung ergibt sich gegenüber den früheren Betrachtungen. Der Schwerpunkt von Kern und Ring fällt in den Mittelpunkt des Kernes; die Unterscheidung zwischen Halbmesser des Ringes und Abstand der Elektronen vom Kern fällt daher weg. Die Stabilitätsbedingung bleibt dieselbe wie früher. Die Gleichgewichtsbedingung dagegen gewinnt eine etwas andere Form. Wir betrachten den Ring a_i. Ein einzelnes auf ihm befindliches Elektron unterliegt der Wirkung der Zentrifugalkraft, der Anziehung des Kernes und den abstoßenden Kräften, welche die übrigen $p - 1$-Elektronen des Ringes auf das herausgegriffene Elektron ausüben. Dieses letztere habe die Nummer p; wir ziehen durch dasselbe einen Kreishalbmesser und machen ihn zur Achse eines Polarkoordinatensystems. Dann ist der Winkel, welchen der nach dem Elektron s gezogene Halbmesser mit der Achse einschließt, $s \cdot \frac{2\pi}{p}$. Der Abstand des betreffenden Elektrons von dem Elektron p ist gegeben durch:

$$2a_i \cdot \sin\frac{s\pi}{p}.$$

Die Komponente der von s auf p ausgeübten Kraft nach der Richtung des Radius wird

$$\frac{\varepsilon^2}{4a_i^2}\frac{1}{\sin\frac{s\pi}{p}}.$$

Daraus ergibt sich für die gesamte Abstoßung, welche von den $p-1$-Elektronen des Ringes auf das $p$te Elektron ausgeübt wird, der Wert:

$$\frac{\varepsilon^2}{4a_i^2}\sum_1^{p-1}\frac{1}{\sin\frac{s\pi}{p}}.$$

Wir setzen zur Abkürzung:

$$s_p = \frac{1}{4}\sum_1^{p-1}\frac{1}{\sin\frac{s\pi}{p}}. \tag{18}$$

Die gesamte elektrische Kraft, welche auf das $p$te Elektron wirkt, ist hiernach gegeben durch:

$$F = -\frac{\varepsilon}{a_i^2}\left\{E - s_p\varepsilon\right\}.$$

Die Gleichgewichtsbedingung kommt darnach auf die Form:

$$\omega_i^2 a_i^3 = \frac{\varepsilon}{\mu}\left\{E - s_p\varepsilon\right\}. \tag{19}$$

Hier bezeichnet ω_i die gemeinsame Winkelgeschwindigkeit der Elektronen. Die Stabilitätsbedingung ist wie früher:

$$\omega_i a_i^2 = i\frac{h}{2\pi\mu}. \tag{20}$$

Daraus folgt:

$$\left.\begin{aligned} a_i &= \frac{i^2h^2}{4\pi^2\mu\varepsilon}\frac{1}{E-s_p\varepsilon} \\ \omega_i &= \frac{8\pi^3\mu\varepsilon^2(E-s_p\varepsilon)^2}{i^3h^3} \\ n_i &= \frac{4\pi^2\mu\varepsilon^2(E-s_p\varepsilon)^2}{i^3h^3}. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Für die energetischen Verhältnisse ergibt sich folgendes. Denken wir uns die Elektronen ins Unendliche zerstreut und ohne Geschwindigkeit, so wird das System eine gewisse Energie besitzen, die wir mit $V_\infty = C$ bezeichnen. Rücken die Elektronen auf den Stabilitätskreis a_i, so ist die potentielle Energie, welche dem Systemkern einerseits, Systemring andererseits entspricht gleich:

$$C - p\frac{\varepsilon E}{a_i}.$$

Dazu kommt noch die potentielle Energie des Ringes auf sich selbst. Für diese ergibt sich der Ausdruck:

$$p\frac{\varepsilon^2}{4a_i} \times \sum_1^{p-1}\frac{1}{\sin\frac{s\pi}{p}} = p\cdot\frac{s_p\varepsilon^2}{a_i}.$$

Die gesamte kinetische Energie des Ringes wird:

$$T_i = p\frac{1}{2}\mu\omega_i^2 a_i^2$$

oder mit Benutzung der Gleichgewichtsbedingung:

$$T_i = p\frac{\varepsilon}{2a_i}(E - s_p\varepsilon).$$

Die gesamte Energie des aus Kern und Ring bestehenden Systems wird somit:

$$V_i = C - p\frac{\varepsilon E}{2a_i} + ps_p\frac{\varepsilon^2}{2a_i}.$$

Die Differenz zwischen der Energie in dem Zustand unendlicher Zerstreuung und der Energie des aus Kern und Ring bestehenden Systems wird somit:

$$W_i = V_\infty - V_i = p\frac{\varepsilon}{2a_i}(E - s_p\varepsilon) = T_i.$$

Setzen wir für a_i seinen Wert, so wird:

$$W_i = p\,\frac{2\pi^2\mu\varepsilon^2(E-s_p\varepsilon)^2}{i^2h^2}.$$

Diese Energie muß ebenso wie die in den früheren Fällen von dem System nach außen abgegeben werden. Ebenso ergibt sich eine Energieabgabe, wenn sämtliche Elektronen gleichzeitig von einem Ring mit der höheren Nummer k zu einem Ring mit der niedrigeren Nnmmer i springen. Ihr Betrag ist:

$$W_i - k_k = p\,\frac{2\pi^2\mu\varepsilon^2(E-s_p\varepsilon)^2}{h^2}\left(\frac{1}{i^2}-\frac{1}{k^2}\right).$$

Die Energie wird nach der Bohrschen Hypothese wieder in der Form einer Welle abgegeben. Für jedes einzelne Elektron hat die Energie den Wert $\nu_{ik}\,.\,h$, wo ν_{ik} wieder die der Welle entsprechende Schwingungszahl bezeichnet. Die von den p-Elektronen abgegebene Energie wird dann:

$$p\,\nu_{ik}h = W_i - W_k.$$

Daraus folgt dann:

$$\nu_{ik} = \frac{2\pi\mu\varepsilon^2(E-s_p\varepsilon)^2}{h^3}\left(\frac{1}{i^2}-\frac{1}{k^2}\right),$$

oder:

$$\nu_{ik} = \mathrm{N}\left(\frac{E}{\varepsilon}-s_p\right)^2\left(\frac{1}{i^2}-\frac{1}{k^2}\right).$$

$\frac{E}{\varepsilon}$ gibt an, wieviel Elementarladungen der Kern besitzt. Wir wollen diese Zahl bezeichnen mit Z, und erhalten dann die Formel:

$$\nu_{ik} = \mathrm{N}\,(Z-s_p)^2\left(\frac{1}{i^2}-\frac{1}{k^2}\right).$$

Außerdem gilt wieder die Beziehung:

$$\nu_{ik} = \frac{i\,n_i - k\,n_k}{2}.$$

Springt das Elektron von dem zweiten Ring auf den ersten, so wird:

$$\nu_{1,2} = \frac{3}{4}\,\mathrm{N}\,(Z-s_p)^2.$$

Findet das Springen statt vom dritten zum zweiten Ring, so ergibt sich:

$$\nu_{2,3} = \frac{5}{36}\,\mathrm{N}\,(Z-s_p)^2.$$

Beide Formeln finden Anwendung auf die Wellenlängen der von Moseley untersuchten Fluoreszenzstrahlen der Metalle. Die Zahl s_p hat für verschiedene p die folgenden Werte.

$s_2 = 0{,}25$, $s_3 = 0{,}58$, $s_4 = 0{,}96$, $s_5 = 1{,}38$, $s_6 = 1{,}83$, $s_8 = 2{,}81$, $s_{10} = 3{,}86$, $s_{15} = 6{,}76$.

(Eingegangen 25. Juni 1915.)

Über kleinste Quecksilberkugeln. (Deren Mechanik, Optik und elektrische Ladung.)

Zum Teil Bemerkungen an die Herren A. Schidlof und A. Karpowicz.

Von Felix Ehrenhaft.

Mit Tafel XI und XII.

§ 1. Übereinstimmung der aus dem Stokes-Cunninghamschen Gesetze mit den aus der Farbe des zerstreuten Lichtes gefolgerten Größen sehr kleiner Kugeln.

Wie ich in meinen Abhandlungen[1]) ausgeführt habe, sind es drei verschiedene voneinander völlig unabhängige Wege, welche die Größe einzelner Materieteilchen von der Ordnung 10^{-5} bis 10^{-6} cm, also von Partikeln überwiegend unter der Grenze der Leistungsfähigkeit der Mikroskope, zu bestimmen gestatten.

Auf dem ersten Weg, der sich an den althergebrachten anlehnt, bestimmt man die Beweglichkeit und damit auch den Radius des in einem Gase gleichförmig fallenden Kügelchens aus dessen gemessener mittlerer Fallgeschwindigkeit unter Zugrundelegung der Widerstandsgesetze für den gleichförmigen Fall von Kugeln im Gase; für solche habe ich die Anwendung der Cunninghamschen Korrektur am Stokesschen Gesetze eingeführt.[2]) Der zweite Weg, in seinen Voraussetzungen unabhängig von der Form und Dichte der Partikeln, bestimmt deren Beweglichkeit und Größe nach dem Einstein-, de Broglie-, Weißschen Verfahren[3]) der Berechnung aus den Abweichungen der Geschwindigkeiten von dem Mittelwerte derselben zufolge der Brownschen Bewegung der Partikelchen im Gase.

Wenn es auch schon nach dem optischen Bilde, wie ich oft auseinandersetzte, evident ist, daß die zufolge letzterer Theorie errechneten Partikelgrößen (manchmal bis zu 100 Proz.) zu große Werte ergeben,[4]) ist die dezidierte Entscheidung zugunsten des ersterwähnten Weges erst auf dem dritten Wege gefallen, den ich in dieser Zeitschrift[5]) auseinandersetzte.

Die Farbe des von einem einzelnen Goldkügelchen oben erwähnter Größenordnung senkrecht zur Richtung der dasselbe beleuchtenden Strahlen zerstreuten Lichtes ist unzweideutig und leicht beobachtbar. Wie ich an erwähnter

1) Vgl. F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **15**, 952, 1914.
2) F. Ehrenhaft, Wiener Akademieberichte, Bd. **119** (IIa), 860, 1910.
3) E. Weiß, Wiener Akademieberichte, Bd. **120** (IIa), 1021, 1911.
4) Vgl. F. Ehrenhaft, C. R. **158**, 1071, 1914 und neuerdings D. Konstantinowsky, Ann. d. Phys. **46**, 295, 1915.
5) l. c.



Stelle näher ausführte, wird für die Farbe dieses Lichtes die erste elektrische Schwingung charakteristisch, die sich für die hier in Betracht kommenden Größen unter Zugrundelegung der optischen Konstanten für Gold berechnen ließ. So konnte ich aus der Farbe dieser Goldteilchen direkt auf deren Größen schließen; und diese Größen stimmen vollkommen mit jenen überein, die sich unter Zugrundelegung des Cunninghamschen Gesetzes (Spezialfall $f = 0$) aus der mittleren Fallgeschwindigkeit der Partikel errechnen lassen.

Damit waren zwei unabhängige und in ihren Resultaten untereinander völlig übereinstimmende Wege gefunden; die Möglichkeit der mikroskopischen Messung von Einzelpartikeln war also gleichsam in das untermikroskopische Gebiet fortgesetzt. So wurde der Gültigkeitsbereich des Cunninghamschen Gesetzes — für höhere Größenordnungen bereits exakt begründet[1]) — auch noch auf diese Größenordnung erweitert, woraus wieder gefolgert werden muß, daß sich unter Zugrundelegung der Theorie der Brownschen Bewegung zu kleine Beweglichkeiten, also zu große Radien ergeben. Damit ist auch die Notwendigkeit der von mir bereits in den Comptes rendus geforderten Korrektur am Einsteinschen Gesetze für diese Größenordnung in Gasen erwiesen.[2])

Solch kleine Goldkügelchen beugen im Gase je nach ihrer Größe orangefarbiges, gelbes Licht mit grünem Stich oder grünes Licht ab. Dagegen wurden Goldteilchen, die, beleuchtet mit den Strahlen einer Bogenlampe, blau erscheinen, nicht beobachtet; vollkommen in Übereinstimmung mit den Resultaten der Berechnung, welche nur ganz geringe Intensitäten der kurzwelligen Strahlen im Vergleiche mit den anderen ergibt.

Es zeigen aber die Beobachtungen D. Konstantinowskys, daß sehr kleine Quecksilberkügelchen, beleuchtet mit den Strahlen einer Bogenlampe, tief azurblaues Licht abbeugen.[3]) Berechnet[4]) man nun auch für dieses Metall unter Zugrundelegung der spezifischen optischen Konstanten[5]) desselben die erste elektrische Schwingung im Gase für verschiedene Radiengrößen, dann ergibt sich Fig. 1, in welcher analog wie in meiner vorigen Abhandlung[1]) die doppelte Intensität des von dem Kügelchen abgebeugten Lichtes, geteilt durch dessen Radius, als Ordinate den Wellenlängen als Abszissen zugeordnet ist.

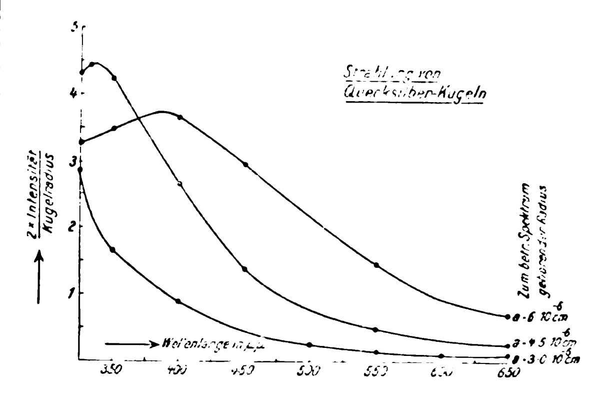


Fig. 1.

Die Intensitätsmaxima liegen hier bei den kurzwelligen Strahlen und wandern mit abnehmenden Radien der strahlenden Kugeln gegen kürzere Wellen. Das Maximum der Intensität des von einer Kugel vom Radius $6 \cdot 10^{-6}$ cm ausgestrahlten Lichtes liegt bei $\lambda = 390\ \mu\mu$, der Kugel vom Radius $4{,}5 \cdot 10^{-6}$ cm bei $\lambda = 335\ \mu\mu$, während das Maximum der Kugel vom Radius $3 \cdot 10^{-6}$ cm bei $\lambda = 325\ \mu\mu$ noch nicht erreicht ist. Der Intensitätsverteilung im sichtbaren Teile des Spektrums nach zu urteilen, enthält die Ausstrahlung eines Kügelchens vom Radius $6 \cdot 10^{-6}$ cm aber noch soviel langwelliges und mittelwelliges Licht, daß bei Beleuchtung durch Kohlenlichtbogen, bei dem die blauen Strahlen bekanntlich gegen die anderen stark zurücktreten, die blaue Farbe der abgebeugten Strahlen noch nicht zur Geltung kommen kann; dagegen tritt gerade diese bei Kügelchen vom Radius $3 - 4 \cdot 10^{-6}$ cm allein merklich in den Vordergrund. Es müssen also Quecksilberkügelchen dieser Größenordnung der Theorie nach, senkrecht zur Richtung der beleuchtenden Strahlen beobachtet, tief blaues Licht abbeugen; tatsächlich erscheinen, wie schon erwähnt, die kleinen Quecksilberkügelchen im Mikroskope, justiert senkrecht zur Richtung der beleuchtenden Strahlen tief azurblau.

Nach vorerwähnter optischer Berechnung muß man also schließen, daß diese blauen Kügelchen einen Radius von $3 - 4 \cdot 10^{-6}$ cm haben. Anderseits berechnet sich der Radius aus deren mittlerer Fallgeschwindigkeit unter Zugrundelegung des Cunninghamschen Ge-

1) Vgl. diesbezüglich F. Ehrenhaft, Wiener Berichte **123**, IIa, 85, 1914, die Ausführungen betreffend M. Knudsen-S. Weber und Mc. Keehan.

2) F. Ehrenhaft, C. R. **158**, 1071.

3) D. Konstantinowsky, l. c. 270; ferner Wiener Akademieberichte **123** (IIa), 1738, 1914.

4) Frl. Gerda Laski hat die diesbezüglichen numerischen Rechnungen ausgeführt, wofür ich ihr bestens danke.

5) W. Meier, Ann. d. Phys. **31**, 1033, 1910.

1) F. Ehrenhaft, diese Zeitschrift **15**, 953, 1914, Fig. 1.

setzes ($f = 0$) zu $3{,}6 \cdot 10^{-6}$ cm, also in vollkommener Übereinstimmung mit dem oben berechneten Radius aus der Farbe des Partikels.[1])

Es ist also im Vorstehenden erneuert ein eindeutiger Beweis geführt, daß selbst für so kleine Quecksilberkügelchen, deren Radien nur mehr ca. den zehnten Teil der Lichtwellenlängen betragen, das Stokes-Cunninghamsche Gesetz zuverlässige Resultate gibt; denn die aus diesem resultierenden Größen stimmen mit den auf rein optischem Wege gewonnenen vollkommen überein.[2])

§ 2. Die kleinsten bisher sichergestellten elektrischen Ladungen.

Da man aber nunmehr zwei zuverlässige und in ihren Resultaten untereinander völlig übereinstimmende Wege hat, die Größen bzw. Massen solcher Partikelchen einzeln zu messen, kann man nach der von mir vor mehreren Jahren angegebenen und seither mehrfach detailliert beschriebenen Methode alle auf solche kleine Kugeln wirkenden Kräfte (elektrischer, magnetischer Natur, des Lichtdruckes usw.) messen.

Aus dem Gewicht $m \cdot g$ der Partikelchen kann man die von diesen getragene elektrische Ladung durch Messung jener Spannungen, die im gegebenen elektrischen Felde gerade Fall- bzw. Steigbewegung des Kügelchens einleiten, einengen[3]). Bei Umladungen desselben Kügelchens stellt das größte gemeinsame Maß aller Ladungen, die das Partikel hintereinander annimmt, die kleinste auf diesem Kügelchen konstatierbare Elektrizitätsmenge oder ein Vielfaches derselben dar, wenn man die Elektrizität überhaupt als quantenhaft konstituiert ansieht. Es wird so die Größe dieser Ladung wenigstens nach der einen Seite, nach oben hin, begrenzt. Dabei ist die Bestimmung vorerwähnter beider Spannungen für jede der Ladungen in der Methode von prinzipieller Wichtigkeit, weil damit die Fehlergrenze fixiert und jede Willkür in der Bestimmung jener einfachsten Zahlen, die sich wie die Ladungen, welche das Kügelchen hintereinander getragen hat, verhalten, ausgeschaltet ist.

1) Aus der Brownschen Bewegung nach dem Einstein-, de Broglie-, Weißschen Verfahren, der zweiten eingangs angeführten Rechnungsart, würde sich dieser Radius um ca. 80 Proz. zu groß ergeben, ganz ebenso wie ich dies bei kleinen Goldkügelchen in dieser Zeitschrift l. c. schon nachgewiesen habe. (Vgl. diesbezüglich D. Konstantinowsky l. c.)

2) Wenn Herr Schidlof bemerkt, daß das Cunninghamsche Gesetz auf so kleine Kügelchen überhaupt nicht anwendbar zu sein scheint, ohne für diese Behauptung eine Begründung anzugeben, kann dieselbe nicht in Diskussion gezogen werden.

3) Vgl. die Ungleichung (2) S. 232 dieser Abhandlung.

So fand ich z. B. die kleinste elektrische Ladung, die auf einem Quecksilberkügelchen noch konstatierbar war, zu

$$2 \cdot 10^{-11} \text{ elektrostat. Einh.,}$$

also ca. nur zum zwölften Teile der angeblichen Elektronenladung. Aus mehrfachen Gründen war ich jedoch schon damals zu dem Schlusse genötigt, daß diese Ladung noch keineswegs die untere Grenze der in der Natur existierenden darstellt; seither hat sich meine Behauptung auch bestätigt, da es D. Konstantinowsky noch gelungen ist, Einzelladungen von der Größe

$$9 \cdot 10^{-12} \text{ elektrostat. Einh.,}$$

sicherzustellen.[1])

Aber auch in dieser Ladung ist aller Erwartung nach die untere Grenze der in der Natur isoliert existierenden Ladungen noch nicht zu erblicken, denn wie im folgenden Kapitel näher erörtert wird, verschiebt sich die Grenze der Sichtbarkeit der Partikeln unter sonst gleichen Umständen mit Zunahme des Produktes des Quadrates der Apertur der beleuchtenden in das des sichtbar machenden Strahlenbüschels nach unten. Das Sichtbarwerden von Kügelchen noch kleinerer Kapazität läßt dann noch weitere Abnahme der Ladung mit der des Radius des Trägers erwarten.[2])

§ 3. Apertur und Sichtbarkeitsgrenze bei mikroskopischer Dunkelfeldbeleuchtung.

Nach bekannten Prinzipien, die schon Siedentopf und Zsigmondy[3]) erörterten, ist, — abgesehen von dem allgemeinen Erfordernis einer völligen Dunkelfeldbeleuchtung, daß in dem zur Sichtbarmachung verwendeten Beugungskegel keiner der beleuchtenden Strahlen enthalten ist, also daß die Beobachtung auf ganz schwarzem Hintergrunde erfolgt, — die untere Größengrenze Δs der Lineardimension eines in dem von ihm mit der spezifischen Intensität k zerstreuten Lichte gleichsam selbstleuchtenden Teilchens durch

$$\Delta s = \frac{n}{a_1 \cdot a_2} \sqrt{\frac{2g}{\pi \cdot k}} \tag{1}$$

gegeben. Hierin bedeuten a_1 bzw. a_2 die Apertur des beleuchtenden bzw. das Partikel sichtbar machenden Strahlenkegels, n den Brechungsexponenten des Mediums, in welchem die zerstreuten Strahlen sichtbar gemacht werden und

1) l. c.

2) Auf diesen Umstand habe ich insbesondere schon aufmerksam gemacht, als ich die Partikelgrößen der geladenen Kügelchen der einzelnen Autoren verglich und darauf hinweisen mußte, daß die auffallenden Resultate in der von diesen Autoren gewählten Optik begründet sind. (Vgl. l. c. Wiener Akademieberichte 123, (IIa), 115, 1914.

3) Ann. d. Phys. 10, 1, 1903.

g die Grenze der Lichtempfindlichkeit des menschlichen Auges (10^{-8} Meterkerzen). Verschiebt sich Δs ungünstigerweise bei allen Untersuchungen in Gasen ohnehin nach oben, weil man auf die Anwendung homogener Immersion verzichten muß, und ist auch hier wie bei den Flüssigkeiten eine Beschränkung in der Auswahl möglichst hoher Aperturen durch die senkrechte Anordnung der beiden Objektive, von welchem eines als Strahlenkondensor, das andere als Mikroskopsystem in Verwendung tritt, gegeben, so tritt bei vorliegenden Versuchen eine weitere Beschränkung in der Auswahl möglichst hochaperturiger Systeme durch den Umstand ein, daß der Plattendurchmesser des elektrischen Kondensators, in dem die Kügelchen zur Beobachtung gelangen, wegen der Homogenität des Feldes nicht beliebig herabgesetzt werden kann. Es erweist sich aber auch in Gasen ein Objektiv von der Apertur 0,3 (etwa Zeiß' Achromat AA) als außerordentlich zweckentsprechend, da dieses nicht nur den für die Homogenität des Kondensators nötigen Objektabstand, sondern auch noch eine ausreichende Apertur als Kondensor in sich vereinigt. Ebenso wird als auflösendes System ein Mikroskopsystem von der Apertur 0,3 genommen; durch ein passend gewähltes Okular kann die Vergrößerung beliebig erhöht werden. Auf diese Weise werden die beleuchtenden Strahlen in der Mitte des Kondensators zu einem kreisförmigen Strahlenbündel vom Durchmesser von ca. $^1/_5$ mm zusammengeschnürt und es gelangen die Partikeln mit Hilfe des senkrecht zu diesem Strahlenbündel geführten Mikroskopes im homogenen Teile des Kondensators in einer vertikalen Ebene 7,5 mm von der Frontlinse entfernt zur Beobachtung. Mit einem solchen System können unter Anwendung von Sonnenstrahlen noch Kügelchen vom Radius $1{,}4 \cdot 10^{-6}$ cm als untere Grenze sichtbar gemacht und in ihren Bewegungen messend verfolgt werden, wie die einfache Rechnung nach Formel 1 beweist.

§ 4. Berechnung der kleinsten Partikelgröße, die mit Schidlofs Fernrohrsystem noch wahrgenommen werden kann.

Schon früher[1]) und erneuert in der Abhandlung 1914[2]) habe ich auf die Nachteile hingewiesen, welche eine unvollkommene Optik, etwa die Beobachtung kleinster Objekte mit einem Fernrohr im Gefolge hat.[3]) Ein neues typisches Beispiel einer solchen Anordnung stellt die in den C. R. von A. Schidlof und J. Murczynowska beschriebene und in dieser Zeitschrift durch photographische Abbildung reproduzierte Optik der Herren A. Schidlof und A. Karpowicz dar.[1]) Dieser Photographie und den Angaben der Autoren zufolge durchleuchten sie mit einem photographischen Objektiv als Strahlenkondensor einen kreisförmigen Plattenkondensator, dessen Scheibendurchmesser 10 cm, dessen Plattenabstand 0,5 cm beträgt. Das Beleuchtungsobjekt dürfte schätzungsweise 30 cm vom Kondensatormittel entfernt sein. Die Autoren stellen eine Art Dunkelfeldbeleuchtung her, indem sie senkrecht zu den beleuchtenden Strahlen ein Beobachtungsfernrohr justieren, dessen Objektiv von dem zur Beobachtung gelangenden Partikel eine nach der Meinung der Autoren relativ kurze Entfernung von 25 cm hat.

Legt man sich zunächst die Frage über die untere Größengrenze der Lineardimension des Partikels, welche mit diesem Fernrohrsystem noch zur Beobachtung gelangen kann, vor, so scheinen fürs erste die Angaben über die Apertur des Strahlenkondensors und Beobachtungsfernrohres zu fehlen, die Schidlof bisher noch nicht publiziert hat.

Für die Beurteilung der Leistungsfähigkeit dieses optischen Systems kann man aber zunächst auf die nähere Kenntnis der beiden Objektive verzichten, wenn man bedenkt, daß kein größerer Öffnungskegel der beleuchtenden und abbildenden Strahlen zur Sichtbarmachung ausgenützt werden kann, als es die Öffnung des von diesen Autoren benützten Kondensators (5 : 0,25) selbst zuläßt. Die Apertur desselben bleibt also unter 0,05. Aber auch diese Öffnung ist nur eine obere nicht erreichbare Grenze, weil die Öffnung des beleuchtenden Kegels stets kleiner sein muß, als die des Kondensators. Anderenfalls würde an den Kanten des Kondensators eine Abschneidung und demzufolge eine diffuse Reflexion der Strahlen eintreten, welche die Dunkelfeldbeleuchtung stört und einen erleuchteten Hintergrund erzeugt; denn es müssen dann auch direkte Strahlen der Beleuchtungsquelle in das Auge gelangen, welche, da sie von weit größerer Intensität sind, das von den kleinen Partikeln abgebeugte Licht überfluten.

Berechnet man für obige Apertur die Grenze der Lineardimension eines Partikels, das noch wahrgenommen werden könnte, dann kann man,

---

1) Diese Zeitschr. **12**, 262, 1911.
2) l. c. Wiener Akademieberichte.
3) Solche ungünstige Systeme benützten z. B. R. A. Millikan, A. Joffé, Edgar Meyer und Walter Gerlach usw.

1) A. Schidlof u. J. Murczynowska, C. R. **156**, 304; A. Schidlof und A. Karpowicz, C. R. **158**, 1992; diese Zeitschr. **16**, 42, 1915.



falls wir die praktisch bei weitem nicht erreichbare Annahme machen, daß das Partikel so intensiv selbststrahlend sei wie die Sonne — also die spezifische Intensität der von demselben gebeugten Strahlen gleich der der Sonnenstrahlen (ca. 10^3 Hefnerkerzen/mm²) gesetzt — nur mehr ein Partikel von der Lineardimension ca. $1{,}01 \cdot 10^{-4}$ cm, also vom Radius $5 \cdot 10^{-5}$ cm als unterste Grenze wahrnehmen. Die Autoren können also mit der von ihnen benützten Optik das untermikroskopische Gebiet überhaupt nicht erreichen.

§ 5. Schidlofs Deutung seiner Versuche; Widerspruch dieser mit der aller anderen Autoren.

Die Partikel (Konduktoren der zu messenden elektrischen Ladungen) erzeugt Schidlof, indem er vermittelst eines gläsernen Zerstäubers (Pulvrisateur) Quecksilber durch einen sehr heftigen Luftstrom zerreißt. Bei jedem derartigen Flüssigkeitszerstäuber tritt, wie ich vorwegnehmen will, naturgemäß an jener Stelle, wo der Luftstrahl austritt, eine starke Expansion und daher Übersättigung der Gase ein, welche bekanntlich unter gewissen Umständen das Entstehen von flüchtigen Kondensationsnebeln zur Folge hat.

Es werden sodann nach Schidlofs Angaben durch das Fernrohr im Kondensator helle Punkte sichtbar, an welchen der Autor eine konstante Zunahme der Falldauer und eine damit verbundene Abnahme der Steigdauer im elektrischen Felde konstatierte. Gleichzeitig nimmt das von diesen Partikeln ins Fernrohr reflektierte Licht immer mehr an Intensität ab, bis die Partikel bei den bereits beschriebenen optischen Hilfsmitteln sich der Sichtbarkeit ganz entziehen. Diese Verkleinerung der Teilchen wird zwar bei Abdunkelung der beleuchtenden Strahlen verlangsamt, aber keineswegs ganz verhindert. Auch geben die Autoren an, daß niemals eine Zunahme oder auch nur Konstanz der Fallgeschwindigkeit beobachtet wurde. Selbst wenn die untere Kondensatorplatte mit großen Quecksilbertropfen bedeckt ist, so daß die Atmosphäre mit Quecksilberdampf zweifellos gesättigt war, hält der Effekt an. Diese Erscheinung ist nicht nur wenn der Kondensator zuerst ausgepumpt und sodann mit staubfreier Luft gefüllt wurde, sondern auch in reinem mit P_2O_5 getrocknetem Stickstoff eingetreten. Dabei muß ich aber die auffallende und für die weitere Deutung höchst wichtige Tatsache konstatieren, die von den Autoren nicht gewertet wurde, daß die Erscheinung im getrockneten Stickstoff wesentlich heftiger verläuft, als im ungetrockneten Gase. Denn in ersterem sinkt die Fallgeschwindigkeit nach den Kurven geurteilt[1]) in 30 Minuten von 77 auf $28{,}10^{-3}$ cm/sek. in letzterem in derselben Zeit von 53 auf nur $38{,}10^{-3}$ cm/sek. Diese an Masse außerordentlich rasch einbüßenden Partikelchen würden, wenn sie als Quecksilber aufgefaßt werden könnten, innerhalb 30 Minuten vom Radius $6{,}67 \cdot 10^{-5}$ cm bis zum Radius $3{,}88 \cdot 10^{-5}$ oder ein anderes vom Radius $5{,}47 \cdot 10^{-5}$ auf $4{,}58 \cdot 10^{-5}$ cm abnehmen.[2]) Diese Massenabnahme hat Herr Schidlof, wie dies in analogen auf S. 235 noch näher zu erörternden Fällen bei flüchtigen Substanzen in von diesen ungesättigtem Raume oftmals beobachtet und richtig gedeutet wurde, zunächst auch bei Quecksilber als eine Verdampfung gedeutet, trotzdem er sich der Schwierigkeiten einer solchen Deutung in Anbetracht der außerordentlichen Schwerflüchtigkeit dieser Substanz und ferner bei Auftreten derselben raschen Massenabnahme auch in der vom Quecksilber zweifellos gesättigten Atmosphäre bewußt war. Da aber seine Annahme, wie er selbst zugibt, in Anbetracht der Mikrophotographien, die ich in dieser Zeitschrift[3]) veröffentlichte, und die exakt nachweisen, daß kleine Quecksilberkügelchen, zerstäubt im galvanischen Lichtbogen, nicht verdampfen, widerlegt erscheint, ist Schidlof versuchsweise zu einer anderen Erklärung übergegangen. „Durch Gasreibung könnten von der Oberfläche des im Gase bewegten Quecksilbertröpfchens Teilchen losgelöst werden, so daß die Masse des Tröpfchens allmählich abnimmt.[4])"

Die Unhaltbarkeit dieser Hypothese wird aber evident, wenn man bedenkt, daß diese Kügelchen im ganzen einen Weg von höchstens 50 bzw. 10 cm im Gase zurücklegten und diesen mit einer Relativgeschwindigkeit gegen das umliegende Gas von $3{,}5 \cdot 10^{-2}$ bzw. $6 \cdot 10^{-3}$ cm/sek. Nach Schidlofs Ansicht wäre bei Öl der Koeffizient der inneren Reibung ($\eta = 0{,}989$) zu groß, als daß Abreibung an

1) C. R. **158**, p. 1992 Figur scheint als Ordinate statt 30 richtig 20 einzutreten.

2) Diese Zeitschr. l. c. Beobachtung Nr. 33 bzw. Nr. 36.

3) Diese Zeitschr., **15**, 955, 1914.

4) Ob diese an sich so unplausible Hilfshypothese stichhaltig ist, hätte sich der Autor sofort überzeugen können, wenn er die Massenabnahme seiner von ihm als Quecksilber gedeuteten Partikelchen im Gase schwebend, also relativ gegen die Umgebung ruhend, beobachtet hätte. Es kann nach den Auseinandersetzungen vorliegender Studie nicht gezweifelt werden, daß diese Tröpfchen auch schwebend in getrockneter Luft an Masse kontinuierlich verloren und sich schließlich ebenso wie die langsam bewegten Tröpfchen der Sichtbarkeit entzogen hätten.

den Luftschichten ($\eta = 1{,}911 \cdot 10^{-4}$) erfolgen könne, dagegen schließe der wesentlich kleinere Koeffizient der inneren Reibung des Quecksilbers ($\eta = 1{,}589 \cdot 10^{-2}$) eine Abreibung des Quecksilbertröpfchens an Luft nicht aus. Dieser allerdings nur versuchsweise geäußerten Ansicht Schidlofs muß aber die Tatsache entgegengehalten werden, daß ausführliche Versuche Karl Przibrams[1]) an Ammoniumchloridtröpfchen bzw. Triäthylaminchlorhydrattröpfchen ($\eta = 8{,}85 \cdot 10^{-3}$ bzw. $1{,}331 \cdot 10^{-2}$) keine Massenabnahme (Abreibung) solcher Tröpfchen trotz der in bezug auf Quecksilber kleineren Koeffizienten der inneren Reibung dieser Substanzen an den Luftschichten zeigten.

§ 6. Über die Unveränderlichkeit der Massen kleiner Quecksilberkügelchen, die in einem Gase in Bewegung gehalten werden.

a) Folgerungen aus den bisherigen Versuchen.

Bevor ich den objektiven Nachweis obenerwähnter Tatsache führe, muß ich nochmals darauf hinweisen, daß sowohl meine Versuche wie auch die aller anderen Autoren nur die Unveränderlichkeit der Massen erkennen lassen und daß Herr Schidlof mit der besprochenen Deutung seiner Versuche isoliert dasteht.

Schon vor Schidlofs diesbezüglichen Publikationen hatte ich die Unveränderlichkeit der Massen dieser Kügelchen durch die absolute Konstanz der Fallzeiten nachgewiesen. So betragen z. B. die Fallgeschwindigkeitsmittel aus den aufeinander folgenden Fallzeiten 37,5, 36,5, 37,0 ... $37{,}9 \cdot 10^{-4}$ cm/sek.[2])

In Fig. 2, in der die mittleren Fallgeschwindigkeiten als Ordinaten der Zahl der zu Mittel einbezogenen Fallwerte als Abszissen zugeordnet sind, ist die Konstanz der Fallgeschwindigkeit graphisch dargestellt. Aus dieser Zusammenstellung ist ersichtlich, daß Schidlofs Tröpfchen das einzige ist, bei dem die Fallgeschwindigkeit stetig abnimmt, während bei allen anderen Autoren (Millikan, Konstantinowsky, Ehrenhaft) die Konstanz der Fallgeschwindigkeit von Quecksilbertröpfchen erwiesen ist.[3])

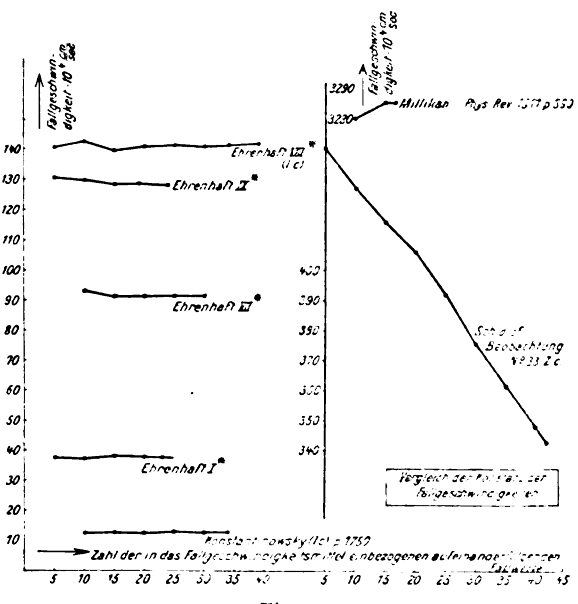


Fig. 2.

Es existiert also nicht, wie Schidlof anführt[1]), ein Widerspruch zwischen seinen Beobachtungen und den meinen, sondern es stehen die Beobachtungen Professor Schidlofs oder richtiger die von demselben vorgenommene Deutung seiner Versuche im Widerspruche mit der aller anderen Autoren.

Als ein zweiter Beweis für die vollkommene Unveränderlichkeit der Gewichte $m \cdot g$ kleinster Quecksilberkügelchen, welche im Gase in Bewegung gehalten werden, muß die Tatsache herangezogen werden, daß bei denselben Kügelchen, der Ungleichung

$$e\mathfrak{E}_s > m \cdot g > e \cdot \mathfrak{E}_f$$

entsprechend, sich stets auch nach sehr langer Zeit präzise dieselben Werte jener Spannungen $\mathfrak{E}_s$ bzw. $\mathfrak{E}_f$, die Steig- bzw. Fallbewegung des mit der Elektrizitätsmenge e geladenen Kügelchens einleiten, ergeben, wenn inzwischen keine Ladungsänderung des Kügelchens durch Bestrahlung desselben hervorgerufen wurde. (Vgl. z. B. Wiener Akademieberichte **123**, S. 150, Part. VII*, S. 142, Part. VIII*, 1914).

Als dritter schließlich die Tatsache, daß auch bei fortgesetzter intensivster Bestrahlung und Bewegung des Quecksilberkügelchens stets Licht von gleichbleibender Intensität und Farbe ins Mikroskop abgebeugt wird. Es müßte bei einer Massenabnahme eine Abnahme der Intensität der abgebeugten Strahlen bei abnehmendem Radius des Kügelchens auch mit einer Änderung der Farbe des ins Mikroskop abge-

1) K. Przibram, Wiener Akademieberichte **121**, (IIa), 973 u. 979, 1912.

2) Davon stellt die erste bzw. zweite Zahl das Mittel aus den ersten 5 bzw. 10, die letzte das Mittel aus allen 23 Fallbeobachtungen, also ca. nach 1/2stündiger intensivster Bestrahlung und Bewegung der Quecksilberkugel im Gase dar. (Wiener Berichte l. c., S. 135, Partikel I*).

3) Auch E. Roux und A. Joffé haben sich mit Quecksilbertröpfchen befaßt, jedoch keiner derselben hat ein Verdampfen dieses Materials unter den bei den Versuchen in Betracht kommenden Umständen erwähnt.

1) Diese Zeitschr. **16**, 45, 1915.

beugten Lichtes einhergehen, was nie zu beobachten ist.

b) Objektiver Nachweis, daß kleine Quecksilberkugeln, die in einem intensiv durchstrahlten Gase bewegt werden, keine Massenabnahme erleiden.

Nach dem von mir mehrmals beschriebenen Verfahren wurde reinstes Quecksilber im Lichtbogen zerstäubt. Die Kügelchen wurden sodann auf einem Objektträger niedergeschlagen. Dieser Niederschlag wurde hierauf mit einem Spezialobjektiv (Zeiß' Trockensystem Apochromat Apertur 0,95, verwendbar ohne Deckglas) aufgelöst, und sodann mikrophotographiert. Ich statte Herrn Dr. Leopold Richtera, Assistenten am Wien. 1. phys. Institut, der mich auch bei den in diesem Abschnitte beschriebenen Versuchen unterstützte, für die Anfertigung dieser Mikrophotographien meinen besten Dank ab.

In Bild 1 [1]), in dem ein Teilstrich des mitphotographierten Okularmaßstabes $35{,}8 \cdot 10^{-5}$ cm, also ca. 6 Wellenlängen Natriumlichtes bedeutet, sieht man Quecksilberkügelchen in Größen ca. vom Radius $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ cm aufwärts, deren metallische Oberfläche an dem von dieser reflektierten Lichte kenntlich ist.[2]) Sodann wurde der Objektträger 100 mal die Strecke von 20 cm im intensivsten Strahlenkegel meiner Anordnung, also im ganzen einen Gesamtweg von ca. 20 Metern mit einer Geschwindigkeit von 20 cm/sek. bewegt, hierauf wurde der ganze Objektträger in einem kleinen Gefäße überdies dem heftigen Luftstrome einer absaugenden Wasserstrahlpumpe ausgesetzt.

Auf den Objekttisch der mikrophotographischen Vertikalkamera vermöge der Noniuseinstellung beiläufig in die ursprüngliche Relativlage zum Mikroskope, also zum Okularmaßstabe gebracht, erscheinen die Kügelchen im Bild 2 erneuert mikrophotographiert. Durch Vergleich irgendeines Kügelchens[3]) im Bild 2 mit dem entsprechenden Kügelchen in Bild 1 folgt, daß die Massen der Kügelchen durch obenangeführte Prozedur sich in keiner Weise geändert haben.

Die beiden von Schidlof als Quecksilber gedeuteten Partikelchen haben einen Weg von insgesamt nur ca. 50, bzw. 10 cm mit einer mittleren Geschwindigkeit von ca. $3{,}5 \cdot 10^{-2}$ bzw. $6 \cdot 10^{-3}$ cm/sek. zurückgelegt; dabei hat z. B. das erste die Hälfte seiner Gesamtmasse eingebüßt, wobei der Autor selbst angibt, daß diese Massenabnahme noch eine kleine der beobachtbaren darstellt. Auch wenn man in Rücksicht zieht, daß die auf einer Platte aufsitzenden Quecksilberkügelchen nur eine Seite reibenden oder Verdampfung bewirkenden Luftschichten darbieten, wird man doch durch Vergleich vorerwähnter Zahlen zugeben müssen, daß Verdampfung oder Abreibung, wenn sie unter den bei den Versuchen überhaupt in Betracht kommenden Verhältnissen möglich wären, sich hätten zeigen müssen.

1) Die Bilder befinden sich auf den Tafeln XI u. XII.

2) Da für nachfolgenden Versuch Immersionsobjektive nicht anwendbar sind, konnten höhere Aperturen nicht benützt werden; somit gelangen auch keine kleineren Kügelchen zur Auflösung.

3) Die verschiedenen Gruppen der Kügelchen in Bild 1 und 2 lassen sich leicht identifizieren.

§ 7. Nachweis der chemischen Reinheit der Quecksilberkügelchen.

Obiger Nachweis ist für die kleinsten Kügelchen, die im direkten Bilde nicht mehr auflösbar sind, durch die Übereinstimmung mit der eingangs besprochenen optischen Theorie bereits erbracht. Für die Partikel innerhalb der Grenze der Auflösungsfähigkeit durch das Mikroskop wird derselbe auf photographischem Wege im nachfolgenden geführt.

Bild 3 stellt die mit dem bereits erwähnten Trockensystem (Apertur 0,95) hergestellte Mikrophotographie eines sehr dichten Niederschlages von Kügelchen dar, die wegen geringer Partikelgröße und der Nähe der einzelnen Objektpunkte unter der Grenze der Auflösungsfähigkeit oben erwähnten Trockensystems stehen. So gut als möglich wurde die Partie um Teil 35 des Okularmaßstabes (bei dem ein Teilstrich wieder $35{,}8 \cdot 10^{-5}$ cm bedeutet) eingestellt.[1]) Über die zwischen Teilstrich 20 und 35 des Okularmaßstabes sichtbar werdende Partie des Objektträgers hatte ich mit einer sehr feinen Spitze gestreift; dadurch rollten die kleinen Quecksilberkügelchen zusammen und bildeten einzelne große Tropfen.[2])

Im Bild 4 wird eine andere Stelle derselben künstlich hergestellten Straße mit Spezialobjektiv (Zeiß' Apertur 1,3, Äquivalentbrennweite 2 mm, homogene Immersion ebenfalls ohne Deckglas, jedoch bei Einbettung der Kügelchen in dickflüssiges Immersionsöl) aufgelöst.[3]) Ein solch einfaches Zusammenrollen und Vereinigen von Quecksilberkügelchen zu homogenen großen Kugeln, wie es die Bilder zeigen, ist bekanntlich nur dann möglich, wenn auch die Oberflächen der kleinen Kügelchen vollkommen rein sind.

1) Daher kommt die linke Seite des Präparates überhaupt nicht zur Auflösung.

2) In Bild 3 besonders sichtbar unter Teilstrich 12, 17, 42 usw. in Bild 4 in den Randpartien der Straße.

3) Die 3 Flecken in Bild 4 sind Schlieren im dickflüssigen Immersionsöl.

§ 8. Die zur Auflösung, bzw. bloßen Sichtbarmachung kleinster Kügelchen nötige Optik.

In Bild 5 ist schließlich im photographischen Bilde der Niederschlag von kleinsten Quecksilberkügelchen festgehalten, die unter Anwendung äußerster optischer Mittel (Objektiv Apertur 1,3, Äquivalentbrennweite 2 mm, direkte Einbettung der Partikel in dickflüssiges Immersionsöl, Auflösung ohne Deckglas) gewonnen wurde. Da ein Teilstrich des mitphotographierten Okularmaßstabes nur mehr $19,4 \cdot 10^{-5}$ cm, also drei Wellenlängen gelben Lichtes bedeutet, kann man sich ein Urteil über die Größengrenze der Quecksilberkügelchen bilden, welche mit dieser äußersten Optik noch aufgelöst werden können.

Die von Herrn Schidlof als Quecksilberkügelchen gedeuteten beiden Tröpfchen müßten, wenn man demgemäß für die Berechnung der Größe derselben aus dem Cunninghamschen Gesetze als Dichte 13,6 zugrunde legt, einen Radius $a = 1,5 \cdot 10^{-5}$ cm, also ca. nur ein Viertel Wellenlänge gelben Lichtes gehabt haben, wie der Autor selbst angibt. Auf Photographie Nr. 5 wären die Repräsentanten solcher bereits sehr kleinen Kügelchen, denn erst ca. 6 derselben aneinander gereiht, betragen einen Teilstrich des Okularmaßstabes. Durch Vergleich der Bilder 3 und 5 ergibt sich die Tatsache, daß solche Kügelchen in direktem Bilde selbst mit der Apertur 0,95 nicht mehr zur vollkommenen Auflösung gelangen.

Es erhellt also einerseits, daß man zur Abbildung und Auflösung einer so kleinen Kugel in direktem Lichte im winkel- und flächengetreuen Bilde zumindest eine wirksame Apertur 1,3 benötigt, anderseits folgt durch einfache Rechnungen aus den Ausführungen S. 229 weiter, daß auch zur bloßen Sichtbarmachung eines solchen Partikels im vollkommenen Dunkelfeldbilde, selbst wenn es mit der spezifischen Strahlungsintensität der Sonnenstrahlen selbst leuchtend wäre, Öffnungskegel (Aperturen) der beleuchtenden und sichtbarmachenden Strahlen von ca. 0,1 benötigt werden. Aus mehrfach erwähnten Gründen wird aber in tatsächlichen Verhältnissen hierzu eine wesentlich höhere Apertur benötigt.

Da Schidlofs Anordnung aber nur die Ausnützung von Lichtkegeln der Apertur der beleuchtenden und der sichtbarmachenden Strahlen von unter 0,05 gestattet, folgt weiter, daß die kleinsten mit Sonnenlicht beleuchteten, von dem Autor mit dem Fernrohre sichtbar gemachten Lichtpünktchen Lineardimensionen von über $1,01 \cdot 10^{-4}$ cm gehabt haben müssen, also Kügelchen von der Größenordnung des Radius ca. $5 \cdot 10^{-5}$ cm gewesen sein müssen.[1]) Denn dort wäre die untere Grenze der Leistungsfähigkeit seiner optischen Anordnung, soweit man dies nach dem heutigen Stande unserer Kenntnisse der Optik überhaupt begreifen kann. Diese Tatsachen werden übrigens durch die Angaben des Autors selbst erhärtet, da sich die Lineardimensionen der von ihm und Fräulein J. Murczynowska mit derselben Optik beobachteten Ölkügelchen in dieser Größenordnung bewegen.

§ 9. Berechnung der Dichte der von Schidlof als Quecksilber gedeuteten flüchtigen Tröpfchen und weitere Folgerungen.

Die Überlegung über die Grenze der Leistungsfähigkeit des von Schidlof benützten Fernrohrsystems gestattet aber einen weiteren wichtigen Rückschluß auf die Natur der von ihm beobachteten Partikelchen. Legt man sich nämlich die Frage nach der Dichte jener kleinsten Kugeln vor, die mit Schidlofs optischem Systeme gerade noch wahrgenommen werden können und entnehmen wir deren Fallgeschwindigkeit den Angaben Schidlofs (Fallgeschwindigkeit ca. $v = 5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ der vermeintlichen Quecksilberkugel vom Radius $1,5 \cdot 10^{-5}$ cm, also der kleinsten von diesem Autor angegebenen Geschwindigkeit), dann kann man nach dem Widerstandsgesetze von Cunningham ($f = 0$) die Dichte dieser Kügelchen berechnen. Da man die Größe des Radius dieser Kugel nach § 4 zu $5 \cdot 10^{-5}$ cm als obere Grenze annehmen muß, findet man so als Dichte derselben **1,4**.

Diese Dichte ist aber noch niedriger anzusetzen, weil die der Rechnung zugrunde gelegte spezifische Strahlungsintensität zu hoch angenommen ist. Würde man demzufolge Schidlofs in gewöhnlicher staubfreier Luft flüchtiges, im getrockneten Stickstoff noch stärker flüchtiges Tröpfchen etwa als Wassernebelkondensation um einen Kern auffassen, dann hätten die Partikeln (Beobachtungen Nr. 36, bzw. Nr. 33 dieser Zeitschrift l. c.) zu Anfang ihrer Bewegung im Kondensator Radien $1,9 \cdot 10^{-4}$ bzw. $7,5 \cdot 10^{-4}$ cm, die durch Verdampfung zu Ende der Bewegung auf $1,5 \cdot 10^{-4}$ bzw. $6,7 \cdot 10^{-4}$ cm abgefallen wären. Diese Tröpfchen wären dann von der Größenordnung vorerwähnter Öl-

1) Daran könnte auch der Umstand der Größenordnung nach nichts ändern, wenn nicht ganz in der Kondensatormitte beobachtet würde.



tröpfchen Schidlofs und fielen in jene Größen, welche mit Schidlofs Fernrohranordnung noch wahrgenommen werden können.

Damit sind auch alle von Schidlof beobachteten in § 5 dieser Abhandlung wieder erörterten Erscheinungen restlos erklärt.

Eine weitere Bestätigung der hier besprochenen Tatsachen, daß die untere Größengrenze der mit verschiedenen optischen Anordnungen sichtbar werdenden Kügelchen mit dem Quadrate der Apertur der beleuchtenden und sichtbar machenden Strahlen abnimmt, ergibt sich aus dem Umstande, daß bei einer Zusammenstellung der kleinsten Kügelchen auch aller anderen Autoren, wie ich sie in den Wiener Berichten ausführte, sich in eine Reihe ordnen, die durch die verschiedenen von den Autoren benützten optischen Systeme bedingt ist. Aus dieser Reihe würde nur Schidlofs rasch verdampfendes Tröpfchen, wenn es sich als Quecksilber auffassen ließe, herausfallen.

§ 10. Über verdampfende Tröpfchen usw.

Die von Schidlof wieder beobachteten Verdampfungserscheinungen haben schon früher eine gewisse Rolle gespielt.

Die Tatsache, daß Nebeltröpfchen der J. J. Thomson- und der durch Expansion erzeugten H. A. Wilsonschen Wölkchen beim Herabfallen verdampfen, wurde bekanntlich von Rutherford zu jener Korrektur herangezogen, welche den bis dahin üblichen Mittelwert der angeblichen Elektronenladung von $3{,}10^{-10}$ elektrostat. Einh. mit dem doppelten Mittelwerte der von den α-Partikeln getragenen Ladungen von $9{,}3 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. Einh. in Übereinstimmung bringen sollte.

Daß die Verdampfung (Massenabnahme) einzelner kleiner flüchtiger Tröpfchen oder Nebelteilchen in von deren Dampfe ungesättigter Atmosphäre nach der damals beschriebenen Methode beobachtet und gemessen werden kann, habe ich schon in der Diskussion des Königsberger Naturforschertages[1]) ausreichend erörtert.

Vor allem ist es in diesem Zusammenhange wichtig, an die interessanten Versuchsergebnisse K. Przibrams[2]) zu erinnern, der, als er Schwefelpartikeln durch Sublimation dieser Suhstanz herstellen und beobachten wollte, wohl einzelne Lichtpünktchen erhielt, die er aber als flüchtige Kondensationsnebel (Wassertröpfchen) erkannte. Diese Przibramsche Beobachtungsreihe zeigt genau dieselben charakteristischen Merkmale wie die beiden erwähnten von Schidlof bisher publizierten Beispiele.

Auch Salzsäurenebel und ebenso bekanntlich alle Kondensationsnebel in ungesättigter Atmosphäre zeigen das typische Verhalten der Schidlofschen Tröpfchen: nämlich kontinuierliche Zunahme der Fallzeiten und wofern keine Umladung der Partikeln bewirkt wurde, kontinuierliche Abnahme der Steigzeiten des Tröpfchens bei fortdauernder Beobachtung im elektrischen Kondensator, bewirkt durch Verdampfung des Tröpfchens.

Dagegen ergibt sich aus Karl Przibrams umfangreichem Material, daß selbst Tröpfchen höchst flüchtiger Substanzen in gesättigter Atmosphäre auch nach sehr langer Zeit ihre Masse nicht geändert haben.

Bei Betätigung des von Schidlof zur Zerreißung des Quecksilbers verwendeten Gasstromes ist heftige Expansion des Gases unvermeidlich. Dabei ist ein Auftreten von flüchtigen Nebeltröpfchen auch in gereinigter staubfreier Luft zu erwarten. Aber Herr Schidlof hat solch flüchtige Tröpfchen auch bei Betätigung des Zerstäubers mit reinem getrocknetem Stickstoff erhalten. Es wird sich diesfalls allerdings sehr wesentlich um den erreichten Grad der Trocknung handeln. Herr Schidlof hat in seiner vorläufigen Mitteilung noch nichts über die speziellen Mittel veröffentlicht, welche so große Luftquantitäten, wie sie bei seinen Versuchen in Verwendung treten müssen, so präzise zu trocknen gestatten, daß flüchtige Expansionsnebel vollkommen vermieden werden können. Die größere Geschwindigkeit der Massenabnahme der Schidlofschen Partikeln in von Wasser getrocknetem Stickstoff ist augenfällig im Vergleiche zur Geschwindigkeit der Massenabnahme derselben in staubfreier Luft. Bei Quecksilbertröpfchen wäre ein solcher Unterschied nicht zu erwarten, dagegen ist er bei Kondensationsnebeln nur natürlich.

Es liegt mir jedoch fern, zu einer weitergehenden Deutung der Versuche Schidlofs überzugehen, da diese in seiner ausführlichen Publikation jedenfalls zu erwarten steht.[1]) Im übrigen stimme ich mit der Ansicht dieses Autors vollkommen überein, daß die überaus kurze Dauer der Beobachtungszeit, die demselben bei seiner Anordnung nur zur Verfügung stand, und die von mir bereits besprochenen Details über die optische Leistungsfähigkeit seiner Instrumente sehr ungünstige Bedingungen für das

1) Diese Zeitschr. 11, 950, 1910.
2) Wiener Akademieberichte 121 (IIa), 951 und 966, 1912.

1) Auch die ausführliche Publikation der Zahlen der Untersuchungen dieses Autors und Frl. Murczynowskas an Öl steht noch aus.



Aufsuchen von die Elektronenladung unterschreitenden Elektrizitätsmengen darbieten, wie dies Schidlof selbst angibt. Es ist daher seiner Folgerung, daß er Subelektronen bei keinem Versuche beobachten konnte, keine weitere Bedeutung beizumessen. Um auch in dieser Hinsicht von Erfolg begleitet zu sein, hätte die Optik Schidlofs nach den in vorliegender Abhandlung erneuert erörterten Prinzipien eingerichtet sein müssen. Dagegen kann ich mich der Meinung dieses Autors nicht anschließen, daß Quecksilberkügelchen kein geeignetes Material zur Beobachtung von Elementarquanten darbieten, sondern ich muß vielmehr nach wie vor den Standpunkt einnehmen, daß die Elektronenladung, wenn sie tatsächlich eine Naturkonstante wäre, sich an allen Materialien hätte erweisen lassen müssen. Weder an Metallen, einschließlich Quecksilber, noch auch an Ölen[1]) oder allen sonstigen Materialien ist dies bisher aber gelungen.

Der Gedankenaustausch[2]) zwischen Professor Schidlof und mir war ursprünglich auf eine viel breitere Basis gestellt als dies aus der letzten Abhandlung dieses Autors ersichtlich ist; aus dem Zusammenhang der zitierten Abhandlungen erhellt, daß dieser Autor in seiner letzten Veröffentlichung in dieser Zeitschrift eine Reihe von meritorischen Punkten unwidersprochen läßt, die also durch meine vorhergehenden Abhandlungen bereits aufgeklärt sind, so daß ich diesbezüglich nunmehr sein Einverständnis voraussetzen kann. Bezüglich der näheren Details dieser Punkte sei u. a. auf diese Zeitschr. **15**, 955, 1914 verwiesen.

In logischer Konsequenz folgt daraus, daß er gegen die auf diesen Wegen resultierenden weitgehenden Unterschreitungen der Elektronenladung keinen Einwand mehr erhoben hat.

Alle übrigen Fragen sind aber im Anschluß an Schidlofs letzte Abhandlung in vorliegender Studie erschöpfend erörtert worden.

§ 11. Zusammenfassung.

Es ergibt sich auch noch für Kügelchen von der Größenordnung 10^{-5} bis 10^{-6} cm die Gültigkeit des Stokes-Cunninghamschen Gesetzes; denn die so aus der mittleren Fallgeschwindigkeit errechneten Radien stimmen nicht nur bei Gold, sondern auch bei Quecksilberkugeln überein mit den aus rein optischen Beziehungen, aus der Farbe des selektiv von diesen Kügelchen zerstreuten Lichtes, gefolgerten.

Es wird auf Grundlage der Versuche aller Autoren dargetan, daß die von Schidlof angegebene Veränderlichkeit der Massen kleiner Quecksilberkügelchen, die in einem Gase in Bewegung gehalten werden, welche dieser Autor zunächst als Verdampfung von Quecksilberkugeln, sodann durch Abreibung dieses Materials an den Gasschichten zu erklären versuchte, nicht besteht, und daß derselbe mit den diesbezüglichen Deutungen seiner Versuche im Gegensatz zu allen anderen Autoren steht.

Unter anderen wird auch ein objektiver Nachweis mit Hilfe der Mikrophotographie dafür geführt, daß kleine Quecksilberkugeln unter den bei den Versuchen für Ladungsbestimmungen in Betracht kommenden Verhältnissen keine Massenabnahme erleiden, also weder verdampfen, noch sich an den Luftschichten abreiben.

Es wird ferner auf photographischem Wege nachgewiesen, daß die im galvanischen Lichtbogen zerteilten Quecksilberkugeln auch ganz reine metallische Oberfläche aufweisen.

Mit den äußersten optischen Mitteln hergestellte Mikrophotographien sowie eine weitere Erörterung klärt einesteils über die zur winkel- und flächengetreuen Auflösung von kolloidalen Quecksilberkügelchen, anderseits zur bloßen Sichtbarmachung solcher im Dunkelfeldbilde benötigten Aperturen der optischen Systeme auf.

Nach den Grundsätzen der Beugungstheorie ist durch die Aperturen des beleuchtenden und sichtbarmachenden Strahlenkegels bei der mikroskopischen Dunkelfeldbeleuchtung die Sichtbarkeitsgrenze also der Radius der kleinsten Kugeln, die mit einer speziellen optischen Anordnung noch wahrgenommen werden können, definiert.

Schidlof benützt ein Fernrohr statt eines hochaperturigen Mikroskopsystemes, so daß die kleinste Kugel, welche mit seiner Anordnung noch sichtbar gemacht werden kann, nach den vorstehenden Ausführungen einen Radius über $5 \cdot 10^{-5}$ cm gehabt haben muß.

Aus der Fallgeschwindigheit dieser kleinsten Kugeln $\left(\frac{0{,}285}{60}\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)$ läßt sich unter Zugrundelegung des Stokes-Cunninghamschen Gesetzes nunmehr die Dichte der von Schidlof als Quecksilber gedeuteten höchst flüchtigen Tröpfchen berechnen.

Man findet als obere Grenze der Dichte 1·4.

1) F. Ehrenhaft, Wiener Ber. **123** (IIa), 125, 1914; ferner Fritz Zerner, diese Zeitschr. **16**, 10—13, 1915.

2) A. Schidlof u. A. Karpowicz, C. R. **158**, 1992, 1914; F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **15**, 952, 1914: Ein optischer Weg usw. und **15**, 955, 1914: Über die Unveränderlichkeit usw.; A. Schidlof u. A. Karpowicz, diese Zeitschr. **16**, 42, 1915: Über die Veränderlichkeit usw.

Zufolge dieses Resultats, sowie auf Grund der von Schidlof beobachteten Verdampfung wird auf das bei Schidlofs Versuchen in Anbetracht der bei jeden Zerstäuber von der Art des von ihm betätigten durch die Expansion der benützten Gase nicht vermiedene Auftreten von Kondensationsnebeln hingewiesen. Die schon früher von mehreren Seiten beobachteten und folgerichtig gedeuteten Verdampfungserscheinungen von Tröpfchen leichtflüchtigen Materials oder Kondensationsnebeln im ungesättigten Raume weisen den typischen Verlauf der von Schidlof beschriebenen Erscheinungen auf, wie näher auseinandergesetzt wird, so daß nunmehr alle von diesem beobachteten Erscheinungen ihre eindeutige und zwanglose Aufklärung gefunden haben.

Man muß auf Grund der Untersuchungen vorliegender Abhandlung erneuert die Existenz von isolierten elektrischen Ladungen bis in die Größenordnung 10^{-12} elektrostat. Einh. als sichergestellt betrachten und kann in den Untersuchungen dieses Autors kein stichhaltiges Argument gegen meine Methode noch gegen die Deutung derselben erblicken.

Es kann auch in Zukunft eine Elektronenladung weder in der bisher angenommenen Größenordnung noch in der Größenordnung 10^{-11} e. st. E. in den Theorien der Physik, Chemie und Radioaktivität zur Grundlage einer Argumentation herangezogen werden.

Wien, I. Physikalisches Institut der k. k. Universität. Pfingsten 1915.

(Eingegangen 7. Juni 1915.)

Bemerkungen zu der Arbeit der Herren Masing und Wiesinger: Über Löschvorgänge in Funkenstrecken[1]).

Von Gotthelf Leimbach.

Die Kritik, die die Herren Verfasser bei der Diskussion der vorliegenden Literatur an einer Arbeit von Kröncke, Leimbach und Mayer: Über eine neue Methode zur Erzeugung schwachgedämpfter Schwingungen mittels Löschkondensators[2]) unter Betonung, daß die von uns untersuchte Anordnung von mir herrührt, geübt haben, veranlaßt mich — meine beiden Mitarbeiter stehen im Felde — zu einer kurzen Erwiderung.

Die den Herren Verfassern von Herrn Simon zur Untersuchung vorgeschlagene Anordnung unterscheidet sich physikalisch nur insoweit von der meinigen, als die Wellenlängen der beiden starkgedämpften Kreise in Übereinstimmung mit Seibt[1]) nahezu gleich gewählt sind. Die Tatsache der Erzeugungsmöglichkeit einer schwachgedämpften Schwingung durch zwei Kreise mit gemeinsamer Funkenstrecke ohne irgendwelche Kopplung sowie die Erklärung des Schwingungsvorganges ist von den Herren Verfassern aus unserer Arbeit in einer Form übernommen worden, die bei dem Leser unbedingt die Meinung aufkommen lassen muß, daß der physikalische Vorgang von ihnen zuerst richtig erkannt ist. Auf die Untersuchung des Löschvorganges als solchen haben wir seinerzeit aus Zeitmangel leider verzichten müssen. Sollten weitere Untersuchungen ergeben, daß die Deutung des Vorganges auch für unsere Resultate, d. h. für meine Anordnung, bei der die Frequenz der Kreise und ihre Stromamplitude in weiten Grenzen verschieden sein kann, zutrifft, so würde ich das im Interesse einer Klärung auch nach dieser Seite hin mit Freuden begrüßen.

Der Wert meiner Anordnung im Vergleich mit der von den Herren Verfassern bearbeiteten liegt darin, daß die Erregung schwachgedämpfter Schwingungen, und zwar in energetisch befriedigender Weise auch außerhalb des „kritischen Verhältnisses $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$" erreicht werden kann. Allerdings bedarf es hierzu der Anwendung einer Löschfunkenstrecke, die aber bei genügend großer Eigenkapazität sogar die Funktionen des einen starkgedämpften Kreises übernehmen kann.

Für die Erzeugung der schwachgedämpften Schwingung und ihren Nutzeffekt ist nach unseren unveröffentlichten Untersuchungen nicht das kritische Verhältnis $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$, sondern die jeweils wirksame Kapazität der Kreise maßgebend. Ich behalte mir vor, das z. T. noch von Kröncke über die Energieverhältnisse vorliegende, bisher aus patentrechtlichen Gründen zurückgehaltene Material, sobald es meine Zeit erlaubt, zu veröffentlichen und dabei auch auf die seinerzeit[2]) von mir gegebene Erklärung des Löschvorganges näher einzugehen, für den die Annahme von Schwebungen als ausgeschlossen erscheinen muß.

1) Diese Zeitschrift **16**, 185, 1915.
2) Diese Zeitschrift **15**, 733, 1914.

1) D. R. P. 271114 (1909); Jahrb. d. drahtl. Tel. **5**, 437, 1911—12 u. D.R.P. 277664 (1911); Jahrb. d. drahtl. Tel. **9**, 477, 1914—15. In dem letzteren wird genau der von Masing u. Wiesinger untersuchte Fall mit der gleichen Erklärung zur Erregung einer Antenne benutzt.
2) Diese Zeitschrift **14**, 1228, 1913.

Zusammenfassend möchte ich sagen, daß das wesentliche Resultat der Masing-Wiesingerschen Arbeit in bezug auf die unsrige der experimentelle Beweis ist, daß sich in meiner Anordnung schwachgedämpfte Wellen auch bei Anwendung einer gewöhnlichen Funkenstrecke erregen lassen, wenn man die beiden starkgedämpften Kreise so dimensioniert, daß diese die Funkenstrecke durch Schwebungen zum Löschen bringen.

Göttingen, Laboratorium der Erforschung des Erdinnern, G. m. b. H.

(Eingegangen 31. Mai 1915.)

Erwiderung auf die vorstehenden Bemerkungen des Herrn Leimbach.

Von H. Th. Simon.

Die von mir angeregte Arbeit meiner Schüler, der Herren Masing und Wiesinger, beschäftigt sich mit dem inneren Mechanismus des Löschvorganges in Funkenstrecken und zeigt, daß dieser von meiner Theorie des Wechselstromlichtbogens aus in seinen Einzelheiten befriedigend verstanden werden kann. Sie bringt damit die von mir lange gewünschte experimentelle Stütze einer Anschauung, die ich seit Jahren in Wort und Schrift vertreten habe.[1]) Die Arbeit erhebt, wie jeder unbefangene Leser zugeben wird, in keiner Weise die Ansprüche, die Herr Leimbach aus ihr herauslesen zu müssen glaubt. Insbesondere weist sie ausdrücklich auf Herrn Seibt als ersten geistigen Urheber der Methode der „Schwebungslöschung“ hin, die sie zur Erreichung ihres Zweckes benutzt.

Mit der von Herrn Leimbach vertretenen Arbeit der Herren Kröncke, Leimbach und Mayer hat somit unsere Arbeit herzlich wenig zu tun. In ihrem letzten Abschnitt wird kurz diskutiert, inwieweit etwa die bisher angegebenen Löschfunkenmethoden von den Gesichtspunkten unserer Arbeit berührt werden. Dabei wird u. a. die Methode des Herrn Leimbach und seiner Mitarbeiter erwähnt, als eine Methode, deren Verständnis durch unsere Ergebnisse möglicherweise auch gefördert werde, vorausgesetzt, daß es sich bei ihr ebenfalls um Schwebungslöschung handle. Wir erwähnen dabei, daß wir die Entscheidung darüber den nur qualitativen Angaben der Verfasser nicht hätten entnehmen können. Auch habe uns die von den Verfassern mitgeteilte Erklärung ihrer Versuche eine Entscheidung darüber nicht gebracht, da sie uns nicht verständlich geworden sei. Daß das letztere wohl an uns gelegen hat, zeigt die nachfolgende Notiz des Herrn Burstyn. Dieser hat die Erklärung der Herren Leimbach und seiner Mitarbeiter ja offenbar verstanden. Denn er nimmt die Priorität sowohl der Methode, wie auch der Erklärung lebhaft für sich in Anspruch. Hätten wir die klare Erläuterung des Herrn Burstyn vor unserer Veröffentlichung gekannt, so hätten wir keinen Anlaß gehabt, die Arbeit der Herren Kröncke, Leimbach und Mayer überhaupt zu erwähnen. Denn wenn ihre Methode mit der des Herrn Burstyn wirklich identisch ist, so haben die Überlegungen unserer Arbeit für sie keinerlei Geltung.

Im übrigen würden wir bedauern, wenn unsere beiläufige, ihrem Sinne nach soeben erläuterte, Erwähnung der Arbeit der Herren Kröncke, Leimbach und Mayer den Eindruck einer abfälligen Kritik machen würde. Eine solche lag nach dem Gesagten völlig außer dem Bereich unserer Gedankengänge und Absichten.

Gegen den Schlußsatz der Leimbachschen Bemerkungen werden alle Beteiligten Einspruch erheben. Entweder beruht seine Methode auf Schwebungslöschung, oder sie beruht auf einem völlig anderen (z. B. dem von Burstyn erklärten) Vorgang; für das eine von beiden wird sich Herr Leimbach wohl entscheiden müssen. Sein Versuch, das zweite anzunehmen, das erste aber nicht auszuschließen, die Schwebungslöschung also gewissermaßen als Grenzfall seiner, bzw. der Burstynschen Methode in Anspruch zu nehmen, bedeutet eine neue Verschleierung der Dinge. Um so mehr, als dieser Schlußsatz mit dem unmittelbar vorhergehenden Satze in Widerspruch steht, welcher die Möglichkeit der Schwebungslöschung so entschieden bestreitet.

Göttingen, Juni 1915. Institut für angewandte Elektrizität.

(Eingegangen 30. Juni 1915.)

1) H. Th. Simon, Handwörterbuch der Naturwissenschaften, Artikel Schwingungen (elektrische, usw.), Band 8, Seite 1073. — E. Merkel, Über die Wechselstromentladung geringer Stromstärke, Dissertation Göttingen 1913.

Entgegnung auf die Mitteilung „Über eine neue Methode zur Erzeugung schwach gedämpfter Schwingungen mittels Löschkondensator“ von H. Kröncke, G. Leimbach und E. Mayer[1]).

Von W. Burstyn.

Das von den Verfassern erfundene und beschriebene Verfahren besteht im wesentlichen darin, daß einer Löschfunkenstrecke außer dem eigentlichen Schwingungskreise ein „Löschkondensator“, d. h. ein Schwingungskreis kurzer

1) Diese Zeitschr. 15, 733, 1914.

Wellenlänge, parallel geschaltet wird. Die Wirkungsweise der Anordnung ist von den Verfassern ganz richtig erkannt worden; aber es scheint ihnen entgangen zu sein, daß vier Monate, bevor sie ihren Aufsatz der Schriftleitung eingesandt hatten, die deutsche Patentschrift 270312 erschienen ist, welche das gleiche Verfahren schützt. Der Patentanspruch derselben lautet:

„Einrichtung zur Parallelladung und Serienentladung zweier Kondensatoren von wesentlich gleicher Kapazität, dadurch gekennzeichnet, daß jeder Kondensator mit einer ihm vorgeschalteten Selbstinduktion, von denen die eine ein Mehrfaches der anderen ist, parallel zu einer Funkenstrecke, z. B. einer Quecksilberdampflampe, von so großer Löschwirkung liegt, daß nach Ladung der Kondensatoren die Entladung des Kondensators mit der kleineren Selbstinduktion bereits nach einer halben Schwingung und noch vor der Entladung des Kondensators mit der größeren Selbstinduktion unterbrochen ist, so daß sich der erstere Kondensator umpolarisiert, worauf sich beide Kondensatoren in Reihe entladen."[1])

In der zugehörigen Beschreibung der Patentschrift ist eine Erklärung der Wirkungsweise gegeben, die mit der der genannten Verfasser übereinstimmt.

Der Mechanismus der Schaltung unterscheidet sich im wesentlichen nicht von jenem der Stoßerregung bei fester Kupplung. Das Fehlen des Transformators ist zwar ein Vorteil, der aber mit dem Nachteile verknüpft ist, daß die Spannung des Nutzschwingungskreises nicht höher gemacht werden kann als die Betriebsspannung. Aus diesem Grunde habe ich das Patent auch fallen lassen.

Die Priorität der Methode nehme ich in vollem Umfange für mich in Anspruch. Einen Aufsatz über sehr interessante, auf demselben Gebiete liegende Versuche mit der Quecksilberdampflampe als Löschfunkenstrecke werde ich — falls meine Einberufung zum Heeresdienste nicht dazwischen kommt — demnächst folgen lassen.

Die Arbeit der Verfasser ist mir erst durch ein eben erschienenes Referat in der „Elektrotechnischen Zeitschrift" bekannt geworden, sonst hätte ich schon früher erwidert.

1) Das Patent wurde von mir am 22. Dezember 1911 angemeldet, und zwar auf Grund eines damals bestehenden Vertragsverhältnisses auf den Namen der Compagnie Générale Radiotélégraphique in Paris.

(Eingegangen 15. Juni 1915.)

BESPRECHUNGEN.

Paul Stäckel, Die mathematische Ausbildung der Architekten, Chemiker und Ingenieure an den deutschen Technischen Hochschulen. (Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland, veranlaßt durch die Internationale Mathematische Unterrichtskommission, herausgegeben von F. Klein. Band IV, Heft 9.) Mit einem Schlußwort zu Band IV. gr. 8°. XIV u. 198 S. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1915. Preis M. 6.80

Der vorliegende stattliche Band bildet das Schlußheft des vierten Bandes der oben genannten Sammlung, dessen vorhergehende Hefte den mathematischen Unterricht an den deutschen mittleren Fachschulen der Maschinenindustrie, an den Baugewerkschulen, an den deutschen Navigationsschulen, an den niederen gewerblichen Lehranstalten, an den kaufmännischen Lehranstalten, an den Hochschulen für besondere Fachgebiete, sowie die mathematische Ausbildung der deutschen Landmesser behandeln. Das Schlußheft gibt nun in größter Ausführlichkeit in einem ersten Teile eine Übersicht über Entwicklung und Einrichtungen der deutschen Technischen Hochschulen mit besonderer Berücksichtigung der mathematischen Wissenschaften und wendet sich im zweiten Teile zur Behandlung von Einzelfragen des mathematischen Unterrichts an den Technischen Hochschulen, wie Vorbildung der Studierenden, die mathematische Ausbildung der Architekten, der Chemiker, der Ingenieure, ferner Lehrbücher, Prüfungen, Lehrkörper. Endlich geht der Verfasser im Anhang auf die Anstalten ein, die zwischen den mittleren Technischen Fachschulen und den Technischen Hochschulen stehen.

Die Physik kommt in dem Bande naturgemäß nur ausnahmsweise zum Wort, da, wo ihre Interessen mit denjenigen der Mathematik, wie z. B. in der Mechanik und in der theoretischen Physik, nahe zusammenliegen. Trotzdem wird in Rücksicht auf die vielfach ähnlichen Verhältnisse im Unterricht beider Disziplinen auch der Physiker aus dem Studium des vorliegenden Heftes viele Anregungen und reichen Nutzen empfangen. Scheel.

E. Wedekind, Stereochemie. Sammlung Göschen, Band 201. 126 Seiten, kl. 8°, mit 42 Abbildungen im Text. Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Berlin und Leipzig, G. J. Göschensche Verlagshandlung, G. m. b. H. 1914. Geb. M. 0.90

Die vorliegende kleine Schrift gibt eine klare, sachgemäße Übersicht über den gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse auf dem Gebiete der Stereochemie. Den Hauptteil des Buches nimmt natürlich die Stereochemie des Kohlenstoffs und des Stickstoffs ein, jedoch kommt auch die Stereochemie der übrigen Elemente, insbesondere auch die der anorganischen Komplexverbindungen in gebührendem Maße zur Geltung. Gewissermaßen zur Ergänzung sei hier auf die erst nach dem Erscheinen des Büchleins veröffentlichte Arbeit von Werner über die Herstellung optisch ak-

tiver Kobaltverbindungen hingewiesen, in deren Molekül überhaupt kein Kohlenstoffatom enthalten ist (Ber. d. D. Chem. Gesellsch. **47**, 3087, 1914). Ein kurzes Kapitel über die Beeinflussung chemischer Reaktionen durch räumliche Faktoren sowie ein Sachregister schließt das empfehlenswerte Werkchen ab.

Werner Mecklenburg.

L. J. Henderson, Die Umwelt des Lebens, eine physikalisch-chemische Untersuchung über die Eignung des Anorganischen für die Bedürfnisse des Organischen. Nach dem vom Verfasser verbesserten und erweiterten englischen Original übersetzt von R. Bernstein. gr. 8°. XVIII u. 170 S. m. 1 Taf. Wiesbaden, J. F. Bergmann. 1914. M. 6.—

Die Absicht des Verfassers geht aus dem Untertitel des Buches deutlicher hervor als aus dem Haupttitel. Er will dartun, daß die organische Welt dank ihren physikalischen und chemischen Eigenschaften zur Hervorbringung bzw. zur Unterhaltung und als Aufenthaltsort organisierter oder lebender Wesen in hervorragender Weise geeignet ist. Solche Wesen definiert der Verfasser als „Mechanismen, welche kompliziert, im höchsten Grade reguliert und mit einer entsprechenden Art von Materie und Energie versehen sind". Das dritte dieser Merkmale, das in dieser Fassung, losgelöst vom übrigen vielleicht nicht ohne weiteres verständlich ist, wird durch die für alles Leben vorhandene Notwendigkeit eines Stoffwechsels bedingt. Verfasser weist nun im einzelnen nach, daß die in der unseren Forschungsmitteln zugänglichen Welt hauptsächlich vorkommenden Elemente Wasserstoff, Kohlenstoff und Sauerstoff infolge ihrer physikalischen und chemischen Eigenschaften ganz besonders geeignet erscheinen, „die Existenz von Mechanismen zu begünstigen, welche in physikalischer, chemischer und physiologischer Beziehung kompliziert und in einer vollkommen regulierten Umgebung selbst reguliert sind und außerdem aktiv Materie und Energie austauschen". — Die Ausführungen des Verfassers erscheinen mir durchaus folgerichtig. Dennoch dürfte es meines Erachtens zweifelhaft sein, ob es dem Verfasser gelingen wird, die Anhänger des von ihm bekämpften Vitalismus zu überzeugen. Bei derartigen Fragen wie dem Kampfe zwischen Mechanismus und Vitalismus, wo Glaube und Neigung eine erhebliche Rolle spielen, ist dem Gegner mit naturwissenschaftlichen Beweisgründen nicht immer beizukommen. Hiermit soll natürlich gegen den Wert der vom Verfasser ins Treffen geführten Argumente nichts gesagt sein. — An einzelnen Stellen hätte ich eine noch etwas strengere Darstellung gern gesehen. Beispielsweise ist im ersten Absatz auf S. 5 aus der Behauptung, „daß die von den Chemikern erforschten Elemente die einzige in Betracht kommende Materie des Weltalls bilden", nicht klar ersichtlich, daß der Verfasser hier die Lücken im periodischen System als ausgefüllt voraussetzt. Wenn es auf S. 52 heißt: „Für Menschen und Tiere, deren Stoffwechselprozeß sehr intensiv ist, ist die Wärme eines der hauptsächlichsten Ausscheidungsprodukte, das fortwährend in großen Mengen eliminiert werden muß, und zwar durch folgende Mittel: durch Leitung, durch Ausstrahlung und durch Wasserverdampfung", so könnte diese Fassung zu der durchaus irrtümlichen Meinung verführen, als sähe der Verfasser die Wärme als einen Stoff an. Möglicherweise liegt hier eine Unklarheit bei der Übersetzung vor. — Im übrigen muß man aber dem Übersetzer bezeugen, daß er sich seiner keineswegs leichten Aufgabe mit großem Geschick entledigt hat. Nur berühren Ausdrücke, wie „latente Wärme des Schmelzens und des Verdampfens", das Ohr des Physikers peinlich. Auch das Wort „Bezeichnung" auf S. 4, Z. 11, erscheint mir nicht am Platze; vermutlich muß es „Begrenzung" oder „Festlegung" heißen; ich vermute, daß im Original „definition" zu lesen sein dürfte. — Zusammenfassend möchte ich sagen, daß das Buch für den Physiker wegen der Anwendungen physikalischer und chemischer Forschungsergebnisse auf die Entwicklungslehre in vieler Hinsicht interessant ist.

Iklé.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Berlin der erste Assistent am Kaiser-Wilhelm-Institut für Physikalische Chemie und Elektrochemie Professor Dr. Gerhard Just für Chemische Reaktionskinetik und Dr. Hellmuth Scheibler für Chemie der heterozyklischen Verbindungen.

Ernannt: Das Mitglied der Höchster Farbwerke Dr. Hermann Reisenegger in Höchst zum ord. Professor der chemischen Technologie an der Technischen Hochschule in Berlin, der Privatdozent und Abteilungsvorsteher am Physikalisch-Chemischen Institut der Universität Berlin Professor Dr. Arnold Eucken zum etatsmäßigen Professor der Physikalischen Chemie an der Technischen Hochschule Breslau, der Assistant Professor an der Harvard Universität in Cambridge Gregory Paul Baxter zum ord. Professor der Chemie an derselben Hochschule, der ständige Mitarbeiter Dr.-Ing. Günther Schulze (nicht Alfred Schulze) zum Kaiserlichen Professor und Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, der ord. Honorarprofessor für Chemie an der Universität Berlin und Mitglied des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Chemie Geh. Reg.-Rat Dr. Richard Willstätter zum ord. Professor für allgemeine und Experimental-Chemie an der Universität München (zum 1. April 1916), der Privatdozent an der Universität Gießen Geh. Oberregierungsrat Dr. Richard Aßmann zum ord. Honorarprofessor für Meteorologie an derselben Universität, der wissenschaftliche Assistent am Physikalischem Staatslaboratorium in Hamburg Dr. Ing. Willi Voege zum Professor, der Privatdozent für Chemie an der Universität Leipzig Dr. Johannes Scheiber zum a. o. Professor ebenda, der ord. Professor für Markscheide- und Feldmeßkunst an der Technischen Hochschule Aachen Geh. Reg.-Rat Karl Haußmann zum ord. Professor der Geodäsie an der Technischen Hochschule Berlin.

Ehrungen: Die Columbia University in New York hat die alle 5 Jahre verliehene Barnard-Goldmedaille Professor W. H. Bragg in Leeds und Dr. L. W. Bragg in Cambridge zuerkannt.

In den Ruhestand: Der ord. Professor für Mechanische Wärmetheorie, Aerostatik und Aerodynamik, Einleitung in die mathematische Theorie der Elastizität und analytische Theorie der Ingenieurkonstruktionen an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Jakob Johann v. Weyrauch.

Gestorben: Der frühere ord. Professor der technischen Chemie an der Technischen Hochschule Darmstadt Geheimer Hofrat Dr. Karl Eugen Thiel, der Assistent am Technisch-physikalischen Institut der Universität Freiburg Dr. Walter Kaposi, der Generaldirektor der Allg. Elektrizitätsgesellschaft und der Berliner Elektrizitätswerke Geh. Baurat Dr. Emil Rathenau, das ständige Mitglied der Kaiserl. Hauptstation für Erdbebenforschung, ord. Honorarprofessor für Geographie an der Universität Straßburg Dr. Emil Rudolph.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Bild 1.

Bild 2.

Aufgelöst mit Trockensystem Apertur 0,95; 1 pars des Okularmaßstabes = $35{,}8 \cdot 10^{-5}$ cm.

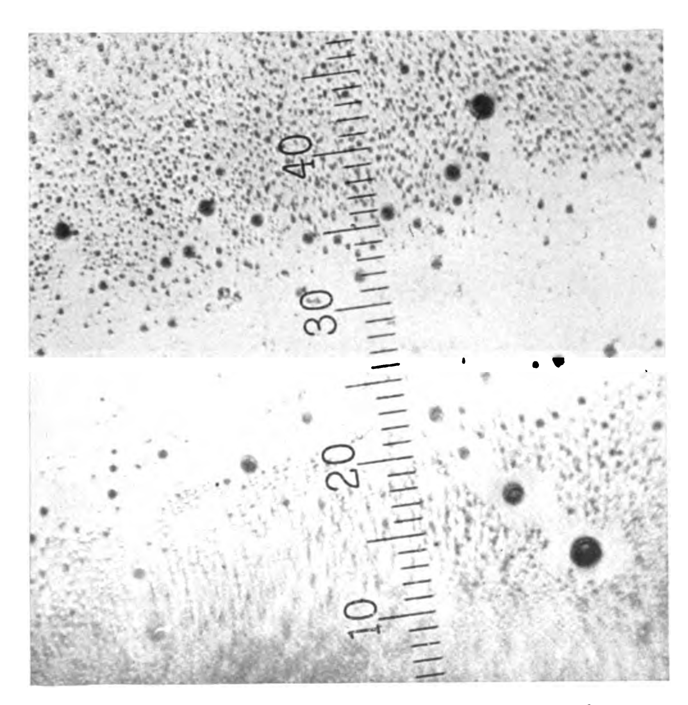


Bild 3. Aufgelöst mit Trockensystem Apertur 0,95; 1 pars des Okularmaßstabes = $35{,}8 \cdot 10^{-5}$ cm.

F. Ehrenhaft, Über kleinste Quecksilberkugeln. (Deren Mechanik, Optik und elektrische Ladung.)

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

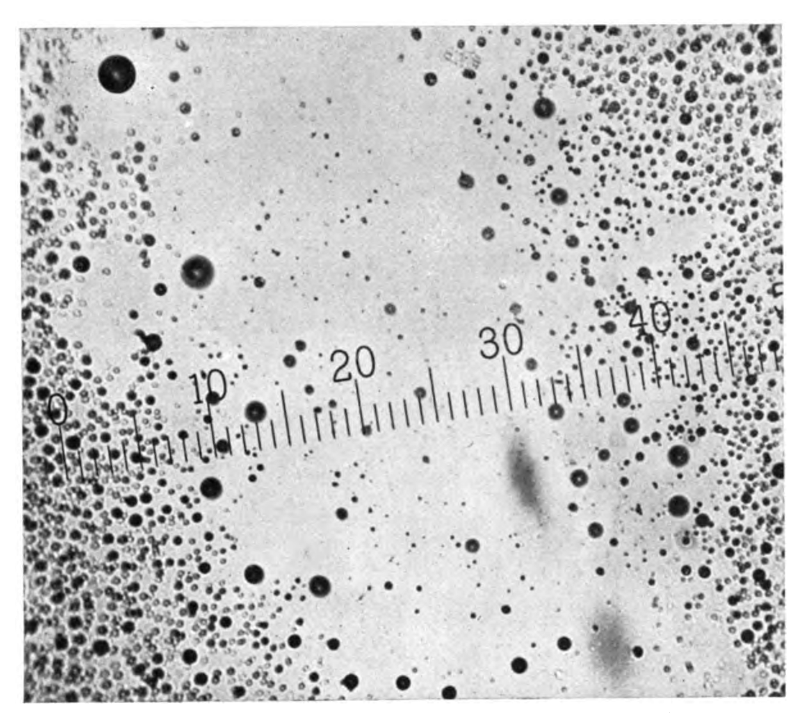


Bild 4. Aufgelöst mit homogener Immersion Apertur 1,3; 1 pars des Okularmaßstabes = $19,4 \cdot 10^{-5}$ cm.

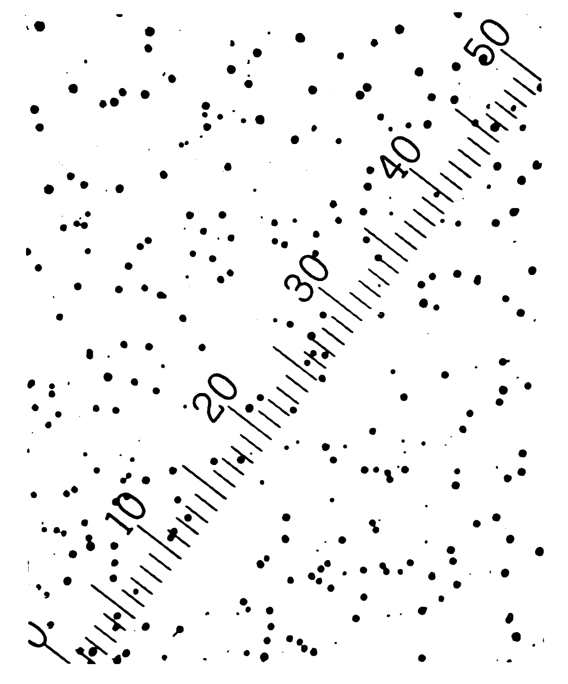


Bild 5. Aufgelöst mit homogener Immersion Apertur 1,3;
1 pars des Okularmaßstabes = $19,4 \cdot 10^{-5}$ cm.



PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 13/14. | 15. Juli 1915. Redaktionsschluß für No. 15 am 31. Juli 1915. | 16. Jahrgang.

INHALT:

Zu Elsters und Geitels 60. Geburtstage.

Am 24. Dezember des verflossenen Jahres hat Julius Elster sein 60. Lebensjahr vollendet, am 16. Juli dieses Jahres Hans Geitel. Ihre Freundschaft, aus der Schulzeit stammend und durch die Studienzeit hindurch fürs Leben fortgesetzt, ist auch in gemeinsamen wissenschaftlichen Arbeiten zum Ausdruck gekommen. Seit ihrer Anstellung am herzoglichen Gymnasium zu Wolfenbüttel haben sie sich in unermüdlicher erfolgreicher Arbeit das wissenschaftliche Ansehen erworben, das ihre Namen in der ganzen physikalischen Welt bekannt und geachtet gemacht hat. In welchem Maße dies der Fall ist, dafür gibt die ihnen zum Geburtstage überreichte Festschrift, die jetzt als stattlicher Band vorliegt, vielleicht nicht einmal den richtigen Maßstab, weil der Krieg manchen verhindert hat, seinen Beitrag zu liefern.

In der Physik sind „Elster und Geitel" eigentlich ein Begriff geworden, weil alle ihre wissenschaftlichen Arbeiten, bis auf ganz wenige durch äußere Umstände hervorgerufene Ausnahmen, in gemeinsamem Wirken entstanden sind und unter beiden Namen veröffentlicht wurden. Daß es aber im Leben sowohl einen Elster wie einen Geitel gibt, jeden einzeln, und nicht nur den physikalischen Begriff „Elster und Geitel", darüber wird sich jeder freuen, der Gelegenheit gehabt hat, ihnen persönlich näher zu treten.

Mögen die beiden Freunde in ihrem schönen Wolfenbütteler Heim noch manches Jahr gemeinsamer Forschertätigkeit in Gesundheit verbringen; das wünschen wir ihnen, ihren Freunden und der Wissenschaft!

F. Harms.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Realität von Einsätzen in einem Seismogramm.

Von C. Mainka.

Innerhalb der den einleitenden Teil eines Seismogrammes bildenden Vorläuferbewegungen treten bekanntlich mehr oder weniger deutlich erkennbare Einsätze auf. Eine Reihe von Untersuchungen sind zur Klarstellung der Natur dieser Einsätze unternommen und in graphischer Darstellungsweise die Beziehung zwischen der Epizentralentfernung[1]) $\varDelta$ und der Differenz $T_0 - i_x$, T_0 die Zeit des Eintretens des Bebens im Epizentrum, i_x die Zeit des Einsatzes im Seismogramm, festgestellt worden. So ergeben sich die „Laufzeitkurven" für irgend einen Ein-

1) Im größten Kreis gemessen.

satz i_x; die bekanntesten sind die für die ersten und zweiten Vorläufer, Longitudinal- bzw. Transversalwellen. Andere Einsätze werden u. a. Reflexionen der Erdbebenwellen an der Erdkruste zugewiesen.

Nicht immer treten die Einsätze deutlich hervor. Daher kommt es, daß der Seismik Fernerstehende nicht selten Zweifel über die Realität der Einsätze äußern.

Auch ist folgendes noch u. a. zu bemerken: Der Gebrauch einer vorhandenen, wenn auch nur als „Arbeitskurve" dienenden Laufzeitkurve beim Festlegen eines Einsatzes, schließt in sich die Gefahr einer Beeinflussung; der Einsatz kann sich oft innerhalb einer Reihe aufeinanderfolgender einsatzähnlicher Zeichen befinden und soll mit Sekundengenauigkeit festgelegt werden. Die Kurven, gleichviel welcher Bauart und Registrierung die Seismometer sind, in deren Verlauf Einsätze mit auffallender Bestimmtheit auftreten, sind als gütige Geschenke der Natur zu betrachten.

Werden Seismographen gleicher Bauart und in gleicher Wirkungsrichtung — so daß z. B. beide die Nord-Süd-Komponente der Bodenbewegung aufzeichnen — gleich aussehende Kurven liefern? Wie verhalten sich Seismometer verschiedener Bauart und in gleicher Wirkungsrichtung aufgestellt? Ergeben sich in dem ersten oder in dem zweiten Fall, oder am besten in beiden, dieselben Kurvenbilder, so kann diesen Einsätzen doch wohl nicht jede Berechtigung einer Realität abgesprochen werden.

Die Erfahrungen, die ich in beiden Fällen gesammelt, drängen zur Annahme einer Realität der Einsätze: sie sind nicht willkürliche, etwa nur vom Instrument abhängige Zeichen[1]).

Solche Vergleichungen werden erleichtert, wenn die Eigenperioden und Vergrößerungen der Apparate nicht zu stark voneinander abweichen; das Vorhandensein einer mittleren Dämpfung ist vorausgesetzt. Die Seismologen sind auch darauf aufmerksam geworden, daß Diagramme von Beben der gleichen Gegend gleiches Aussehen haben oder wenigstens sich nicht wesentlich voneinander unterscheiden. Diese Erfahrungstatsache kann auch als ein Hinweis dafür angesehen werden, daß die Einsatzzeichen wirklichen Bodenbewegungen zukommen.

Auch liefern, wie ich gesehen, Diagramme, die von Beben der gleichen Entfernung herrühren, aber nicht zum gleichen Epizentrum gehören, meist die gleichen Zeiten für die fraglichen Einsätze.

Es erschien mir nicht überflüssig, über die Realität der Einsätze und schließlich der Laufzeitkurven eine Untersuchung anzustellen, die ich in den Beiträgen zur Geophysik 1915, Bd. XIV, Heft 1 unter: „Über Zeitdifferenzen auffallender Einsätze in einem Seismogramm gegen den ersten", veröffentlicht habe.

Nur sehr selten ist T_0 aus direkten Beobachtungen bekannt, meist wird die Epizentralzeit an der Hand von Laufzeitkurven und geeignet gelegener Stationen berechnet, ähnlich wie es auch sehr oft mit der Bestimmung des Epizentrums, also der Größe Δ geschieht. Diese Methode konnte hier nicht in Frage kommen; es konnte sich hier nur um die direkten Bestimmungen der Lage des Epizentrums handeln.

Es wurden nur diejenigen gut lesbaren Registrierungen des mir zur Verfügung stehenden, sich auf einen Zeitraum von über 10 Jahren erstreckenden Beobachtungsmateriales der hiesigen Erdbebenwarte benutzt, für die das Epizentrum sich aus den Beobachtungen an Ort und Stelle möglichst sicher bestimmen ließ. Es ergaben sich nur 120 Seismogramme.

An Stelle von T_0 benutzte ich die Zeit des ersten sichtbaren Einsatzes $= i_0$, so daß ich schließlich aus i_x und i_0 die Differenzen $i_x - i_0$ und Δ, erstere in Sekunden, letztere in Kilometern zur Verfügung hatte. Jede Differenz bestand aus 2 Einzelablesungen; die Zahl der abgelesenen Einsätze belief sich auf über 1000.

Eine auffallende Änderung der Amplitude oder der Periode oder beider zugleich wurde als Merkmal eines Einsatzes angesehen. Laufzeitkurven, Anhaltspunkte über die Lage des Epizentrums und somit Kenntnis der Größe Δ wurden beim Lesen der Seismogramme gänzlich vermieden.

Nach Verlauf einiger Zeit wurden die Ablesungen, in gleicher Weise, natürlich ohne Benutzung der ersten, wiederholt. Die auffallenderen Einsätze wurden mit einer Abweichung von 1 bis 3 sec wiedergefunden. Einige Einsätze wurden nicht wieder- andere dagegen neu erhalten; sie traten eben weniger hervor. Bei Benutzung einer Arbeitslaufzeitkurve wäre das natürlich nicht geschehen. Auch die Komponenten wurden getrennt gelesen.

Wird mit n die Anzahl der Seismogramme, mit Δ, wie oben die Entfernung: Straßburg-

1) In der Zeitschrift „Himmel und Erde", Bd. 24, Leipzig, Teubner in dem Aufsatz: „Erdbebeninstrumente und deren Aufzeichnungen", habe ich Seismogramme (Vorläuferbewegungen) vom gleichen Beben, vom bifilaren Kegelpendel (vgl. diese Zeitschrift **13**, 1206, 1912) und vom astatischen Pendelseismometer **3**, 238, 1902; **4**, 821, 1903 wiedergegeben. In den Mitteilungen der Hohenheimer Erdbebenwarte für 1914, hersg. von K. Mack, habe ich in: „Umänderungen am bifil. Kegelp." zwei Seismogramme desselben Bebens von zwei bifil. Kp. aufgezeichnet, veröffentlicht. Beide bestätigen das oben Gesagte.

Epizentrum, in Megametern bezeichnet, so erklärt sich Tabelle 1 von selbst.

Tabelle 1.

Δ M	n	Δ M	n	Δ M	n
0,5—1,0	15	5,5— 6,0	3	10,5—11,0	3
1,0—1,5	15	6,0— 6,5	2	11,0—11,5	5
1,5—2,0	18	7,0— 7,5	1	11,5—12,0	2
2,0—2,5	2	7,5— 8,0	1	12,0—12,5	1
2,5—3,0	6	8,0— 8,5	4	13,0—13,5	1
3,5—4,0	1	8,5— 9,0	1	14,0—14,5	1
4,5—5,0	4	9,0— 9,5	12	16,0—16,5	1
5,0—5,5	6	9,5—10,0	7	16,5—17,0	4
		10,0—10,5	4		

Nicht alle Entfernungsintervalle sind mit gleich viel Beobachtungen besetzt, das hängt mit der Lage der Epizentra bezüglich Straßburg zusammen.

Die in ein rechtwinkliges Koordinatennetz eingetragenen, den i_x—i_0 Differenzen entsprechenden Punkte P_x ließen Züge erkennen, längs deren die P_x sich dichter scharten, so daß eine Anregung zum Ziehen einzelner Kurvenstrecken gegeben war. Es zeigte sich also doch kein regelloses Durcheinander der Punkte, wenn auch an einzelnen Stellen die Punktfolgen einander sehr nahe kamen und die Darstellung der Kurvenzüge nicht erleichterten. Bei der zweiten Lesung waren die in den einleitenden Wellen eines jeden Seismogrammes besonders auffallenden[1]) Einsätze i_s bezeichnet worden. Die in der Punktkarte entsprechenden Punkte P_s ließen sich leicht durch einen glatten Kurvenzug verbinden, in der Tabelle 2 mit 3, mit 12 in Tabelle 4 bezeichnet.

Bekanntlich entsprechen diese auffallenden Einsätze i_s dem Eintreffen der transversalen Wellen.

Die Verteilung der Werte i_s (vgl. a. a. O.) auf die einzelnen Gebiete der i_s—i_0-Kurve ist nicht sehr gleichmäßig; das gilt auch für die anderen i_x—i_0-Kurven. Dieses rührt daher, daß nicht in jedem Seismogramm die gleichen entsprechenden Einsätze gefunden werden. Die einzelnen Bereiche solcher i_x—i_0-Kurven haben also verschiedene Gewichte[2]). Aus Mangel an geeigneten Beobachtungen wurde u. a. von einem Überbrücken der Lücke in der i_s—i_0-Kurve $\Delta = 2700$ km bis $\Delta = 4800$ km abgesehen. Der Zug der i_s—i_0-Kurve, gewöhnlich S—P-Kurve genannt, von $\Delta = 500$ bis $= 2750$ km beruht auf 49 P_s-Werte.

Tabelle 2.

Θ o	Δ km	T km	3 sec	I sec	W.-Z. sec	Moh. sec	6 sec	T_{ss}—T_P sec	T_{sss}—T_P sec	I—W.-Z. sec	I—Moh. sec	I—3 sec	I—6 sec
5	556	6	61	62	61	65	49	62	62	+ 1	− 3	+ 1	+13
6	667	9	73	73	73	76	61	75	75	0	− 3	0	+12
7	778	12	90	85	85	87	77	88	88	0	− 2	− 5	+ 8
8	889	16	105	98	97	99	92	100	101	+ 1	− 1	− 7	+ 6
9	1000	20	119	109	108	111	105	113	114	− 1	− 2	−10	+ 4
10	1111	24	133	122	119	122	119	126	127	+ 3	0	−11	+ 3
11	1222	29	145	135	130	133	130	138	140	+ 5	+ 2	−10	+ 5
12	1333	35	156	146	141	144	141	151	154	+ 5	+ 2	−10	+ 5
13	1444	41	166	158	151	155	150	164	168	+ 7	+ 3	− 8	+ 8
14	1555	48	173	171	162	166	158	177	181	+ 9	+ 5	− 2	+13
15	1666	55	180	183	173	176	169	191	195	+10	+ 7	+ 3	+11
16	1777	62	188	195	183	185	180	204	209	+12	+10	+ 7	+15
17	1888	70	195	207	193	196	191	218	224	+14	+11	+12	+16
18	1999	78	202	219	203	206	202	231	238	+16	+13	+17	+17
19	2110	86	213	231	213	214	—	—	—	+18	+17	+18	—
20	2221	96	226	244	223	224	—	—	—	+21	+20	+18	—
21	2332	105	239	255	332	232	—	—	—	+23	+23	+16	—
22	2443	116	251	268	241	241	—	—	—	+27	+27	+17	—
23	2554	128	263	279	249	250	—	—	—	+30	+29	+16	—
24	2665	140	275	291	258	—	—	—	—	+33	—	—	—

Erklärung zur Tabelle 2: Θ ist der von den Erdradien O-Station und O-Epizentrum am Erdmittelpunkt gebildete Winkel, Δ die zugehörige Entfernung, T die Scheiteltiefe der Sehne St-Ep., I ist eine unter Annahme, daß Erdbebenstrahl und Sehne zusammenfallen, berechnete Kurve S—P, und zwar ist für die Geschw. d. long. W. $v_0 = 4{,}01$ km/sec und für die der transvers. W. $v_5 = 7{,}17$ km/sec gesetzt worden. W.-Z. ist die von Wiechert-Zoeppritz[3]) angegebene S—P-Kurve, Moh. eine nach der Arbeit von Mohorovičić in Agram[4]) ausgeglichene S—P-Kurve. Die Werte T_{ss}—T_P, T_{sss}—T_P sind der Geiger-Gutenbergschen[5]) Arbeit entnommen; es bedeuten T_{ss}, T_{sss}, die an der Erdoberfläche einmal bzw. zweimal reflektierten Transversalwellen und T_P steht an Stelle von i_0. In den letzten vier Kolonnen sind die Differenzen gegen I gegeben, so daß sich leicht die Unterschiede gegen 3 ablesen lassen.

1) Meist ist nur ein solcher vorhanden. 2) In der Seismik mehr zu beachten. 3) Vgl. Göttinger Nachrichten 1907, 1909, 1911 (Über Erdbebenwellen I—IV) und diese Zeitschr. 12, 814, 1911. 4) Das Beben vom 8. X. 1909 von A. Mohorovičić Zagreb (Agram) 1910. Meteorolog. Institut. 5) Vgl. Gött. Nachr. und diese Zeitschr., l. c.

Im Abschnitt „Ergebnisse einiger $i_x—i_0$-Kurven und Vergleich mit anderweitig bekannten Darstellungen“ meiner erwähnten Arbeit: „Über Zeitdifferenzen usw.“ habe ich die auf der oben angedeuteten Weise gefundenen Kurven und Kurvenstücke mit den in der seismischen Literatur bekannten Kurven verglichen. In Kürze sei hier einiges wiedergegeben.

Bemerkt sei, daß nicht untersucht wurde, auf wie viel Beobachtungspunkte die zum Vergleich herangezogenen Kurven beruhen; sehr oft leider bescheidet man sich für größere Intervalle von Δ mit wenigen Punkten.

In dem Bereich $\Delta = 500$ km bis rund 2800 km konnten auf die angegebene Weise, also ohne Hilfsmittel, 7 Kurvenzüge festgestellt werden, die zum Teil in Tabelle 2 und 3 wiedergegeben sind.

Tabelle 3.

Δ km	$R_sP—P$ sec	No. 8a sec	Diff. sec	$R_sP_2S—P$ sec	No. 7 sec	Diff. sec	$R_sP_2S—P$ sec	No. 3 sec	Diff. sec	$R_sP—P$ sec	No. 10b sec	Diff. sec	$S—P$ sec	No. 10b sec	Diff. sec
500	17	30	—13	44	—	—	71	—	—	82	83	—1	81	83	—6
600	22	32	—10	54	—	—	86	—	—	99	100	—1	97	100	—2
700	27	36	— 9	64	—	—	101	—	—	115	116	—1	110	116	—3
800	32	39	— 7	70	—	—	3.110	—	—	134	132	+2	—	—	—
900	37	42	— 5	74	—	—	4.110	106	+ 4	152	152	0	—	—	—
1000	41	46	— 5	80	64	+16	117	119	— 2	168	170	—2	—	—	—
1100	46	50	— 4	86	73	+13	126	132	— 6	185	186	—1	—	—	—
1200	51	57	— 8	94	84	+10	137	143	— 6	203	202	+1	—	—	—
1300	56	64	— 8	102	93	+ 9	148	154	— 6	221	—	—	—	—	—
1400	61	70	— 9	110	102	+ 8	158	162	— 4	239	—	—	—	—	—
1500	66	76	—10	118	112	+ 6	168	170	— 2	—	—	—	—	—	—
1600	71	83	—12	125	122	+ 3	177	176	+ 1	—	—	—	—	—	—
1700	75	90	—15	133	132	+ 1	187	182	+ 5	—	—	—	—	—	—
1800	80	97	—17	143	142	+ 1	198	189	+ 9	—	—	—	—	—	—
1900	85	106	—21	151	152	— 1	207	196	+11	—	—	—	—	—	—
2000	91	114	—23	163	163	0	—	202	—	—	—	—	—	—	—

Erklärung zu Tabelle 3. $R_sP—P$ usw. sind der genannten Arbeit von Mohorovičić entnommen; P entspricht i_0, die anderen beruhen u. a. auf Reflexionen, vgl. a. a. O. Die Differenzen zeigen den Grad der Annäherung gegen die in obiger Art gefundenen $i_x—i_0$-Kurven No. 8a, 7, 3 u. 10b.

Ebenso sind auch die im Bereich $\Delta = 4800$ km bis 10000 km gefundenen Kurvenzüge — ihrer sind es 18 — zum Vergleich herangezogen worden. Im Rahmen dieser kurzen Mitteilung sei hier nur die Tabelle 4 wiedergegeben.

Ein erst gefaßter Plan, die Veröffentlichungen der seismischen Aufzeichnungen aller vorhandenen Erdbebenwarten in den internationalen mikroseismischen Katalogen zur Konstruktion einer weiteren $S—P$-Kurve zu benutzen und zum Vergleich heranzuziehen, wurde aufgegeben. Meines Erachtens konnte sich die aufzuwendende Mühe nicht lohnen, da die Einsätze dieser Aufzeichnungen doch wohl meist an der Hand von Laufkurven festgelegt sind; ferner sind auch die dort angegebenen Δ-Werte mit Hilfe der $S—P$-Daten der Registrierungen ermittelt.

Einsätze, die unter Benutzung einer Laufzeitkurve erhalten sind, liegen im System der Arbeitskurve, wenn man nicht sehr behutsam zu Werke geht.

Es finden sich in den hier durch die Tabellen 2, 3 und 4 kurz angedeuteten Vergleichungen größere Abweichungen, auch systematischer Natur, gegen die vorhandenen, bestimmte Hypothesen illustrierende, Laufzeitkurven, namentlich in dem Gebiet der kleinen Δ-Werte, wo die einzelnen Laufkurven dicht aneinander liegen. Erwähnt sei auch, daß nicht selten die vorhandenen makroseismischen Daten eine genauere Bestimmung der Entfernungen Δ nicht zulassen. Vielleicht ist es möglich, auf internationalem Weg mit Hilfe der seismologischen Assoziation in den bekannteren Erdbebengebieten eine straffere Beobachtungsorganisation zu schaffen, die auch eine Bestimmung von T_0 ins Auge faßt. Unerwähnt darf hier nicht die vorhandene ersprießliche Mitarbeit der Kaiserlichen Deutschen Konsulate in den verschiedenen Ländern bleiben.

Vielleicht unternehmen auch andere Erdbebenwarten eine Auswertung des vorhandenen meist umfangreichen Seismogrammvorrats im obigen Sinne.

Auch hinsichtlich der erwähnten, noch näher zu untersuchenden Abweichungen, darf die befriedigende Übereinstimmung mit anderweitig gegebenen Kurven nicht übersehen werden. Zusammenfassend ist wohl der Schluß gestattet, daß die Einsätze in einem Seismogramm und die entsprechenden Laufkurven einer Realität nicht entbehren, indem die in dieser Arbeit nahezu ohne jede Voraussetzung gefundenen Laufzeitkurven mit vorhandenen unter Voraus-

Tabelle 4.

Δ km	No. 12 sec	W.-Z. sec	Diff. sec	G.-G. sec	Diff. sec	Wg. sec	Diff. sec.	B. sec	Diff. sec
4800	391	392	− 1	391	0	383	+ 8	383	+ 8
4900	396	397	− 1	397	− 1	389	+ 7	389	+ 7
5000	401	402	− 1	403	− 2	395	+ 6	396	+ 5
5100	407	408	− 1	408	− 1	400	+ 7	401	+ 6
5200	415	413	+ 2	415	0	406	+ 9	406	+ 9
5300	420	418	+ 2	420	0	411	+ 9	411	+ 9
5400	426	424	+ 2	426	0	416	+10	417	+ 9
5500	432	429	+ 3	431	+ 1	421	+11	423	+ 9
5600	439	435	+ 4	435	+ 4	424	+15	429	+10
5700	445	440	+ 5	440	+ 5	427	+18	435	+10
5800	452	445	+ 7	445	+ 7	432	+20	440	+12
5900	458	451	+ 7	450	+ 8	437	+21	446	+12
6000	464	456	+ 8	455	+ 9	443	+21	451	+13
6100	469	461	+ 8	461	+ 8	448	+21	456	+13
6200	474	467	+ 7	466	+ 8	454	+20	461	+13
6300	479	472	+ 7	472	+ 7	459	+20	466	+13
6400	484	478	+ 6	477	+ 7	464	+20	472	+12
6500	488	483	+ 5	482	+ 6	469	+19	477	+11
6600	492	488	+ 4	487	+ 5	475	+17	483	+ 9
6700	495	493	+ 2	492	+ 3	480	+15	488	+ 7
6800	499	499	0	497	+ 2	485	+14	493	+ 6
6900	502	504	− 2	502	0	490	+12	498	+ 4
7000	506	509	− 3	506	0	495	+11	503	+ 3
7100	510	514	− 4	512	− 2	500	+10	508	+ 2
7200	515	519	− 4	517	− 2	505	+10	513	+ 2
7300	518	524	− 6	521	− 3	510	+ 8	518	0
7400	523	530	− 7	525	− 2	515	+ 8	523	0
7500	527	535	− 8	530	− 3	520	+ 7	527	0
7600	532	540	− 8	535	− 3	526	+ 6	532	0
7700	538	545	− 7	540	− 2	533	+ 5	537	+ 1
7800	543	550	− 7	544	− 1	540	+ 3	542	+ 1
7900	549	555	− 6	549	0	546	+ 3	546	+ 3
8000	554	560	− 6	554	0	551	+ 3	551	+ 3
8100	561	565	− 4	558	+ 3	554	+ 7	556	+ 5
8200	568	570	− 2	563	+ 5	558	+10	560	+ 8
8300	574	575	− 1	567	+ 7	564	+10	565	+ 9
8400	580	580	0	572	+ 8	570	+10	570	+10
8500	586	585	+ 1	577	+ 9	575	+11	574	+12
8600	590	590	0	583	+ 7	580	+10	578	+12
8700	594	595	− 1	588	+ 6	584	+10	582	+12
8800	598	600	− 2	593	+ 5	592	+ 6	587	+11
8900	602	605	− 3	598	+ 4	600	+ 2	591	+11
9000	606	610	− 4	603	+ 3	606	0	596	+10
9100	610	616	− 6	608	+ 2	612	− 2	600	+10
9200	614	620	− 6	612	+ 2	618	− 4	604	+10
9300	618	625	− 7	617	+ 1	624	− 6	608	+10
9400	623	630	− 7	621	+ 2	628	− 5	612	+11
9500	628	635	− 7	625	+ 3	633	− 5	616	+12
9600	636	640	− 4	629	+ 7	637	− 1	620	+16
9700	643	645	− 2	633	+10	641	+ 2	624	+19
9800	653	649	+ 4	638	+15	644	+ 9	628	+25
9900	664	654	+10	642	+22	646	+18	632	+32
10000	674	659	+15	646	+28	648	+26	636	+38

Erklärung zu Tabelle 4. No. 12 ist die fortgesetzte gefundene ausgeglichene $i_5—i_0$-Kurve. W.-Z., G.-G., Wg. entsprechen den von Wiechert-Zoeppritz, Geiger-Gutenberg und K. Wegener angegebenen $S—P$-Kurven. Mit B. ist eine nach Benndorf in: Über die Art der Fortpflanzung der Erdbebenwellen im Erdinnern, 1. Mitteilung, k. k. Akademie d. Wiss. Wien wiedergegebene $S—P$-Kurve bezeichnet.

setzung irgend einer Hypothese aus Beobachtungen erlangten übereinstimmen.

Auf die Wichtigkeit der Einsätze ist in mehreren Göttinger Arbeiten in dieser Zeitschrift hingewiesen worden. Das Ziel ist u. a. die Bestimmung der elastischen Konstanten der unter Druck stehenden Gesteine der Erdkruste und des Erdinnern. Diese Konstanten werden sozusagen auf dynamischem Wege gefunden, was u. a. auch bei Bestimmung dieser im Laboratorium nicht unbeachtet bleiben darf, wenn die in doppelter Weise gefundenen Elastizitätskonstanten miteinander verglichen werden sollen[1]).

1) Vgl. Rudzki, „Über die Bestimmung dynamischer und statischer Elastizitätskonstanten". Erdbebenwarte Laibach. Jahrgang 6 und 7.

Bei starker mikroseismischer Bodenunruhe (Mi. U.) sind ferner auch die Bodenteilchen beim Eintreffen von seismischen Wellen schon im Schwingungszustand begriffen, so daß vielleicht auch dieser Umstand für die Bestimmung der Konstanten der Erdkruste in Betracht kommt.

Mai 1915.

(Eingegangen 27. Mai 1915.)

Über die kritische Temperatur des Quecksilbers [1]).

Von Julie Bender.

Nach Versuchen von Herrn J. Koenigsberger [2]) soll die kritische Temperatur des *Hg* bei ca. 1270° C liegen. Schon bei 1200° C sei der Meniskus des flüssigen *Hg* verschwunden, und von hier ab wurde rasche Abnahme der Lichtemission des *Hg* beobachtet. In Zusammenhang damit veröffentlicht W. C. Menzies [3]) eine Notiz, in der er ausführt, das 1270° als kritische Temperatur des *Hg* zu niedrig sei, und daß das Verschwinden des flüssigen *Hg* bei dieser Temperatur nicht als Erreichung des kritischen Punktes angesehen werden dürfe, sondern wohl aus der Ausweitung der Kapillare bei dieser Temperatur erklärt werden müsse. Herr W. C. Menzies sagt, daß seine Versuche noch zu keinem Abschluß gekommen seien.

Auf Veranlassung von Herrn J. Koenigsberger wurden, im Anschluß an seine früheren Versuche, nun Versuche darüber angestellt, in welchem Sinne von einer kritischen Temperatur des *Hg* gesprochen werden kann, und wo sie liegt.

Es handelt sich experimentell darum, *Hg* in geschlossenem, konstantem Volumen bei hohen Temperaturen und den entsprechenden Dampfspannungen zu beobachten.

Die Temperaturen wurden mit Thermoelement gemessen. Das *Hg* befand sich in Kapillaren aus reinstem, geschmolzenem Quarz, und wurde seine Ausdehnung bei steigender Temperatur mit geeignetem Fernrohr beobachtet.

Zweierlei konnte erreicht werden:

1. Genaue Beobachtung der Volum- bzw. Längenänderung des flüssigen *Hg*-Fadens bis zu 1400° bei verschiedenen Füllungen:

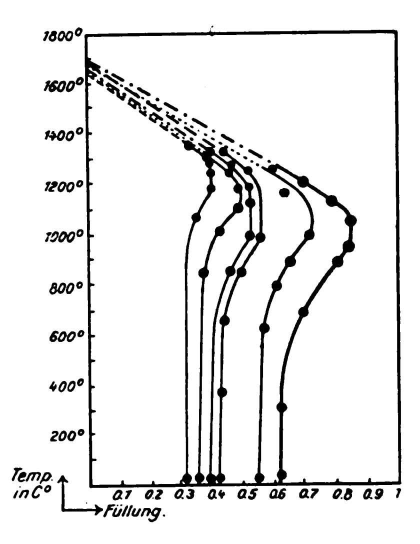


Fig. 1.

Zusammenfassung der Resultate zeigt Fig. 1. Als Ordinaten sind die Temperaturen in C° aufgetragen, als Abszissen die Füllungen, wenn als Volumen der Kapillaren jeweils 1 gesetzt wird. Bei allen Füllungen lassen sich 3 Kurventeile unterscheiden:

$$1. \ \frac{dv}{dt} > 0; \quad 2. \ \frac{dv}{dt} = 0; \quad 3. \ \frac{dv}{dt} < 0.$$

Hier soll nur kurz auf Teil 3 $\frac{dv}{dt} < 0$ hingewiesen werden:

Von einem gewissen Temperaturpunkt an, der mit größer werdender Füllung niedriger wird, tritt geradlinige Abnahme des flüssigen *Hg* ein. Bis zu 1400° können die Beobachtungen als unbeeinflußt von der dann eintretenden Erweichung des Materials betrachtet werden, was für verschiedene Füllungen durch besondere, eingehende Versuche festgestellt wurde, die später mitgeteilt werden sollen. Die geradlinigen Verlängerungen der beobachteten Kurven bis zum Schnitt mit der Temperaturachse konvergieren, wie Fig. 1 zeigt, gegen ein Temperaturintervall hin, das sich von 1650° bis 1700° erstreckt. Das besagt, daß an dieser Stelle die kritische Temperatur erreicht ist, denn für verschiedene Füllungen müßten sonst die angedeuteten Kurvenverlängerungen an verschiedenen Punkten die Temperaturachse schneiden, sie dürften also nicht konvergieren. Daß der Punkt über 1500° liegt, folgt aus einer Beobachtung, bei der es gelang, bis zu dieser Temperatur zu erhitzen und bei welcher noch flüssiges *Hg* vorhanden war.

2. Bestimmung der Dichten des Dampfes und der Flüssigkeit vom *Hg* bis zu 1400°:

---

1) Ausführung und Begründung des Folgenden wird in der später erscheinenden Dissertation veröffentlicht werden.

2) J. Koenigsberger, Chemikerzeitung **36**, 1321, 1912.

3) W. C. Menzies, The critical temperature of mercury. Amer. chem. Soc. **35**, 1065—1067, 1913.

Kleine Füllungen von 0,06—0,13 wurden zum Verdampfen gebracht und der Temperaturpunkt beobachtet, bei welchem gerade alles *Hg* verdampft war. Wenn das relative Volumen der Kapillare, wie vorhin 1 gesetzt, bekannt ist und die Füllung, so läßt sich daraus ganz einfach die Dampfdichte berechnen:

z. B. Füllung 0,10,

alles *Hg* verdampft bei 1320°,

Dichte, bezogen auf Dichte von $H_2O = 1$: $0{,}10 \times 13{,}59 = 1{,}35$.

Wenn die Dampfdichten bekannt sind, kann man die *Hg*-Flüssigkeitsdichten berechnen aus 1., indem man dadurch in der Lage ist, die ab 900° notwendig werdende Korrektur für das

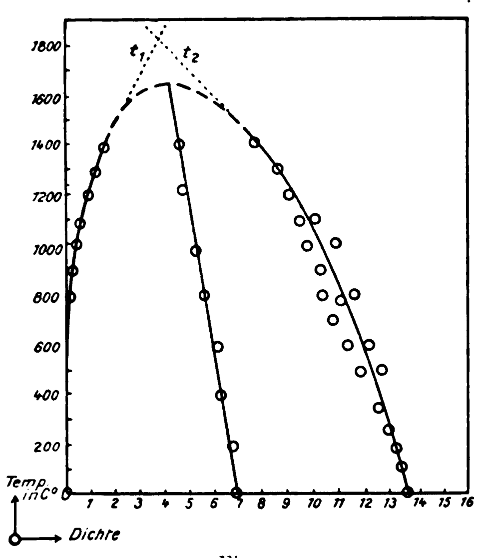


Fig. 2.

verdampfte *Hg* zu bestimmen. Graphisch bekommt man dann ein gutes Bild vom Verlauf der beiden Dichtekurven mit steigender Temperatur (Fig. 2). Die *Hg*-Flüssigkeitsdichten sind bis 350° den Messungen von Régnault entnommen, die *Hg*-Dampfdichten bis 880°, mit angenommener Geltung der Gasgesetze, berechnet aus den Dampfspannungen, wie sie von Cailletet, Colardeau, Rivière[1]) bestimmt wurden. Man sieht, daß von 1000° ab die Dichten stark abnehmen. Den höchst möglichen Wert der kritischen Temperatur bekommt man, wenn man die Tangenten t_1 und t_2 an die letzt beobachteten Kurvenstrecken legt. Jedoch ist es selbstverständlich, daß die Kurven so verlaufen, wie sie in Fig. 2 ergänzend eingetragen sind, so daß bei ca. 1650° die Dichten sich treffen[1]). Diesen Punkt kann man ja auch aus den Beobachtungen 1 entnehmen.

1) Cailletet, Colardeau, Rivière, C. R. **130**, 1585, 1900.

Wenn man aus den Dampfdichten nach dem Boyle-Mariotteschen Gesetz die Dampfspannungen berechnen dürfte, so erhielte man bei 1400° z. B. 1180 Atm.

Eine interessante Erscheinung des *Hg*-Dampfes konnte zwischen 1200° und 1300° beobachtet werden. Bei dieser Temperatur fing der bisher völlig durchsichtige *Hg*-Dampf an, ein schwach blaues Leuchten zu zeigen, dessen Intensität sich mit zunehmender Temperatur steigerte. Bei Füllungen unter 0,30 war es nicht zu beobachten, bei 0,30 etwas über 1300°, ab 0,40 bei ca. 1270°. An anderer Stelle soll auch hierauf näher eingegangen werden.

1) Für diese Temperatur ergibt sich nach der geraden Mittellinie von Mathias für die kritische Dichte 4,5.

Freiburg i. B., Juni 1915.
Math.-physik. Institut der Universität.

(Eingegangen 14. Juni 1915.)

Ein thermodynamischer Integrator.

Von Richard Gans und Adrián Pereyra Míguez.

Herr Geheimrat Nernst wies gelegentlich des Zyklus von Vorlesungen, die er an der Universität La Plata hielt, darauf hin, daß es wünschenswert wäre, einen Apparat zu besitzen, der rein mechanisch die bekannte thermodynamische Gleichung

$$A - U = T\frac{dA}{dT} \qquad (1)$$

integriert (*A* freie Energie, *T* absolute Temperatur, *U* Abnahme der Totalenergie), trotzdem der analytischen Integration durch die Formel

$$A = -T\int_c^T \frac{U}{T^2}\,dT \qquad (2)$$

kein Hindernis im Wege liegt.

Daraufhin haben wir ein Instrument konstruiert, welches diesen Zweck erfüllt, und das auf folgende Eigenschaft der *A*- und *U*-Kurve gegründet ist.

Man zeichne durch einen beliebigen Punkt U_1 der *U*-Kurve eine Parallele zur Abszissenachse, die die Ordinatenachse in *M* schneidet, und eine Parallele zur Ordinatenachse, die die *A*-Kurve in A_1 trifft, und verbinde *M* mit A_1. MA_1 schneide, verlängert, die Abszissenachse in *N*.

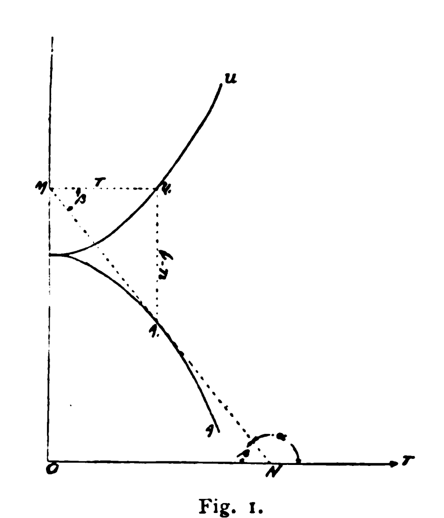


Fig. 1.

Dann ist

$$\sphericalangle U_1 M A_1 = A_1 N O = \beta = \pi - \alpha,$$

unter α den Winkel verstanden, den MN mit der Abszissenachse einschließt.

Aus dem $\triangle U_1 A_1 M$ folgt aber

$$\frac{U_1 A_1}{M U_1} = \operatorname{tg} \beta = -\operatorname{tg} \alpha, \tag{3}$$

oder da

$$U_1 A_1 = U - A; \; M U_1 = T$$

ist,

$$\dot{A} - U = T \operatorname{tg} \alpha. \tag{4}$$

Durch Vergleich mit (1) ergibt sich demnach, daß $\frac{dA}{dT} = \operatorname{tg} \alpha$, d. h., daß MN in A_1 die A-Kurve tangiert.

Das heißt: Seien A_1 und U_1 zwei beliebige Punkte der A- bzw. U-Kurve mit derselben Abszisse T, so schneiden sich die in A_1 an der A-Kurve gezeichnete Tangente und die Parallele durch U_1 zur Abszissenachse in einem Punkte M der Ordinatenachse oder mit anderen Worten: die Richtung der A-Kurve in A_1 ist die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks $A_1 U_1 M$.

Ein scharfrandiges Rad R (Fig. 2) rolle auf der horizontalen Zeichenebene PQ. Seine

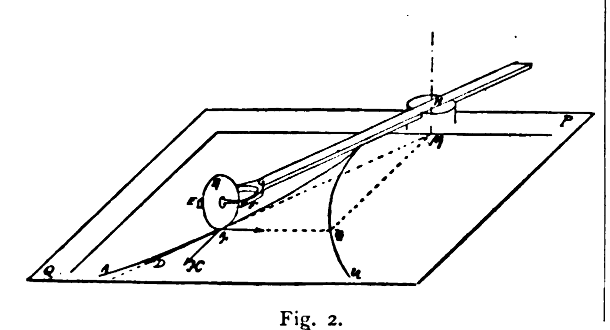


Fig. 2.

Achse EF sei parallel zur Zeichenebene und normal zur „Richtungsschiene" GH. Irgendeine an dem Rad angreifende Kraft K wird das Rad in jedem Moment in der Richtung seiner Ebene, d. h. in der Richtung GH rollend weiterbewegen, denn es wirkt nur die Komponente D, da die Komponente der Kraft in Richtung von EF infolge der starken Reibung auf dem Zeichenpapier keine Verschiebung hervorzubringen vermag.

Unter Berücksichtigung dieser mechanischen Eigenschaften konstruierten wir den Integrator in folgender Weise (siehe die schematische Figur 3).

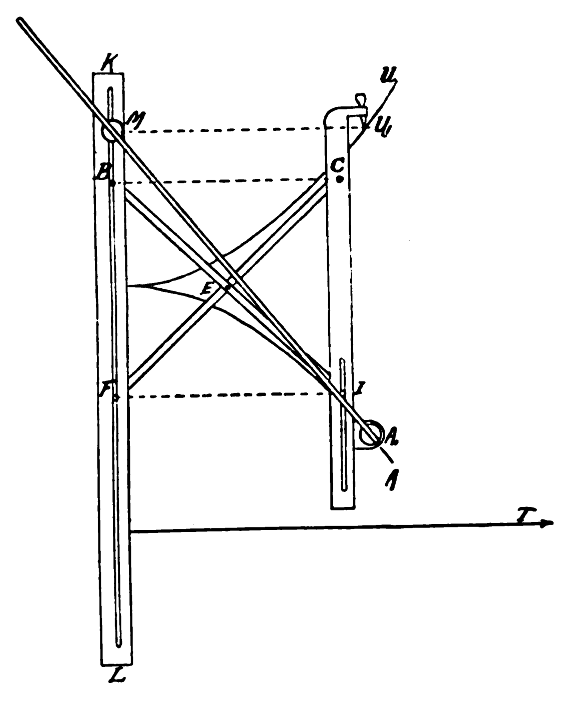


Fig. 3.

Die auf der Zeichenebene feste Schiene KL von ⊏-förmigem Querschnitt hat einen Längsschlitz BF, der die Ordinatenachse repräsentiert. In diesem Schlitz gleiten die vertikalen Achsen B und F, die an den Enden der beiden gekreuzten Stäbe BI und FC angebracht sind. Mit der Achse B ist das Stück M starr verbunden, durch welches die Richtungsschiene MA_1 hindurchgleiten und gleichzeitig sich um die Achse M drehen kann.

Die gekreuzten Stäbe BI und FC haben ferner eine Achse E in der Mitte sowie je eine Achse C und I an dem einen Ende. Während C in der Schiene CI festliegt, kann die Achse I in einem Längsschlitz dieser Schiene gleiten.

Der an dieser beweglichen Schiene CI be-

findliche Stift U_1 soll der U-Kurve entlang geführt werden.

In A_1 befindet sich das scharfrandige Rad auf dem Zeichenpapier unter den oben angegebenen Bedingungen.

Einzelheiten der Radmontage erkennt man aus der Fig. 4, deren oberer Teil einen Transversalschnitt darstellt, während der untere Teil die Anordnung von unten gesehen bedeutet.

Wir erkennen, daß das Rad in einem Ringe N eingeschlossen ist, der in dem Schlitten V drehbar ist. Dieser Schlitten gleitet in einer longitudinalen Nut der Schiene CI.

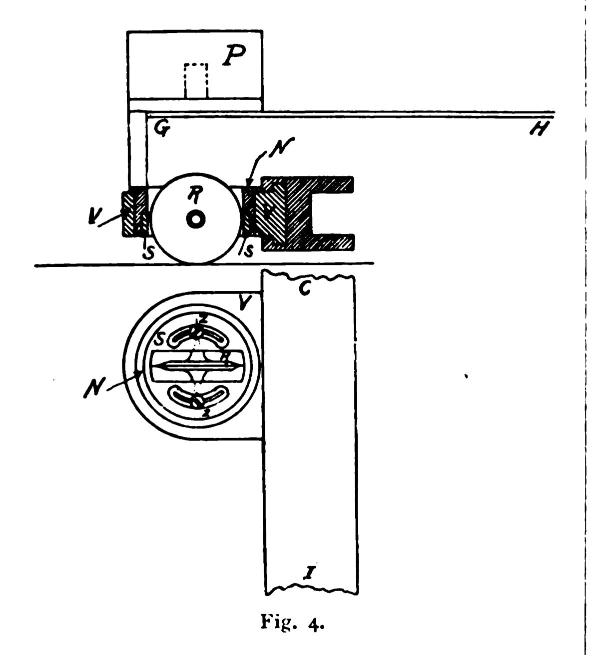


Fig. 4.

In der Zeichnung des Transversalschnitts sieht man rechts die bewegliche Schiene mit ihrer Nut, das Rad R mit seinem Ring N und oben unschraffiert die Richtungsschiene GH, die starr mit dem Ringe N verbunden ist, und ein zylindrisches Gewicht P, welches den Druck des Rades auf das Papier vergrößern soll. Auf die Justiervorrichtung, bestehend in dem Ringe S, kommen wir weiter unten zu sprechen.

Der Mechanismus der gekreuzten Stäbe BI und FC (Fig. 3) garantiert die Parallelität der beweglichen Schiene CI und der festen Schiene KL, so daß der Stift U_1 und der Punkt des Rades R, welcher das Papier berührt, dauernd dieselbe Abszisse haben.

Der durch das Stück M gehenden Achse ist durch das starre Stück BM (in der Fig. 3 unsichtbar) eine solche Entfernung von B gegeben, daß die Achse stets dieselbe Ordinate wie der Stift U_1 hat.

Fig. 5 ist eine photographische Wiedergabe des nach unseren Angaben im hiesigen physikalischen Institut konstruierten Integrators.

Jedoch weist derselbe gegenüber der eben gegebenen schematischen Beschreibung einige Änderungen auf.

Erstens ist der Punkt M, um den sich die Richtungsschiene dreht, mittels eines Wägelchens, das man in Fig. 5 sieht, von dem Schlitz der

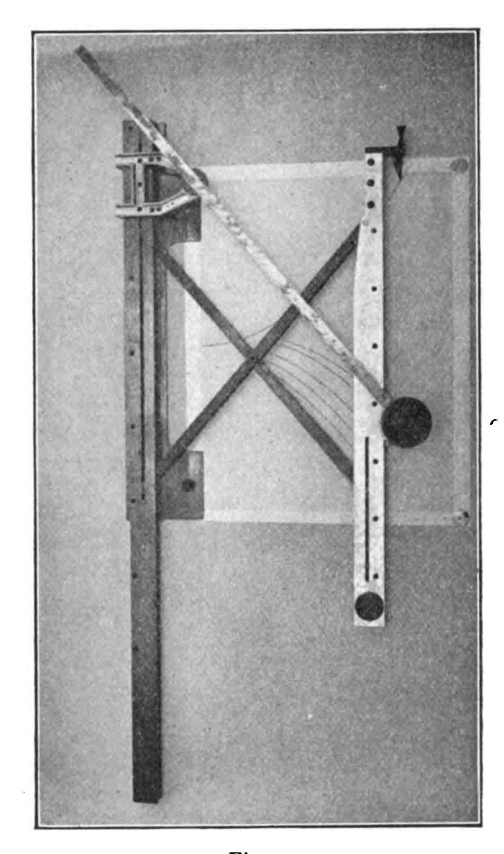


Fig. 5.

festen Schiene wegverlegt, damit die Ordinatenachse sichtbar wird.

Ferner mußte noch eine Justiervorrichtung angebracht werden, um zu erreichen, daß die Ebene des Rades durch M hindurchgeht. Zu dem Zweck lagert die Radachse nicht direkt in dem Ringe N (Fig. 4), der sich in dem Schlitten V dreht, sondern in einem zweiten, dem Ringe N konzentrischen Ringe S. Der Ring S kann in N gedreht und durch die beiden Druckschrauben Z mit N in der richtigen Lage starr verbunden werden, wie aus dem unteren Teile der Fig. 4 ersichtlich ist.

Schließlich ist noch zu bemerken, daß gegen das Rad R ein kleines mit Registriertinte benetztes Kissen drückt, so daß das Rad direkt die durchlaufene Kurve zeichnet.

Zum Justieren des Apparats bewege man

den Stift U_1 auf der Abszissenachse entlang. Dann muß das Rad eine durch den Koordinatenursprung gehende Gerade beschreiben, wie sich sofort aus (1) ergibt, wenn man $U = 0$ setzt. Die Neigung der Geraden ist beliebig, da die Gleichung (1) natürlich eine ganze Kurvenschar als Integral zuläßt, sie hängt von der Anfangsstellung des Rades ab.

In Fig. 6 sieht man vier solcher Geraden der Schar, die der Apparat gezeichnet hat.

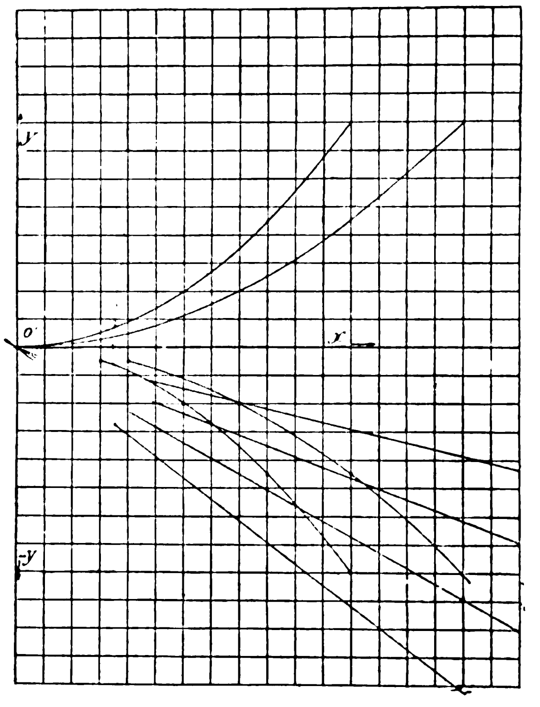


Fig. 6.

1. Weist der Schnittpunkt der Geraden eine Verschiebung längs der y-Achse auf, so muß der Stift U_1 in entgegengesetzter Richtung parallel y verschoben werden. (Dafür ist eine Schraube am Stifte U_1 vorgesehen.)

2. Eine Verschiebung des Schnittpunktes in der x-Richtung erfordert eine gleichsinnige Verschiebung der Achse M in dieser Richtung, d. h. man verschiebe den Rand der festen Schiene auf dem Zeichenpapier.

3. Sind die A-Linien nicht Gerade, so geht die Radebene nicht durch die Achse M, man muß also die Druckschrauben Z (Fig. 4) lösen, den inneren Ring S im äußeren N drehen, und zwar in dem der Konkavität der Kurve entgegengesetzten Sinne. (Da man zu dieser Justierung den Apparat umkehrt, d. h. unten nach oben wendet, so muß man in dieser Lage die Drehung im Sinne der Konkavität ausführen.)

Diese einfachen Korrektionen sind nur ein für allemal auszuführen.

Eine andere Prüfung des Integrators ist noch in Fig. 6 vorgenommen worden.

Ist die U-Kurve die Parabel $U = CT^2$, so ist nach (1) $A = -CT^2 + \alpha T$, wo α eine willkürliche Integrationskonstante ist. Setzt man $\alpha = 0$, so ist die A-Kurve eine der U-Kurve kongruente Parabel.

Wie man aus Fig. 6 sieht, hat der von uns konstruierte Integrator alle diese Proben gut bestanden.

Schließlich geben wir noch in Fig. 7 eine mit unserem Apparat konstruierte A-Kurve, die sich auf die chemische Affinität zwischen Silber und Jod bezieht.[1])

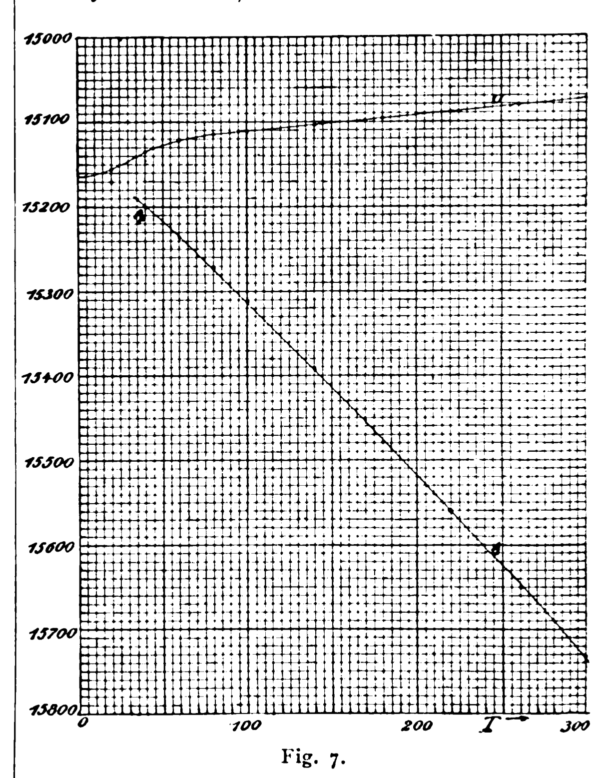


Fig. 7.

Die U-Kurve sowie der Anfangspunkt A_1 sind der Nernstschen Publikation entnommen. Die in die A-Kurve eingezeichneten Punkte entsprechen den Berechnungen von Nernst.

Ein Mangel des Apparates in der Form, in der er von uns konstruiert ist, beruht darin, daß man nicht beim absoluten Nullpunkt anfangen kann zu zeichnen. Da aber auch die U-Kurve schon bis $T = 0$ extrapoliert werden muß, weil Messungen bis zum absoluten Nullpunkt unmöglich sind, so kann man dasselbe

1) W. Nernst, Ber. d. deutsch. chem. Ges. **47**, Heft 4, 1914.

auch für einen ersten Punkt der A-Kurve mittels des Nernstschen Prinzips tun, oder man benutze in geeigneten Fällen das Debyesche Gesetz, nach dem für niedrige Temperaturen $U = a T^4$, somit nach (1) und den Nernstschen Gleichungen

$$\lim_{T=0} A = 0; \quad \lim_{T=0} \frac{dA}{dT} = 0;$$

$$A = -\frac{1}{3} a T^4, \text{ d. h. } A = -\frac{U}{3}$$

ist, woraus sich sofort ein Punkt der A-Kurve ergibt.

Der erwähnte Mangel wird also wenig fühlbar sein. Eine weitere Unzuträglichkeit ist die, daß mit dem vorliegenden Modell sich keine A-Kurve zeichnen läßt, welche, wie im Falle des Clarkelements die U-Kurve schneidet. Das läßt sich sofort verbessern, indem man den Stift U_1 längs der beweglichen Schiene CI verstellbar einrichtet. Durch eine solche Verlegung von U_1 wird die A-Kurve einfach in entgegengesetztem Sinne parallel mit sich verschoben.

Da eine mit diesem Apparate ausgeführte Integration nur einige Sekunden in Anspruch nimmt, so dürfte der Gebrauch für alle diejenigen lohnend sein, die häufiger chemische Affinitäten usw. zu bestimmen haben.

La Plata, 15. März 1915, Instituto de Física.

(Eingegangen 16. April 1915.)

Über die natürliche optische Aktivität von Flüssigkeiten und Gasen.

Von M. Born.

Über die Ursache der Erscheinung, daß manche Substanzen die Polarisationsebene des Lichtes drehen, sind viele Hypothesen aufgestellt worden, ohne daß dadurch die Natur des molekularen Vorganges wesentlich aufgeklärt worden ist. Es ist mir gelungen zu zeigen, daß die zirkulare Doppelbrechung, die ein in Richtung der optischen Achse eines Kristalles sich fortpflanzender Lichtstrahl erleidet, als Folge der Gitterstruktur aufgefaßt werden kann[1]). Herr P. Debye hat mir nun die Frage vorgelegt, ob man nicht in ähnlicher Weise zu einem Verständnisse der zirkularen Doppelbrechung in Flüssigkeiten und Gasen gelangen kann, insbesondere, ob vier, an die Ecken eines Tetraeders asymmetrisch gebundene Elektronen das einfachste Modell eines optisch aktiven Moleküls darstellen. Diese Frage ist, wie besonders J. Stark betont hat, von Bedeutung für den Chemiker, der zu einem mechanischen Verständnisse des optischen Verhaltens der „asymmetrischen Kohlenstoffverbindungen" gelangen will. Im folgenden werde ich zeigen, wie weit man ohne spezielle Hypothesen diese Frage beantworten kann.

§ 1. Ein Molekül sehen wir als ein System von s mechanisch gekoppelten Partikeln mit den Massen $m_1, m_2, \ldots m_s$ und den Ladungen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_s$ an.

Wir führen ein mit dem Moleküle fest verbundenes Koordinatensystem X, Y, Z ein.

In diesem habe der Vektor $\mathfrak{r}_k$, der den Nullpunkt mit dem k-ten Partikel verbindet, die Komponenten X_k, Y_k, Z_k und die Verrückungskomponenten dieses Partikels seien U_k, V_k, W_k.

Die Bewegungsgleichungen für die freien Schwingungen der Partikel lauten bei Vernachlässigung der Dämpfung:

$$\left.\begin{aligned} m_k \ddot{U}_k &= \sum_{k'=1}^{s} (A_{kk'} U_{k'} + G_{kk'} V_{k'} + F_{kk'} W_{k'}), \\ m_k \ddot{V}_k &= \sum_{k'=1}^{s} (G_{kk'} U_{k'} + B_{kk'} V_{k'} + E_{kk'} W_{k'}), \\ m_k \ddot{W}_k &= \sum_{k'=1}^{s} (F_{kk'} U_{k'} + E_{kk'} V_{k'} + C_{kk'} W_{k'}), \end{aligned}\right| \quad (1)$$

$$(k = 1, 2, \ldots s).$$

Setzt man hier

$$U_k = \alpha_k e^{-i\omega t}, \quad V_k = \beta_k e^{-i\omega t}, \quad W_k = \gamma_k e^{-i\omega t},$$

so erhält man $3s$ lineare, homogene Gleichungen für die $3s$ Unbekannten $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$ $(k = 1, \ldots s)$, und damit diese auflösbar sind, muß die Determinante verschwinden. Das gibt eine Gleichung $3s$-ten Grades für ω^2; ihre Wurzeln seien

$$\omega_1^2, \omega_2^2, \ldots \omega_{3s}^2.$$

Die zu der Wurzel ω_j^2 gehörige Lösung bezeichnen wir mit

$$\omega_j^2: \; \alpha_{kj}, \beta_{kj}, \gamma_{kj} \, (k = 1, \ldots s).$$

Diese werden dadurch eindeutig festgelegt, daß sie den Bedingungen

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{s} m_k (\alpha_{kj}^2 + \beta_{kj}^2 + \gamma_{kj}^2) = 1, \\ &\sum_{k=1}^{s} m_k (\alpha_{kj} \alpha_{kj'} + \beta_{kj} \beta_{kj'} + \gamma_{kj} \gamma_{kj'}) = 0 \\ &\qquad (j \neq j') \end{aligned}\right| \quad (2)$$

zu genügen haben; wir nennen sie dann ein „System normierter orthogonaler Eigenschwingungen", oder kurz ein „Orthogonalsystem".

Wirken nun auf die Partikel äußere Kräfte der Form

$$\mathfrak{X}_k e^{-i\omega t}, \quad \mathfrak{Y}_k e^{-i\omega t}, \quad \mathfrak{Z}_k e^{-i\omega t},$$

so wird diejenige Lösung, die dem stationären Zustande entspricht, dargestellt durch

1) Vgl. mein demnächst bei B. G. Teubner (Leipzig) erscheinendes Buch „Dynamik der Kristallgitter".

$$U_k = \xi_k e^{-i\omega t}, \quad V_k = \eta_k e^{-i\omega t}, \quad W_k = \zeta_k e^{-i\omega t}, \tag{3}$$

wobei ξ_k, η_k, ζ_k den $3s$ linearen Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} & m_k\omega^2\xi_k + \sum_{k'=1}^{s}(A_{kk'}\xi_{k'} + G_{kk'}\eta_{k'} + \\ & \qquad F_{kk'}\zeta_{k'}) + \mathfrak{X}_k = 0, \\ & m_k\omega^2\eta_k + \sum_{k'=1}^{s}(G_{kk'}\xi_{k'} + B_{kk'}\eta_{k'} + \\ & \qquad E_{kk'}\zeta_{k'}) + \mathfrak{Y}_k = 0, \\ & m_k\omega^2\zeta_k + \sum_{k=1}^{s}(F_{kk'}\xi_{k'} + E_{kk'}\eta_{k'} + \\ & \qquad C_{kk'}\zeta_{k'}) + \mathfrak{Z}_k = 0 \end{aligned}\right| \tag{4}$$

genügen müssen. Die Auflösungen dieser lauten in Partialbruchdarstellung:

$$\left.\begin{aligned} \xi_k &= \sum_{j=1}^{3s}\frac{\alpha_{kj}}{\omega_j^2 - \omega^2}\sum_{k=1}^{s}(\alpha_{k'j}\mathfrak{X}_{k'} + \\ & \qquad \beta_{k'j}\mathfrak{Y}_{k'} + \gamma_{k'j}\mathfrak{Z}_{k'}), \\ \eta_k &= \sum_{j=1}^{3s}\frac{\beta_{kj}}{\omega_j^2 - \omega^2}\sum_{k=1}^{s}(\alpha_{k'j}\mathfrak{X}_{k'} + \\ & \qquad \beta_{k'j}\mathfrak{Y}_{k'} + \gamma_{k'j}\mathfrak{Z}_{k'}), \\ \zeta_k &= \sum_{j=1}^{3s}\frac{\gamma_{kj}}{\omega_j^2 - \omega^2}\sum_{k=1}^{s}(\alpha_{k'j}\mathfrak{X}_{k'} + \\ & \qquad \beta_{k'j}\mathfrak{Y}_{k'} + \gamma_{k'j}\mathfrak{Z}_{k'}). \end{aligned}\right| \tag{5}$$

§ 2. Wir nehmen nun an, daß die auf die Partikel wirkende Kraft von einer Lichtwelle herrührt. Die Komponenten des elektrischen Feldes mögen die Amplituden $\mathfrak{E}_x'$, $\mathfrak{E}_y'$, $\mathfrak{E}_z'$ haben; die Wellenlänge sei λ, der Einheitsvektor in der Richtung der Wellennormale sei $\mathfrak{n}$. Dann sind die Komponenten der Kraft:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{X}_k &= \varepsilon_k\mathfrak{E}_x' e^{\frac{2\pi i}{\lambda}(\mathfrak{n}, \mathfrak{r}_k)}, \\ \mathfrak{Y}_k &= \varepsilon_k\mathfrak{E}_y' e^{\frac{2\pi i}{\lambda}(\mathfrak{n}, \mathfrak{r}_k)}, \\ \mathfrak{Z}_k &= \varepsilon_k\mathfrak{E}_z' e^{\frac{2\pi i}{\lambda}(\mathfrak{n}, \mathfrak{r}_k)}. \end{aligned}\right| \tag{6}$$

Da die Wellenlänge groß ist gegenüber dem Moleküldurchmesser, so können wir nach Potenzen von $\frac{1}{\lambda}$ entwickeln und die Exponentialfunktion durch

$$1 + \frac{2\pi i}{\lambda}(\mathfrak{n}, \mathfrak{r}_k)$$

ersetzen.

Wir führen nun die Abkürzungen ein:

$$\left.\begin{aligned} l_1^{(j)} &= \sum_{k=1}^{s}\alpha_{kj}\varepsilon_k, \\ l_2^{(j)} &= \sum_{k=1}^{s}\beta_{kj}\varepsilon_k, \\ l_3^{(j)} &= \sum_{k=1}^{s}\gamma_{kj}\varepsilon_k; \end{aligned}\right| \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} & l_{11}^{(j)} = \frac{2\pi i}{\lambda}\sum_{k=1}^{s}\alpha_{kj}X_k\varepsilon_k, \quad l_{12}^{(j)} = \frac{2\pi i}{\lambda}\sum_{k=1}^{s}\alpha_{kj}Y_k\varepsilon_k, \quad l_{13}^{(j)} = \frac{2\pi i}{\lambda}\sum_{k=1}^{s}\alpha_{kj}Z_k\varepsilon_k, \\ & l_{21}^{(j)} = \frac{2\pi i}{\lambda}\sum_{k=1}^{s}\beta_{kj}X_k\varepsilon_k, \quad l_{22}^{(j)} = \frac{2\pi i}{\lambda}\sum_{k=1}^{s}\beta_{kj}Y_k\varepsilon_k, \quad l_{23}^{(j)} = \frac{2\pi i}{\lambda}\sum_{k=1}^{s}\beta_{kj}Z_k\varepsilon_k, \\ & l_{31}^{(j)} = \frac{2\pi i}{\lambda}\sum_{k=1}^{s}\gamma_{kj}X_k\varepsilon_k, \quad l_{32}^{(j)} = \frac{2\pi i}{\lambda}\sum_{k=1}^{s}\gamma_{kj}Y_k\varepsilon_k, \quad l_{33}^{(j)} = \frac{2\pi i}{\lambda}\sum_{k=1}^{s}\gamma_{kj}Z_k\varepsilon_k. \end{aligned}\right| \tag{8}$$

Außerdem wollen wir die Komponenten des Einheitsvektors $\mathfrak{n}$ in dem hier benutzten, mit dem Moleküle fest verbundenen Koordinatensysteme A_1, A_2, A_3 nennen. Dann lauten die Lösungen (5) für eine Lichtwelle:

$$\left.\begin{aligned} \xi_k = \sum_{j=1}^{3s}\frac{\alpha_{kj}}{\omega_j^2 - \omega^2}\Big\{ & \mathfrak{E}_x'(l_1^{(j)} + \sum_{m=1}^{3} l_{1m}^{(j)}A_m) + \\ & \mathfrak{E}_y'(l_2^{(j)} + \sum_{m=1}^{3} l_{2m}^{(j)}A_m) + \mathfrak{E}_z'(l_3^{(j)} + \sum_{m=1}^{3} l_{3m}^{(j)}A_m)\Big\}, \\ & - - - - - - - - - - - - - - \\ & - - - - - - - - - - - - - - \end{aligned}\right| \tag{9}$$

Hieraus bilden wir nun das elektrische Moment des Moleküls, dessen Komponenten in dem mit dem Moleküle verbundenen Koordinatensysteme

$$\mathfrak{p}_x' = \sum_{k=1}^{s}\xi_k\varepsilon_k, \quad \mathfrak{p}_y' = \sum_{k=1}^{s}\eta_k\varepsilon_k, \quad \mathfrak{p}_z' = \sum_{k=1}^{s}\zeta_k\varepsilon_k \tag{10}$$

sind. Wir wollen diese auch mit $\mathfrak{p}_1'$, $\mathfrak{p}_2'$, $\mathfrak{p}_3'$ bezeichnen und ebenso statt $\mathfrak{E}_x'$, $\mathfrak{E}_y'$, $\mathfrak{E}_z'$ auch $\mathfrak{E}_1'$, $\mathfrak{E}_2'$, $\mathfrak{E}_3'$ schreiben. Dann erhalten wir:

$$\mathfrak{p}_i' = \sum_{n=1}^{3}\mathfrak{E}_n'\Big\{\sum_{j=1}^{3s}\frac{l_i^{(j)}}{\omega_j^2 - \omega^2}(l_n^{(j)} + \sum_{m=1}^{3} l_{nm}^{(j)}A_m)\Big\}. \tag{11}$$

Für jedes einzelne Molekül gilt eine solche Gleichung; wollen wir daraus auf den Zusammenhang von elektrischer Feldstärke $\mathfrak{E}$ und

Polarisation pro Volumeneinheit $\mathfrak{P}$ schließen, so müssen wir ein im Raum festes Koordinatensystem einführen, die Gleichung (11) auf dieses transformieren und dann über alle Lagen des Moleküls mitteln.

Die Koordinaten x, y, z des im Raume festen Systems hängen mit den Koordinaten X, Y, Z des am Moleküle haftenden Systems durch die orthogonale Substitution

$$\left.\begin{array}{ll} x=c_{11}X+c_{12}Y+c_{13}Z, & X=c_{11}x+c_{21}y+c_{31}z, \\ y=c_{21}X+c_{22}Y+c_{23}Z, & Y=c_{12}x+c_{22}y+c_{32}z, \\ z=c_{31}X+c_{32}Y+c_{33}Z, & Z=c_{13}x+c_{23}y+c_{33}z \end{array}\right\} \quad (12)$$

zusammen. Wir haben also

$$\mathfrak{p}_p=\sum_{i=1}^{3} c_{pi}\,\mathfrak{p}_i', \qquad \mathfrak{E}_n'=\sum_{q=1}^{3} c_{qn}\,\mathfrak{E}_q,$$

und wenn wir die Richtungskosinus der Wellennormalen im Systeme xyz mit α, β, γ oder $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ bezeichnen:

$$A_m=\sum_{r=1}^{3} c_{rm}\,\alpha_r.$$

Daher erhalten wir aus (11):

$$\mathfrak{p}_p=\sum_{i=1}^{3} c_{pi}\sum_{n=1}^{3}\sum_{q=1}^{3} c_{qn}\,\mathfrak{E}_q\left\{\sum_{j=1}^{3s}\frac{l_i^{(j)}}{\omega_j^2-\omega^2}\,(l_n^{(j)}+\sum_{m=1}^{3} l_{nm}^{(j)}\sum_{r=1}^{3} c_{rm}\,\alpha_r)\right\},$$

oder

$$\mathfrak{p}_p=\sum_{q=1}^{3}\mathfrak{E}_q\sum_{j=1}^{3s}\frac{1}{\omega_j^2-\omega^2}\left\{\sum_{i=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} c_{pi}c_{qn}\,l_i^{(j)}l_n^{(j)}+\sum_{r=1}^{3}\alpha_r\sum_{i=1}^{3}\sum_{n=1}^{3}\sum_{m=1}^{3} c_{pi}\,c_{qn}\,c_{rm}\,l_i^{(j)}l_{nm}^{(j)}\right\}. \quad (13)$$

Ist nun N die Anzahl Moleküle in der Volumeneinheit, so wird das elektrische Moment pro Volumeneinheit

$$\mathfrak{P}=N\,\overline{\mathfrak{p}}, \quad (14)$$

wo $\overline{\mathfrak{p}}$ den Mittelwert von $\mathfrak{p}$ über alle Lagen des Moleküls bedeutet. Von der Lage des Moleküls aber hängen nur die Koeffizienten c_{pi} der orthogonalen Substitution (12) ab. Also kommt es darauf an, die Mittelwerte

$$\overline{c_{pi}\,c_{qn}} \quad \text{und} \quad \overline{c_{pi}\,c_{qn}\,c_{rm}}$$

für alle möglichen Indexkombinationen zu berechnen.

Dazu werden wir die c_{pi} durch 3 unabhängige Parameter, etwa die Eulerschen Winkel ϑ, φ, ψ, ausdrücken; wir schreiben die Transformation (12) in der Form:

Hier sind φ, ϑ die Polarkoordinaten der Z-Achse im xyz-Systeme und ψ ist der Winkel zwischen der positiven X-Achse und der Geraden, in der sich die xy- und die XY-Ebene schneiden. Gleichwahrscheinliche Gebiete für die Richtung der Z-Achse haben also die Größe $\frac{1}{4\pi}\sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi$, und bei fester Z-Achse liegt die X-Achse mit gleicher Wahrscheinlichkeit in allen Gebieten $\frac{d\psi}{2\pi}$. Folglich ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Winkel ϑ, φ, ψ in dem Elemente $d\vartheta, d\varphi, d\psi$ liegen, gleich

$$d\Omega=\frac{1}{8\pi^2}\sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi\, d\psi. \quad (15)$$

Es sind also die Integrale

$$\overline{c_{pi}\,c_{qn}}=\frac{1}{8\pi^2}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} c_{pi}\,c_{qn}\sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi\, d\psi, \quad (16)$$

$$\overline{c_{pi}\,c_{qn}\,c_{rm}}=\frac{1}{8\pi^2}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} c_{pi}\,c_{qn}\,c_{rm}\sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi\, d\psi \quad (17)$$

zu berechnen, wo die c_{pi} durch (12') als Funktionen von ϑ, φ, ψ gegeben sind.

Man sieht nun sogleich, daß

$$\overline{c_{pi}\,c_{qn}}=\begin{cases}\frac{1}{3} & \text{für } p=q,\ i=n, \\ 0 & \text{in allen anderen Fällen.}\end{cases} \quad (18)$$

Ferner erkennt man, daß von den Integralen (17) nur diejenigen von Null verschieden, und zwar gleich $\pm\frac{1}{6}$ sind, deren Integrand $c_{pi}c_{qn}c_{rm}$ als Glied der ausmultiplizierten Determinante $|c_{pi}|$ auftritt; wir können das Gesetz am besten folgendermaßen angeben:

	X	Y	Z
x	$\cos\varphi\cos\psi-\cos\vartheta\sin\varphi\sin\psi$	$-\sin\varphi\cos\psi-\cos\vartheta\cos\varphi\sin\psi$	$\sin\vartheta\sin\psi$
y	$\cos\varphi\sin\psi+\cos\vartheta\sin\varphi\cos\psi$	$-\sin\varphi\sin\psi+\cos\vartheta\cos\varphi\cos\psi$	$-\sin\vartheta\cos\psi$
z	$\sin\vartheta\sin\varphi$	$\sin\vartheta\cos\varphi$	$\cos\vartheta$

(12')

Die Permutationen 1, 2, 3
2, 3, 1
3, 1, 2

heißen die „geraden";
die Permutationen 1, 3, 2
2, 1, 3
3, 2, 1

die „ungeraden".

Dann ist

$$c_{pi}c_{qn}c_{rm} = \begin{cases} +\frac{1}{6}, \text{ wenn beide Zahlentripel } p, q, r \text{ und } i, n, m \text{ gerade oder beide ungerade Permutationen sind;} \\ -\frac{1}{6}, \text{ wenn von den Zahlentripeln } p, q, r \text{ und } i, n, m \text{ die eine eine gerade, die andere eine ungerade Permutation ist;} \\ 0 \text{ in allen anderen Fällen.} \end{cases} \quad (19)$$

Setzt man die Werte (18) und (19) in (13) ein, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} \bar{\mathfrak{p}}_1 = \mathfrak{E}_1 \sum_{j=1}^{3s} \frac{1}{\omega_j^2 - \omega^2} \cdot \frac{1}{3} (l_1^{(j)^2} + l_2^{(j)^2} + l_3^{(j)^2}) + \\ (\mathfrak{E}_2 \alpha_3 - \mathfrak{E}_3 \alpha_2) \sum_{j=1}^{3s} \frac{1}{\omega_j^2 - \omega^2} \cdot \frac{1}{6} (l_1^{(j)}(l_{23}^{(j)} - l_{32}^{(j)}) \\ + l_2^{(j)}(l_{31}^{(j)} - l_{13}^{(j)}) + l_3^{(j)}(l_{12}^{(j)} - l_{21}^{(j)}), \\ - - - - - - - - - - - - \\ - - - - - - - - - - - - \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Wir führen nun 2 Reihen von Vektoren $\mathfrak{L}^{(j)}$, $\mathfrak{M}^{(j)}$ ein, deren Komponenten folgendermaßen definiert sind:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{L}_x^{(j)} &= \sum_{k=1}^{s} \alpha_{kj} \varepsilon_k, & \mathfrak{M}_x^{(j)} &= \sum_{k=1}^{s} (Y_k \gamma_{kj} - Z_k \beta_{kj}) \varepsilon_k, \\ \mathfrak{L}_y^{(j)} &= \sum_{k=1}^{s} \beta_{kj} \varepsilon_k, & \mathfrak{M}_y^{(j)} &= \sum_{k=1}^{s} (Z_k \alpha_{kj} - X_k \gamma_{kj}) \varepsilon_k, \\ \mathfrak{L}_z^{(j)} &= \sum_{k=1}^{s} \gamma_{kj} \varepsilon_k, & \mathfrak{M}_z^{(j)} &= \sum_{k=1}^{s} (X_k \beta_{kj} - Y_k \alpha_{kj}) \varepsilon_k. \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

$\mathfrak{L}^{(j)}$ kann man als die Amplitude des elektrischen Moments, $\mathfrak{M}^{(j)}$ als die Amplitude des elektrischen Drehmoments bei der freien Schwingung ω_j bezeichnen.

Ferner setzen wir

$$\varepsilon = 1 + \frac{N}{3} \sum_{j=1}^{3s} \frac{|\mathfrak{L}^{(j)}|^2}{\omega_j^2 - \omega^2}, \quad (22)$$

$$\varrho = \frac{N\pi}{3\lambda} \sum_{j=1}^{3s} \frac{(\mathfrak{L}^{(j)}, \mathfrak{M}^{(j)})}{\omega_j^2 - \omega^2}. \quad (23)$$

Dann erhalten wir:

$$\mathfrak{P} = (\varepsilon - 1)\mathfrak{E} + i\varrho[\mathfrak{n}, \mathfrak{E}]. \quad (24)$$

Also bedeutet ε die Dielektrizitätskonstante und ϱ den Parameter der optischen Aktivität.

§ 3. Mit diesem Resultate kombinieren wir die Maxwellschen Gleichungen. Eine derselben besagt, daß der Vektor

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{E} + \mathfrak{P} \quad (25)$$

bei einer ebenen Welle transversal schwingt; es ist also

$$(\mathfrak{n}, \mathfrak{D}) = (\mathfrak{n}, \mathfrak{E}) + (\mathfrak{n}, \mathfrak{P}) = 0. \quad (26)$$

Multiplizieren wir andererseits (24) skalar mit $\mathfrak{n}$, so folgt

$$(\mathfrak{n}, \mathfrak{P}) = (\varepsilon - 1)(\mathfrak{n}, \mathfrak{E}),$$

und da nach (22) ε nicht identisch verschwindet, so folgt

$$(\mathfrak{n}, \mathfrak{P}) = (\mathfrak{n}, \mathfrak{E}) = 0, \quad (27)$$

d. h. auch $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{P}$ schwingen transversal.

Zweitens liefern die Maxwellschen Gleichungen die Beziehung

$$\mathfrak{D} = n^2 \mathfrak{E}, \quad (28)$$

wo

$$n = \frac{2\pi c}{\lambda \omega} \quad (29)$$

der Brechungsindex ist. In Verbindung mit (24) und (25) folgt daraus:

$$(n^2 - \varepsilon)\mathfrak{E} + i\varrho[\mathfrak{n}, \mathfrak{E}] = 0. \quad (30)$$

Nun legen wir das Koordinatensystem so, daß die z-Achse der Wellennormale parallel wird; dann ist $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 1$, und wir erhalten

$$\left.\begin{aligned} (n^2 - \varepsilon)\mathfrak{E}_x - i\varrho\mathfrak{E}_y = 0, \\ i\varrho\mathfrak{E}_x + (n^2 - \varepsilon)\mathfrak{E}_y = 0, \\ \mathfrak{E}_z = 0. \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

Die ersten beiden Gleichungen haben zwei Lösungen:

$$\left.\begin{aligned} n^2 = \varepsilon + \varrho, \quad \mathfrak{E}_x = i\mathfrak{E}_y, \\ n^2 = \varepsilon - \varrho, \quad \mathfrak{E}_x = -i\mathfrak{E}_y. \end{aligned}\right\} \quad (32)$$

Mithin pflanzen sich zwei zirkulare transversale Wellen mit den beiden Brechungsindizes

$$n_1 = \sqrt{\varepsilon + \varrho}, \quad n_2 = \sqrt{\varepsilon - \varrho} \quad (33)$$

fort. Die zirkulare Doppelbrechung beträgt also

$$n_1 - n_2 = \frac{\varrho}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad (34)$$

und die Drehung der Polarisationsebene auf die Längeneinheit:

$$\vartheta = \frac{\omega}{2c}(n_1 - n_2) = \frac{\omega\varrho}{2c\sqrt{\varepsilon}}. \quad (35)$$

Wir betrachten nun das Verhalten der für die optische Aktivität maßgebenden Größe ϱ an den Eigenfrequenzen.

Die Zähler der Partialbrüche von ϱ,

$$(\mathfrak{L}^{(j)}, \mathfrak{M}^{(j)}),$$

brauchen nicht notwendig positiv zu sein wie die von ε, sondern können negativ oder Null sein; das hängt davon ab, ob die Vektoren $\mathfrak{L}^{(j)}$ und $\mathfrak{M}^{(j)}$ einen spitzen oder stumpfen Winkel einschließen oder aufeinander senkrecht stehen. Daher kann der Einfluß einer bestimmten Eigenfrequenz anomale Dispersion der Drehung der Polarisationsebene in einem großen Teile des Spektrums bewirken, und eine Eigenfrequenz, die bei der Darstellung des Brechungsindex durchaus nötig ist, kann auf die Drehung der Polarisationsebene überhaupt ohne Einfluß sein. Beide Fälle sind beobachtet.

§ 4. In der gewöhnlichen Dispersionstheorie betrachtet man die schwingungsfähigen Elektronen und Ionen als voneinander unabhängig. Man wird daher die Frage aufwerfen, ob ein Molekül überhaupt optisch aktiv ist, wenn seine geladenen Partikel Schwingungen um feste Gleichgewichtslagen ausführen können und nicht miteinander mechanisch gekoppelt sind. Es sei etwa das erste Partikel, von der Masse m_1 und der Ladung ε_1, mit den übrigen Partikeln nicht gekoppelt; der Allgemeinheit wegen nehmen wir an, es sei an seine Gleichgewichtslage anisotrop quasielastisch gebunden.

Dann bilden die normierten orthogonalen Eigenschwingungen ein Schema der Form:

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	$\cdots$	ω_{3s}
U_1	α_{11}	α_{12}	α_{13}	0	0	0	0	$\cdots$	0
V_1	β_{11}	β_{12}	β_{13}	0	0	0	0	$\cdots$	0
W_1	γ_{11}	γ_{12}	γ_{13}	0	0	0	0	$\cdots$	0
U_2	0	0	0	α_{24}	α_{25}	α_{26}	α_{27}	$\cdots$	$\alpha_{2,3s}$
V_2	0	0	0	β_{24}	β_{25}	β_{26}	β_{27}	$\cdots$	$\beta_{2,3s}$
W_2	0	0	0	γ_{24}	γ_{25}	γ_{26}	γ_{27}	$\cdots$	$\gamma_{2,3s}$
U_3	0	0	0	α_{34}	α_{35}	α_{36}	α_{37}	$\cdots$	$\alpha_{3,3s}$
..	—	—	—	—	—	—	—	—	—
:	—	—	—	—	—	—	—	—	—
W_s	0	0	0	γ_{s4}	γ_{s5}	γ_{s6}	γ_{s7}	$\cdots$	$\gamma_{s,3s}$

Folglich wird nach (21)

$$\mathfrak{L}_x^{(1)} = \alpha_{11}\,\varepsilon_1, \quad \mathfrak{M}_x^{(1)} = (Y_1\gamma_{11} - Z_1\beta_{11})\,\varepsilon_1,$$
$$\mathfrak{L}_y^{(1)} = \beta_{11}\,\varepsilon_1, \quad \mathfrak{M}_y^{(1)} = (Z_1\alpha_{11} - X_1\gamma_{11})\,\varepsilon_1,$$
$$\mathfrak{L}_z^{(1)} = \gamma_{11}\,\varepsilon_1, \quad \mathfrak{M}_z^{(1)} = (X_1\beta_{11} - Y_1\alpha_{11})\,\varepsilon_1;$$

die beiden Vektoren $\mathfrak{L}^{(1)}$ und $\mathfrak{M}^{(1)}$ stehen also aufeinander senkrecht:

$$(\mathfrak{L}^{(1)}, \mathfrak{M}^{(1)}) = 0.$$

Dasselbe gilt offenbar für $\mathfrak{L}^{(2)}$, $\mathfrak{M}^{(2)}$ und $\mathfrak{L}^{(3)}$, $\mathfrak{M}^{(3)}$.

Wenn ein Partikel mit den übrigen nicht mechanisch gekoppelt ist, so trägt es nichts zur optischen Aktivität bei.

Näherungsweise werden die Ionen wegen ihrer relativ großen Masse unabhängig voneinander und von den Elektronen schwingen; daraus folgt, daß die Ionenschwingungen (ultrarote Frequenzen) keine merklichen Beiträge zur Drehung liefern, was durchaus von der Erfahrung bestätigt wird.

Der Beitrag solcher ungekoppelter Partikel zur Dispersion der Brechung entspricht genau dem Ansatze der gewöhnlichen Dispersionstheorie. Denn aus den Bedingungen (2) folgt in diesem Falle z. B. für die erste Schwingung:

$$|\mathfrak{L}^{(1)}|^2 = \frac{\varepsilon_1^2}{m_1}.$$

Zur Erklärung der optischen Aktivität der asymmetrischen Kohlenstoffverbindungen genügt also weder die Annahme asymmetrischer Lage der schwingungsfähigen Partikeln an den Ecken des tetraederförmigen Kohlenstoffatoms, noch die Voraussetzung, daß jedes Partikel an seine Gleichgewichtslage mit andern Kräften gebunden ist. Vielmehr muß notwendigerweise eine wechselseitige Beeinflussung der Partikel vorhanden sein.

§ 5. Die Annahme solcher Koppelungen aber führt dazu, die Vorstellung von der mechanischen Natur des Moleküls überhaupt zu vertiefen. Bisher haben wir etwa die Anschauung zugrunde gelegt, daß das Molekül ein starres Gerüst sei, das an gewissen Stellen Kraftzentra trägt, um die die Partikel schwingen können. Man kommt der Wirklichkeit sicher näher, wenn man die Annahme eines solchen starren Gerüstes überhaupt fallen läßt und voraussetzt, daß die Partikel unter der Wirkung gewisser *wechselseitiger* Molekularkräfte Gleichgewichtslagen haben, um die sie schwingen können; dann sind Bindungskräfte und Koppelungskräfte überhaupt wesensgleich. In Wahrheit mag das Gleichgewicht selbst wieder kinetischer Natur sein, wie das die neueren Atomtheorien von Bohr[1]) und Debye[2]) verlangen; für kleine Abweichungen vom Gleichgewichte aber werden in jedem Falle Schwingungsgleichungen der Form (1) gelten. Nur haben jetzt die Koeffizienten $A_{kk'}$, ... gewissen Bedingungen zu genügen, die ausdrücken, daß bei einer gleichzeitigen starren Verschiebung aller Partikel auf keines von ihnen eine Kraft ausgeübt wird. Setzt man also

$$\left.\begin{aligned} U_k &= \xi + q Z_k - r Y_k, \\ V_k &= \eta + r X_k - p Z_k, \\ W_k &= \zeta + p Y_k - q X_k, \end{aligned}\right\} \qquad (36)$$

so müssen die rechten Seiten der Gleichungen (1) für beliebige Werte von $\xi, \eta, \zeta, p, q, r$ verschwinden. Das liefert die Bedingungen:

1) N. Bohr, Phil. Mag. Ser. 6, Vol. 26, Nr. 151, Juli 1913, p. 1; Nr. 158, Sept. 1913, p. 476; Vol. 27, Nr. 159, März 1914, p. 506; Nr. 107, Nov. 1913, p. 857.

2) P. Debye, Sitzungsber. d. kgl. Bayer. Ak. d. Wiss., Math.-phys. Kl., 9. Jan. 1915.

$$\left.\begin{aligned}\sum_{k'} A_{kk'} = 0, \quad \sum_{k'} E_{kk'} = 0,\\ \sum_{k'} B_{kk'} = 0, \quad \sum_{k'} F_{kk'} = 0,\\ \sum_{k'} C_{kk'} = 0, \quad \sum_{k'} G_{kk'} = 0;\end{aligned}\right\} \quad (37)$$

$$\left.\begin{aligned}\sum_{k'} A_{kk'} Y_{k'} = \sum_{k'} G_{kk'} X_{k'}, \quad \sum_{k'} A_{kk'} Z_{k'} = \sum_{k'} F_{kk'} X_{k'},\\ \sum_{k'} B_{kk'} Z_{k'} = \sum_{k'} E_{kk'} Y_{k'}, \quad \sum_{k'} B_{kk'} X_{k'} = \sum_{k'} G_{kk'} Y_{k'},\\ \sum_{k'} C_{kk'} X_{k'} = \sum_{k'} F_{kk'} Z_{k'}, \quad \sum_{k'} C_{kk'} Y_{k'} = \sum_{k'} E_{kk'} Z_{k'},\\ \sum_{k'} E_{kk'} X_{k'} = \sum_{k'} F_{kk'} Y_{k'} = \sum_{k'} G_{kk'} Z_{k'}.\end{aligned}\right\} \quad (38)$$

Wenn die potentielle Energie der Kräfte, die das Molekül zusammenhalten, nur von der relativen Lage der Partikel abhängt, müssen diese Gleichungen, die den Schwerpunkts- und den Flächensatz ausdrücken, von selbst erfüllt sein.

Es entsteht nun die Frage:

Welches ist das Molekül mit der geringsten Partikelzahl, das optisch aktiv ist?

Da die Fälle, daß die Partikelzahl 1 oder 2 beträgt, trivial sind, wollen wir annehmen, daß $s > 3$ ist.

Von den $3s$ Eigenschwingungen ω_j sind auf Grund der neuen Voraussetzungen über den Bau des Moleküls genau 6 gleich Null. Denn die Schwingungsgleichungen (1) sind wegen (37) und (38) erfüllt, wenn man $\omega = 0$ setzt und die U_k, V_k, W_k gleich einem der 6 Wertsysteme

	$\omega_1 = 0$,	$\omega_2 = 0$,	$\omega_3 = 0$,	$\omega_4 = 0$,	$\omega_5 = 0$,	$\omega_6 = 0$
U_1	a	0	0	0	$Z_1 f$	$-Y_1 g$
V_1	0	b	0	$-Z_1 e$	0	$X_1 g$
W_1	0	0	c	$Y_1 e$	$-X_1 f$	0
U_2	a	0	0	0	$Z_2 f$	$-Y_2 g$
V_2	0	b	0	$-Z_2 e$	0	$X_2 g$
W_2	0	0	c	$Y_2 e$	$-X_2 f$	0
U_3	a	0	0	0	$Z_3 f$	$-Y_3 g$
:	—	—	—	—	—	—
:	—	—	—	—	—	—
:	—	—	—	—	—	—
W_s	0	0	c	$Y_s e$	$X_s f$	0

(39)

wählt, wo a, b, c, e, f, g willkürliche Konstanten sind. Diese Größen aber erfüllen nicht die Bedingungen (2); man hat also statt ihrer geeignete lineare Kombinationen zu wählen. Das geschieht am einfachsten so, daß man das Koordinatensystem im Molekül geeignet wählt. Man lege den Nullpunkt in den Schwerpunkt und lasse die Koordinatenachsen mit den Hauptträgheitsachsen zusammenfallen. Führt man die gesamte Masse

$$m = \sum_k m_k \quad (40)$$

und die Hauptträgheitsmomente

$$\left.\begin{aligned}M_1 = \sum_k m_k (Y_k^2 + Z_k^2),\\ M_2 = \sum_k m_k (Z_k^2 + X_k^2),\\ M_3 = \sum_k m_k (X_k^2 + Y_k^3)\end{aligned}\right\} \quad (41)$$

ein und setzt

$$a = b = c = \frac{1}{\sqrt{m}}, \quad (39')$$

$$e = \frac{1}{\sqrt{M_1}}, \quad f = \frac{1}{\sqrt{M_2}}, \quad g = \frac{1}{\sqrt{M_3}}, \quad (39'')$$

so bilden die Größen (39) ein (natürlich nicht vollständiges) System normierter orthogonaler Eigenschwingungen.

Jetzt berechnen wir die Vektoren $\mathfrak{L}^{(1)}$, $\mathfrak{L}^{(2)}$ ... $\mathfrak{L}^{(6)}$ und $\mathfrak{M}^{(1)}$, $\mathfrak{M}^{(2)}$, ... $\mathfrak{M}^{(6)}$.

Dabei ist zunächst zu beachten, daß das Molekül im ganzen neutral, also

$$\sum_k \varepsilon_k = 0 \quad (42)$$

ist.

Wir bezeichnen ferner mit $\mathring{\mathfrak{p}}$ das „natürliche" elektrische Moment des Moleküls, dessen Komponenten

$$\mathring{\mathfrak{p}}_x = \sum_k X_k \varepsilon_k, \quad \mathring{\mathfrak{p}}_y = \sum_k Y_k \varepsilon_k, \quad \mathring{\mathfrak{p}}_z = \sum_k Z_k \varepsilon_k \quad (43)$$

sind.

Ferner setzen wir

$$\left.\begin{aligned}K_1 = \sum_k \varepsilon_k (Y_k^2 + Z_k^2), \quad \Pi_1 = \sum_k \varepsilon_k Y_k Z_k,\\ K_2 = \sum_k \varepsilon_k (Z_k^2 + X_k^2), \quad \Pi_2 = \sum_k \varepsilon_k Z_k X_k,\\ K_3 = \sum_k \varepsilon_k (X_k^2 + Y_k^2), \quad \Pi_3 = \sum_k \varepsilon_k X_k Y_k.\end{aligned}\right\} \quad (44)$$

Das sind die Koeffizienten der Gleichung des Trägheitsellipsoids der elektrischen Ladungen, wobei als Koordinatensystem das System der

Hauptachsen des Trägheitsellipsoids der Massen gewählt ist.

Dann findet man:

$$
\begin{aligned}
&\mathfrak{L}^{(1)}=0, \quad \mathfrak{L}^{(2)}=0, \quad \mathfrak{L}^{(3)}=0;\\
&\mathfrak{L}_x^{(4)}=0, \quad \mathfrak{L}_x^{(5)}=\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_z}{\sqrt{M_2}}, \quad \mathfrak{L}_x^{(6)}=-\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_y}{\sqrt{M_3}},\\
&\mathfrak{L}_y^{(4)}=-\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_z}{\sqrt{M_1}}, \quad \mathfrak{L}_y^{(5)}=0, \quad \mathfrak{L}_y^{(6)}=\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_x}{\sqrt{M_3}},\\
&\mathfrak{L}_z^{(4)}=\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_y}{\sqrt{M_1}}, \quad \mathfrak{L}_z^{(5)}=-\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_x}{\sqrt{M_2}}, \quad \mathfrak{L}_z^{(6)}=0;
\end{aligned}
\qquad (45)
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathfrak{M}_x^{(1)}=0, \quad \mathfrak{M}_x^{(2)}=-\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_z}{\sqrt{m}}, \quad \mathfrak{M}_x^{(3)}=\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_y}{\sqrt{m}},\\
&\mathfrak{M}_y^{(1)}=\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_z}{\sqrt{m}}, \quad \mathfrak{M}_y^{(2)}=0, \quad \mathfrak{M}_y^{(3)}=-\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_x}{\sqrt{m}},\\
&\mathfrak{M}_z^{(1)}=-\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_y}{\sqrt{m}}, \quad \mathfrak{M}_z^{(2)}=\frac{\mathring{\mathfrak{p}}_x}{\sqrt{m}}, \quad \mathfrak{M}_z^{(3)}=0;
\end{aligned}
\qquad (46)
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathfrak{M}_x^{(4)}=\frac{K_1}{\sqrt{M_1}}, \quad \mathfrak{M}_x^{(5)}=-\frac{\Pi_3}{\sqrt{M_2}}, \quad \mathfrak{M}_x^{(6)}=-\frac{\Pi_2}{\sqrt{M_3}},\\
&\mathfrak{M}_y^{(4)}=-\frac{\Pi_3}{\sqrt{M_1}}, \quad \mathfrak{M}_y^{(5)}=\frac{K_2}{\sqrt{M_2}}, \quad \mathfrak{M}_y^{(6)}=-\frac{\Pi_1}{\sqrt{M_3}},\\
&\mathfrak{M}_z^{(4)}=-\frac{\Pi_2}{\sqrt{M_1}}, \quad \mathfrak{M}_z^{(5)}=-\frac{\Pi_1}{\sqrt{M_2}}, \quad \mathfrak{M}_z^{(6)}=\frac{K_3}{\sqrt{M_3}}.
\end{aligned}
\qquad (46')
$$

Daraus folgt, daß die ersten drei Schwingungen von der Frequenz Null, die Translationen, weder zur Dielektrizitätskonstante ε, noch zum Drehungsparameter ϱ beitragen.

Ferner wird

$$
\begin{aligned}
|\mathfrak{L}^{(4)}|^2 &= \frac{\mathring{\mathfrak{p}}_y^2+\mathring{\mathfrak{p}}_z^2}{M_1},\\
|\mathfrak{L}^{(5)}|^2 &= \frac{\mathring{\mathfrak{p}}_z^2+\mathring{\mathfrak{p}}_x^2}{M_2},\\
|\mathfrak{L}^{(6)}|^2 &= \frac{\mathring{\mathfrak{p}}_x^2+\mathring{\mathfrak{p}}_y^2}{M_3};
\end{aligned}
\qquad (47)
$$

$$
\begin{aligned}
(\mathfrak{L}^{(4)}, \mathfrak{M}^{(4)}) &= \frac{\mathring{\mathfrak{p}}_z\Pi_3-\mathring{\mathfrak{p}}_y\Pi_2}{M_1},\\
(\mathfrak{L}^{(5)}, \mathfrak{M}^{(5)}) &= \frac{\mathring{\mathfrak{p}}_x\Pi_1-\mathring{\mathfrak{p}}_z\Pi_2}{M_2},\\
(\mathfrak{L}^{(6)}, \mathfrak{M}^{(6)}) &= \frac{\mathring{\mathfrak{p}}_y\Pi_2-\mathring{\mathfrak{p}}_x\Pi_1}{M_3}.
\end{aligned}
\qquad (48)
$$

Setzen wir nun

$$
\begin{aligned}
\varkappa = \mathring{\mathfrak{p}}_x^2\left(\frac{1}{M_2}+\frac{1}{M_3}\right) + \mathring{\mathfrak{p}}_y^2\left(\frac{1}{M_3}+\frac{1}{M_1}\right)\\
+ \mathring{\mathfrak{p}}_z^2\left(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M_2}\right),
\end{aligned}
\qquad (49)
$$

$$
\begin{aligned}
\sigma = \mathring{\mathfrak{p}}_x\Pi_1\left(\frac{1}{M_2}-\frac{1}{M_3}\right) + \mathring{\mathfrak{p}}_y\Pi_2\left(\frac{1}{M_3}-\frac{1}{M_1}\right)\\
+ \mathring{\mathfrak{p}}_z\Pi_2\left(\frac{1}{M_1}-\frac{1}{M_2}\right),
\end{aligned}
\qquad (50)
$$

so erhalten wir:

$$
\varepsilon = 1 + \frac{N}{3}\left(-\frac{\varkappa}{\omega^2} + \sum_{j=7}^{3s} \frac{|L^{(j)}|^2}{\omega_j^2-\omega^2}\right), \qquad (51)
$$

$$
\varrho = \frac{N\pi}{3\lambda}\left(-\frac{\sigma}{\omega^2} + \sum_{j=7}^{3s} \frac{(L^{(j)}, M^{(j)})}{\omega_j^2-\omega^2}\right). \qquad (52)
$$

Für Moleküle **ohne** natürliches elektrisches Moment sind $\varkappa$ und σ gleich Null. **Debye**[1]) hat nachgewiesen, daß es Moleküle mit elektrischem Momente gibt. Aber auch für diese sind im optischen Gebiete die Glieder mit $\varkappa$ und σ durchaus zu vernachlässigen; bei der Einstellung des Moleküls im Felde spielt die Trägheit, die wir hier allein berücksichtigt haben, gar keine Rolle gegenüber andern Einflüssen, nämlich den Zusammenstößen, die das Molekül infolge der Wärmebewegung erleidet. **Debye** hat diese Umstände eingehend untersucht. Hier können wir also die Glieder mit $\varkappa$ und σ fortlassen. Es sei nun $\alpha_{kj}, \beta_{kj}, \gamma_{kj}$ $(j=7, 8, \cdots 3s)$ eine eigentliche Eigenschwingung; dann folgt durch Kombination mit einer der Lösungen (39) aus den Bedingungen (2), daß

$$
\begin{aligned}
&\sum_k m_k \alpha_{kj}=0, \quad \sum_k m_k (Y_k\gamma_{kj}-Z_k\beta_{kj})=0,\\
&\sum_k m_k \beta_{kj}=0, \quad \sum_k m_k (Z_k\alpha_{kj}-X_k\gamma_{kj})=0,\\
&\sum_k m_k \gamma_{kj}=0, \quad \sum_k m_k (X_k\beta_{kj}-Y_k\alpha_{kj})=0
\end{aligned}
\qquad (53)
$$

ist.

Wir betrachten nun den einfachsten Fall, auf den unsere Überlegungen Anwendung finden, nämlich den eines Moleküls, das aus 3, nicht in einer Geraden liegenden Partikeln besteht. Dann ist die Ebene dieser drei Partikel eine Hauptträgheitsebene; wir können also

$$Z_1=Z_2=Z_3=0$$

setzen. Dann liefern die Gleichungen (53):

$$
\begin{aligned}
&m_1\gamma_{1j} + m_2\gamma_{2j} + m_3\gamma_{3j}=0,\\
&m_1X_1\gamma_{1j}+m_2X_2\gamma_{2j}+m_3X_3\gamma_{3j}=0, \quad (j=7,8,9)\\
&m_1Y_1\gamma_{1j}+m_2Y_2\gamma_{2j}+m_3Y_3\gamma_{3j}=0,
\end{aligned}
$$

und da die Determinante

$$
\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ X_1 & X_2 & X_3 \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 \end{vmatrix}
$$

1) P. Debye, diese Zeitschr. 13, 97, 1912; Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 777, 1913.

nach unserer Annahme nicht Null ist, so folgt:

$$\gamma_{1j} = \gamma_{2j} = \gamma_{3j} = 0, \quad (j = 7, 8, 9),$$

d. h. die freien Schwingungen vollziehen sich in der Ebene der Partikel, wie ja auch die Anschauung lehrt.

Folglich erhält man:

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}_x^{(j)} &= \sum_k \alpha_{kj}\varepsilon_k, & \mathfrak{M}_x^{(j)} &= 0, \\ \mathfrak{L}_y^{(j)} &= \sum_k \beta_{kj}\varepsilon_k, & \mathfrak{M}_y^{(j)} &= 0, \qquad (j = 7, 8, 9) \\ \mathfrak{L}_z^{(j)} &= 0, & \mathfrak{M}_z^{(j)} &= \sum_k (X_k\beta_{kj} - Y_k\alpha_{kj})\varepsilon_k, \end{aligned}$$

also

$$(L^{(j)}, \mathfrak{M}^{(j)}) = 0, \quad (j = 7, 8, 9).$$

Ein aus drei Partikeln bestehendes Molekül ist nicht optisch aktiv.

Jedes Molekül, das aus mehr als drei Partikeln besteht, wird optisch aktiv sein, wenn es nicht zu viele Symmetrien besitzt.

Das einfachste Modell eines optisch aktiven Moleküls ist ein asymmetrisches Tetraeder. In der Tat haben die Chemiker die Gewohnheit, die drehenden Kohlenstoffverbindungen unter dem Bilde eines Tetraeders vorzustellen, an dessen vier Ecken verschiedene Atomgruppen sitzen. Allerdings hat man da einen mechanisch wesentlich verwickelteren Fall; denn die vier Atomgruppen an den Ecken des Tetraeders schwingen nicht selbst unter der Wirkung des Lichtes, sondern tragen schwingungsfähige Elektronen, die auf die Lichtwelle ansprechen.

(Eingegangen 1. Juli 1915.)

Energiemessungen an Röntgenstrahlen.

(Aus dem Laboratorium der Veifa-Werke; Direktor Friedrich Dessauer, Frankfurt a. M. Mitteilung Nr. 2.[1])

Von B. Winawer und St. Sachs.

1. Einleitung. In der letzten Entwicklung der Röntgentechnik tritt die Bestrahlung bösartiger Geschwülste mehr und mehr in den Vordergrund. Bei dieser therapeutischen Anwendung der Röntgenstrahlen ist es von großer Wichtigkeit, die mittlere Energie der Strahlungsquelle (der Röntgenröhre), von welcher die Dosis dieses Medikamentes direkt abhängig ist, zu kennen. Man hat bis jetzt in der Praxis kein einfaches und zuverlässiges Verfahren, um die mittlere Energie zu bestimmen und trotzdem müßte sie von Fall zu Fall gemessen werden, weil sie sogar bei einer und derselben Röhre und bei einer und derselben Apparatur je nach der Betriebsweise, Belastung usw. in sehr weiten Grenzen variiert werden kann. Die Praxis benutzt zur Messung der Energie meistens die chemische Wirkung der Röntgenstrahlen. Als Maß wird eine Schwärzung des photographischen Papiers oder eine Verfärbung des Bariumplatincyanürs angenommen und die Energie in X-Einheiten[1]) oder in H-Einheiten[2]) angegeben. Beide Methoden geben stark voneinander abweichende Resultate, je nach der Härte der Strahlung, deren Intensität gemessen wird.[3]) Die erstere der beiden Methoden, die jetzt am häufigsten angewandt wird, benutzt eine Einheit, die von vielen in ihrer Gesamtheit schwer reproduzierbaren Faktoren abhängt (es muß ein bestimmtes Papier, ein bestimmter Entwickler benutzt werden, außerdem muß die Zeit der Entwicklung und die Temperatur eine bestimmte sein). Dabei muß man in Betracht ziehen, daß Silber und auch Brom gewisse Wellenlängen selektiv absorbieren, daß also die Schwärzung des Papiers bei gewissen Strahlungshärten anormal groß wird. Die Einwirkung auf das photographische Papier ist überhaupt keine einfache Funktion der Strahlungsintensität. Verhältnismäßig viel einfacher und einwandfreier gestaltet sich die Messung der Dosis bei Anwendung der Radiumpräparate. Man gibt die Größe der applizierten Energie in mg-Stunden an. Es wird die Stärke des Radiumpräparates mit der Zeit seiner Einwirkung multipliziert. Ein quantitativer Vergleich zwischen den beiden Angaben — Anzahl X- und mg-Stunden — ist, wie leicht einzusehen, nicht gut möglich.

Nicht nur aus praktischen, sondern auch aus rein physikalischen Gründen schien es interessant, ein einfaches Verfahren auszuarbeiten, welches erlauben würde, die Energie der Röntgenstrahlen absolut und nicht in willkürlich gewählten Einheiten zu messen, ein Verfahren, welches auch gleichzeitig die bei Radium- und bei Röntgenstrahlen applizierten Quantitäten zu vergleichen gestattete. Die einfachste Methode schien gleich die folgende zu sein: Die Energie der X-Strahlen einer Röntgenröhre mit der Gamma-Strahlenenergie eines Radiumpräparates elektroskopisch zu vergleichen, mit anderen Worten, das Radiumäquivalent einer Röntgenstrahlung zu suchen. Die elektroskopische Messung bietet keine Schwierigkeiten, ein

---

1) Nr. 1: diese Zeitschr. **15**, 895, 1914.

1) Nach Kienböck.

2) Nach Holzknecht.

3) Vgl. Holzknecht, Röntgen-Taschenbuch, **6**, 91, 1914.



Radiumpräparat als „Etalon der Energie" ist praktisch unveränderlich und jetzt in den meisten Instituten, Kliniken usw. vorhanden. Die ersten Versuche zeigten, daß, so einfach der Gedanke auch war, seine Ausführung auf gewisse Schwierigkeiten stößt und daß die Methode eine gewisse Vorarbeit erfordert, wenn sie für die Energie der X-Strahlen die wahren Radiumäquivalente ergeben soll. Es zeigte sich nämlich folgendes: Wenn man ein Radiumpräparat mit einer Röntgenröhre im gewöhnlichen Metallelektroskop, wie es z. B. zur Messung der Absorption der Röntgenstrahlen benutzt wurde[1]), vergleicht, und aus dem Verhältnis der Ionenströme auf die Energie schließt, so bekommt man für die Energie der Röhre eine sehr große, offenbar stark übertriebene Zahl. Das Resultat wird zugunsten des weicheren Strahlers (der Röhre) gefälscht. Der Grund hierfür ist ersichtlich. Von der Strahlung der Röhre wird mehr im Elektroskop absorbiert wie von der Strahlung des Radiums, man vergleicht also einen großen Bruchteil der Energie des einen Strahlers mit dem kleineren Bruchteil der Energie des anderen. Außerdem ist es die an den Wänden des Elektroskopes erzeugte Sekundärstrahlung, welche das Resultat des Vergleichs zugunsten des weicheren Strahlers verschiebt. Die von den X-Strahlen erzeugten Sekundärstrahlen haben viel kleinere Geschwindigkeiten, als die von der γ-Strahlung herrührenden. Es ändert sich aber die Absorbierbarkeit der β-Strahlen ganz rapid mit ihrer Geschwindigkeit. Wir entnehmen einer Tabelle, welche bei Rutherford-Marx[2]) abgedruckt ist, folgende Zahlen:

Ein derartiges Elektroskop hat Eve[1]) angegeben. Er zeigte, daß die Emission der Wände ein Volumeffekt ist. Je dünner die Wände, desto weniger absorbieren sie von der einfallenden Strahlung und desto kleiner ist ihr Einfluß auf die Ionenerzeugung. Eve benutzte als Elektroskop ein Stahlnadelngerüst, welches mit dünner Aluminiumfolie ausgeklebt war. Mit Hilfe dieses Elektroskopes hat er das Verhältnis der Energie der γ- und der β-Strahlung des Radiums bestimmt und trotzdem bei seinen Versuchen die beiden zu vergleichenden Strahlungen so grundverschieden waren, hat er mit anderen, auf kalorimetrischem Wege gewonnenen Resultaten gute Übereinstimmung erhalten. Es war naheliegend, auch die X- und die γ-Strahlen in einem Eveschen Luftelektroskop zu vergleichen. Es läßt sich ohne Schwierigkeit aus dem in einem solchen Elektroskop beobachteten Verhältnis der Ionenströme auf die wahren Intensitäten der beiden Strahler schließen. Ist das Verhältnis der im Luftelektroskop beobachteten Ionenströme $\frac{i_x}{i_{Ra}} = a$ wobei i_x der mit der Röhre und i_{Ra} mit Radium als Strahler beobachtete Ionenstrom ist, dann ist

$$\frac{J_x\,(1 - e^{-\mu_x \cdot d})}{J_{Ra}\,(1 - e^{-\mu_{Ra} \cdot d})} = a.$$

Hier bedeuten

J_x, J_{Ra} die wahren Intensitäten der Röhre bzw. des Radiums,

μ_x, μ_{Ra} die Absorptionskoeffizienten in Luft,

d die Schichtdicke der im Elektroskop eingeschlossenen Luft.

der Geschwindigkeit der β-Strahlen $2{,}9 \times 10^{10}$ cm/sek. entspricht $\mu_{Al} =$ **4,7**

" " " " " $2{,}0 \times 10^{10}$ " " " " $=$ **55,5**

Da anzunehmen ist, daß die Geschwindigkeiten der von X-Strahlen erzeugten Sekundärstrahlen näher bei den Geschwindigkeiten langsamer β-Strahlen der Tabelle liegen, so kann man aus diesen Zahlen schließen, daß, während die von den X-Strahlen erzeugte Sekundärstrahlung im Luftraum des Elektroskops fast vollkommen absorbiert wird, es bei der mehr durchdringenden Sekundärstrahlung des Radiums nicht der Fall ist. Will man die beiden verschiedenen Strahler elektroskopisch vergleichen, so muß man zuerst den Einfluß der Metallwände des Elektroskopes eliminieren. Der Vergleich muß in einem „Luftelektroskop" geschehen, in welchem die Ionen nur bei direkter Absorption der eintreffenden Strahlen in Luft gebildet werden.

Die Gleichung besagt, daß das Verhältnis der Ionenströme dem Verhältnis der im Luftraum des Elektroskops absorbierten Energien gleich ist, wie das Eve für γ- und β-Strahlen angenommen hat. Daraus läßt sich J_x berechnen, wenn die Koeffizienten μ bekannt sind. Im folgenden ist die so bestimmte und in äqu. Zahl mg Radium ausgedrückte Intensität der X-Strahlung als die wahre Intensität bezeichnet. Der Vergleich zwischen einem Radiumpräparat und einer Röhre wurde in einem nach Angaben von Eve gebauten Elektroskop ausgeführt. Die Wände bestanden aus dünnem Papier, welches mit Bleistift angestrichen oder mit Bronze, wie sie zum Vergolden der Gipsgegenstände benützt wird, bedeckt war; bei späteren Versuchen

1) B. Winawer, diese Zeitschr. **15**, 942, 1914.
2) Rutherford, Radioaktive Substanzen und ihre Strahlungen. Leipzig 1913. S. 200.

1) Eve, Phil. Mag. (6) **22**, 551, 1911.

wurde das Papier mit dünnster Aluminiumfolie beklebt.

Es hat sich erwiesen, daß für die Energien einer Röntgenröhre auf dem hier beschriebenen Wege Werte ermittelt werden, die mit anderen Messungen (Messungen des Wärmeeffektes) in guter Übereinstimmung sind. Es hat sich auch gezeigt, daß in den meisten bei Anwendung harter X-Strahlen praktisch vorkommenden Fällen nur ein für dieses begrenzte Gebiet gültiger mittlerer Reduktionsfaktor bestimmt werden muß, durch welchen man das in einem gewöhnlichen Bleielektroskop bestimmte Radiumäquivalent einer Röntgenröhre zu dividieren braucht, um die wahre Intensität einer Röhre zu bekommen. Dieser Faktor gilt nur für das gegebene Elektroskop und ist von seiner Form, Volumen usw. abhängig. Ist ein solcher Reduktionsfaktor ermittelt, so gestaltet sich die Messung der Energie einer Röntgenröhre äußerst einfach. Man vergleicht die Ionenmengen(-Ströme), welche in gut gegen Störungen geschütztem Metallelektroskop von der Röhre und von einem Radiumpräparat erzeugt werden, berechnet daraus eine scheinbare Intensität der Röhre, dividiert die so erhaltene Zahl durch den Reduktionsfaktor und bekommt dann die wahre Intensität der Röhre.[1]) In den folgenden Paragraphen sind die Messungen näher beschrieben. Die Beobachtungen sind in Gemeinschaft mit St. Sachs ausgeführt worden. (B. W.)

2. Das Metall- und das Luftelektroskop. Bei elektroskopischen Beobachtungen mit Röntgenstrahlen ist es vor allem notwendig, die Störungen durch die im Zimmer erzeugten diffusen Sekundärstrahlen zu vermeiden. Bei freihängender Röhre ist die Beobachtung nur dann möglich, wenn das Elektroskop allseitig, ausgenommen die Vorderwand (Einfallspforte der Röntgenstrahlen), mit Bleiblech geschützt wird. Es ergibt sich dann eine Form des Blättchenelektroskopes, wie sie bereits früher beschrieben wurde: Ein Bleikasten ($10 \times 10 \times 10$ cm), dessen Vorderwand auswechselbar ist (bei unseren Versuchen meistens 2 mm dickes Aluminiumblech). Um auch mit dem dünnwandigen Eveschen Elektroskop arbeiten zu können, mußte man, umgekehrt, die Röhre in einer allseitig mit Blei ausgekleideten Kiste unterbringen. An der Vorderwand der Kiste war ein Fenster vorhanden, welches so dimensioniert war, daß die Strahlen in einem möglichst schmalen, das Elektroskop gerade noch ganz durchsetzenden Kegel sich ausbreiteten; an diesem Fenster wurden Aluminiumfilter (7 bis 12 mm) angebracht. Aus technischen Gründen konnte nur eine weiche Röhre bei den Messungen verwendet werden, — eine harte würde durch die Nähe der Metallwände zu sehr gefährdet. Es ist auch für die Messungen vorteilhaft, eine weiche Röhre zu benutzen, weil sie viel leichter längere Zeit konstant zu erhalten ist. Außerdem läßt sich ihre Intensität durch passende Filter stark reduzieren, und somit mit dem schwachen Radiumpräparat, welches zur Verfügung stand, besser vergleichen. Mit einer Veifa-Wasserkühlröhre wurden die ersten Versuche ausgeführt, und zwar in folgender Weise: Etwa 180 cm von der Antikathode der Röhre wurde das Metallelektroskop aufgestellt und der Rückgang des Blättchens bei schwacher Belastung und starker Filtration beobachtet. Dieselbe Beobachtung wurde mit Radium (1,2 mg Radiummet.), welches sich in einer Entfernung von 40 und dann 50 cm befand, ausgeführt.

Das Metallelektroskop wurde dann durch das Evesche Luftelektroskop ersetzt und die beiden Beobachtungen, in denselben Entfernungen, mit der Röhre und mit Radium wiederholt. In der nebenstehenden Tabelle I sind zwei Versuchsreihen als Beispiel angeführt.

In der Tabelle gibt die Kolumne 3 den Massenabsorptionskoeffizienten der Strahlung in Aluminium an, Kolumne 4 und 5 die scheinbaren Intensitäten der Röhre, wie sie sich durch Vergleich mit Radium in einem Metall- und einem Luftelektroskop ergeben. Der Koeffizient A hängt von dem Abstand des Präparates und der Röhre und von der Stärke des Präparates ab. Es ist bei den oben angeführten Versuchen

$$A = \frac{186^2}{40^2} \cdot 1,2 = 26,0.$$

Der Vergleich der Kolumne 4 und 5 zeigt, daß die Intensität der Röhre durch den Einfluß der Wände im Bleielektroskop stark vergrößert erscheint. Würde man in einem solchen Elektroskop die Intensität der Röhre aus dem Verhältnis der Ionenströme bestimmen, so würde man z. B. $34 \cdot A$ mg Ra als Äquivalent einer Strahlung bekommen, im Luftelektroskop dagegen nur $7,4 \cdot A$, also 4,6 mal weniger (Zeile I). Die Kolumne 6 gibt den Reduktionsfaktor C_1 an. Er zeigt, wie stark die scheinbare Intensität der X-Strahlen in unserem Metallelektroskop gegenüber der in einem Luftelektroskop beobachteten vergrößert wird. Wie bereits in der Einleitung bemerkt worden ist, kann man aus der Zahl der Kolumne 4 die „wahre Intensität" der Strahlung ausrechnen, wenn die Absorptionskoeffizienten μ_x und μ_{Ra} in Luft bekannt sind.

[1]) Bei unseren Versuchen wurde sie immer in der Hauptrichtung (Richtung der „reflektierten Kathodenstrahlen") gemessen.

Tabelle I.
Intensität einer weichen Röhre im Metall- und im Luftelektroskop.

	1 Belastung	2 Filtration	3 Koeffizient $[\mu/\varrho]_{Al}$	4 Intensität $J_{\text{Luftel.}}$	5 Intensität $J_{\text{Bleiel.}}$	6 Faktor C_1
I.	a) 0,6 *MA*	7 mm *Al*	0,5	7,4 · *A* mg *Ra*	34 · *A* mg *Ra*	4,6
II.	0,6 „	12 „ „	0,40	2,6 · „ „ „	15 · „ „ „	5,8
III.	1,0 „	12 „ „	0,36	4,0 · „ „ „	23,5 · „ „ „	5,9
IV.	b) 0,6 „	12 „ „	0,49	2,8 · „ „ „	15 · „ „ „	5,4
V.	1,0 „	12 „ „	0,42	4,9 · „ „ „	28 · „ „ „	5,7

3. Der Absorptionskoeffizient der X- und der γ-Strahlen in Luft. Die Absorption der Radiumstrahlen in Luft ist von Chadwick[1]) untersucht und der Koeffizient μ/ϱ in Luft zu 0,048 bzw. 0,046 bestimmt worden. Der Absorptionskoeffizient der Röntgenstrahlen kann naturgemäß nicht mit derselben Genauigkeit angegeben werden. Er variiert stark je nach den Versuchsbedingungen. Es läßt sich aber aus den eingehenden Untersuchungen von Benoist[2]) über die Absorption der Röntgenstrahlen schließen, daß der Massenabsorptionskoeffizient μ/ϱ für Luft äußerst nahe an dem Massenabsorptionskoeffizienten für Wasser liegen muß. Aus den Versuchen von Benoist geht hervor, daß der Koeffizient μ/ϱ für verschiedene Elemente unabhängig von dem Zustand oder der chemischen Bindung des Elements ist. Die Koeffizienten μ/ϱ für verschiedene Elemente liegen auf einer stetigen Kurve. Da für die Absorption des Wassers Sauerstoff maßgebend ist, für die Absorption der Luft Sauerstoff und der seinem Atomgewicht nach benachbarte Stickstoff, so ist die Schlußfolgerung berechtigt, daß Wasser und Luft beinahe den gleichen Massenabsorptionskoeffizienten besitzen. Wir haben diese Annahme für eine weiche Röntgenstrahlung (μ/ϱ Aluminium = 0,6) geprüft. Ein Dewar-Gefäß wurde vor das Fenster des Elektroskops gestellt und zuerst mit flüssiger Luft, dann mit Wasser gefüllt. Es ergab sich, daß $[\mu/\varrho]$ Luft innerhalb der Fehlergrenzen gleich $[\mu/\varrho]$ Wasser ist. (Es wurde $[\mu/\varrho]$ Luft zu 0,3 und $[\mu/\varrho]$ Wasser zu 0,29 bestimmt.) Wir haben bei weiteren Versuchen angenommen, daß $[\mu/\varrho]$ Luft = $[\mu/\varrho]$ Wasser ist. Es wurde dann die Absorption im Wasser und Aluminium gemessen und eine Kurve aufgenommen, welche für die praktisch am häufigsten vorkommenden Härten der X-Strahlen die Abhängigkeit zwischen μ/ϱ in Wasser und Aluminium angibt (s. nebenstehende Kurve, Fig. 1). Als Abszissen sind die Koeffizienten in Aluminium, als Ordinaten die entsprechenden Werte für Wasser aufgetragen.

1) Chadwick, Proc. Phys. Soc. **24**, 152, 1912.
2) Benoist, Journ. de Phys. (3) **10**, 653, 1901.

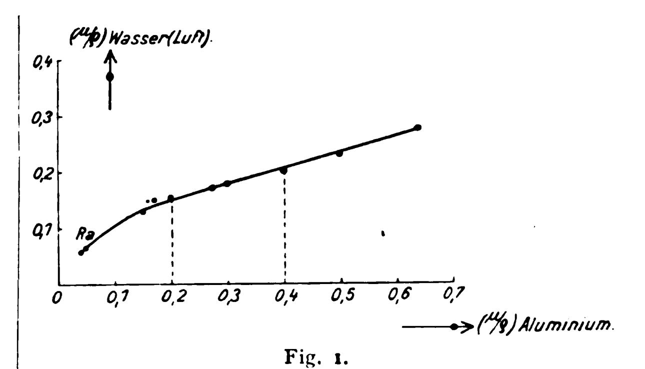


Fig. 1.

Die in der Röntgentherapie (Tiefentherapie) jetzt gebräuchlichen Strahlungshärten sind durch die beiden punktierten Linien angedeutet.

$([\mu/\varrho]_{Al} = 0{,}20$ bis $0{,}40)$.

Aus dieser Kurve läßt sich entnehmen, daß bei Versuchen, deren Ergebnisse in Tabelle I angegeben sind, der Absorptionskoeffizient $[\mu/\varrho]$ Luft zwischen 0,25 (Versuch I) und 0,20 (Versuch III) enthalten war. Auf diese Weise sind die Absorptionskoeffizienten in Luft bestimmt und man kann aus den Zahlen der Kolumne 4 der vorigen Tabelle die wahren Intensitäten der Röhre, wie schon erwähnt, ausrechnen: die im Luftelektroskop beobachtete Intensität ist zu groß, sie ist C_2 mal größer als die wahre, wobei

$$C_2 = \frac{1 - e^{-\mu_x d}}{1 - e^{-\mu_{Ra} d}} \text{ ist.}$$

Der Faktor C_2 wurde für verschiedene Absorptionskoeffizienten μ_x ausgerechnet. Man bekommt dann eine Kurve, wie sie in der Fig. 2 dargestellt ist. Aus dieser ist zu ersehen, daß, wenn z. B. die Strahlung die Härte $[\mu/\varrho]$ Luft = 0,3 hat, ihre Intensität im Luftelektroskop, durch Vergleich mit *Ra* bestimmt, 7 mal größer als die wahre ist. Es ergibt sich dann für den in der Tabelle I zitierten Versuch I (erste Zeile) folgendes:

Strahlung mit dem Absorptionskoeffizienten $[\mu/\varrho]_{Al} = 0{,}5$
der Reduktionsfaktor $C_1 = 4{,}6$
„ „ $C_2 = 6$.

Das bedeutet, daß die in unserem Metallelektro-

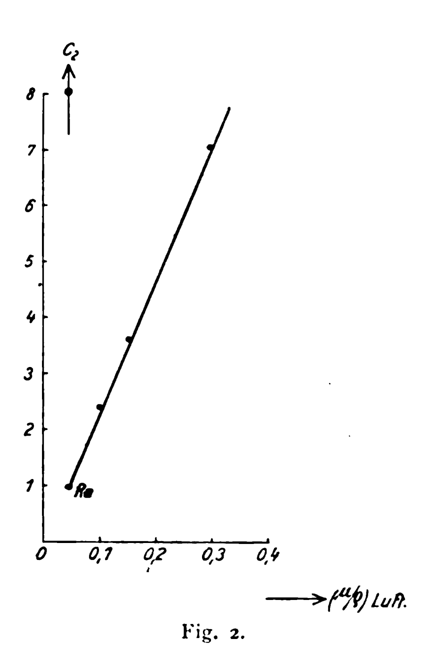


Fig. 2.

skop beobachtete Intensität $6 \cdot 4{,}6$ mal $= 28$ mal zu groß ist. Das Produkt der beiden Faktoren C_1 und C_2 wird im folgenden als Reduktionsfaktor C bezeichnet. Eines der Hauptziele unserer Versuche war, diesen Faktor zu bestimmen.

4. Der Reduktionsfaktor C. Rechnet man für die in der Tabelle I angeführten Beispiele den Reduktionsfaktor C aus, so ergibt sich:

im 1. Fall $([\mu/\varrho]_{Al} = 0{,}50)$, $C = 28$
im 2. „ $([\mu/\varrho]_{Al} = 0{,}40)$, $C = 30$
im 3. „ $([\mu/\varrho]_{Al} = 0{,}36)$, $C = 28$
im 4. „ $([\mu/\varrho]_{Al} = 0{,}49)$, $C = 24$
im 5. „ $([\mu/\varrho]_{Al} = 0{,}42)$, $C = 23$.

Trotz der verschiedenen Strahlungshärten bleibt der Reduktionsfaktor C innerhalb der Fehlergrenzen der gleiche. Auch andere Versuche haben dieses Resultat ergeben. Wir haben für den Reduktionsfaktor C Werte bekommen, die im Mittel um die Zahl 26 liegen, mit verhältnismäßig geringen Abweichungen. Diese Zahl 26 ist in späteren Versuchen als der Wert des Reduktionsfaktors C angenommen. Bei Benutzung dieses Reduktionsfaktors ergab sich, daß eine weiche Röhre, die wir bei den Vorversuchen benutzten (Veifa-Wasserkühlröhre), schwach belastet (mit 0,6 Milliamp.) und mit Reformapparat betrieben, etwa 0,4 g Radium äquivalent ist. Wie ein Vergleich mit anderen Beobachtern zeigte, ist diese Zahl, wenigstens der Größenordnung nach, richtig.

5. Vergleich mit anderen Beobachtern. Die Energie der Röntgenstrahlen wurde in einer bekannten Arbeit von W. Wien[1]) untersucht. Wien bestimmte den Wärmeeffekt der Röntgenstrahlen, indem er sie in einem Bleistreifen absorbieren ließ, dessen Erwärmung bolometrisch beobachtet wurde. Aus den Wienschen Versuchen geht hervor, daß die Energie E_r der Röntgenstrahlen der von ihm benutzten weichen Röntgenröhre im Mittel $3 \cdot 10^{-3}$ Kal. pro Sekunde beträgt. Da auch für die γ-Strahlung des Radiums (B und C) der Wärmeeffekt bei vollständiger Absorption (im Quecksilber) bestimmt worden ist (er beträgt nach Rutherford und Robinsohn und nach Meyer und Heß[2]) 6,5 Kal. pro Stunde und Gramm Radium), so kann man aus der Wienschen Zahl das Radiumäquivalent seiner Röhre berechnen. Es ergibt sich, daß die Röhre

$$\frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 3600}{6{,}5} = 1{,}66 \text{ g Radium}$$

äquivalent war. Rechnet man nur die durch das Glas hindurchtretende Strahlung (nach Wien 58 Proz. der Gesamtstrahlung), so bekommt man $I_x =$ ca. 0,96 g Ra met., was der Größenordnung nach mit dem früher zitierten Wert 0,4 g Radium, welchen wir für eine ähnliche weiche Röhre bei angenähert derselben Belastung erhalten haben, übereinstimmt. Es ist zu bemerken, daß es genügt, die Röhre nur höher zu belasten, z. B. 1 Milliamp. statt 0,6, wie in unserem Beispiel, um noch bedeutend näher an die Wiensche Zahl zu kommen. Bei dieser höheren Belastung wäre das elektroskopisch bestimmte Äquivalent der Röhre 0,73 g Radium. Um die elektroskopischen Resultate mit den besprochenen Wärmemessungen von Wien und später im Wienschen Institut ausgeführten Beobachtungen von Carter[3]) vergleichbar zu machen, haben wir versucht, den Wienschen bzw. den Carterschen Versuchsbedingungen möglichst nahe zu kommen. Eine Müller-Wasserkühlröhre, dann eine ganz ähnliche mit einem Wasserbehälter ausgestattete Helm-Röhre wurde an das Klimax-Induktorium, welches ungefähr die Funkenlänge des Wienschen Induktors besitzt und mit Gleichstrom- und Turbinenunterbrecher betrieben wird, angeschlossen. Die Röhre wurde soweit regeneriert, daß sie, wie es bei den Wienschen Versuchen der Fall war, bei einer mittleren primären Stromstärke (3 bis 4 Amp.), 32 Unterbrechungen pro Sekunde und mittleren sekundären Belastung eine äquivalente Funkenstrecke 2,3 cm (gemessen an zwei Kugeln, $R = 2$ cm) hatte. Das entspricht nach E. Voigt[4]),

1) W. Wien, Ann. d. Phys. **18**, 991, 1905.
2) Zit. bei Rutherford, „Rad. Substanzen" 1913, S. 523.
3) Carter, Ann. d. Phys. **21**, 955, 1906.
4) E. Voigt, Ann. d. Phys. **12**, 385, 1903.

dessen Tabellen Wien und Carter benutzten, einer Entladungsspannung von 59 Kilo-Volt. (Die Einstellung der Funkenstrecke und somit die Spannungsmessung ist allerdings nur approximativ ausführbar.) Für diese Röhre wurde zuerst ihr wahres elektroskopisches Radiumäquivalent bestimmt und zwar, wie oben erwähnt, durch Messung in unserem Metallelektroskop und unter Benutzung des Reduktionsfaktors $C = 26$. Da die Intensität der Röhre im Vergleich mit Radium recht groß ist, so wurde der Versuch so ausgeführt, daß man die Strahlung der Röhre nur durch ein kleines Fenster im Elektroskop ($200\ mm^2$) einfallen ließ und dann durch besondere Versuche die durch das Vorschalten dieses Fensters verursachte Reduktion des Ionenstroms bestimmte. Dann wurde nach Wien und Carter die Energie der Kathodenstrahlen E_k aus der Erwärmung einer bestimmten Menge Wassers im Wasserbehälter der Röhre bestimmt. Nach Versuchen von Fräulein Carter kann man aus der Energie E_k die Energie der Röntgenstrahlen berechnen, wenn die Entladungsspannung gegeben ist. Das Verhältnis $\frac{E_r}{E_k}$ (der Nutzeffekt bei Erzeugung der Röntgenstrahlen) ist bei gegebener Entladungsspannung eine von den übrigen Versuchsbedingungen nicht abhängige Zahl, und zwar ist bei 59 Kilo-Volt nach Frl. Carter $\frac{E_r}{E_k} = 1{,}07 \cdot 10^{-3}$. Dabei ist, wie bei den Wienschen Versuchen, auch hier die Gesamtstrahlung der Röhre gerechnet; nach Carter ist der Wärmeeffekt der durch das Glas heraustretenden Röntgenstrahlung der Röhre 58 Proz. der Gesamtstrahlung.

Es wurden mit der Helm- und mit der Müller-Röhre ca. sechs Versuche gemacht, in jeder Versuchsreihe die Energie der Kathodenstrahlen E_k durch Messung der Temperaturerhöhung einer bestimmten Menge Wassers ermittelt und daraus das thermische Radiumäquivalent der Röhre berechnet; die elektroskopische Messung wurde, wie schon erwähnt, so ausgeführt, daß der Ionenstrom, welchen die durch das Fenster am Elektroskop einfallenden Röntgenstrahlen verursachen, bestimmt wurde, daraus der Gesamtstrom, der sich ohne Fenster ergeben würde, berechnet, und dann unter Benutzung des Reduktionsfaktors C die Intensität der Strahlung (das elektroskopische Radiumäquivalent) ermittelt. Es wurde zuerst die Intensität der durch 2 mm Aluminium filtrierten Strahlung gemessen. Der Schluß auf die „Gesamtintensität" der durch das Glas heraustretenden Strahlung ist durch Extrapolation der Ergebnisse besonderer Absorptionsmessungen möglich. Das Elektroskop war bei diesen Versuchen mit einem starken Radiumpräparat, 26,8 mg *Ra* met., geeicht, das Präparat konnte in derselben Entfernung wie die Röhre, 160 cm vom Elektroskop, beobachtet werden.

Die Resultate der Vergleichsmessungen sind in folgender Tabelle II zusammengestellt:

Tabelle II.

Radiumäquivalente weicher Röntgenröhren elektroskopisch und aus dem Wärmeeffekt bestimmt.

1 Röhre	2 Entl.-Spannung in Kilo-Volt	3 Sekundäre Belastung in Milliamp.	4 Wärmeeffekt der Kathodenstrahlen E_k	5 J_x aus dem Wärmeeffekt E_k berechnet	6 J_x elektroskopisch bestimmt
1. Helm-R.	ca. 59 (F*) = 2,3 cm)	0,9	5,4 kal./sek.	1,86 g *Ra* met.	1,5 g *Ra* met.
2. " "	" 61 (" = 2,5 ")	1	6,7 "	2,3 " "	2,0 " "
3. Müller-R.	" 59 (" = 2,3 ")	1,3	4,3 "	1,48 " "	1,1 " "
4. " "	" 59 (" = 2,3 ")	1,0	3,9 "	1,34 " "	0,95 " "

*) Funkenlänge.

Die Kolumne 2 der Tabelle II gibt die Entladungsspannung in Kilo-Volt an. Die Zahlen sind (wie oben erwähnt) nur Näherungswerte. Auch die Angaben der Kolumne 3 (Belastung in Milliamp.) erheben keinen Anspruch auf Genauigkeit. Sie sind an einem einfachen technischen Deprez-Instrument für Hochspannung abgelesen. Die Kolumnen 5 und 6 der Tabelle geben das nach dem Wärmeeffekt E_k bestimmte bzw. das elektroskopische Radiumäquivalent der Röhre an. Bedenkt man, daß die Zahlen der Kolumne 5 aus ganz heterogenen und schwierigen Messungen abgeleitet sind (wie Wärmeeffekt der Röntgenstrahlen, Wärmeeffekt der Radiumstrahlen), so muß man feststellen, daß sie mit den Zahlen der Kolumne 6 (elektroskopisches Radiumäquivalent) gut übereinstimmen. Die Größenordnung ist jedenfalls dieselbe. Bemerkenswert ist allerdings, daß die elektroskopischen Äquivalente immer kleiner bleiben als die nach dem Wärmeeffekt bestimmten. Wäre ein systematischer Fehler in

der elektroskopischen Bestimmung vorhanden, so würde er eher nach der anderen Richtung zu erwarten sein. Wir wagen nicht zu behaupten, daß der Wärmeeffekt des Radiums zu klein oder der Nutzeffekt bei der Erzeugung der X-Strahlen zu groß bestimmt ist. Einen derartigen Schluß würden nur direkte Vergleichsmessungen zwischen der elektroskopischen und bolometrischen Methode gestatten. Wir schließen aus dem Vergleich der Zahlen der Kolumnen 5 und 6, daß die elektroskopische Methode Werte liefert, die mit dem nach dem Wärmeeffekt ermittelten gut übereinstimmen. Ein systematischer Fehler scheint nicht vorhanden zu sein.

Die unfiltrierte Strahlung der in Tabelle II erwähnten Röhren war sehr weich. Ihre Durchdringungsfähigkeit wurde elektroskopisch untersucht, und es erwies sich, daß 2 mm Aluminium ihre Intensität auf $1/2,3$ reduzieren. Daraus folgt, daß ihr Massenabsorptionskoeffizient $[\mu/\varrho]_{Al} = 1,55$ war. Ist dieser Koeffizient gegeben, so kann die Frage nach der mittleren Wellenlänge der ausgesandten Strahlen, die Frage, welche sich Wien bei seinen energetischen Untersuchungen stellte, leicht beantwortet werden. Nach Siegbahn[1]) gilt die Beziehung $[\mu/\varrho]_{Al} = A \cdot \lambda^x$, wo λ die Wellenlänge der Röntgenstrahlen, x und A Konstanten sind ($x = 2,8$, $A = 13$). Daraus folgt λ mittel $= 0,47 \cdot 10^{-8}$ cm.

6. Radiumäquivalent der Therapieröhren. Für einige harte Röhren, wie sie in der Strahlungstherapie benutzt werden, bei der üblichen Filtration (3 mm Aluminium) haben wir nach der elektroskopischen Methode das Radiumäquivalent bestimmt. Es ergab sich, daß eine derartige Therapieröhre, schwach belastet (1 Milliamp.) mit 3 mm Al filtriert und mit einem größeren Induktor betrieben, eine Strahlung aussendet, deren Energie ca. 5 g Ra met. entspricht. (Eine andere, nicht ganz einwandfreie Röhre ergab bei denselben Bedingungen $I_x = 2,4$ g Ra.) Diese mittlere Energie kann vergrößert werden, wenn man die sekundäre Belastung steigert. Das hier erhaltene Resultat scheint mit der medizinischen Erfahrung im Einklang zu stehen.

Zusammenfassung.

1. Es ist in der vorliegenden Arbeit eine Methode beschrieben worden, welche gestattet, in einfacher Weise die Energie der Röntgenstrahlen zu messen.

2. Die Methode besteht darin, daß eine gegebene Röntgenstrahlung mit der γ-Strahlung des Radiums in einem dünnwandigen „Luftelektroskop" verglichen wird; aus dem Verhältnis der beobachteten Ströme, dem bekannten Absorptionskoeffizienten der γ-Strahlen in Luft und einem durch Messung der Absorption im Wasser oder in flüssiger Luft leicht bestimmbaren Koeffizienten der X-Strahlen läßt sich das „wahre" Radiumäquivalent der Röntgenstrahlung berechnen.

3. Die Messung im Luftelektroskop kann auch dazu benutzt werden, einen Reduktionsfaktor für ein einfaches Metallelektroskop zu bestimmen. Ist ein solcher mittlerer Reduktionsfaktor bestimmt, dann kann der Vergleich zwischen γ- und X-Strahlen im gewöhnlichen Metallelektroskop geschehen und die wahre Intensität aus dem Verhältnis der hier beobachteten Ionenströme in einfacher Weise ermittelt werden.

4. Die so bestimmten Radiumäquivalente der X-Strahlenenergie stimmen mit den aus dem Wärmeeffekt berechneten gut überein.

5. Es scheint nach unseren Versuchen von Vorteil zu sein, bei Röntgenmessungen eine Energieeinheit einzuführen, welche folgendermaßen zu definieren wäre: Die Einheit der Energie führt eine Röntgenstrahlung mit sich, die bei ihrer vollständigen Absorption in Luft dieselbe Anzahl Ionen erzeugt, welche die γ-Strahlen von 1 g Radium (B plus C) bei ihrer vollständigen Absorption in Luft (c. p.) erzeugen würden.

Frankfurt a. M., 1915.

(Eingegangen 8. Juni 1915.)

1) M. Siegbahn, diese Zeitschr. 15, 753, 1914.

Über einen möglichen Zusammenhang zwischen den α-Strahlgeschwindigkeiten und der Quantenhypothese.

Von Heinrich Rausch von Traubenberg.

Wie ich kürzlich zeigte[1]), kann man die Geschwindigkeit der β-Partikeln der radioaktiven Substanzen mit Hilfe der beiden von Bohr gegebenen Gleichungen:

$$\frac{m v^2}{r} = \frac{e E}{r^2} \qquad \text{(I)}$$

$$m v r = \frac{h}{2\pi} \qquad \text{(II)}$$

berechnen, unter der Annahme, daß die Umlaufsgeschwindigkeit der β-Partikeln um einen Zentralkern, von der Ladung $E = \frac{A}{2} e$, gleich

1) Nachrichten der k. Gesellschaft der Wiss. zu Göttingen, Math.-phys. Klasse 1915.

ist der Geschwindigkeit v, mit welcher diese Teilchen beim radioaktiven Zerfall aus dem Atom ausgestoßen werden. Wenn man für h den Wert $6{,}55 \cdot 10^{-27}$, für e den Wert $4{,}76 \cdot 10^{-10}$ und für A das Atomgewicht der radioaktiven Substanz in den Ausdruck für $v = \frac{2\pi}{h} \cdot eE$ einsetzt, so erhält man eine befriedigende Übereinstimmung zwischen dem so berechneten Wert und dem Mittelwerte der betrachteten β-Strahlgeschwindigkeiten.

In derselben Arbeit wurde der Versuch gemacht, auch die Geschwindigkeit der α-Strahlen nach (I) und (II) zu ermitteln, wobei die α-Partikeln, mit 3 angehefteten Elektronen versehen, um den Zentralkern in konzentrischen Kreisen mit der Geschwindigkeit v (gleich der Ausstoßgeschwindigkeit) rotieren sollten. Die Geschwindigkeit ergab sich dabei um *ca* eine Zehnerpotenz zu groß; der Mittelwert der Differenzen der Impulsmomente beim Übergang von einem größeren Kreis auf einen kleineren — die Radien wurden mit Hilfe der beobachteten Geschwindigkeiten ermittelt — ergab jedoch annähernd den Wert $\frac{h}{2\pi}$.

Im folgenden wird nun versucht, auf einem etwas anderen Wege die Geschwindigkeit der α-Strahlen zu berechnen. Ohne nähere anschauliche Begründung möge der Kern des radioaktiven Atoms als eine um die Mittelachse rotierende mit Flächen (bzw. Volum-)ladung versehene Kugel vorgestellt werden. Die am Äquator dieser Kugel existierende Umfangsgeschwindigkeit v möge gleich sein der Geschwindigkeit, mit der die α-Teilchen beim Zerfall abgeschossen werden. Bezeichnen wir mit m_0 die elektromagnetische Masse der Kugel, mit a ihren Radius, mit Θ ihr elektromagnetisches Trägheitsmoment, mit ν und ω ihre Frequenz und Winkelgeschwindigkeit, mit $E\left(=\frac{A}{2}e\right)$ ihre Ladung, so erhalten wir:

$$\Theta\omega^2 = h\nu \qquad \text{(III)}$$

$$\Theta = \frac{1}{3} m_0 a^2 \qquad \text{(IV)}^{1)}$$

$$m_0 = \frac{2}{3} \frac{E^2}{c^2 a} \qquad \text{(V)}$$

hieraus

$$v = \frac{9}{4} \frac{hc^2}{\pi E^2} \qquad \text{(VI)}$$

(bei Volumladung, wo $m_0 = \frac{4}{5} \frac{E^2}{c^2 a}$ und $\Theta = \frac{1}{7} m_0 a^2$ wird, erhalten wir $v = \frac{35}{8} \frac{hc^2}{\pi E^2}$. (VII))

nach (VI) bekommen wir für die α-Teilchen des Radiums C, vom Atomgewicht 214, für:

$$v = \frac{9 \cdot 6{,}55 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{20}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}60 \cdot 10^{-15}} = \mathbf{1{,}63 \cdot 10^9} \text{ cm/sec}$$

während die direkte Messung $v = \mathbf{2{,}06 \cdot 10^9}$ cm/sec ergab[1]).

Für Uran I vom Atomgewicht 238 würden wir nach (VI) den Wert $1{,}31 \cdot 10^9$ erhalten, der aus der Reichweite bestimmte Wert beträgt $1{,}45 \cdot 10^9$ [2]).

Unsere Formel (VI)[3]) liefert somit der Größenordnung nach richtige Werte und zeigt auch das beobachtete Anwachsen von der α-Strahlgeschwindigkeit mit weiter fortschreiten dem Zerfall, entsprechend dem Abnehmen des Atomgewichtes und der dadurch verminderten Kernladung E. Für die von dieser Regel bestehenden Ausnahmen, wie z. B. RaF und ThC_1, fehlen noch geeignete Erklärungsgründe.

1) Abraham, diese Zeitschr. **4**, 57, 1902—1903.

1) Rutherford, Handbuch der Radiologie, Bd. II, S. 91.

2) l. c., S. 125.

3) Nach (VII) würde sich bei $RaC: v = 3{,}14 \cdot 10^9$ ergeben.

(Eingegangen 17. Juli 1915.)

Bemerkung zu der Entgegnung des Herrn Burstyn[1]).

Von Gotthelf Leimbach.

Der Inhalt der Patentschrift des Herrn Burstyn ist uns bei unseren Untersuchungen nicht bekannt gewesen. Das Datum der genannten Patentschrift veranlaßt uns, Herrn Burstyn gern die Priorität des Grundgedankens unserer Methode und seiner Erklärung zuzugestehen.

Jedoch dürfen wir wohl an dieser Stelle darauf aufmerksam machen, daß der von uns verfolgte Zweck insofern ein ganz verschiedener war, als es Herrn Burstyn in erster Linie um die Erzeugung schwachgedämpfter Schwingungen in einem geschlossenen Kreise und, wie aus dem zitierten Patentanspruch auch hervorgeht, erst in letzter Linie um die Erregung einer Antenne, uns aber um die Erzeugung schwachgedämpfter Wellen auf einer direkt erregten Antenne zu tun war. Die Möglichkeit, daß der eine der beiden Schwingungskreise durch die Antenne ersetzt werden kann, ist von Herrn Burstyn nicht erkannt oder wenigstens in der Patentschrift nicht zum Ausdruck gebracht worden. Auch insofern enthält die Patentschrift

1) Vgl. diese Zeitschr. **16**, 238, 1915.

noch eine Einschränkung, als „die üblichen Löschfunkenstrecken nur bei großen Wellenlängen eine für den vorliegenden Zweck hinreichende Löschwirkung geben" sollen. Im wesentlichen hat Herr Burstyn aus diesem Grunde mit Quecksilberlampen als Löschfunkenstrecken und geschlossenen Kreisen gearbeitet. Demgegenüber hat sich unsere Arbeit mit dem Studium der Bedingungen für das Zustandekommen schwachgedämpfter Schwingungen in einem offenen Kreise unter Anwendung gewöhnlicher Löschfunkenstrecken befaßt und bewiesen, daß die obige Einschränkung nicht gerechtfertigt und sogar der Ersatz eines Kreises durch die als Kapazität ausgebildete Funkenstrecke selbst möglich ist. Da endlich die normalen, nach unseren Untersuchungen stets anwendbaren Löschfunkenstrecken wesentlich höhere Betriebsspannungen wie die Quecksilberlampe zulassen, so stellen unsere Anordnungen in mehrfacher Beziehung einen wesentlichen technischen Fortschritt gegenüber der Burstynschen dar[1]).

1) Daß unsere Untersuchungen zu einem wesentlichen technischen Fortschritt geführt haben, hat das Patentamt anerkannt, indem es inzwischen die Erteilung eines Patentes für unsere Anordnungen beschlossen hat.

Göttingen, den 8. Juli 1915.

(Eingegangen 13. Juli 1915.)

BESPRECHUNGEN.

F. Auerbach, Die Physik im Kriege. Eine allgemein verständliche Darstellung der Grundlagen moderner Kriegstechnik. 8. VI u. 188 S. mit 99 Abbildungen im Text. Jena, Gustav Fischer. 1915. Geh. M. 3.—, geb. M. 3.60.

Das Buch ist aus einer volkstümlichen Vorlesung an der Jenaer Universität während des letzten Wintersemesters hervorgegangen und ist nach des Verfassers eigenen Worten für jeden bestimmt und für jeden lesbar, der für den Krieg Interesse hat — also für jeden Denkenden überhaupt. Aus dieser Bestimmung ergibt sich mit Notwendigkeit die Art der Darstellung und die Grenzen, innerhalb deren sich die Darstellung jedes einzelnen Gegenstandes bewegt. Der Physiker wird von seinem Standpunkt aus diese Grenzen gar zu eng finden, und er wird kaum sehr viel Neues in dem Buche finden, immerhin aber doch eine auch für ihn interessante Aufzählung dessen, was die Kriegführung der Physik zu verdanken hat. Mörser und Granaten, Lenkballon und Flugzeug, Periskop und Scherenfernrohr, Telegraphie mit und ohne Draht, Torpedo- und Unterseeboot und vieles andere zieht, wenn auch in einer für den Physiker gar zu aphoristischen Darstellung, doch in der Auerbach stets charakterisierenden Anschaulichkeit an dem Leser vorüber. Freilich hat man überall das Bedürfnis, mehr zu erfahren als gesagt wird, gerade das Allerinteressanteste muß gewöhnlich aus naheliegenden Gründen verschwiegen werden. Manche, auch dem Physiker zwar vom Hörensagen bekannte, aber doch nicht genügend geläufige Begriffe hätten wohl trotzdem eine weitere Ausführung vertragen, ohne daß die zulässigen Grenzen dabei hätten verletzt zu werden brauchen. Das gilt z. B. von dem Zeitzünder, der als eine Vorrichtung bezeichnet wird, die „mittels eines Uhrwerks oder so ähnlich die Zündung . . . . auf eine bestimmte Zeit nach der Abfeuerung einzustellen erlaubt". Der Mechanismus, durch den diese Einstellung erfolgt, ist so oft beschrieben worden, daß eine unzulässige Indiskretion nicht begangen worden wäre und manchem der Wunsch nach Belehrung hier hätte erfüllt werden können. Auch der Zweck der Ansegelungstonne (mit sechs Tripelspiegeln), die sogar durch eine Figur dargestellt worden ist, hätte wohl eine nähere Ausführung vertragen und ebenso die Entfernungsmesser für einäugige Beobachtung, das Koinzidenztelemeter und das Inverttelemeter. Bei dem großen Interesse, daß das Buch für sich beanspruchen kann und finden wird, ist eine neue Auflage sicherlich in nicht langer Zeit zu erwarten. Zweifellos würde der Verfasser den Interessentenkreis noch erheblich vergrößern, wenn er die hier angedeuteten Wünsche berücksichtigen würde.

A. Berliner.

J. Stark, Prinzipien der Atomdynamik. III. Teil: Die Elektrizität im chemischen Atom. 8. XVI u. 280 S. mit 94 Figuren. Leipzig, S. Hirzel. 1915. Geheftet M. 8.—, gebunden M. 9.—.[1])

In dem den „Grundlagen der chemischen Atomistik" gewidmeten ersten Kapitel beleuchtet Stark das Problem der Atomstruktur und geht ausführlich auf seine Hypothese der Valenzelektronen ein, welche nach ihm die Bindung der Atome im chemischen Molekül bewirken. Dabei wird auch ein Referat der Polaritätshypothese von Berzelius (dem dieser Band zugeeignet ist) gegeben, mit dessen Vorstellungen die Hypothese von Stark wesentliche Berührungspunkte hat. Dieser erste Abschnitt kann als eine Ergänzung und ein Nachtrag zu allen Arbeiten Starks, in denen von Valenzelektronen die Rede ist, betrachtet werden. Sodann wendet er sich dem „Gleichgewichte der innermolekularen Bindung" zu, geht hier näher auf die Eigenschaften der elektrischen Valenzfelder — sowohl in geometrischer wie energetischer Hinsicht — ein und entwickelt recht beachtenswerte Veranschaulichungen chemischer Strukturformeln. Es liegt dem Autor offenbar viel daran — und das mit Recht — die Aufmerksamkeit der Chemiker zu gewinnen. Seite 104—119 sind der Benzolbindung gewidmet, dann folgen weitere für den Chemiker sehr interessante Auseinandersetzungen über die Rolle der Valenzfelder bei dem Wechsel der Wertigkeit und über „gruppierende Bindung". — Nach diesen statischen Betrachtungen wird im dritten Kapitel die „Reaktion der innermolekularen Bindung" behandelt. Das sind zum Teil recht verwickelte Verhältnisse, denen ein weiterer Ausbau von seiten der Strukturchemiker zu wünschen ist. In

1) Besprechung von Band I: diese Zeitschr. **12**, 80, 1911; Band II: diese Zeitschr. **13**, 631, 1912.

dem Abschnitte über „Zwischenmolekulare Bindung“ dürfte § 24 den Physiker interessieren. Es wird hier die Rolle der Valenzfelder in den verschiedenen Aggregatzuständen diskutiert. An dieser Stelle ist vielleicht — vgl. Seite 172 — eine Anschlußmöglichkeit an die statistische Theorie der Materie gegeben, wie denn überhaupt das, was in diesem Buche ganz allgemein über die Beschaffenheit der Atomoberflächen festgestellt wird, nachdrücklichst der Beachtung der Materietheoretiker empfohlen werden muß. § 25 über „zwischenmolekulare Bindung und Leitung der Elektrizität in Metallen“ verdient wohl auch Aufmerksamkeit in Hinblick auf die Gitterschwingungstheorie von Born und v. Kármán. Das Schlußkapitel handelt von der „Optik der Valenzfelder chemischer Atome“: dem Gebiete, auf dem sich ja, wie genügend bekannt, die Starkschen Anschauungen seit einigen Jahren glänzend bewährt und auf dem sie bereits zu einer Fülle von experimentellem Material geführt haben. Das hier Gebotene hängt zum Teil alles recht eng zusammen mit Fragen der modernen Atomschwingungstheorie, so daß dem auf diesem Gebiete tätigen Physiker die Lektüre besonders empfohlen sei.

Zusammenfassend muß gesagt werden: Stark hat mit dieser „Atomdynamik“ ein höchst eigenartiges — fundamentales — Werk geschaffen, das von Ideen und Anregungen strotzt. H. Hörig.

H. Bleicher, Statistik. I. Allgemeines. Physikalische und Bevölkerungs-Statistik (Sammlung Göschen 746). 148 S. Berlin, G. J. Göschensche Verlagshandlung. 1915. Gebunden M. —.90.

Die kleine Schrift des angesehenen Verfassers versucht einen Überblick über die gegenwärtigen Methoden, die Organisation und die Technik auf dem Gebiete der physikalischen und Bevölkerungsstatistik zu geben. Da auf den Gebrauch der mathematischen Zeichensprache verzichtet ist, so sind damit diejenigen Gebiete, die für den Physiker von besonderm Interesse sein könnten, ziemlich ausgeschaltet worden. Dagegen ist die Aufgabe, einen ganz allgemeinen Überblick über die große Mannigfaltigkeit der statistischen Arbeit auf sozialem Gebiete zu geben, in recht befriedigender Weise gelöst. F. Bernstein.

Universidad Nacional de La Plata, Facultad de ciencias físicas, matemáticas y astronómicas. Memoria correspondiente a 1913. gr. 8°. 172 S. La Plata, Facultad de ciencias físicas, matemáticas y astronómicas. 1915. 1 Peso.

Aus diesem Jahresbericht der Abteilung für physikalische, mathematische und astronomische Wissenschaften an der Universität La Plata dürfte die Leser dieser Zeitschrift vor allen Dingen interessieren, zu erfahren, daß die Physik an genannter Anstalt eifrig gepflegt wird, und daß hieran in hervorragendem Maße deutsche Gelehrte beteiligt sind, zu denen wir auch Frau Prof. Bose rechnen dürfen. Iklé.

Heinrich Danneel, Elektrochemie II. Experimentelle Elektrochemie (Meßmethoden, Leitfähigkeit, Lösungen). Sammlung Göschen, Band 253. kl. 8°. 126 Seiten mit 26 Abbildungen im Text und mehreren Tabellen. Zweite Auflage. Berlin und Leipzig, G. J. Göschensche Verlagshandlung, G. m. b. H. 1914. Geb. M. 0.90

Das günstige Urteil, daß Herr Riesenfeld in dieser Zeitschrift **14**, 1311, 1913 über die zweite Auflage des ersten Bändchens der Danneelschen „Elektrochemie“ abgegeben hat, gilt auch für das vorliegende zweite Bändchen des Werkes. Der Inhalt des Büchleins ist zur Genüge durch den Untertitel gekennzeichnet.

Werner Mecklenburg.

H. Brunswig, Die Explosivstoffe. Einführung in die Chemie der explosiven Vorgänge. Sammlung Göschen, Band 333. 158 Seiten, kl. 8°, mit 9 Abbildungen und 12 Tabellen. Zweite verbesserte und vermehrte Auflage. Berlin und Leipzig, G. J. Göschensche Verlagshandlung, G. m. b. H. 1914. Geb. M. 0.90

Dem Physiker, der sich rasch über die wichtigsten Tatsachen und Theorien der Explosionsvorgänge unterrichten will, ist das sachgemäße und im allgemeinen klar geschriebene Büchlein von Brunswig zu empfehlen.

Werner Mecklenburg.

Otto Prehlinger, Die Photographie, ihre wissenschaftlichen Grundlagen und ihre Anwendung. Aus Natur und Geisteswelt, Band 414. IV u. 113 Seiten, kl. 8°, mit 65 Abbildungen im Text. Leipzig und Berlin, Verlag von B. G. Teubner. 1914. Geh. M. 1.—, geb. M. 1.25

Ein gutes Büchlein, das sich an die große Gemeinde der Liebhaber der photographischen Kunst wendet, für die Leser dieser Zeitschrift aber zu elementar ist.

Werner Mecklenburg.

M. Le Blanc, Lehrbuch der Elektrochemie. Sechste, vermehrte Auflage. gr. 8°. VIII und 352 Seiten mit 31 Abbildungen im Text. Leipzig, Oskar Leiner. 1914. Preis geheftet 8 M., gebunden 9 M.

Das günstige Urteil, daß Herr Coehn in dieser Zeitschr. **5**, 440, 1904 über die dritte Auflage des Le Blancschen Lehrbuchs der Elektrochemie ausgesprochen hat, gilt auch für die vorliegende sechste Auflage. Sorgfältig bis in die neueste Zeit ergänzt und mit den wichtigeren Literaturnachweisen versehen, wird das Buch, das sich in der Lehr- und Lernpraxis der Chemie durch viele Jahre in allen seinen Auflagen ausgezeichnet bewährt hat, auch dem Physiker, der sich eine Übersicht über den gegenwärtigen Stand der wissenschaftlichen Elektrochemie verschaffen will, gute Dienste leisten. Werner Mecklenburg.

A. Schlein, Anleitung zur Ausführung und Verwertung meteorologischer Beobachtungen. Sechste, vollständig umgearbeitete und vermehrte Auflage von Jelineks „Anleitung zur Anstellung meteorologischer Beobachtungen und Sammlung von Hilfstafeln, 1. Teil. Herausgegeben von der Direktion der k. k. Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik in Wien. Mit 48 Figuren im Texte und 17 Figuren auf 7 Tafeln. 8. X u. 180 S. Wien und Leipzig, Franz Deuticke. 1915. M. 6.—.

In Österreich gibt es etwa 400 größere meteorologische Beobachtungsstationen, welche der „k. k. Zentralanstalt" unterstellt sind — für deren Beobachter ist dies Buch geschrieben worden. Es gibt einen Überblick über die österreichische meteorologische Organisation und bringt in leicht faßlicher Darstellung eine ausführliche Erläuterung und Behandlungsvorschrift der in Frage kommenden Apparate. Ferner werden eingehende Anweisungen für die Abfassung der Berichte, Wetterbücher, Wettertelegraphie u. a. gegeben, so daß der Leser — gut unterrichtet durch Beispiele, Musterbeobachtungsbogen usw. — sicher imstande sein dürfte sich ohne fremde Hilfe in seinen Stoff einzuarbeiten. Das Buch macht den Eindruck einer sehr gründlichen, auf langjährige persönliche Erfahrung in diesem Verwaltungsbetriebe gestützten Arbeit und wird deshalb auch für reichsdeutsche Beobachter von Nutzen sein. Das Vorwort stammt von Wilhelm Trabert.

H. Hörig.

Wi. Ostwald, Moderne Naturphilosophie. I. Die Ordnungswissenschaften. gr. 8. LVII u. 410 S. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft. 1914. Geheftet M. 12.—, gebunden M. 13.20.

Ostwald hat mit diesem ersten Bande begonnen seine 1904 ausgegebenen Vorlesungen über Naturphilosophie gänzlich neu zu schreiben — wie er selbst sagt „entsprechend der Entwicklung, welche die Angelegenheit selbst und ich persönlich inzwischen durchgemacht hat".

Den „Ordnungswissenschaften", welche die Logik und die Mathematik bis zur Lehre von Zeit und Raum umfassen, sollen noch zwei weitere Teile folgen über die energetischen und biologischen Wissenschaften. Daß dieses Werk auch für den der Sache fernerstehenden Physiker von Interesse ist, bedarf wohl kaum eines Hinweises, denn ganz abgesehen davon, ob man mit allen Darlegungen einverstanden ist oder nicht, wird der Physiker jedenfalls manche prinzipielle methodische Anregung finden. Erwähnt sei übrigens, daß dieser Band nichts mit Energetik zu tun hat. Es handelt sich durchweg um ganz allgemeine Erörterungen, die sich ohne die Energie ergeben. — Den Kern des Werkes darf man vielleicht in Ostwalds Bestreben erblicken heranzuführen „an das fundamentale Problem der gesamten Wissenschaftslehre, an die systematische Tabelle der elementaren Begriffe". Das hier Gebotene will als eine Vorarbeit zu einer allgemeinen „Begriffschemie" mit wohldefinierten Elementen verstanden und gewürdigt sein. —

H. Hörig.

Berichtigung

zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

O. Martienssen, Dr., Privatdozent an der Universität Kiel und Fabrikdirektor, Hauptmann d. L. und Abteilungsführer der Festungsfunkerabteilung Straßburg i. E., Inhaber des Eisernen Kreuzes II. Klasse.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Leipzig Dr. Robert Wenger für Geophysik, an der Universität Frankfurt a M. Dr. Paul Humann für Elektrotechnik und Dr. Edmund Speyer für Chemie.

Ernannt: Der Dozent der Chemie an der Universität Lund Dr. Bror Alexander Ludwig Holmberg zum Professor der anorganischen und analytischen Chemie an der Technischen Hochschule Stockholm, der Privatdozent an der Universität Zürich Dr. A. de Quervain zum ord. Honorarprofessor für Meteorologie und Geophysik an derselben Hochschule, der ord. Professor für Physik an der Universität von Leeds W. H. Bragg in gleicher Eigenschaft an der Universität von London (als Nachfolger von Professor F. T. Trouton), der Privatdozent für angewandte Chemie und Pharmazie an der Universität Leipzig Dr. Adolf Sieverts zum a. o. Professor ebenda.

Verliehen: Dem Privatdozent der Mathematik an der Universität Heidelberg Dr. Karl Bopp der Titel Professor.

Rücktritt vom Lehramt: Der ord. Professor der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Darmstadt Geheimer Rat Dr. Erasmus Kittler (zum 1. November 1915), der Privatdozent für Chemie an der Universität Freiburg i. B. Dr. Wolfgang Lenhard.

Gestorben: Der wissenschaftliche Mitarbeiter an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Dr. Hugo Schultze in Berlin, der k. ungarische Oberchemiker und Vorstand der oenologischen Abteilung der chemischen Zentral-Versuchsstation in Budapest Ludwig Krámszky, der frühere Professor für Chemie, insbesondere Farbenchemie, an der Royal Academy of Arts Sir Arthur Herbert Church in Kew Gardens, der frühere ord. Professor der Mathematik an der Universität Marburg Dr. C. A. v. Drach, der frühere ord. Professor der Mathematik an der Universität von Minnesota Dr. A. E. Haynes, der frühere Professor der Chemie und Pharmakologie an den Universitäten Tokio und Groningen Johan Frederik Eykman.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 15. | 1. August 1915. Redaktionsschluß für No. 16 am 19. August 1915. | 16. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Beschaffenheit der Atome in Kristallen.

Von A. Johnsen.

I. Symmetrie der Atome.

Die Lauesche Röntgenogrammetrie und das an sie anschließende Reflexionsverfahren von Bragg Vater und Sohn haben bereits für mehrere Kristallarten die Orte der Atome ermittelt, und zwar dergestalt, daß man für jedes chemische Element der Kristallart die Orte seiner Atome festzustellen vermochte.

Auf Grund dieser Feststellung läßt sich bei bekannter Symmetrie der Kristallart für jedes ihrer Atome eine „Minimalsymmetrie" ableiten. Es muß sich nämlich jede homogene, d. h. räumlich periodische, Struktur einer Kristallart, deren Symmetriegruppe bekannt ist, einer und nur einer der 230 Schoenfliesschen Raumgruppen zuordnen lassen; daher hat man lediglich die das Atom treffenden Symmetrieelemente der Raumgruppe aufzusuchen; diese Symmetrieelemente ergeben die „Minimalsymmetrie" des Atoms. Diese minimale Atomsymmetrie muß, wie sich zeigen läßt, stets mit einer der 32 kristallographischen Symmetriegruppen identisch und überdies eine Untergruppe der Raumgruppe des Kristalls sein.

Die Tabelle I kennzeichnet die Symmetriegruppe (Nomenklatur-Liebisch) und die Raumgruppe (Nomenklatur-Schoenflies) einiger Kristallarten sowie die Symmetriegruppen (Minimalsymmetrien) ihrer Atome.

Wie man aus Tabelle I ersieht, ist die minimale Atomsymmetrie eines und desselben chemischen Elements in verschiedenen Kristallarten im allgemeinen verschieden. Ob auch die „wahre" Atomsymmetrie eines chemischen Elements, die höher als die „minimale" sein kann, zu variieren vermag, läßt sich auf Grund der bisherigen Daten noch nicht sicher entscheiden.

Mischkristalle von *NaCl* und *KCl* würden eine Variabilität der wahren Atomsymmetrie von *Na*, *K* oder *Cl* beweisen.

Ist die wahre mit der minimalen Symmetrie identisch, so bestehen unter den *O*-Atomen und den *C*-Atomen des Kalkspates, unter den *N*-Atomen des Natronsalpeters und unter den *K*-Atomen und *Cl*-Atomen des Sylvins je zwei Sorten, die einander spiegelbildlich gleich, aber nicht kongruent, also enantiomorph sind.

Den oben abgeleiteten Minimalsymmetrien der Atome hat sich u. a. jede Hypothese über die Verteilung der Elektronen in Kristallen anzupassen. J. Stark[1]) glaubt die Existenz von Molekülen in Kristallen mittels seiner Valenzhypothese retten zu können, indem er die *Na*- und die *Cl*-Atome des Steinsalzes in der Braggschen Weise anordnet und annimmt, daß je ein *Cl*-Atom von je einem der 6 nächsten *Na*-Atome ein Elektron an sich gerissen habe, so daß je ein *Cl*-Ion mit je einem *Na*-Ion ein Molekül bilde. Dann besäße aber, wie auch Starks Fig. 57 zeigt, das *Cl*-Ion keine vierzähligen Drehungsachsen, während es nach unserer Tabelle I drei solche notwendigerweise besitzen muß.

1) J. Stark, Prinzipien der Atomdynamik **3**, 195, 1915.

Tabelle I.

Kristallart	Symmetriegruppe der Kristallart	Raumgruppe der Kristallart	Symmetriegruppen (Minimalsymmetrien) der Atome											
			Na	*K*	*Ca*	*Mg*	*Zn*	*Fe*	*C*	*N*	*O*	*S*	*F*	*Cl*
Diamant *C*	regulär holoedr.	$\mathfrak{O}_h^7$							regulär tetraedr.					
Flußspat $Ca\,F_2$	"	$\mathfrak{O}_h^5$			regulär holoedr.								regulär tetraedr.	
Steinsalz $Na\,Cl$	"	"	regulär holoedr.											regulär holoedr.
Sylvin $K\,Cl$	regulär plagiedr.	$\mathfrak{O}^3$		regulär plagiedr.										regulär plagiedr.
Zinkblende $Zn\,S$	regulär tetraedr.	$\mathfrak{T}_d^2$					regulär tetraedr.					regulär tetraedr.		
Schwefelkies $Fe\,S_2$	regulär pentagonal	$\mathfrak{T}_h^6$ [1]						rhomboedr. tetartoedr.				ogdoedr.		
Natronsalpeter $Na\,NO_3$	rhomboedr. hemiedr.	$\mathfrak{D}_{3,d}^6$	rhomboedr. tetartoedr.							trapezoedr. tetartoedr.	monoklin hemimorph			
Eisenspat $Fe\,CO_3$	"	"						"	trapezoedr. tetartoedr.		"			
Zinkspat $Zn\,CO_3$	"	"					rhomboedr. tetartoedr.		"		"			
Kalkspat $Ca\,CO_3$	"	"			rhomboedr. tetartoedr.				"		"			
Magnesit $Mg\,CO_3$	"	"				rhomboedr. tetartoedr.			"		"			
Dolomit $Ca\,Mg\,(CO_3)_2$	rhomboedr. tetartoedr.	$\mathfrak{C}_{3,i}^2$			"	"			ogdoedr.		triklin hemiedr.			

1) Diese Raumgruppe hat Herr Schoenflies mir gütigst mitgeteilt; sie entspricht in der Tat genau der von W. L. Bragg (Proceed. Roy. Soc., London 89, 477, 1914) ermittelten Struktur des Schwefelkies.

II. Gleichartigkeit und Ungleichartigkeit der Atome.

Irgend zwei Atome eines Kristalls rechne ich zu einer und derselben „Atomart" stets dann und nur dann, wenn das eine in der gleichen Weise von den übrigen Atomen umgeben ist wie das andere, oder — gruppentheoretisch ausgedrückt — wenn das eine Atom durch eine Operation der dem Kristall eigentümlichen Raumgruppe mit dem andern Atom zur Deckung gebracht wird. Diese Raumgruppe ist aber stets dann eindeutig bestimmt, wenn die Symmetriegruppe des Kristalls bekannt ist und für jedes seiner chemischen Elemente die Orte der Atome experimentell ermittelt sind.

Die Zahl der soeben definierten Atomarten einer Kristallart ist keineswegs immer durch die chemische Konstitutionsformel oder Strukturformel gegeben. So würde die Formel des Kalziumkarbonats $Ca{<}^{O}_{O}{>}C=O$ zwei Atomarten O im Kalkspat erwarten lassen, deren eine doppelt so viele O-Atome umfaßt als die andere, was wir durch das Schema $3O=2O+O$ ausdrücken wollen. Dagegen wird durch die Raumgruppe des Kalkspates jedes O-Atom in jedes andere O-Atom übergeführt, so daß alle O-Atome gleichartig sind, was als Schema $3O=3O$ ergibt.

Ganz allgemein läßt sich für jede der 32 Symmetriegruppen angeben, wieviele gleichartige Atome in dem Elementarparallelepiped der ihr isomorphen Raumgruppen liegen können. Ist M die Flächenzahl der allgemeinsten Kristallform einer Symmetriegruppe, so muß die Zahl gleichartiger Atome innerhalb jedes Elementarparallelepipeds gleich irgendeinem ganzzahligen Faktor μ von M sein, einschließlich $\mu=1$ und $\mu=M$. Gleichartige Atome müssen nämlich „gleichwertige Punkte" der Raumgruppe innehaben; die Zahl gleichwertiger Punkte ist aber innerhalb jedes Elementarparallelepipeds gleich $\mu=\frac{M}{N}$, wo N die „Wertigkeit"[1]) der betreffenden Punkte bedeutet und irgendein ganzzahliger Faktor von M, einschließlich 1 und M, ist; folglich ist auch μ irgendein ganzzahliger Faktor von M, einschließlich 1 und M. Die chemische Formel des Elementarparallelepipeds ist aber diejenige der Kristallart. Ist nun die chemische Formel einer Kristallart $A_{m_1}B_{m_2}C_{m_3}$ . . . . . . und sind die möglichen μ-Werte ihrer Symmetriegruppe $\mu_1, \mu_2, \ldots\ldots$, so können in der Kristallart z. B. die m_1-Atome des Elements A nur dann gleichartig sein, wenn m_1 gleich einem jener μ-Werte ist.

1) Vgl. A. Johnsen, Zentralbl. f. Mineralogie usw. 334, 1915, wo diese Bezeichnung eingeführt ist; der Begriff ist erfunden von A. Schoenflies, Zeitschr. f. Kristallogr. **54**, 563, 1915.

Die folgende Tabelle II gibt für jede der 32 Symmetriegruppen die möglichen Werte von $\mu=\frac{M}{N}$.

Tabelle II.

Kristallsystem	Symmetriegruppe	$\mu=\frac{M}{N}$
regulär	holoedrisch	48, 24, 16, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1
	tetraedr. hemiedr.	24, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1
	pentagonal hemiedr.	"
	plagiedr. hemiedr.	"
	tetartoedrisch	12, 6, 4, 3, 2, 1
hexagonal	holoedrisch	24, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1
	trapezoedr. hemiedr.	12, 6, 4, 3, 2, 1
	hemimorph hemiedr.	"
	pyramidal hemiedr.	"
	trigonal hemiedr.	"
	rhomboedr. hemiedr.	"
	rhomboedr. tetartoedr.	6, 3, 2, 1
	trigonal tetartoedr.	"
	hemimorph tetartoedr. I	"
	" " II	"
	trapezoedr. tetartoedr.	"
	ogdoedrisch	3, 1
tetragonal	holoedrisch	16, 8, 4, 2, 1
	trapezoedr. hemiedr.	8, 4, 2, 1
	pyramidal hemiedr.	"
	hemimorph hemiedr.	"
	sphenoidisch hemiedr.	"
	sphenoidisch tetartoedr.	4, 2, 1
	hemimorph tetartoedr.	"
rhombisch	holoedrisch	8, 4, 2, 1
	hemiedrisch	4, 2, 1
	hemimorph	"
monoklin	holoedrisch	4, 2, 1
	hemiedrisch	2, 1
	hemimorph	"
triklin	holoedrisch	2, 1
	hemiedrisch	1

Beispiele für Tabelle II:

1. In dem kristallisierten Phosphorpentachlorid $= PCl_5$ können nicht alle Cl-Atome gleichartig sein, da $\mu=5$ in keiner Symmetriegruppe existiert.

2. Im Eisenvitriol $= FeSO_4 \cdot 7\,H_2O$ können nicht alle 7 O-Atome seines Kristallwassers gleichartig sein, da $\mu=7$ in keiner Symmetriegruppe existiert.

3. Aragonit $= Ca\,CO_3$ gehört in die rhombisch holoedrische Symmetriegruppe, wo $\mu=8$, 4, 2 oder 1. Also können seine drei O-Atome im Gegensatz zu denjenigen des mit ihm isomeren Kalkspates nicht alle gleichartig sein.

Mögliche Schemata: $3O = 2O + O$ oder $3O = O + O + O$.

4. $ZrF_4 \cdot 3H_2O$ gehört in die triklin holoedrische Symmetriegruppe, wo $\mu = 2$ oder 1. Also können nicht alle 4 F-Atome gleichartig sein. Mögliche Schemata: $4F = 2F + 2F$ oder $4F = 2F + F + F$ oder $4F = F + F + F + F$.

5. Luteokobaltchlorid wird von A. Werner formuliert $[Co(NH_3)_6]Cl_3$; da es zur monoklin holoedrischen Symmetriegruppe gehört, wo $\mu = 4$, 2 oder 1, so können die 6 N-Atome nicht sämtlich gleichartig sein. Mögliche Schemata: $6N = 4N + 2N$ oder $6N = 4N + N + N$ oder $6N = 2N + 2N + 2N$ oder $6N = 2N + 2N + N + N$ oder $6N = 2N + N + N + N + N$ oder $6N = N + N + N + N + N + N$.

6. WCl_6 gehört zu einer regulären Symmetriegruppe; also ist $\mu = 6$ möglich, d. h. alle 6 Cl-Atome können gleichartig sein.

Kiel, Mineral. Institut.

(Eingegangen 12. Juli 1915.)

Über die β-Strahlen von RaD und das Absorptionsgesetz der β-Strahlen.

Von Lise Meitner.

Die β-Strahlen von RaD wurden im Jahre 1911 auf photographischem Wege nachgewiesen[1]). Ihr magnetisches Spektrum besteht im wesentlichen aus zwei Banden von 0,39 und 0,33 Lichtgeschwindigkeit. Vorher hatte RaD für strahlenlos gegolten, da elektroskopische Nachweise der β-Strahlen nicht gelungen waren. Die kleine Geschwindigkeit der β-Strahlen und die damit notwendig verknüpfte geringe Durchdringungsfähigkeit erklären dies zur Genüge. Es wurden eben zur Untersuchung immer verschlossene Elektroskope verwendet, um die Wirkung der α-Strahlen (des Poloniums) auszuschließen. An die Möglichkeit, daß diese β-Strahlen viel weniger durchdringend sein könnten als α-Strahlen, wurde gar nicht gedacht. Die in der Literatur über den voraussichtlichen Absorptionskoeffizienten der β-Strahlen von RaD in Aluminium gemachten Angaben sind alle unrichtig. Beispielsweise gab Kovarik aus Absorptionskurven, die mit den β-Strahlen von $RaD + E$ aufgenommen waren, für RaD den Absorptionskoeffizienten zu 130 cm^{-1} an. Daß der wirkliche Wert wegen der geringen Geschwindigkeit der Strahlen in einer ganz anderen Größenordnung liegen muß, wurde schon gelegentlich des photographischen Nachweises der RaD β-Strahlen betont[2]). Gleichwohl ist derselbe Wert 130 auch in dem Rutherfordschen Lehrbuch von Jahre 1913 angeführt.

Es schien daher nicht ohne Interesse zu versuchen, die β-Strahlen von RaD unter Berücksichtigung ihrer voraussichtlich sehr kleinen Durchdringungsfähigkeit elektroskopisch nachzuweisen, und ihre Absorption in Aluminium zu messen. Die Messung mußte, wenn sie Erfolg bringen sollte, in einem offenen, sogenannten α-Elektroskop vorgenommen werden, bei welchem sich die aktive Substanz in der Ionisierungskammer selbst befindet, so daß die Strahlen direkt in dieselbe eintreten. Diese Anordnung bietet auch den Vorteil, daß Streuung der Strahlen keine Fehler in den Absorptionsmessungen bedingt.

Es läge nahe, um von den α-Strahlen des Poloniums unabhängig zu sein, die Untersuchung der β-Strahlen von RaD im Magnetfeld auszuführen. Elektroskopische Untersuchungen im Magnetfeld erfordern aber sehr starke Strahlungsquellen. Da ein RaD-Präparat von der Stärke, wie es hierzu nötig gewesen wäre, nicht zur Verfügung stand, mußte von der Benutzung der spektralen Zerlegung im Magnetfeld abgesehen werden.

Es kam also darauf an, RaD frei von seinen Zerfallsprodukten und außerdem in sehr dünner Schicht herzustellen, um den langsamen β-Strahlen den Austritt zu ermöglichen.

Die Zerfallsprodukte des RaD sind das β-strahlende RaE und das aus diesem entstehende α-strahlende RaF (Polonium). RaD besitzt die chemischen Eigenschaften des Bleies, RaE die des Wismuts, während Polonium ein selbständiges chemisches Element darstellt, das ein höheres Homologes des Tellurs ist.

Als Ausgangsmaterial für die nachfolgenden Versuche diente ein RaD-Präparat, das aus einer alten starken Radiumlösung durch Abscheiden mit Spuren von Blei und mehrfaches Umfällen vor längerer Zeit gewonnen worden war. Es enthielt natürlich die Gleichgewichtsmenge an RaE und beträchtliche Mengen Polonium.

Besondere Sorgfalt mußte der Abtrennung des Poloniums zugewendet werden, da die α-Strahlen viel stärker ionisieren als die β-Strahlen, so daß selbst 1—2 Proz. der α-Strahlen des Poloniums schon die ganze RaD β-Strahlung überdeckten.

Die Reinigung des Präparats wurde in folgender Weise vorgenommen. Das RaD wurde in verdünnter Salpetersäure gelöst, mit einer geringen Menge wäßriger Lösung von telluriger Säure versetzt und das Tellur mit Zinnchlorür gefällt. Dabei fällt nach Marckwald das Polonium mit aus. Mit dem Filtrat wurde in

1) v. Baeyer, Hahn u. Meitner, diese Zeitschr. 12, 378, 1911.

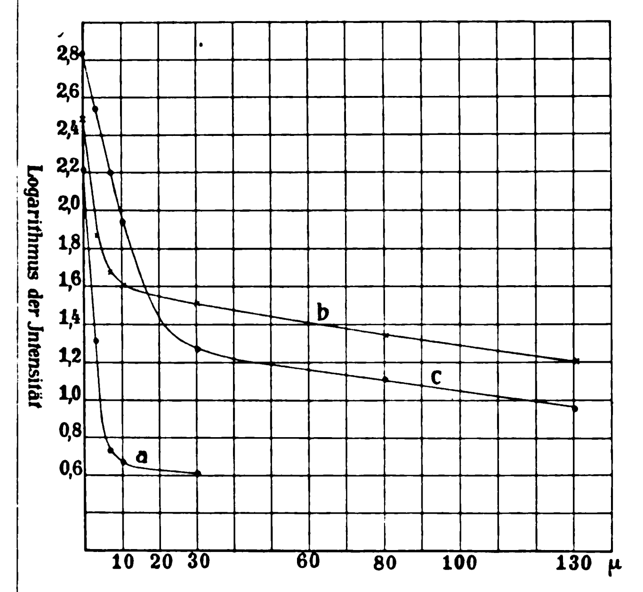
2) v. Baeyer, Hahn u. Meitner, l. c.

derselben Weise verfahren und dieser Vorgang mehrmals wiederholt, bis die zuletzt erhaltenen Filter nur mehr eine verschwindend kleine α-Aktivität zeigten. Nebenbei bemerkt, geht bei diesen Fällungen auch der größte Teil des *RaE* in den Niederschlag, doch wird dasselbe auch wieder wegen seiner kurzen Lebensdauer im Filtrat rasch nachgebildet. Bei der Trennung von *RaD* und *RaE* muß man daher auf rasches Arbeiten bedacht sein.

In dem poloniumfreien Filtrat wurde nun eine Schwefelwasserstoffällung gemacht, dann mittels gelben Schwefelammonium eine Blei-Zinntrennung ausgeführt, wobei das Blei bekanntlich ungelöst bleibt. Diese geringe Bleimenge enthielt das *RaD*. Es wurde in Salpetersäure gelöst, mit etwas Eisenchlorid versetzt und dieses mit Ammoniak partiell gefällt, dabei fällt das *RaE* aus. Dieser Prozeß wurde wieder solange wiederholt, bis die erhaltenen Eisenfällungen inaktiv waren. Im Filtrat der letzten Eisenfällung wurde dann das Blei gefällt. Es ergab sich ein fast unsichtbarer Niederschlag, der, wie die Messungen zeigten, wirklich frei von *RaE* und *RaF* war. Die verwendete Reinigungsmethode ist sehr geeignet, wenn es sich darum handelt, *RaD* quantitativ frei von seinen Zerfallsprodukten zu erhalten, dagegen nicht brauchbar, wenn man etwa *RaE* frei von *RaD* herstellen wollte. Bei den Fällungen des Eisens wird nämlich auch immer etwas *RaD* mitgerissen.

Das abfiltrierte *RaD* wurde auf dem Filter rasch getrocknet und dann das Filter mit Spuren von Klebewachs auf einem Aluminiumblech befestigt, das dieselbe Größe hatte, wie die beiden Kondensatorplatten der Ionisierungskammer des α-Elektroskops. Dadurch wurde auch die Reflexion an den absorbierenden Aluminiumschichten, die neben der Absorption eine Intensitätsabnahme der Strahlung bedingt, wenigstens teilweise kompensiert[1]). Auf die untere geerdete Platte des Elektroskops wurde das Präparat gebracht. Darüber wurden zwei etwa 1 mm dicke Aluminiumringe gelegt, zwischen welche die absorbierenden Folien eingeschoben werden konnten. Als absorbierende Folien diente Aluminium von 3,5 μ Dicke. Die Folien waren sorgfältig lochfrei ausgesucht. Die Dicke wurde durch Auswägen bestimmt.

Das Resultat der Messungen zeigt Kurve *a* der Figur. Als Abszissen sind die Dicken der Aluminiumfolien in μ, als Ordinaten die Logarithmen der Intensität aufgetragen. Die Kurve *a* läßt einen anfänglich sehr steilen Abfall erkennen, der durch die Absorption der *RaD* β-Strahlen bedingt ist. Durch 3,5 μ Aluminium werden bereits 80 Proz. der Strahlung absorbiert. Die nach Durchgang von 10,5 μ Aluminium noch vorhandene Strahlung gehört dem *RaE* an, dessen Nachbildung während der Dauer der Messung, die etwa eine Stunde in Anspruch nahm, sich schon bemerkbar macht. Sie betrug rund 2 Proz. der gesamten Strahlung.



Daß das *RaD*-Präparat ursprünglich praktisch frei von seinen Zerfallsprodukten war, wurde durch Verfolgung der Anstiegskurven über längere Zeit kontrolliert. Die β-Strahlung von *RaE*, in einem β-Elektroskop gemessen, zeigte einen vom Werte Null ausgehenden Anstieg, die α-Strahlung (im α-Elektroskop gemessen) war nach 3 Monaten bereits mehr als 1000mal stärker geworden. Beide Tatsachen beweisen, daß *RaE* und *RaF* ursprünglich quantitativ abgetrennt waren und die gemessene langsame β-Strahlung wirklich dem *RaD* angehört.

Dieser Punkt wurde weiter dadurch kontrolliert, daß noch zwei Absorptionskurven aufgenommen wurden, die eine etwa 18 Stunden nach der Kurve *a*, die zweite etwa 70 Tage später. Nach 18 Stunden sind an *RaE* rund 10 Proz. der Gleichgewichtsmenge nachgebildet, während von Polonium in derselben Zeit nur etwa 0,2 Proz. entstehen. Nach 70 Tagen ist *RaE* mit *RaD* im Gleichgewicht und Polonium zu 30 Proz. nachgebildet.

Die nach 18 Stunden ausgeführten Absorptionsmessungen sind in der Kurve *b* der Figur wiedergegeben. Würden die langsamen β-Strahlen von *RaE* herrühren, so müßte die Kurve *b*, abgesehen von einer Parallelverschie-

1) A. F. Kovarik, Phil. Mag. **20**, 865, 1910.

bung durch die Intensitätszunahme, denselben Verlauf zeigen wie die Kurve *a*. Tatsächlich ist das nicht der Fall, sondern der anfängliche steile Abfall ist merkbar geringer, weil er eben schon teilweise durch die viel durchdringenderen Strahlen von *RaE* überdeckt wird. In der nach 70 Tagen aufgenommenen Kurve *c* ist die *RaD*-Strahlung neben der starken α-Strahlung des Poloniums überhaupt nicht mehr nachweisbar. Die nach Durchdringung von 30,5 μ übrigbleibende Strahlung gehört in beiden Fällen dem *RaE* an, daher verlaufen auch die Kurven *b* und *c* in diesen Teilen parallel. Die α-Strahlung von Polonium ist, wie die Kurven deutlich erkennen lassen, viel durchdringender, wie die β-Strahlen von *RaD*.

Nimmt man an, daß die Absorption angenähert nach dem Gesetz erfolgt $J_x = J_0 \cdot e^{-\lambda x}$ und berechnet aus der Kurve *a* den Wert λ, so ergibt sich $\lambda = 5700$ cm^{-1}. Aus der Kurve *b* berechnet sich der Wert zu 5400 cm^{-1}. Das Mittel aus beiden ergibt $\lambda = 5550$ cm^{-1}. Diesem Wert kann nur eine Genauigkeit bis zu etwa 10 Proz. zugesprochen werden, da die verwendete Dickenbestimmung der Aluminiumfolien keine größere Genauigkeit zuläßt.

Die β-Strahlen von *RaD* bestehen, wie schon erwähnt, aus zwei Gruppen ungefähr gleicher Intensität, mit den Geschwindigkeiten 0,39 und 0,33 Lichtgeschwindigkeit. Man kann also in erster Annäherung annehmen, daß man in den *RaD* β-Strahlen Strahlen der mittleren Geschwindigkeit von 36 Proz. Lichtgeschwindigkeit vor sich hat. Die ausgeführten Absorptionsmessungen ergeben dann, daß β-Strahlen von 0,36 Lichtgeschwindigkeit in Aluminium einen Absorptionskoeffizient von rund 5500 cm^{-1} besitzen.

Es ist nun ganz interessant, daß Absorptionsmessungen an Kathodenstrahlen von 0,36 Lichtgeschwindigkeit von A. Becker[1]) vorliegen, die zu einem mit dem hier erhaltenen Wert übereinstimmenden Resultat geführt haben.

Becker bediente sich bei seiner Untersuchung der elektrischen Auffangemethode. Die Geschwindigkeit der von ihm verwendeten Kathodenstrahlen gibt er zu 37 Proz. Lichtgeschwindigkeit an, wobei er sie aber aus dem Entladungspotential nach der einfachen Formel $eV = m\frac{v^2}{2}$ berechnete. Legt man der Rechnung die zuerst von Planck[2]) angegebene genaue Formel für die Energie zugrunde, so erhält man für die Geschwindigkeit der von Becker benutzten Kathodenstrahlen fast genau den Wert 0,36 Lichtgeschwindigkeit. Als Absorptionskoeffizient in Aluminium erhält Becker, wenn die Reflexionsvorgänge unberücksichtigt bleiben, was bei den vorstehenden Absorptionsmessungen auch der Fall ist, den mittleren Wert 5067, also rund 5100 cm^{-1}.

Die Übereinstimmung dieses Wertes mit dem vorstehend nach der Ionisierungsmethode für β-Strahlen gefundenen zeigt, daß die Aufladungsmessungen und Ionisierungsmessungen zu den gleichen Ergebnissen führen, was für schnelle β-Strahlen von Makower[1]) schon vor längerer Zeit auf direkt experimentellem Wege bewiesen wurde. Dieses Resultat scheint zunächst nicht gut verständlich, weil ja Aufladungsmessungen von der Geschwindigkeit der verwendeten Strahlen unabhängig sind, während bei den Ionisierungsmessungen sich die Änderung der Geschwindigkeit der Strahlen, die sie beim Durchdringen der absorbierenden Schichten erfahren, bemerkbar machen muß. Indes ist, wie weiter unten gezeigt werden soll, die Abnahme der Geschwindigkeit der Strahlen bei der Absorption relativ klein gegenüber der gesamten Intensitätsabnahme.

Das Absorptionsgesetz der β-Strahlen.

Die Absorption der β-Strahlen in Materie ist ein komplizierter Vorgang, der neben der eigentlichen Absorption noch Reflexion, Streuung der Strahlen und Änderung ihrer Geschwindigkeit umfaßt. Es ist bisher auch nicht möglich gewesen, eine Theorie zu formulieren, die alle diese Vorgänge berücksichtigt. Indes scheint das vorliegende Untersuchungsmaterial wenigstens die Beantwortung einer Frage zu gestatten, die bisher immer unentschieden gelassen worden war. Die Frage nämlich, ob ein β-Teilchen durch einen Zusammenstoß mit einem Atom plötzlich aufgehalten werden kann oder ob jedes Teilchen infolge vieler aufeinander folgender Zusammenstöße allmählich seine Geschwindigkeit verliert.

Wenn die letztere Annahme zutrifft, so müssen homogene β-Strahlen nach ihrem Durchgang durch Materie ein inhomogenes Strahlenbündel bilden, das neben der ursprünglichen Geschwindigkeit ein breites Spektralgebiet langsamerer Geschwindigkeiten enthält. Tatsächlich aber zeigen die Untersuchungen an im Magnetfeld spektral zerlegten β-Strahlen, daß alle Strahlen derselben Spektralbande beim Durchdringen von Materie eine Geschwindigkeitsänderung erleiden, und zwar alle die gleiche Geschwindigkeitsänderung oder jedenfalls sehr nahezu die gleiche. So finden sich in der diesbe-

1) A. Becker, Ann. d. Phys. (4) **17**, 381—470, 1905.
2) M. Planck, diese Zeitschr. **7**, 753, 1906.

1) Makower, Phil. Mag. **17**, 171, 1909.

züglichen Arbeit von O. v. Baeyer[1]) photographische Aufnahmen zweier β-Strahlenlinien von 0,634 und 0,716 Lichtgeschwindigkeit (die dem *ThB* angehören), einmal wenn die Strahlen direkt die photographische Platte trafen, sodann wenn sie erst durch Aluminium von 0,022 mm bzw. 0,044 mm Dicke hindurchgingen. Die Aufnahme, die dem Durchdringen von 0,022 mm Aluminium entspricht, zeigt die beiden β-Strahlenlinien in fast unverminderter Schärfe in ihrer Gesamtheit nach der Seite der langsameren Strahlen verschoben. In der Aufnahme, die 0,044 mm Aluminium entspricht, erscheinen die beiden Linien zwar auch im ganzen deutlich nach der Seite abnehmender Geschwindigkeit verschoben, doch sind die Streifen schon etwas verbreitert und ihre Ränder verwaschen. Das mag, wie O. v. Baeyer betont, zum Teil daran liegen, daß die β-Strahlen die Aluminiumschicht teilweise schief durchdringen und dadurch verschiedene Strecken in dem Aluminium zurücklegen, und daß außerdem die Strahlungsquelle durch Bedecken mit Aluminiumschicht infolge der Streuung der β-Strahlen verbreitert wird, wodurch natürlich auch eine Verbreiterung der β-Strahlenbande bewirkt wird. Wäre die Absorption im wesentlichen die Wirkung einer durch zahlreiche Zusammenstöße herbeigeführten allmählichen Vernichtung der Geschwindigkeit, so müßten gerade die ganz kleinen Geschwindigkeiten im Spektrum der durchgehenden Strahlen sehr stark vertreten sein. Denn der oben erwähnte Umstand, daß die Absorptionskurven, die durch Ionisationsmessungen gewonnen wurden, keine merkbaren Unterschiede ergaben gegenüber den nach der Aufladungsmethode erhaltenen, beweist, daß die Intensitätsabnahme der Strahlen beim Durchgang durch Materie wesentlich durch Steckenbleiben der β-Teilchen in der Materie, also durch Teilchen, die ihre Geschwindigkeit soweit verloren haben, daß sie nicht mehr austreten können, bedingt sein muß. Da von β-Strahlen von 0,632 Lichtgeschwindigkeit durch 0,022 mm Aluminium mindestens 40 Proz. absorbiert werden (was die Absorptionskurve des *ThB* lehrt), so müßte ein beträchtlicher Teil der durchgehenden Strahlung sehr kleine Geschwindigkeiten aufweisen. In Wirklichkeit aber gehen die Strahlen durch 0,022 mm Aluminium in fast unverminderter Homogenität mit der gemeinsamen Geschwindigkeit von 60,1 Proz. Lichtgeschwindigkeit durch[2]).

Noch viel auffallender werden diese Verhältnisse, wenn man zu Strahlen kleinerer Geschwindigkeit übergeht. Nach den Messungen von O. v. Baeyer[1]) wird die Geschwindigkeit der β-Strahlen von 37 Proz. Lichtgeschwindigkeit bei Durchgang durch 0,0039 mm Aluminium auf 33,4 Proz. Lichtgeschwindigkeit heruntergesetzt. Die vorstehend beschriebenen β-Strahlen von *RaD* besitzen eine mittlere Geschwindigkeit von etwa 36 Proz. Lichtgeschwindigkeit und erfahren beim Durchdringen von 0,0039 mm Aluminium eine Intensitätsänderung von 90 Proz., d. h. 90 Proz. aller einfallenden Strahlen verlieren im Aluminium ihre Geschwindigkeit, so daß sie nicht mehr austreten können. Die durchgehenden 10 Proz. müßten also, wenn die Absorption ein statistischer Vorgang der erwähnten Art wäre, zum großen Teil sehr kleine Geschwindigkeiten haben. In Wirklichkeit weicht aber die Geschwindigkeit nur um etwa 10 Proz. von der ursprünglichen ab.

Man kann hieraus wohl schließen, daß die Absorption nicht in einer allmählichen Geschwindigkeitsvernichtung durch zahlreiche aufeinander folgende Zusammenstöße bestehen kann. Vielmehr legt die erwähnte Gleichwertigkeit der Ionisierungs- und Aufladungsmethode und die Art der Geschwindigkeitsänderung der durchgehenden Strahlen die Annahme nahe, daß die β-Teilchen unter gewissen Umständen durch einen einzigen Zusammenstoß mit einem Atom bzw. durch Eindringen in das Atom ihre Geschwindigkeit verlieren. Sieht man zunächst von der Geschwindigkeitsänderung der durchgehenden Strahlen ab und betrachtet als maßgebend für den Absorptionsvorgang nur diejenigen β-Teilchen, die so viel an ihrer Geschwindigkeit verlieren, daß sie nicht mehr austreten können, so kann man sich von der Absorption folgendes Bild machen:

Diejenigen β-Teilchen, welche dem Atomkern bis zu einer bestimmten Entfernung a nahe kommen, werden im Atom festgehalten und bewirken dabei indirekt die experimentell festgestellte Aufladung des absorbierenden Materials. Die Größe a wird einerseits von der Geschwindigkeit der β-Strahlen, anderseits von der Natur des absorbierenden Körpers abhängen.

Die mittlere freie Weglänge l des β-Teilchens ist dann gleich $l = \frac{1}{N \pi a^2}$, wenn N die Zahl absorbierender Atome pro Kubikzentimeter bedeutet. Der Bruchteil der β-Teilchen, die in der Schichtdicke x des absorbierenden Materials keine Zusammenstöße dieser Art erleiden, ist $e^{-\frac{x}{l}}$, d. h. man gelangt so zu einem Ex-

1) O. v. Baeyer, diese Zeitschr. 13, 485—489, 1912.
2) O. v. Baeyer, l. c.

1) O. v. Baeyer, l. c.



ponentialgesetz für die Absorption. Der Absorptionskoeffizient λ ist dabei gleich $N\pi a^2$.

Nun ist ja bekannt, daß die Absorption der β-Strahlen in Aluminium angenähert einem Exponentialgesetz genügt. Die dabei erhaltenen Absorptionskoeffizienten λ sind allerdings, da sie nicht auf Streuung und Reflexion der Strahlen korrigiert wurden, etwas größer als dem bloßen Absorptionsvorgang (Steckenbleiben der β-Strahlen in dem absorbierenden Atom) entspricht. Die Größenordnungen sind aber sicher richtig. Für die schnellsten β-Strahlen, deren Absorption in Aluminium untersucht wurde und die eine mittlere Geschwindigkeit von etwa 96 Proz. Lichtgeschwindigkeit besitzen, hat λ den Wert 13 cm^{-1}. Die langsamsten β-Strahlen, für welche Absorptionsmessungen vorliegen, sind die in dieser Arbeit untersuchten β-Strahlen von *RaD*. Ihre mittlere Geschwindigkeit beträgt rund 36 Proz. Lichtgeschwindigkeit, ihr Absorptionskoeffizient in Aluminium $\lambda = 5500$ cm^{-1}.

Da für Aluminium N den Wert $6 \cdot 10^{22}$ besitzt, so ergibt sich für $\lambda = 13$ die Größe $a = 8 \cdot 10^{-12}$ cm, für $\lambda = 5500$ $a = 1{,}7 \cdot 10^{-10}$ cm. β-Strahlen von etwa 96 Proz. Lichtgeschwindigkeit können also dem Atomkern von Aluminium bis auf $8 \cdot 10^{-12}$ cm nahekommen, bevor sie festgehalten werden; β-Strahlen von etwa 36 Proz. Lichtgeschwindigkeit werden bereits in $1{,}7 \cdot 10^{-10}$ cm Entfernung festgehalten.

Der wirkliche Absorptionsvorgang kann, da die durchgehenden Strahlen in dem absorbierenden Material einen Geschwindigkeitsverlust erleiden, nicht einem Exponentialgesetz gehorchen. Mit wachsenden Schichten muß λ wegen der abnehmenden Geschwindigkeit immer größer werden. Daß dieser Geschwindigkeitsverlust für alle Strahlen eines homogenen Strahlenbündels wenigstens angenähert derselbe ist, legt die Vermutung nahe, daß es sich auch bei diesem Vorgang um einen Atomvorgang handelt.

Die β-Strahlen der radioaktiven Substanzen sind nicht sehr zu einer exakten Feststellung des Absorptionsvorganges geeignet, weil sie mehrere Gruppen von β-Strahlen verschiedener Geschwindigkeiten aussenden. Blendet man schmale Linien im Magnetfeld aus, um auf diese Weise homogene Strahlen zu untersuchen, so machen sich die γ-Strahlen derart störend bemerkbar, daß sie Korrekturen an den gemessenen Werten von 30 Proz. und darüber erfordern. Man würde daher wahrscheinlich mit besserem Erfolg homogene Kathodenstrahlen heranziehen.

Zusammenfassung.

1. Die β-Strahlen von *RaD* werden elektroskopisch nachgewiesen und ihre Absorption in Aluminium gemessen. Sie stellen mit ihren Geschwindigkeiten von 0,33 bzw. 0,39 Lichtgeschwindigkeit die langsamsten β-Strahlen dar, die bisher elektroskopisch untersucht werden konnten. Für den Absorptionskoeffizienten in Aluminium wurde der Wert von rund 5500 cm^{-1} erhalten.

2. Es werden Gründe dafür angeführt, daß die Absorption (Steckenbleiben) der β-Strahlen in Materie nicht auf einer allmählichen Vernichtung der Geschwindigkeit durch zahlreiche aufeinander folgende Zusammenstöße mit den absorbierenden Molekülen beruhen kann. Die β-Teilchen dringen vermutlich in das Innere der absorbierenden Atome ein und werden daselbst unter gewissen Bedingungen festgehalten, d. h. sie verlieren ihre Energie durch einen einzigen Zusammenstoß.

Berlin-Dahlem, Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie.

(Eingegangen 24. Juli 1915.)

Über die Verwendbarkeit des Selens zu Röntgenstrahlenenergiemessungen.

(Bemerkungen zu der gleichnamigen Arbeit von F. Voltz in No. 11 dieser Zeitschrift.)

Von Robert Fürstenau.

In obiger Arbeit kommt Voltz auf Grund einer Reihe von Messungen, welche er an einem „als für Röntgenstrahlenmessungen besonders geeignet bezeichneten" Exemplar einer Selenzelle angestellt hat, zu dem Ergebnis, daß sich Selenzellen zu Röntgenstrahlenenergiemessungen nicht eignen. In dieser kategorischen Form setzt sich das Resultat in Widerspruch zu den sorgfältigen Messungen von Athanasiadis[1]), in welchen die gesetzmäßigen Beziehungen zwischen Belichtungsstärke und Widerstand von Selenzellen einwandfrei festgelegt sind. Da jedoch dieser Zusammenhang in Gestalt der Beziehung $J_0 = f(i^2)$ (J_0 Belichtungsstärke, i Stromstärke in der Selenzelle) von Voltz selbst der Konstruktion einer Beobachtungskurve (Fig. 5 seiner Arbeit) zugrunde gelegt wird, so soll das negative Resultat wohl nur besagen, daß der Autor den Seleneffekt als nicht **praktisch verwendbar** für Röntgenstrahlenenergiemessungen ansieht. Aber auch in diesem eingeschränkten Sinne gilt, wie ich nachstehend zeigen werde, das Voltzsche Ergebnis nur für

1) Athanasiadis, Wirkung der Röntgenstrahlen auf den elektrischen Widerstand des Selens; Ann. d. Phys. 27, 890, 1908.



den von ihm benutzten Selenzellentypus, dessen spezielle Eigenschaften die Erklärung für die erhaltenen Messungswerte in sich schließen.

Eine ausführliche Darstellung aller bei der Einwirkung von Röntgenstrahlen auf das Selen beobachtbaren Erscheinungen wird in Kürze an anderer Stelle erscheinen. Gerade bei Selenmessungen führt die Beobachtung am einzelnen Exemplar zu keinen allgemein verwertbaren Schlüssen; man kommt zu ganz anderen Ergebnissen, wenn man seine Beobachtungen auf eine große Zahl von verschiedenartigen Einzelzellen ausdehnt, was meines Wissens bisher nur in bescheidenem Maße möglich gewesen ist. Ich habe nun Gelegenheit gehabt, in einer Reihe auch heute noch fortgesetzter Versuche über tausend verschiedene Selenzellen auf ihr Verhalten den Röntgenstrahlen gegenüber zu untersuchen, und ich habe gefunden, daß es sehr wohl möglich ist, einen Zellentypus herzustellen, der auch für technisch-praktische Röntgenstrahlenmessungen durchaus brauchbar ist. —

Der den Voltzschen Versuchen zugrunde liegende Zellentypus besitzt, wie Voltz zutreffend gefunden hat, die Eigenschaft, seinen Widerstand während unverändert gehaltener Bestrahlungsintensität zu ändern. Freilich erfolgt, was Voltz übersehen zu haben scheint, die Einstellung auf einen konstanten Widerstandswert (Bestrahlungswiderstand) schließlich doch, wenn auch erst nach längerer Bestrahlungszeit (15 bis 25 Minuten). Diese Zellen gehen also, vom Wert des Dunkelwiderstandes beginnend, zunächst ziemlich schnell auf kleinere Widerstandswerte herab, darauf setzt sich die Widerstandsverminderung von Minute zu Minute fortschreitend langsamer fort, und schließlich nähert sich der Widerstand asymptotisch demjenigen Grenzwert, welcher der Bestrahlungsintensität entspricht. Eine solche Zelle liefert mithin eine Widerstands-Zeitkurve, wie sie in Fig. 1 (I) wiedergegeben ist. Will man an Zellen dieser Art einwandfreie Messungen vornehmen, so muß man zur Ablesung entsprechend lange Zeit warten, wie dies z. B. Athanasiadis[1]) getan hat; nur dann erhält man verwertbare Ergebnisse. Die drei zeitlich nacheinander aufgenommenen, von verschiedenen Anfangsstromstärken ausgehenden Kurven, in welchen Voltz (Fig. 1 seiner Arbeit) die Abhängigkeit der die Zelle durchfließenden Stromstärke von der Zeit bei gleichbleibender Strahlungsintensität darstellt, und die eine voneinander abweichende Gestalt besitzen, geben nun direkt die Art und Weise wieder, in welcher sich, wie oben dargetan, der Widerstandswert seinem Endwert bei unveränderter Strahlenintensität nähert. Wenn man die Form der einzelnen Kurven betrachtet, liegt sogar der Rückschluß nahe, daß Kurve 1 die zuletzt aufgenommene darstellt, in welcher also, nach insgesamt ca. 15 Minuten der Widerstand asymptotisch seinem Endwert zustrebt. Diese Kurve nähert sich dementsprechend schon von der dritten Bestrahlungsminute an der X-Richtung wesentlich stärker als die beiden anderen Kurven. Die gleichen charakteristischen Unterschiede in der Kurvenform würde man auch dann erhalten, wenn man nicht, wie Voltz es tut, die drei Kurven mit gleicher Bestrahlungsintensität und lediglich abgeänderter Anfangsstromstärke aufnimmt, sondern sogar auch dann, wenn man etwa mit drei verschiedenen Strahlenintensitäten arbeiten würde. Denn jede Bestrahlung bewirkt bei dieser Selenzellenart für eine zeitlich bald darauf folgende neue Bestrahlung einen wesentlich beschleunigten Gang der Widerstandsänderung, mit anderen Worten: Jede Bestrahlung verringert die Trägheit der Zelle für die zeitlich darauf folgende Bestrahlung. Diese Tatsache geben die Voltzschen Kurven in lehrreicher Weise wieder; sie dürften übrigens noch von einem weiteren Faktor, welcher durch die Stromwärme hereinkommt, nicht unbeeinflußt geblieben sein. Es ist nicht vorteilhaft, bei derartigen Versuchen die Stromstärke in der Zelle auf mehr als höchstens 2 bis $5 \cdot 10^{-4}$ Ampère anwachsen zu lassen, weil sich sonst die Wirkungen der Jouleschen Wärme in Form von Widerstandsbeeinflussungen geltend machen und die Resultate verunreinigen. Die von Voltz aufgenommenen Kurven sind jedoch seiner Angabe gemäß mit Stromstärken von bis zu 30 facher Stärke ($15 \cdot 10^{-3}$ Ampère) erhalten worden, weshalb ihre Beeinflussung durch thermische Wirkungen als sicher anzunehmen ist.

Das Zurückgehen der Zellen auf ihren Dunkelwiderstand nach Aufhören der Bestrahlung erfolgt erfahrungsgemäß, wofern man nicht eine sehr ausgedehnte Bestrahlungsdauer hat vorhergehen lassen, in gleichmäßiger Weise unabhängig davon, ob der der Bestrahlungsintensität entsprechende Widerstandswert bereits erreicht war oder nicht. Aus diesem Grunde weisen die in Fig. 2 der Voltzschen Arbeit wiedergegebenen Kurven untereinander gleichmäßige Gestalt auf. Lediglich bei vorangegangener sehr ausgedehnter Bestrahlungsdauer werden die höheren Widerstandswerte zeitlich später erreicht, und die völlige Wiedergewinnung des Dunkelwiderstandes beansprucht dann eine wesentlich längere Zeit als dies nach kürzerer Bestrahlungsdauer der Fall ist.

1) Athanasiadis, l. c.

Für praktisch-technische Messungen ist natürlich ein Zellentypus, welcher seinen Bestrahlungswiderstand erst nach 15 bis 20 Minuten gewinnt, und wie ihn Voltz seinen Messungen zugrunde gelegt hat, unbrauchbar. Es gelingt aber durch geeignete Wahl der Herstellungsmethode, Selenzellen zu bauen, bei welchen die Widerstands-Zeitkurve eine völlig andere Gestalt besitzt. Beispielsweise kann man den Zeitfaktor so völlig ausschalten, daß die Zelle unter dem Einfluß der Bestrahlung, wie es Fig. 1, Kurve II zeigt, momentan, d. h. im Bruchteil einer Sekunde, ihren Bestrahlungswiderstand annimmt. Auch dieser Zellentypus ist nun merkwürdigerweise für praktische Messungen nur wenig geeignet, da die Widerstandskurve bei gleichbleibender Strahlenintensität den in Fig. 1 (Kurve II) wiedergegebenen Verlauf nimmt. Es tritt, wie man sieht, das Umgekehrte wie früher ein, der Widerstand nimmt mit wachsender Zeit wieder zu, die Zelle zeigt beträchtliche Ermüdung. Durch passende Wahl der Herstellungsmethode gewinnt man jedoch einen Zellentypus, dessen Widerstandskurve (III) in Fig. 1 wiedergegeben ist. Der Widerstand nimmt, wie man sieht, bei konstanter Bestrahlung innerhalb sehr kurzer Zeit seinen Endwert an, um eine gewisse Zeit hindurch konstant zu bleiben und darauf in die Ermüdungskurve überzugehen[1]). Da innerhalb der für praktische Zwecke wünschenswerten Ablesungszeit einerseits der definitive Bestrahlungswiderstand bereits erreicht ist, andererseits sein Wert weit über diese Zeitdauer hinaus konstant bleibt, eignet sich dieser Zellentypus für die in der röntgenologischen Praxis vorkommenden Strahlenmessungen. Eingehende praktische Versuche haben dies in umfangreichstem Maße bestätigt.

Die oben angeführte Tatsache, daß jede Bestrahlung bei dem von Voltz benutzten Zellentypus die bei der darauffolgenden Bestrahlung zur Geltung kommende Trägheit ihrem Werte nach verringert, ist nun weiterhin die Ursache für den unregelmäßigen Verlauf sämtlicher übrigen Kurven der Voltzschen Arbeit. Gerade dadurch, daß „die Zeit zwischen den einzelnen Beobachtungen sehr gering war", kommt diese Trägheitsbeeinflussung zur Geltung, und die einzelnen Kurvenpunkte entsprechen mithin ganz willkürlich herausgegriffenen Punkten der Widerstandskurve I (Fig. 1 dieser Arbeit). Rückschlüsse irgendwelcher Art können somit aus dem Verlauf dieser Kurven nicht gezogen werden. Ich will trotzdem darauf hinweisen,

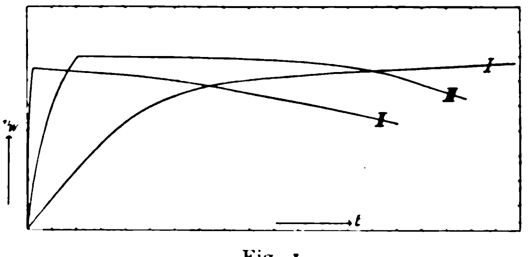


Fig. 1.

daß eine Abhängigkeit der Widerstandswerte von der Unterbrechungszahl (Voltz führt ihr Vorhandensein als Argument gegen die Selenmethode an) auf jeden Fall nachzuweisen sein muß, da die Strahlenintensität ohne weiteres von der Unterbrechungszahl abhängig ist (auch bei konstanter sekundärer Stromstärke). Also gerade, wenn sich eine derartige Abhängigkeit nicht am Selen ermitteln ließe, wäre dasselbe für Röntgenstrahlenenergiemessungen unbrauchbar. Diese Abhängigkeit ist jedoch vorhanden, wenn sie auch durch die Voltzsche Kurve (Fig. 4 und 5) aus den oben dargelegten Gründen nicht ihrem Werte nach richtig wiedergegeben wird.

Als Ergänzung zu vorstehenden Darlegungen gebe ich in nachstehender Fig. 2 die Resultate

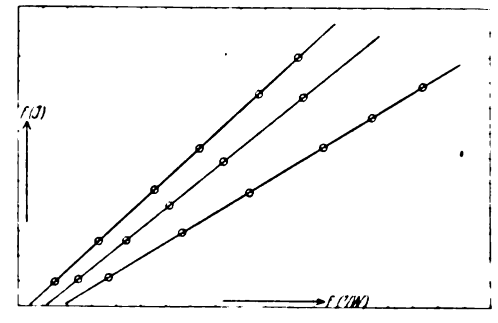


Fig. 2.

der an drei willkürlich gewählten Zellen des oben beschriebenen Typus (III) ausgeführten Messungen wieder. Als Ordinate ist eine passend gewählte Funktion der Strahlenintensität aufgetragen, als Abszisse eine entsprechende Funktion des Zellenwiderstandes. Wie man sieht, besteht eine gesetzmäßige Beziehung zwischen diesen Größen, wie man sie sich nicht genauer wünschen kann. Auch über diesen Punkt werden weitere umfangreiche Veröffentlichungen folgen; die in Fig. 2 wiedergegebenen Kurven sollen nur ein Bild der herrschenden außerordentlichen Gesetzmäßigkeit des Widerstandsverlaufs geben und die hieraus resultierende Eignung der Selenzelle zu Strahlenmessungen dartun.

1) Eingehende Messungen über die Beziehungen zwischen Ermüdung, Trägheit usw. an Hand sehr umfangreichen Versuchsmaterials sollen demnächst veröffentlicht werden.

Mit der Aufdeckung der Ursachen für die Form der von Voltz erhaltenen Kurven entfällt auch die von demselben, freilich ohne Anführung tatsächlicher Belege, geäußerte Vermutung, es handele sich um Sekundärstrahleneffekte. Über das Auftreten solcher und ihren eventuellen Einfluß auf die Messungsergebnisse liegt bislang noch kein Tatsachenmaterial vor, das geeignet wäre, zur Grundlage entscheidender Überlegungen oder Experimente gemacht zu werden. Jedoch lassen sich Tatsachen genug anführen, welche das Vorhandensein derartiger Effekte in praktisch merkbarer Weise negieren; für den vorliegenden Zweck genügt es, in dieser Beziehung auf den in Fig. 2 zu Tage tretenden gesetzmäßigen Verlauf der Widerstandskurven hinzuweisen, um die Unwahrscheinlichkeit des Vorhandenseins derartiger Effekte zu erkennen.

Zusammenfassung.

Der unregelmäßige Verlauf der von Voltz gewonnenen Widerstandskurven am Selen erklärt sich aus der Trägheit des von ihm benutzten Zellentypus, der Nachwirkung der vorangehenden Bestrahlung auf den bei der nächsten Bestrahlung zur Wirkung gelangenden Trägheitswert, sowie zum geringen Teil aus der übermäßigen Strombelastung der Zelle. Durch geeignete Wahl der Herstellungsmethode läßt sich ein Zellentypus erzeugen, der sich durch absolute Gesetzmäßigkeit seines physikalischen Verhaltens auszeichnet und sich zu praktischen Röntgenstrahlenenergiemessungen in hervorragender Weise eignet.

(Eingegangen 20. Juli 1915.)

Neuere Untersuchungen über den Halleffekt.

Historisch-kritische Bemerkungen zu den Arbeiten der Herren Corbino, Volterra, Bordenone[1]).

Von H. Zahn.

Die Herren Corbino, Volterra, Bordenone haben in den Sitzungsberichten der Akademie dei Lincei eine Reihe von Aufsätzen über die Erscheinungen an einer elektrisch durchströmten Metallplatte im Magnetfelde veröffentlicht. Die physikalischen Ergebnisse dieser Untersuchungen, die den Verfassern wohl neu erscheinen, sind indessen im wesentlichen schon in älteren Arbeiten enthalten, und zwar in solchen, die man mit als grundlegend für dieses Gebiet zu bezeichnen hat, nämlich in bekannten Abhandlungen von v. Ettingshausen und Nernst[1]) und von Boltzmann[2]). Da dieser Umstand den genannten Verfassern entgangen zu sein scheint, wiewohl die neuen Resultate, z. B. in das von Volterra[3]) gelegentlich zitierte Handbuch von Winkelmann übergegangen sind, möchte ich im folgenden einige Bemerkungen zu den in der Überschrift zitierten Arbeiten machen.

Hierbei möchte ich jedoch zuvor einer früheren Untersuchung von Corbino[4]) nähertreten, in der gleichfalls ein hierher gehöriger neuer Effekt elektronentheoretisch abgeleitet wird. Corbino betrachtet eine kreisförmige Wismutscheibe, die senkrecht von den Magnetkraftlinien durchsetzt wird; die Stromzu- und Stromableitung erfolgt im Mittelpunkte und längs des Umfangs der Platte durch gutleitende Kupferelektroden. Es sind daher die Äquipotentiallinien auch im Felde konzentrische Kreise, der Halleffekt kann sich hier also nur durch eine Beeinflussung der Stromlinien kundtun, die aus Radien im Felde zu logarithmischen Spiralen werden. Diese Erscheinung, die Corbino auf Grundlage der dualistischen Elektronentheorie herleitet, wobei er eine neue charakteristische Materialkonstante, das Differentialmoment der Ionen einführt, ist jedoch zuerst von Boltzmann in der erwähnten Abhandlung hergeleitet worden, der auch darauf hinwies, daß sich die Drehung der Stromlinien in einer Widerstandsvermehrung der Platte im Felde äußern müsse, die natürlich unabhängig von der gewöhnlichen Widerstandszunahme des Wismuts erfolgt. Diese Erscheinung ist bald darauf von v. Ettingshausen[5]) nachgewiesen worden, der auch den einfachen von Boltzmann gegebenen Zusammenhang zwischen Widerstandsvermehrung und Hallschem Rotationskoeffizienten quantitativ bestätigen konnte. Es ist ohne weiteres einleuchtend, daß die Voraussage dieses Effekts nicht an die dualistische Elektronentheorie gebunden ist, wie denn auch Adams[6]) — übrigens gleichfalls ohne Boltzmanns Arbeit zu kennen — Corbinos „elektromagnetischen" Effekt unitarisch ableitet und als mit dem Halleffekt identisch ansieht; die Er-

1) O. M. Corbino, Rend R. Acc. dei Lincei 24, I, 213—219, 1915; V. Volterra, ebenda, 220—234, 289—303, 378—390, 534—543; G. F. Bordenone, ebenda, 336—341.

1) A. v. Ettingshausen u. W. Nernst, Wien. Ber. 94 (2), 560, 1886.
2) L. Boltzmann, Wien. Ber. 94 (2), 644, 1886.
3) l. c. 535.
4) Corbino, diese Zeitschr. 12, 561, 1911.
5) v. Ettingshausen, Wien. Ber. 95 (2), 729, 1887.
6) E. P. Adams, Phil. Mag. 27, 244, 1914.

klärung des Effekts ist überhaupt nicht an die Elektronentheorie gebunden.

Durch diesen Hinweis auf die älteren Untersuchungen von Boltzmann und v. Ettingshausen entfällt die Berechtigung, die Erscheinung als Corbinos elektromagnetischen Effekt zu bezeichnen, während der von Corbino erdachte elegante Nachweis durch die induzierten Ströme, welche die Tangentialkomponenten der bei Felderregung gedrehten Stromlinien in einer benachbarten Spule hervorrufen, sowie die übrigen von ihm angegebenen schönen Versuche durch meine Bemerkungen nicht berührt werden.

In seiner neuesten Abhandlung behandelt Corbino diesen Spezialfall nur beiläufig; er betrachtet vorwiegend das Problem der Potentialverteilung in Anordnungen, wo die Drehung der Äquipotentiallinien die vorwiegende oder ausschließliche Äußerung des Halleffekts ist. Die üblichen Ausgangsgleichungen werden in dualistisch elektronentheoretischer Schreibweise gegeben, sie führen in Verknüpfung mit der Kontinuitätsbedingung, genau wie auch bei Boltzmann, zur Differentialgleichung des Problems. Etwas wesentlich Neues bieten die ganzen Betrachtungen nicht. Erwähnt werde das Resultat, daß der experimentell angestrebte Fall, eine reine Drehung der Äquipotentiallinien zu erreichen, nur erhalten wird, wenn die Elektroden aus unendlich vielen punktförmig endenden Drähten aus schlecht leitendem Material gebildet werden, da bei der üblichen Anwendung von Primärelektroden aus breiten, gut leitenden Metallstreifen Veranlassung zu einem Ausgleich der Hallpotentiale gegeben wird. Auf diesen Punkt ist bei Besprechung der Arbeit von Bordenone zurückzukommen.

Zu Volterras ausgedehnten Untersuchungen über die gleiche Frage ist zunächst zu bemerken, daß er die schon erwähnten Ausgangsgleichungen als von Corbino herrührend bezeichnet, was nach dem Vorhergesagten unrichtig ist. Die weitere Behandlung des Problems geht in ihrer Ausführlichkeit wesentlich über die Untersuchungen Boltzmanns hinaus, wobei sie allerdings vorwiegend mathematisches Interesse bietet. Unter den Ergebnissen ist als eines der wichtigsten der Satz der Vertauschbarkeit der Primär- und Sekundärelektroden beim Halleffekt zu nennen, der schon von v. Ettingshausen und Nernst experimentell gefunden und von Boltzmann abgeleitet worden ist. Diese Tatsache wird von Volterra nicht erwähnt.

Bordenone hat schließlich zwei Folgerungen aus den vorgenannten Arbeiten experimentell untersucht. So konnte er Volterras „Reziprozitätssatz", d. h. den Satz von der Vertauschbarkeit der Elektroden neu bestätigen. Ferner behandelt er die von Corbino diskutierte Frage, daß der Halleffekt bei Anwendung streifenförmiger Primärelektroden zu klein gefunden werden muß. Der Nachweis dieser Tatsache ist in dem extremen Falle, den Bordenone anwandte, indem er die Plattenbreite größer als die Länge wählte, sehr augenscheinlich, er ist auch dann noch deutlich, wenn Bordenone seiner Meinung nach sich den üblichen Verhältnissen näherte durch Wahl quadratischer Platten. Daß schon v. Ettingshausen und Nernst[1]) diesbezügliche Untersuchungen angestellt und gefunden haben, daß ein Verhältnis der Länge zur Breite von 3 : 1 genügt, um den vollen Effekt zu erhalten, scheint demnach Bordenone und Corbino unbekannt zu sein. Die Schlüsse, daß die große Verschiedenheit in der Messung der Hallkoeffizienten auf eine unzulängliche Versuchsanordnung zurückzuführen sei, und daß hierdurch wichtige Konstanten der Elektronentheorie, zumal solche, die die positiven Ionen betreffen, erheblich gefälscht würden, sind wohl kaum aufrecht zu erhalten.

1) l. c. 564.

Kiel, im Juli 1915.

(Eingegangen 13. Juli 1915.)

Räumliche Darstellung durch Röntgenstrahlen.

Notiz zur gleichlautenden Veröffentlichung von Herrn Béla Alexander.

Von Paul Knipping.

Bei den Aufnahmen des Herrn Béla Alexander[1]) spielen die Röntgenstrahlen keine wesentliche Rolle. Das gleiche Resultat, nämlich die Raumtiefe auf dem Bilde, läßt sich auch mit Licht erzielen. Die Raumtiefe kann zum Teil durch die Schatten erklärt werden, die von den am Zylinderrand näher aneinander bzw. übereinander liegenden Projektionen der Drähte hervorgebracht sind. Der Hauptgrund für die Tiefenwahrnehmung dürfte aber der verschiedene Grad der Schärfe sein.

Eine photographische Landschaftsaufnahme, die auf den Vordergrund eingestellt, mit nicht zu kleiner Blende und Brennweite gemacht war, hat eine gewisse Tiefenwirkung. Unser Auge vermag „in die Tiefe zu wandern", nicht nur, weil ferne Objekte kleiner, sondern auch, weil

1) Diese Zeitschr. **16**, 141, 1915.



sie unscharf wiedergegeben sind. Dieser Satz gilt auch für die Aufnahmen des Herrn Béla Alexander wie für die unsern.

Bekanntlich ist der Ausgangsort der Röntgenstrahlen stets ein kleiner Kreis, meist von mehreren Millimetern Durchmesser. Bei unsern Aufnahmen 1—3 diente als Strahlenquelle eine bis auf ein kreisrundes Loch von 5 mm Durchmesser geschwärzte matte Glühlampe. Die Objekte werden also hier wie dort um so schärfer abgebildet, je näher sie der Platte liegen, und je größer der Abstand: Platte—Lichtquelle ist. Dieser Abstand war bei Aufnahme 1 = 40 cm,
2 = 25 „
3 = 20 „

Dementsprechend ist bei Fig. 1 wenig von Tiefenwirkung zu merken, während man bei

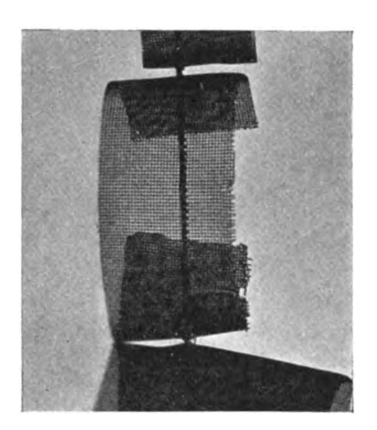


Fig. 1.

Fig. 2 und 3 das räumliche Gebilde deutlich vor Augen zu haben meint. (Die Durchmesser der Ringe betrugen $3^1/_2$ cm. Sie berührten mit ihrer offenen Seite die Platten. Die Differenz der hohen und tiefen Stellen des Bandes

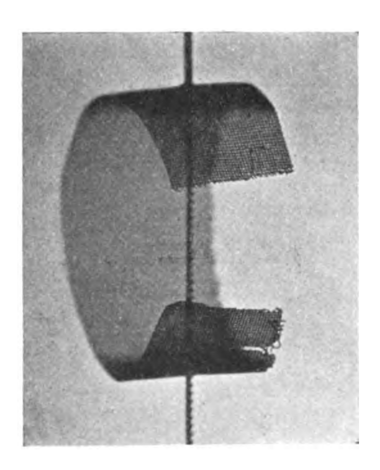


Fig. 2.

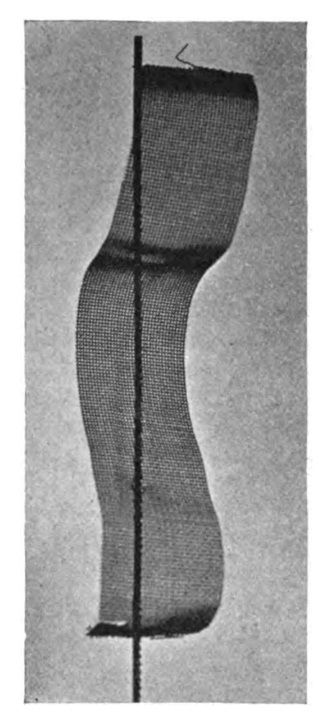


Fig. 3.

in Fig. 3 maß 1 cm.) Fig. 4 ist eine Illustration der eingangs ausgesprochenen Anschauung über die Tiefe bei photographischen Aufnahmen. Die Abbildung 4 ist nämlich selbst eine photographische Aufnahme, auf der man ebenso wie bei Fig. 2 räumliche Tiefenwahrnehmung empfindet. (Objektivbrennweite = 21 cm, Blendenöffnung = 2,1 cm, Abstand: Objekt—Blende = 49 cm, Abstand: Blende Platte = 33 cm, Ringe $3^1/_2$ cm Durchmesser.) Nur war diesmal nicht

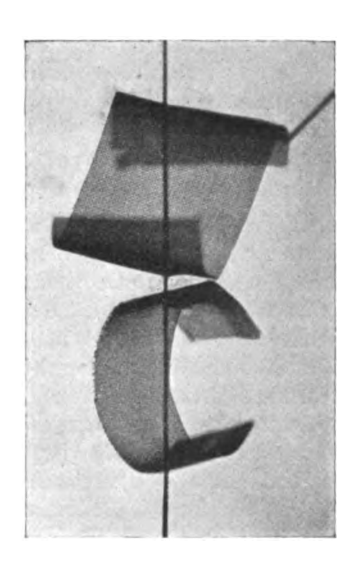


Fig. 4.

auf die offene Seite der Ringe scharf eingestellt, sondern gerade auf die Gegenseite. Bei dem untern Bild sieht man deutlich den Ring mit seinen nach hinten (vgl. Fig. 2!) (vom Beschauer weg) gebogenen Enden. Dagegen bereitet es bei dem oberen Bilde dem unbefangenen Auge ziemliche Schwierigkeit, den Ring zu erkennen. Vielmehr vermeint man, ein S-förmig gewundenes Gebilde zu sehen. Ein Zeichen, wie vorsichtig man bei der Beurteilung derartiger Bilder sein muß.

Charlottenburg, den 9. Mai 1915.

(Eingegangen 22. Juli 1915.)

Anmerkungen zur Theorie der Strahlung.

Von R. Emden.

1. Neue Ableitung des Stefanschen Gesetzes. Die vorliegenden Ableitungen dieses Gesetzes haben gemeinsam, daß die Entropie des von Strahlung erfüllten Raumes der weiteren Betrachtung zugrunde gelegt wird. Ich gebe im folgenden einen anderen, für Unterrichtszwecke wohl etwas plastischeren Beweis, bei welchem der zweite Hauptsatz in Form einer Clapeyronschen Gleichung zur Anwendung gelangt.

Die Strahlung erfülle einen luftleeren Zylinder vom Volumen V mit schwarzem Boden, spiegelnden Seitenwänden, abgeschlossen durch einen spiegelnden, beweglichen Kolben, dessen Belastung den Druck der Strahlung stets äquilibriert. Die Temperatur sei T, die zugehörigen Werte u der Strahlungsdichte und p des Strahlungsdruckes stehen bekanntlich in der Beziehung $p = \frac{u}{3}$. Steigern wir die Temperatur um dT und vergrößern das Volumen gegen den Druck p um dV, so haben wir eine Wärmemenge zuzuführen

$$dQ = d(Vu) + p\,dV = V\,du + u\,dV + p\,dV$$

der Volumeinheit v also die Menge

$$dq = du + u\,dv + p\,dv.$$

Die physikalische Bedeutung jedes einzelnen Gliedes rechts ist leicht einzusehen. (Bei der entsprechenden Gleichung, die sich bei der Behandlung der vollkommenen Gase ergibt, fehlt das 2. Glied rechts; denn dort bedeutet v das Volumen der Masseneinheit, hier aber die Volumeinheit selbst.) Wir spezialisieren auf Konstanz der Temperatur, wodurch $du = 0$ wird. Die Wärmemenge, die nötig ist, um unter diesen Umständen die Volumeinheit mit Strahlung zu erfüllen, nennen wir die Entwicklungswärme der Strahlung und bezeichnen sie mit r. (Sie hat ihr Seitenstück in der Verdampfungswärme r einer Flüssigkeit.) Dann ist $dq = r\,dv$ und wir erhalten

$$r = u + p = u + \frac{1}{3}u = \frac{4}{3}u = 4p \qquad (1)$$

(gramm, cent^{-1}, sec^{-2}).

Von der Wärmemenge, die bei umkehrbarer Entwicklung der Strahlung erforderlich ist, sind somit 75 Proz. in Form von Strahlung vorhanden, 25 Proz. werden zur Leistung äußerer Arbeit verbraucht.

Um einen 2. Ausdruck für r zu gewinnen, lassen wir die Strahlung einen kleinen Kreisprozeß durchlaufen. Wir gehen aus (Fig. 1)

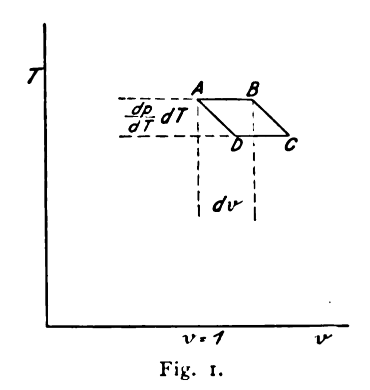


Fig. 1.

vom Punkte A, Temperatur $= T$, Druck $= p$, Volum $v = 1$. Wir vergrößern, Weg AB, v isotherm, also bei konstantem Druck, um dv, wobei wir die Wärmemenge $r\,dv$ zuführen müssen. Wir vergrößern nochmals um dv, diesmal isentropisch, und belegen gleichzeitig den Boden des Zylinders mit einem Spiegel, um weitere Entwicklung von Strahlung zu verhindern. Die Temperatur sinkt durch Leistung äußerer Arbeit um dT, der Druck entsprechend um $\frac{dp}{dT}dT$. So gelangen wir nach dem Punkte C. Bei dieser Temperatur $T - dT$ komprimieren wir isotherm um dv, wobei Wärme und Strahlung vom Boden des Zylinders aufgenommen werden, gelangen so nach D, und eine weitere isentropische Kompression bei konstanter Strahlungsmenge führt nach A zurück. Die während dieses kleinen Kreisprozesses geleistete Arbeit, gleich der Fläche $ABCD$, ist $\frac{dp}{dT}dT\,dv$, die ins Spiel getretene Wärmemenge $r\,dv$ und der Nutzeffekt dieses umkehrbaren Kreisprozesses $\frac{dT}{T}$. Somit ergibt sich

$$\frac{\frac{dp}{dT}dT\,dv}{r\,dv} = \frac{dT}{T}$$

und daraus die Clapeyronsche Gleichung

$$r = T\frac{dp}{dT}. \qquad (2)$$

Mit Gleichung (1) kombiniert ergibt sich

$$4p = T\frac{dp}{dT}$$

und durch Integration

$$\text{Strahlungsdruck } p = \frac{a}{3}T^4 \qquad (3a)$$

mit der Folge

$$\text{Strahlungsdichte } u = aT^4 \qquad (3b)$$

$$\text{Entwicklungswärme } r = \frac{4a}{3}T^4 \qquad (3c)$$

$$\text{Entropiedichte } s = \frac{r}{T} = \frac{4a}{3}T^3 \qquad (3d)$$

$$\text{Spez. Intensität der Strahlung } I = \frac{ac}{4\pi}T^4 \qquad (3e)$$

$$\text{Emissionsvermögen } E = \pi I = \frac{ac}{4}T^4 = \sigma T^4 \qquad (3f)$$

(c die Lichtgeschwindigkeit). Die letzte dieser Beziehungen ist die übliche Ausdrucksweise des Stefanschen Gesetzes.

Die von Planck in den „Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung", 2. Auflage, 1913; benutzten Werte von σ und a sind

$\sigma = 5{,}46 \cdot 10^{-5}$ Erg/cm^2 sec $= 5{,}46 \cdot 10^{-12}$ Watt/cm^2 $= 7{,}82 \cdot 10^{-11}$ gramm cal/cm^2 min.,

$a = 7{,}28 \cdot 10^{-15}$ Erg/cm^3 $= 1{,}738$ gramm cal/cm^3.

Wenn wir die monochromatische Strahlung von der Schwingungszahl ν der gleichen Behandlung unterwerfen, mit $r_\nu d\nu$ ihre Entwicklungswärme bezeichnen, mit $p_\nu d\nu$ den Strahlungsdruck usw., so finden wir ebenso

$$\left.\begin{aligned} u_\nu d\nu &= a_\nu T^4 \\ r_\nu d\nu &= \frac{4}{3}a_\nu T^4 \\ s_\nu d\nu &= \frac{4}{3}a_\nu T^3 \\ E_\nu d\nu &= \frac{a_\nu c}{4}T^4. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Also auch die Energiemenge der monochromatischen Strahlung, die anfangs $u_\nu d\nu$ war, steigt mit T^4. Wir haben uns aber vor dem Trugschluß zu hüten, daß auch die Ordinate u_ν der Energiedichtekurve $u_\nu = f(T)$ mit T^4 ansteigt. Denn diese Energiemenge $u_\nu d\nu$, die bei der Anfangstemperatur T in dem Intervall ν bis $\nu + d\nu$ vorhanden war, wird bei Veränderung der Temperatur auf T' in ein anderes Intervall ν' bis $\nu' + d\nu'$ verschoben.

2. **Die Temperatur der geordneten Strahlung.** Die gleichmäßig diffuse Strahlung ist in allen ihren Eigenschaften durch ihre Temperatur eindeutig bestimmt, und der Begriff der Temperatur ist leicht zu fassen als die Temperatur der Wandung, mit der sie im thermodynamischen Gleichgewichte steht. Da diese Strahlung aber nur innerhalb eines vollkommen abgeschlossenen Hohlraumes von durchwegs konstanter Temperatur auftreten kann, ist die Strahlung, die wir in Wirklichkeit beobachten, stets mehr oder weniger geordnet. Einem jeden einzelnen, monochromatischen Strahlenbündel kann aber eine bestimmte Temperatur beigeordnet werden. Denn aus dem Vorgang der Emission folgt, daß die geometrischen Gesetze der Energie- und der Entropiestrahlung dieselben sind; in jedem einzelnen Strahlenbündel muß deshalb das Verhältnis Energiedichte/Entropiedichte konstant bleiben. Dies Verhältnis ist aber nach den Formeln (3) die Temperatur. Die Temperatur eines ankommenden Strahlenbündels kann somit definiert werden als die Temperatur einer schwarzen Fläche, welche dasselbe zu liefern imstande ist. Wie kann diese Temperatur ermittelt werden?

Ein monochromatisches Strahlenbündel vom halben Öffnungswinkel β falle auf eine kleine Fläche f (Fig. 2), die so pro Zeit- und Flächeneinheit die Energiemenge $c_\nu d\nu$ zugeführt erhält.

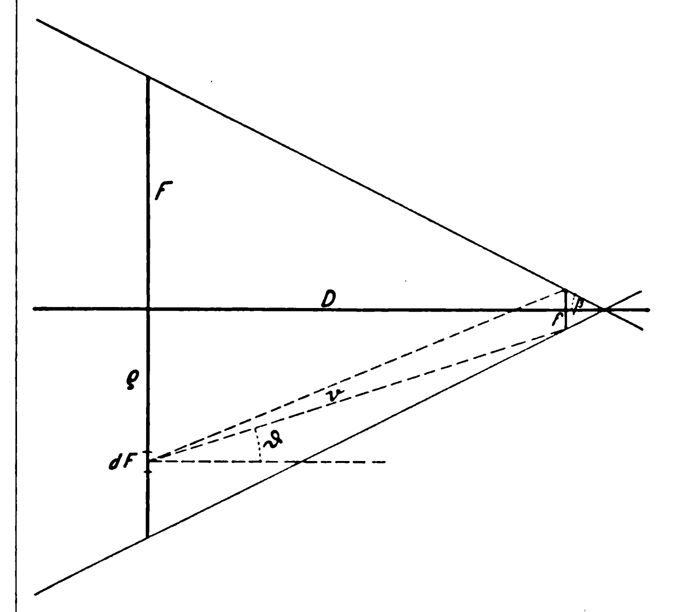


Fig. 2.

In beliebigem Abstande D legen wir senkrecht zur Achse des Bündels eine schwarze Fläche F und bestimmen ihre Temperatur der Art, daß ihre Strahlung der Fläche f eben jene Energiemenge zuführt. Bei dieser Temperatur sei ihr Emissionsvermögen $E_\nu d\nu = \pi I_\nu d\nu$. Ein Flächenelement dF sendet nach f die Menge $I_\nu d\nu\, dF \cos\vartheta\, d\Omega$. Da wir haben

$$d\Omega = \frac{f\cos\vartheta}{r^2}, \quad dF = 2\pi\varrho\, d\varrho,$$

$$\varrho = D \operatorname{tg} \vartheta \text{ und } r = D \cos \vartheta$$

läßt sich die Integration über F leicht ausführen und ergibt

$$\pi I_\nu d\nu f \sin^2 \beta = E_\nu d\nu f \sin^2 \beta.$$

Da diese gleich $e_\nu d\nu \cdot f$ sein muß, erhalten wir schließlich

$$E_\nu d\nu = \frac{e_\nu d\nu}{\sin^2 \beta}. \tag{5}$$

Das erforderliche Emissionsvermögen, also auch die Temperatur von F sind unabhängig von ihrer Lage. Alle schwarzen Flächen, die von f aus unter demselben Öffnungswinkel erscheinen, liefern bei derselben Temperatur T nach f dieselbe Strahlungsmenge; die Temperatur eines Strahlenbündels kann somit stets eindeutig auf die Temperatur einer schwarzen Fläche zurückgeführt werden. Für $\beta = 0$ ergibt sich $T = \infty$; parallele Strahlung kann nur von einer punktförmigen Quelle von unendlich hoher Temperatur geliefert werden. Ist die von f aufgefangene Strahlung nicht monochromatisch, sondern spektral zusammengesetzt wie schwarze Strahlung, so ist ihre Temperatur bestimmt durch die Beziehung

$$\sigma T^4 = E = \frac{e}{\sin^2 \beta}. \tag{6}$$

In der grundlegenden Arbeit „Temperatur und Entropie der Strahlung" (Wied. Ann. **52**, S. 132, 1894) gibt W. Wien an Stelle von (6) die Beziehung

$$\psi = \frac{\psi_a}{1 - \cos \beta}, \tag{6'}$$

ψ und ψ_a bedeuten die Energiedichten, die E und e proportional sind. Diese Beziehung ist auch in den Artikel „Theorie der Strahlung" der Enzyklopädie übergegangen. Wir entscheiden leicht zwischen beiden Ausdrücken, indem wir ein bestimmtes Beispiel, etwa die Temperatur der Sonnenstrahlung, berechnen. Dabei machen wir die Annahme, daß die ungeschwächte Sonnenstrahlung spektral wie schwarze Strahlung zusammengesetzt ist. Bezeichnet D die Sonnendistanz, R den Sonnenradius, so können wir den sehr kleinen Winkel β gleich $\frac{R}{D}$ setzen, und bezeichnet S die Solarkonstante, so ergibt (6)

$$\sigma T^4 = E = S \frac{D^2}{R^2} \tag{a}$$

(6') hingegen den doppelt so großen Wert

$$\sigma T^4 = E = 2 S \frac{D^2}{R^2}. \tag{b}$$

Die von der Einheit Sonnenoberfläche abgegebene Strahlung E können wir aber noch auf andere Weise eindeutig berechnen. Da aus Symmetriegründen die ganze Sonnenoberfläche $4\pi R^2$ durch die Kugelschale $4\pi D^2$ die Menge $S \cdot 4\pi D^2$ hindurchstrahlt, ergibt sich für deren Flächeneinheit in Übereinstimmung mit (a) der Wert $E = S \frac{D^2}{R^2}$. (Mit $\sigma = 7{,}82 \cdot 10^{-11}$ gramm cal/cm² min., $S = 2$ gramm cal/cm² min. wird $T = 5800^0$. Der oben erwähnte Enzyklopädie-Artikel gibt für $S = 2{,}1$ den einer Veröffentlichung von Angström entnommenen, offenbar unrichtig berechneten Wert $T = 4150^0$.)

3. Die Temperatur der Strahlung und der Sinussatz der optischen Abbildung (Fig. 3). Eine strahlende Fläche f_1 in einem

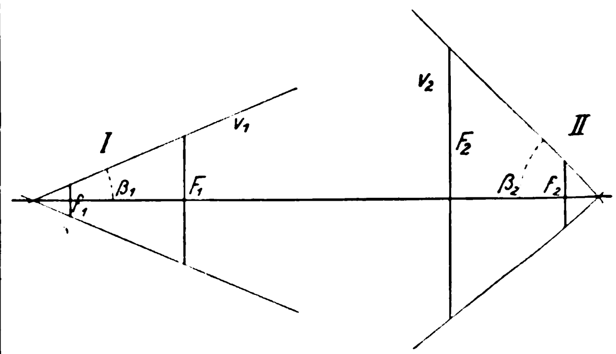


Fig. 2.

Medium I vom Brechungsexponenten $n_{1\nu}$ liefert ein Strahlenbündel vom Öffnungswinkel $2\beta_1$, das durch eine beliebige Anzahl von Brechungen und Reflexionen einer Fläche f_2 in einem Medium II vom Brechungsexponenten $n_{2\nu}$ unter einem Winkel $2\beta_2$ zugeführt wird. Auf f_1 und f_2 treffen pro Zeit- und Flächeneinheit die Strahlungsmengen $e_{1,\nu} d\nu$ und $e_{2,\nu} d\nu$. Die Temperaturen der beiden Bündel bestimmen wir wie oben, indem wir die schwarzen Flächen F_1 und F_2 legen, deren Emissionsvermögen $E_{1,\nu}$ und $E_{2,\nu}$ im Vakuum in den Medien I und II die Werte $E_{1,\nu} n_{1,\nu}^2$ und $E_{2,\nu} n_{2,\nu}^2$ annehmen. Wir finden so

$$E_{1,\nu} n_{1,\nu}^2 f_1 \sin^2 \beta_1 = e_{1,\nu} f_1,$$
$$E_{2,\nu} n_{2,\nu}^2 f_2 \sin^2 \beta_2 = e_{2,\nu} f_2.$$

Bei thermodynamischem Gleichgewicht muß sein $e_{1\nu} f_1 = e_{2\nu} f_2$ und der Sinussatz liefert

$$f_1 n_{1,\nu}^2 \sin^2 \beta_1 = f_2 n_{2,\nu}^2 \sin^2 \beta_2,$$

so daß wir haben $E_{1,\nu} = E_{2\nu}$ mit der Folge

$$T_1 = T_2.$$

Daraus folgt: Der Sinussatz der optischen Abbildung ist gleichbedeutend mit dem Satze, die Temperaturen der Strahlenbündel von Gegenstand und Bild sind sich gleich. Da das emittierte Strahlenbündel bei jeder Brechung und Reflexion eine Schwächung erleidet, so würde dadurch, wie sich zeigen läßt, seine Temperatur

herabgesetzt. Allein bei vollkommen thermodynamischen Gleichgewicht wird diese Schwächung durch die Strahlung der nach dem Kirchhoffschen Gesetze selbst strahlenden, brechenden und unvollkommen spiegelnden Medien gerade kompensiert und die Temperatur auf ihren ursprünglichen Wert zurückgebracht. Handelt es sich um die geometrischen Gesetze der Abbildung, so kann von dieser etwaigen Schwächung abgesehen und an Stelle des Sinussatzes die gleichwertige Bedingung benutzt werden, daß die Temperatur eines einmal emittierten Strahlenbündels durch alle Medien hindurch konstant bleibt (vgl. M. Planck, Theorie der Wärmestrahlung, § 66).

4. Anmerkung zur Ableitung des Wienschen Verschiebungsgesetzes. Bei der Ableitung dieses Gesetzes muß gezeigt werden, das die Schwingungszahl ν eines Strahles, der unter einem Winkel ϑ auf einen mit der Geschwindigkeit v sich vorwärts bewegenden Spiegel in

$$\nu' = \nu\left(1 + \frac{2\,v\cos\vartheta}{c}\right)$$

umgewandelt wird. Die üblichen Beweise, wie sie etwa von Planck (Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung), oder Drude (Lehrbuch der Optik) gegeben werden, lassen sich sehr vereinfachen, wenn man nur das Dopplersche Gesetz in seiner einfachen Form $\nu' = \nu\left(1 + \frac{v}{c}\right)$ als bekannt voraussetzt. Denn fallen Wellen aus einer Lichtquelle L senkrecht auf einen Spiegel, so gehen die reflektierten Wellen von deren Spiegelbild aus. Bewegt sich der Spiegel mit der Geschwindigkeit v in Richtung der Normalen, so bewegt sich das Spiegelbild in dieser Richtung mit der Geschwindigkeit $2v$ und durch einmalige Reflexion wird deshalb ν in $\nu\left(1 + \frac{2v}{c}\right)$ umgewandelt. Fallen die Wellen auf unter einem Winkel ϑ zur Spiegelnormalen, so bewegt sich in der Normalenrichtung das Spiegelbild immer noch mit der Geschwindigkeit $2v$, aber seine Geschwindigkeit in Richtung der reflektierten Wellen ist $2v\cos\vartheta$ und der Beobachter derselben beobachtet die Schwingungszahl $\nu' = \nu\left(1 + \frac{2\,v\cos\vartheta}{c}\right)$. Ist $\frac{v}{c}$ hinreichend klein, so ergibt sich bei m-maliger Reflexion

$$\nu' = \nu\left(1 + \frac{2\,v\cos\vartheta}{c}\right)^m = \nu\left(1 + m\,\frac{2\,v\cos\vartheta}{c}\right).$$

München, Juli 1915.

(Eingegangen 28. Juli 1915.)

Über mikroseismische Bodenunruhe.

Eine Entgegnung an Herrn W. Pechau[1]).

Von B. Gutenberg.

Herr W. Pechau hat die Hypothese aufgestellt, daß die mikroseismische Bodenunruhe I. Art in Jena eine „rein lokale Erscheinung" ist. Als Ursache gab er zuerst „Windwogen" an, doch seien Amplitude und Periode der Bodenunruhe „von der Temperatur abhängig"; außerdem konnte er nicht genau untersuchen, ob die jährliche Periode der Größe der Mi.B. „allein den Luftdruckschwankungen zuzuschreiben ist, oder ob auch die Veränderung der Elastizität der obersten Erdschicht durch Frost daran schuld trägt". Dem gegenüber verfocht ich die Ansicht, daß die Steilküstenbrandung, wie Wiechert zuerst vermutet hatte, die Ursache sei. Nun führt Herr Pechau in seiner letzten Entgegnung, nachdem er eine unbewiesene Behauptung (Absatz 2) aufgestellt hat, eine neue Arbeit von Somville (Uccle) ins Feld, auf die ich demnächst in „Gerlands Beiträge zur Geophysik" eingehen werde, wonach die Luftdruckdifferenz, die in der Umgebung der betreffenden Station auf einem größeren Gebiet (bei Somville ein Kreis mit ca. 1300 km Radius) herrscht, die Ursache der Mi.B. ist. Herr Pechau dagegen findet nach seiner neuen Angabe, daß „schnelle Luftdruckschwankungen" die Mi.B. hervorrufen, er scheint also die übrigen oben angeführten Elemente nicht mehr zu berücksichtigen. Jedenfalls handelt es sich bei beiden nach Angabe des Herrn Pechau um einen Zusammenhang der Mi.B. mit „meteorologischen Faktoren und der Stationslage". Ersteres wird von niemand mehr bezweifelt, zu letzterem schreibt Otto Meißner[2]), daß „W. Pechau die mikroseismische Bewegung der hier behandelten Art für örtlichen Ursprungs hält — eine übrigens wohl von wenigen geteilte Ansicht —". Meißner zeichnet u. a. die Luftdruckverteilung über Europa an zehn unruhigen und zehn ruhigen Tagen und findet, daß „bei starker Mi.B. ein bedeutendes Luftdruckgefälle nach Norden vorhanden ist". Dann müssen aber starke Brandungen an der Steilküste Norwegens bei anlandigen Winden herrschen!

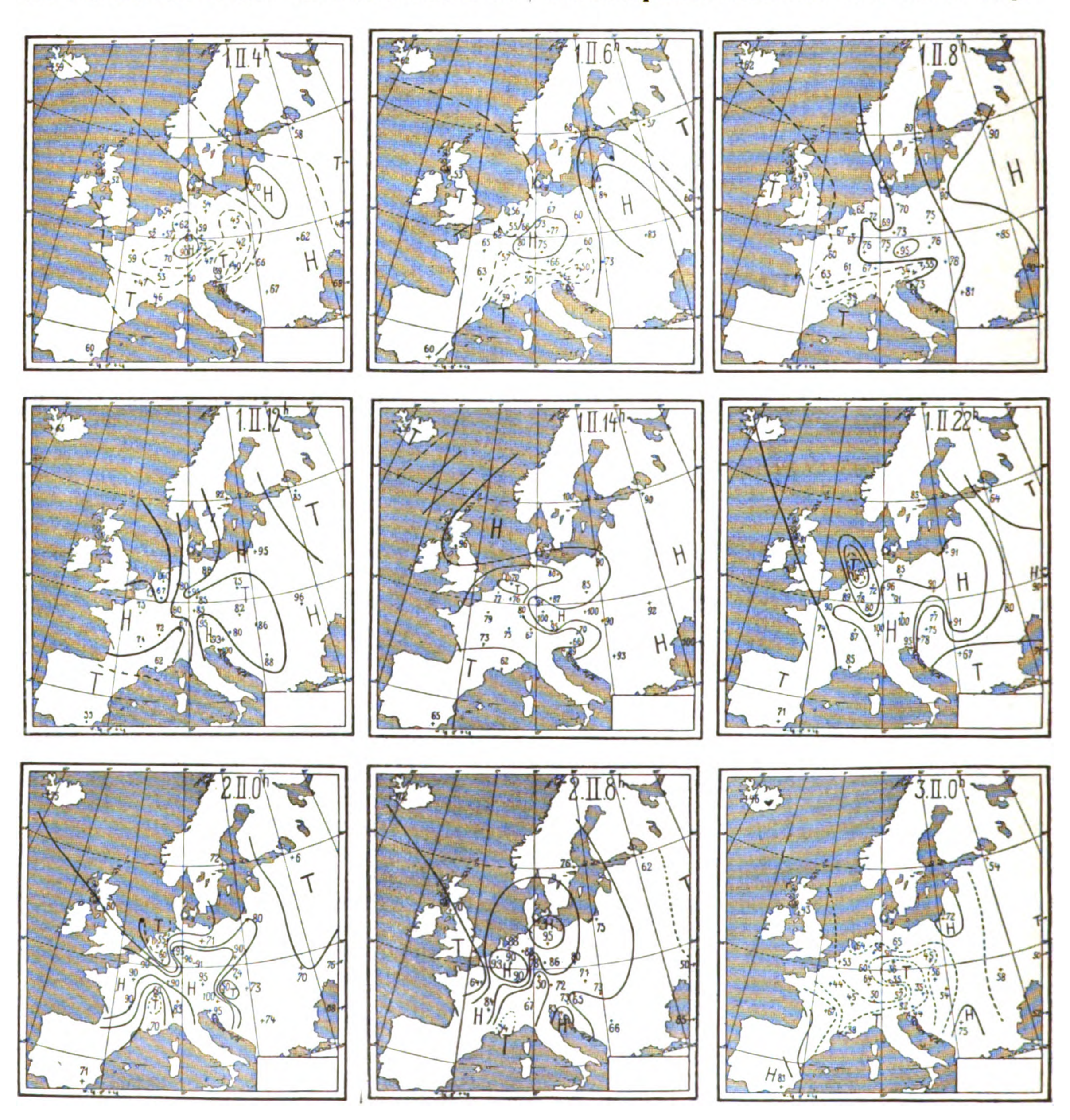
Nun zu den drei Fragen des Herrn Pechau:

1. Warum sind die Amplituden und Perioden der Mi.B. im Sommer kleiner als im Winter, obgleich doch sicher auch zu dieser Jahreszeit

1) Vgl. diese Zeitschr. **11**, 1184, 1910; **15**, 415, 591, 1914; **16**, 88, 1915.

2) Otto Meißner, Über den Zusammenhang der mikroseismischen Bewegung mit meteorologischen Faktoren, Gerlands Beiträge z. Geophysik **13**, 204, 1914.

oftmals starke Brandungen vorhanden sind? Antwort: Die Mi.B. hat im Sommer kleinere Amplituden als im Winter, weil auch die Brandung im Sommer kleiner ist als im Winter. Die stärksten Sommerbrandungen bleiben hinter denen des Winters weit zurück. Andererseits kommen



auch im Sommer Tage mit Mi.B. von über $^1/_2\ \mu$ vor. Der Zusammenhang zwischen Amplitude und Periode der Mi.B. ist noch nicht geklärt, auch Herr Pechau gibt die Ursache dieser Erscheinung nicht an.

2. Warum treten im Winter Interferenzen auf, im Sommer dagegen nie (oder doch außerordentlich selten)? Antwort: Sie treten im Sommer gerade so auf wie im Winter, nur sind sie infolge der schwachen Bewegung bei geringer Vergrößerung nicht auffällig; im Sommer 1914 zeigten die Registrierungen der Straßburger Galitzinpendel wiederholt sehr schön ausgeprägte Schwebungen bei einer Vergrößerung von etwa 1000 für die vorkommenden Perioden. Ein näheres Eingehen auf Interferenzen ist bei Herrn Pechaus Arbeit nicht zu finden.

3. Wie sind die Sprünge in der Größe der Mi.B. zu erklären? Antwort: Das zeitweilige plötzliche Anwachsen der Mi.B. (keine Sprünge!)

hatte Herrn Geh. Rat Hecker[1]) entsprechend einem auf der Konferenz der internationalen seismischen Assoziation in Manchester gefaßten Beschlusse veranlaßt, die Ergebnisse der mikroseismischen Beobachtungen an europäischen Stationen an 4 Tagen des Winters 1911/12 zusammenzufassen. Es zeigte sich hierbei deutlich, daß dieses Anwachsen über größeren Gebieten gleichzeitig stattfindet. (Vgl. Figur in meiner Entgegnung, diese Zeitschr. **15**, 591, 1914.) Ich war Herrn Geh. Rat Hecker sehr dankbar, als er mich im verflossenen Sommer zur Fortführung dieser Untersuchungen für das Material vom Winter 1913/14 anregte. Unter Benutzung der Originaldiagramme einer größeren Reihe von Beobachtungsstationen hatte ich bereits aussichtsreiche Resultate erhalten, als mich mein Eintritt in das Heer anfangs August zwangen, diese Arbeit zu unterbrechen. Herr Geh. Rat Hecker wird demnächst kurz meine bisherigen neuen Ergebnisse neben den seinigen veröffentlichen[2]), doch zwingt mich die Frage 3 des Herrn Pechau, auch hier kurz darauf einzugehen: Ich bestimmte das Mittel aus einigen Maximalamplituden der Mi.B. zu den geraden Stunden $\pm$ 5 Minuten für alle gesandten Diagramme. Um den Einfluß des Untergrundes der Stationen sowie fehlerhafte Vergrößerungsbestimmungen bei den Instrumenten zu eliminieren, drückte ich die so erhaltenen Werte in Prozent des bei der betreffenden Station erhaltenen absoluten Maximums aus. Die hier sich ergebenden Zahlen trug ich in Karten ein. Hierbei ergab sich, daß sich diese Werte regelmäßig gruppierten, so daß ich Linien gleicher relativer Bewegung ziehen konnte. Der Verlauf dieser Linien ändert sich mit der Zeit regelmäßig, wie die hier als Beispiel beigegebenen Figuren zeigen. Es ist hiermit bewiesen, daß sich die Zone, innerhalb deren die Bewegung relativ am größten ist, in kurzer Zeit über große Gebiete bewegt (in den Figuren mit „*H*" bezeichnet), und zwar weder analog dem Fortschreiten der Tiefdruckgebiete von Westen nach Osten noch in irgendeinem Zusammenhang mit Luftdruckdifferenz, Wind, Frost oder Luftdruckschwankungen. In jenen Tagen (31. I.—3. II.) ist südlich 55° n. Br. auf dem Kontinent überhaupt keine wesentliche meteorologische Veränderung vor sich gegangen. — Durch diese Untersuchungen ist die Behauptung von Somville und Herrn Pechau, die Mi.B. sei eine lokale Erscheinung, endgültig widerlegt. Ich hoffe, später auf diesem Wege noch weiter vordringen und insbesondere genauer den Zusammenhang der Mi.B. mit meteorologischen Elementen einerseits und Tektonik andererseits prüfen zu können. Die Tatsache, daß in dem untersuchten Falle südlich von 55° n. Br. die Mi.B. genau so auftrat wie im Norden, obwohl keine merkliche meteorologische Veränderung vor sich gegangen ist, weist darauf hin, daß ein großer Teil Europas durch dieselbe Ursache in Bewegung versetzt wurde. Dies ist auch eine weitere Bestätigung für die Vermutung, daß die Periode der Mi.B. „mit irgendwelchen Eigenperioden der Erdrinde . . . im Zusammenhang stehen könne. Trifft das zu, so stehen wir vor der Frage, was diese Schwingung der Erdrinde veranlassen kann"[1]). Eine lokale Ursache kommt jedenfalls als primäre Ursache der hier besprochenen Art der Mi.B. nicht in Betracht.

Zum Schluß möchte ich Herrn Pechau noch darauf hinweisen, daß ich nie die Abhängigkeit der Mi.B. II. Art („Pulsationen") von der Änderung des Luftdruckgradienten behauptet habe, vielmehr die von Hecker aufgestellte und überall bestätigte Ansicht teile, daß diese vom Wind erzeugt wird.

1) Mitt. des Zentralbüros der intern. seismol. Assoz., 1913, Nr. 2. Gerlands Beiträge zur Geophysik **13**, Beilage zu Heft 2.

2) Ebenda, 1915, Nr. 1.

1) Fürst B. Galitzin, Vorlesungen über Seismometrie, deutsche Bearbeit. von O. Hecker, Teubner 1914, S. 160.

Straßburg, 31. März 1915.

(Eingegangen 6. April 1915.)

BESPRECHUNGEN.

P. Zeeman, Magnetooptische Untersuchungen mit besonderer Berücksichtigung der magnetischen Zerlegung der Spektrallinien. Deutsch von Max Iklé. gr. 8. XI u. 242 S. mit 42 Abbildungen im Text und 8 Lichtdrucktafeln. Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1914. M. 8.—, gebunden M. 9.—

Das Buch enthält eine Darstellung der magnetooptischen Arbeiten des Verfassers. Es beginnt mit der ausführlichen Schilderung der ersten Beobachtungen: der Verbreiterung der Natriumlinien mit Polarisation der Ränder und der ersten vollkommenen Trennung der Komponenten an der blaugrünen Kadmiumlinie, dann der Beobachtungen des inversen Effektes. Die erste Veröffentlichung in der Amsterdamer Akademie wird im wesentlichen mitgeteilt; ebenso macht uns der Verfasser mit den aus der elementaren Lorentzschen Theorie stammenden Ideen ausführlich bekannt, welche ihn zu seiner Entdeckung und von da zu seinen wei-

teren Arbeiten leiteten, die dann freilich, wenn auch zögernd, in ihrer einfachsten Gestalt nach Entdeckung der anomalen Tripletts und der komplizierteren Typen aufgegeben werden mußten. Die Erforschung dieser Typen sowie die sekundären Wirkungen des Gitters und des Spaltes, welche anormale Intensitätsverteilungen vortäuschen können, bilden neben der Untersuchung der Begleiterscheinungen des inversen Effektes den Inhalt der folgenden Kapitel. Die neuesten Untersuchungen Zeemans beziehen sich auf die Erscheinungen schief zum Magnetfeld, die im Anschluß an die Entdeckungen Hales ausgeführt wurden. Neben den eigenen Arbeiten wurden die anderer Physiker, namentlich soweit sie auf die eigenen Untersuchungen des Verfassers von Einfluß waren, referiert; besonders auch die Entwicklung der Theorie zunächst durch Lorentz, dann weitergehend durch Voigt.

Dem Buch sind eine Anzahl schöner Reproduktionen von photographischen Aufnahmen der magnetooptischen Erscheinungen und ein genaues Literaturverzeichnis beigefügt.

Das Buch ist sehr leicht verständlich gehalten; mathematische Entwicklungen sind fast ganz vermieden, dafür ist nach Möglichkeit die geometrische Anschauung herangezogen. Försterling.

H. Hahn, Leitfaden für physikalische Schülerübungen. Zweite, verbesserte Auflage. gr. 8. 301 S. mit 194 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1914. Gebunden M. 3.—

Dieses ausgezeichnete Werk ist so bekannt, daß eine Besprechung sich erübrigt. Die neue Auflage ist durch Weglassung einiger weniger oft ausgeführter Übungen nicht unerheblich gekürzt. Sonstige Änderungen erstrecken sich hauptsächlich auf das Sprachliche. Einige Wortneubildungen als Ersatz für Fremdwörter sind, wiewohl sie zunächst recht ungewöhnlich klingen, vielleicht doch einbürgerungsfähig.

Kochan.

F. Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik. Zwölfte, stark vermehrte Auflage. In Gemeinschaft mit H. Geiger, E. Grüneisen, L. Holborn, W. Jaeger, E. Orlich, K. Scheel, O. Schönrock, herausgegeben von E. Warburg. gr. 8. XXXI u. 742 S. mit 389 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1914. Gebunden M. 11.—

Die neue, nunmehr von Warburg und seinen Mitarbeitern herausgegebene Auflage, weist naturgemäß gegenüber der erst 1910 erschienenen elften Auflage nur wenig Änderungen auf. Größere Zusätze enthalten u. a. namentlich die Paragraphen über Wärmestrahlung und diejenigen Gebiete, welche durch ihre Beziehungen zu dieser neuerdings das Interesse besonders auf sich gezogen haben (thermische Dilatation, spez. Wärme usw.). Gänzlich umgearbeitet erscheint der Schlußabschnitt über Radioaktivität, dessen Angaben gelegentlich im direkten Gegensatze zu denen der vorhergehenden Auflage stehen. Försterling.

Berichtigung

zu „Über kleinste Quecksilberkugeln (deren Mechanik, Optik und elektrische Ladung)“ von F. Ehrenhaft (diese Zeitschrift 16, Nr. 12, 1915).

Seite 230, 2. Spalte, 12. Zeile: es soll richtig heißen „Beleuchtungsobjektiv“ statt Beleuchtungsobjekt.

Seite 237, 1. Spalte, 4. Zeile: soll richtig heißen „bei jedem Zerstäuber“.

Mitteilungen.

In der „Vossischen Zeitung“ vom 25. Juli macht Prof. F. Auerbach unter dem Titel **„Die Ausrottung des Moleküls“** auf die sprachliche Mißgeburt aufmerksam, die in dem Worte Molekül vorliegt. Statt aus dem lateinischen Urquell „molecula“ habe man das Wort aus dem Französischen, und zwar noch gar aus dem „verpatzten Französischen“ geholt. Molekül sei gerade so abscheulich, wie wenn man „Partikül“ oder „Spektakül“ sagen wolle. Darum, Ihr deutschen Physiker, gehet hin uud sprecht fürderhin nur noch von Molekeln, wenn Ihr von Molekülen sprechen wollt, wie das Helmholtz in seinem meisterhaften Sprachgefühl Euch vorgemacht hat! H. Th. S.

Die **Schweizerische Naturforschende Gesellschaft** wird am 12. bis 15. September d. J. in Genf ihre 97. Jahresversammlung abhalten und gleichzeitig die Jahrhundertfeier ihrer Gründung begehen. Mit Rücksicht auf die gegenwärtigen Umstände hat das Komitee der Gesellschaft beschlossen, diese Feier in sehr bescheidenem Rahmen zu halten und die üblichen Einladungen an die gelehrten Gesellschaften des Auslandes und die außerhalb der Schweiz wohnenden Naturforscher zu unterlassen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Straßburg Dr. Ernst Weitz für Chemie, an der Technischen Hochschule Wien Dr. Johann Radon für Mathematik und Dr. Georg Weißenberger für anorganische Chemie.

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Straßburg, Direktor der Kaiserlichen Hauptstation für Erdbebenforschung Geh. Regierungsrat Professor Dr. Oskar Hecker zum ord. Honorarprofessor für Geophysik ebenda, der Professor der organischen Chemie an der Universität Sydney Dr. Robert Robinson in gleicher Eigenschaft an der Universität Liverpool, der Lektor an der Wesleyan Universität in Middletown Dr. M. L. Crossley und Dr. H. Lee Ward von derselben Universität zu Associate Professoren der Chemie an der Wesleyan Universität, der a. o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Waldemar Petersen zum ord. Honorarprofessor für Elektrotechnik an derselben Anstalt.

Berufen: Der etatsmäßige Professor der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule Breslau Dr. Alfred Stock an das Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie in Berlin-Dahlem (unter Verzicht auf die S. 88 gemeldete Berufung für die ord. Professur in Münster).

Verliehen: Dem a. o. Professor der Physik an der Universität Wien Dr. Stefan Meyer Titel und Charakter eines o. ö. Professors.

Ehrungen: Die Technische Hochschule in Braunschweig hat die Würde eines Doktoringenieurs ehrenhalber verliehen: dem Geheimen Hofrat Professor Dr. Julius Elster und dem Geheimen Hofrat Professor Dr. Hans Geitel am Gymnasium zu Wolfenbüttel in Anerkennung ihrer Stellung als Forscher auf den Gebieten der atmosphärischen Elektrizität, der Radioaktivität und der lichtelektrischen Erscheinungen.

Gestorben: Der a. o. Professor der Mathematik an der Universität Berlin Dr. Johannes Knoblauch, der frühere Präsident der Chemical Society in London Dr. Hugo Meyer, der ord. Professor der organischen Chemie an der Universität Wien Hofrat Dr. Guido Goldschmiedt, der Assistent am Mathematischen Institut der Technischen Hochschule Berlin Oberlehrer Dr. Max Karl Grober, der Privatdozent für analytische Chemie an der Technischen Hochschule und ordentliche Professor an der Handelsakademie in Budapest Dr. Károly Muraközy.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. | 15. August 1915. | 16. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 17 am 11. September 1915.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Theorie der Fall- und Steigversuche an Teilchen mit Brownscher Bewegung.

Von Erwin Schrödinger.

I. Einleitung.

Bekanntlich haben F. Ehrenhaft und andere Physiker[1]) an submikroskopischen Metall- und Flüssigkeitsteilchen Einzelladungen und Ladungsänderungen gemessen, welche nach der Ansicht einiger unter ihnen das Elektron zum Teil erheblich unterschreiten. Die geistvolle Methode ist schon oft beschrieben worden. Es handelt sich dabei um die Messung der stationären Steig- oder Fallgeschwindigkeit, welche das Teilchen in einem homogenen elektrischen Feld oder im Schwerefeld allein annimmt. Solch kleine Partikel sind aber außerdem noch der Brownschen Bewegung unterworfen und deshalb braucht ein und dasselbe Teilchen unter ganz ungeänderten Bedingungen bald etwas kürzer, bald etwas länger, um dieselbe Strecke zwischen zwei Marken zurückzulegen. Diese „wahren Schwankungen" sind bei kleinen Teilchen sehr bedeutend, so daß z. B. die „Stopfehler" ihnen gegenüber gar nicht in Betracht kommen, die Zeitmessung also als absolut genau gelten kann.

Man hat nun die Aufgabe, aus einer Serie solcher Passagezeiten, die an demselben Teilchen bei ungeänderten Bedingungen gemessen wurden, erstens: die Schwankungen zu eliminieren und den richtigen, d. h. wahrscheinlichsten Wert der Geschwindigkeit zu ermitteln; zweitens: aus den Schwankungen die Konstante der Brownschen Bewegung, etwa das mittlere sekundliche Verschiebungsquadrat, zu berechnen. Da die Schwankungen nach einem etwas anderen Gesetz verteilt sind, als gewöhnliche Beobachtungsfehler, so bietet sich hier ein neues Problem der Wahrscheinlichkeitsrechnung dar, das bis jetzt meines Wissens einer korrekten Lösung nicht zugeführt worden ist. Infolgedessen fehlt erstens dem gegenwärtig üblichen Rechenverfahren die sichere Grundlage, zweitens fehlt jeder theoretische Maßstab für die Genauigkeit. Ein solcher ist aber insbesondere für das mittlere Verschiebungsquadrat dringend vonnöten, da dieses ja selbst schon eine Art mittleres Fehlerquadrat ist. Und den mittleren Fehler des mittleren Quadrats kann man empirisch bekanntlich nur aus sehr umfangreichen Versuchsreihen ermitteln.

II. Problemstellung.

Das Teilchen, dessen Bewegung wir uns auf eine Gerade beschränkt denken können, gehe zur Zeit $t = 0$ von der Stelle $x = 0$ auf dieser Geraden aus. Seine Ortsveränderung hat man als algebraische Summe zweier Verschiebungen aufzufassen, die es durch die Feldwirkung allein und infolge der Brownschen Bewegung allein erleiden würde. Die Verschiebung durch das Feld ist der Zeit proportional, etwa

$$vt.$$

Die Brownschen Verschiebungen nach einer bestimmten Zeit t verteilen sich (bei einer großen Zahl von Versuchen immer über dieselbe Zeit t) nach dem Gaußschen Fehlergesetz, wobei das mittlere Verschiebungsquadrat mit t proportional ist. D. h. eine Verschiebung zwischen λ und

1) F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **10**, 308, 1909; **11**, 619 u. 940, 1910; **12**, 94 u. 261, 1911; Wien. Ber. **118**, März 1909; **119**, Mai 1910; **123**, 53, 1914; Ann. d. Phys. **44**, 657, 1914; C. R. t. **158**, 1071. — K. Przibram, Wien. Ber. **119**, Juni 1910; **121**, 949, 1912. — E. Weiß, Wien. Ber. **120**, 1021, 1911; diese Zeitschr. **12**, 630, 1911. — D. Konstantinowsky, Wien. Ber. **123**, 1697, 1914; Ann. d. Phys. 1915. — Für etwaige Unvollständigkeit, insbesondere Nichtberücksichtigung von Arbeiten, die seit Juli 1914 erschienen sind, bitte ich aus naheliegenden Gründen um Entschuldigung.

$\lambda + d\lambda$ in einer Koordinate hat die Wahrscheinlichkeit (W.)

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\pi t}} e^{-\frac{\alpha \lambda^2}{t}} d\lambda;$$

α ist eine Konstante, und zwar, wie leicht nachzurechnen, der halbe Reziprokwert des mittleren sekundlichen Verschiebungsquadrates. — Die Gesamtverschiebung x ist

$$x = vt + \lambda$$

und für die W., daß x zwischen x und $x + dx$ liege, ergibt sich daher

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\pi t}} e^{-\frac{\alpha (x - vt)^2}{t}} dx. \qquad (1)$$

Es gilt nun, aus einer Beobachtungsreihe der oben angeführten Art diejenigen Werte von α und v zu berechnen, welche durch diese Beobachtungsreihe zu den wahrscheinlichsten gemacht werden; ferner die Fehler zu berechnen, die beiden Werten wahrscheinlich oder im Mittel anhaften. Die Aufgabe wäre sehr einfach, wenn wir, statt immer über die gleiche Strecke, immer über das gleiche Zeitintervall beobachten würden. Aber die Versuchsanordnung gestattet das nicht. Unser Beobachtungsmaterial besteht tatsächlich aus den n Zeiten

$$t_1, t_2, t_3, \ldots . t_n,$$

die das Teilchen bei n Versuchen zur Zurücklegung immer der gleichen Strecke l benötigt.

III. Diskussion des Problems.

Wir müssen offenbar zuerst die W. kennen, daß eines der t in gegebene Grenzen falle, mit anderen Worten die W., daß das Teilchen eine in der Entfernung $x = l$ angebrachte Marke gerade in dem Zeitraum zwischen t und $t + dt$ zum erstenmal überschreite. Die Berechnung dieser W. ist so umständlich, daß ich nicht umhin kann, zwei einfachere Wege, die sich auf den ersten Blick darbieten und deren einer auch schon betreten worden ist, als irrig zu erweisen, um dem Verdacht zu begegnen, ich hätte sie übersehen.

Man könnte sagen: Da das Teilchen die durchschnittliche Geschwindigkeit v hat, so muß es, wenn es zwischen t und $t + dt$ die Marke bei l erreichen soll, zur Zeit t zwischen l und $l - vdt$ sich aufhalten. Hierfür besteht nach (1) die W.

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\pi t}} e^{-\frac{\alpha (l - vt)^2}{t}} vdt. \qquad (2)$$

Demnach wäre dies auch die W. für ein Überschreiten der Marke zwischen t und $t + dt$. Das ist aber falsch, denn (2) verschwindet für $v = 0$ und jedes endliche Wertepaar (l, t), während tatsächlich auch ein Teilchen, das nur der Brownschen Bewegung unterworfen ist, eine in endlicher Entfernung angebrachte Marke jedenfalls in vielen (de facto in allen) Fällen irgendeinmal überschreiten wird.

Ein zweiter naheliegender Weg ist der: ich berechne die W., daß sich das Teilchen zur Zeit t, und die W., daß es sich zur Zeit $t + dt$ diesseits der Marke aufhalte. Die Differenz — könnte man glauben — wird die W. für das Überschreiten der Marke in der Zwischenzeit liefern. Man findet

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} e^{-\frac{\alpha (l - vt)^2}{t}} (l t^{-3/2} + v t^{-1/2}) dt. \qquad (3)$$

Mit diesem Wert hat Konstantinowsky[1]) gerechnet. Er erweist sich als falsch, und zwar aus zwei Gründen. Erstens stellt er nur die Differenz der W. für ein Überschreiten in positivem oder negativem Sinne dar; zweitens sind im Minuend auch jene Fälle berücksichtigt, in denen die Marke zwar in dem betrachteten Zeitraum überschritten wird, aber nicht zum erstenmal.

Die Sache wird anschaulicher, wenn man sich statt eines Teilchens deren sehr viele (N) zur Zeit $t = 0$ von $x = 0$ aus „diffundieren" denkt. Man überblickt dann eine sehr große Zahl von Versuchen gleichzeitig. Formel (1) gibt dann (mit N multipliziert) die Zahl der Teilchen an, die jeweils zwischen x und $x + dx$ liegen. Die Gesamtzahl diesseits der Marke ist

$$N\int_{-\infty}^{l} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi t}} e^{-\frac{\alpha (x - vt)^2}{t}} dx = \frac{N}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{(l - vt)\sqrt{\frac{\alpha}{t}}} e^{-y^2} dy;$$

man erkennt, daß der Ausdruck (3) nichts anderes ist, als die Abnahme dieser Zahl während dt (abgesehen von dem Faktor N); d. i. die Zahl der positiven vermindert um die Zahl der negativen Passagen, ohne Rücksicht auf die Vorgeschichte der betreffenden Teilchen.

Der Experimentator wird vielleicht geneigt sein, diesen Fehler gering zu achten, da er vielleicht eine Rückkehr über die Marke nur selten beobachtet hat. Daß die Möglichkeit der Rückkehr gleichwohl nicht außer acht gelassen werden darf, geht aber daraus hervor, daß Minuend und Subtrahend der Differenz (3) bei genügend kleinem Zeitdifferential von viel höherer Größenordnung sind als (3).

Um uns hiervon zu überzeugen, berechnen wir die Zahl der Teilchen, die der doppelten Bedingung genügen, daß sie zur Zeit t diesseits, zur Zeit $t + \Delta t$ aber jenseits der Marke anzutreffen sind. Diese Zahl gibt jedenfalls eine untere Schranke für die Zahl der positiven Pas-

1) D. Konstantinowsky, Wien. Ber. **123**, 1717, 1914.

sagen, denn alle Teilchen, von denen das Gesagte gilt, müssen in Δt mindestens eine positive Passage vollzogen haben. Greifen wir nun zur Zeit t irgendein Intervall $(x', x' + dx')$ diesseits der Marke heraus. Es enthält nach (1)

$$N\sqrt{\frac{\alpha}{\pi t}}\, e^{-\frac{\alpha (x'-vt)^2}{t}}\, dx' \qquad (4)$$

Teilchen. Von ihnen werden alle jene und nur jene zur Zeit $t + \Delta t$ jenseits der Marke sein, die während Δt eine positive Verschiebung $> l - x'$ erlitten haben. Hierfür besteht, nach (1), die W.

$$\int\limits_{l-x'}^{\infty} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi \Delta t}}\, e^{-\frac{\alpha(x - v\Delta t)^2}{\Delta t}}\, dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{(l-x'-v\Delta t)\sqrt{\frac{\alpha}{\Delta t}}}^{\infty} e^{-y^2}\, dy. \qquad (5)$$

Mit dieser W. ist (4) zu multiplizieren und dann nach x' von $-\infty$ bis l zu integrieren. Das gibt

$$\frac{N}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{l} dx' \sqrt{\frac{\alpha}{t}}\, e^{-\frac{\alpha (x'-vt)^2}{t}} \int\limits_{(l-x'-v\Delta t)\sqrt{\frac{\alpha}{\Delta t}}}^{\infty} dy\, e^{-y^2} =$$

$$= \frac{N}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{z_0} dz\, e^{-z^2} \int\limits_{(z_0 - z)\sqrt{\frac{t}{\Delta t}} - v\sqrt{\alpha \Delta t}}^{\infty} dy\, e^{-y^2} \qquad (6)$$

Hier wurde zur Abkürzung

$$(l - vt)\sqrt{\frac{\alpha}{t}} = z_0 \qquad (7)$$

gesetzt. Umkehrung der Integrationsfolge liefert

$$\frac{N}{\pi}\int\limits_{-v\sqrt{\alpha\Delta t}}^{\infty} dy\, e^{-y^2} \int\limits_{z_0 - (y + v\sqrt{\alpha \Delta t})\sqrt{\frac{\Delta t}{t}}}^{z_0} dz\, e^{-z^2}. \qquad (8)$$

Nun läßt sich die Limite für $\Delta t = 0$ bilden. Man erhält als Glied niedrigster Ordnung in Δt

$$\frac{N}{2\pi\sqrt{t}}\, e^{-\frac{\alpha (l-vt)^2}{t}} \sqrt{\Delta t}. \qquad (9)$$

Der Ausdruck (8) geht also in der Limite nur wie $\sqrt{\Delta t}$ gegen 0. Da er eine untere Schranke[1]) für die Zahl der positiven Passagen während Δt bildet, so muß auch diese Passagenzahl, der Minuend in (3), mindestens von der Größenordnung $\sqrt{\Delta t}$ sein, also von höherer Größenordnung als die Differenz (3) selbst. W. z. b. w.

IV. Lösung des Problems.

a) Die Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Erstpassagezeit.

Um Worte zu sparen, wollen wir ein Teilchen, solange es die Marke noch nicht überschritten hat, „weiß" nennen, später hingegen „rot". Diesseits der Marke gibt es also weiße und rote Teilchen, jenseits der Marke nur rote. Nun sei $p(t)dt$ die gesuchte Wahrscheinlichkeit einer Erstpassagezeit zwischen t und $t + dt$, also $Np(t)dt$ die Zahl der Erstpassagen während dt. Dann ist offenbar

$$N p(t)\, dt = \text{Abnahme der weißen Teilchen während } dt. \qquad (10)$$

Im Falle $v = 0$ ist die jeweilige Zahl der weißen Teilchen leicht anzugeben. Denn da verteilen sich die roten von der Marke aus gleichmäßig auf den Raum diesseits und jenseits. Die Zahl der weißen ist also gleich der Gesamtzahl N vermindert um die doppelte Zahl jenseits der Marke.

Wenn $v \neq 0$ ist, ist eine so einfache Überlegung nicht mehr möglich, denn da verteilen sich die roten Teilchen nicht mehr gleichmäßig auf die Halbstrahlen zu beiden Seiten der Marke. Die W., ein individuelles rotes Teilchen diesseits der Marke anzutreffen, hängt davon ab, wie lange es schon rot ist.

Wir können uns aber in jedem Falle die Dichteverteilung der weißen Teilchen durch folgenden Kunstgriff anschaulich machen. Erstens denken wir uns immer $v = 0$ und erteilen dafür der Marke die Geschwindigkeit $-v$, mit welcher sie zur Zeit $t = 0$ von der Stelle $x = l$ ausgehen soll. Die Marke befindet sich also dann jeweilig an der Stelle $x = l - vt$. Das ist lediglich eine Koordinatentransformation, die wir nachher wieder rückgängig zu machen haben. Nun beachten wir, daß die Dichteverteilung aller Teilchen

$$\varrho(x, t) = N\sqrt{\frac{\alpha}{\pi t}}\, e^{-\frac{\alpha x^2}{t}} \qquad (11)$$

eine Lösung der Fourierschen Gleichung

$$\frac{1}{4\alpha}\frac{\partial^2 \varrho}{\partial x^2} = \frac{\partial \varrho}{\partial t} \qquad (12)$$

ist. Das ist übrigens kein Zufall, sondern hängt mit der Wesensverwandtschaft der Diffusion und der Brownschen Bewegung zusammen. Wir können (12) geradezu als die Diffusionsgleichung der Brownschen Teilchen bezeichnen. (11) ist jene Lösung von (12), welche für $t = 0$ an der Stelle $x = 0$ die wohlbekannte Singularität[1]) zeigt, für alle anderen x verschwindet, und für alle positiven t und alle x regulär ist.

Die Dichte der weißen Teilchen, die wir mit $\varrho_w(x, t)$ bezeichnen wollen, wird nun ebenfalls die Differentialgleichung (12) erfüllen müssen. Nur kommt noch die Randbedingung hinzu, daß ϱ_w an der jeweiligen Stelle der Marke verschwinden muß:

$$\varrho_w(l - vt, t) = 0. \qquad (13)$$

Denn die weißen Teilchen werden ja von der Marke verschluckt, wie Gasionen von einer Metallplatte.

Würde die Marke ruhen ($v = 0$), so ließe sich die neue Lösung aus (11) durch das bekannte „Spiegelungs"verfahren gewinnen. Man

1) Faktisch gibt (9) in der Limite die Passagenzahl selbst, da mehrmalige Passage desselben Teilchens während Δt von höherer Ordnung unwahrscheinlich wird.

1) Das Charakteristische dieser Singularität besteht darin, daß die Funktion (11) von x an der Stelle $x = 0$ zwar für $t = 0$ nicht definiert ist, daß jedoch ihr bestimmtes Integral über jede feste, beliebig kleine aber endliche Strecke, welche den Punkt $x = 0$ als inneren Punkt enthält, sich für $t = 0$ der Grenze N nähert.

spiegelt (11) an der Marke und an der x-Achse [im (ϱ, x) Koordinatensystem]:

$$-N\sqrt{\frac{\alpha}{\pi t}}\,e^{-\frac{\alpha(x-2l)^2}{t}} \tag{14}$$

und fügt diese gespiegelte Lösung zu der ursprünglichen hinzu:

$$\varrho_w(x,t)=N\sqrt{\frac{\alpha}{\pi t}}\left(e^{-\frac{\alpha x^2}{t}}-e^{-\frac{\alpha(x-2l)^2}{t}}\right). \tag{15}$$

Ist $v>0$, so darf man natürlich nicht die gespiegelte Lösung mit der doppelten Geschwindigkeit der Marke fortschwimmen lassen, weil sie dann aufhört, Lösung der Differentialgleichung (12) zu sein. Es genügt aber, den zweiten Bestandteil von (15) im Verhältnis $e^{4\alpha l v}$ zu vergrößern, um der O-Stelle die gewünschte Geschwindigkeit $-v$ zu erteilen; wir haben also

$$\left.\begin{aligned}\varrho_w(x,t)&=N\sqrt{\frac{\alpha}{\pi t}}\\ &\left(e^{-\frac{\alpha x^2}{t}}-e^{4\alpha l v}\,e^{-\frac{\alpha(x-2l)^2}{t}}\right).\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Dieser Ausdruck gilt natürlich nur diesseits der Marke, d. i. für $x<l-vt$. Hier genügt er der Gleichung (12), erfüllt die Bedingung (13) und verhält sich für $t=0$ wie (11). Für $x>l-vt$ hat natürlich $\varrho_w\equiv 0$ zu gelten.

Machen wir noch die Koordinatentransformation rückgängig, indem wir x durch $x-vt$ ersetzen, so erhalten wir schließlich

$$N\sqrt{\frac{\alpha}{\pi t}}\left(e^{-\frac{\alpha(x-vt)^2}{t}}-e^{4\alpha l v}\,e^{-\frac{\alpha(x-vt-2l)^2}{t}}\right)dx \tag{17}$$

für die Zahl der weißen Teilchen zwischen x und $x+dx$.

Indem wir (17) nach x von $-\infty$ bis l integrieren, finden wir die Gesamtzahl der weißen Teilchen zur Zeit t:

$$\frac{N}{\sqrt{\pi}}\left[\int\limits_{-\infty}^{(l-vt)\sqrt{\frac{\alpha}{t}}}e^{-y^2}dy-e^{4\alpha l v}\int\limits_{-\infty}^{-(l+vt)\sqrt{\frac{\alpha}{t}}}e^{-y^2}dy\right]. \tag{18}$$

Nach (10) erhalten wir daraus durch Differentiation nach t die Wahrscheinlichkeit einer Erstpassagezeit zwischen t und $t+dt$:

$$p(t)\,dt=l\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\,e^{-\frac{\alpha(l-vt)^2}{t}}\,t^{-\frac{3}{2}}\,dt. \tag{19}$$

Obwohl ich den Weg über die partielle Differentialgleichung für vollkommen einwandfrei halte, mag er doch im ersten Augenblick befremden. Wir können aber jetzt nachträglich die Richtigkeit von (19) auf ganz direktem Wege erhärten, indem wir ohne Kenntnis von (19) eine Integralbeziehung ableiten, der $p(t)$ genügen muß.

Im Zeitraum $(\vartheta, \vartheta+d\vartheta)$ überschreiten $Np(\vartheta)\,d\vartheta$ weiße Teilchen die Marke, d. h. werden zu roten. Von diesen roten Teilchen werden zur Zeit t $(0<\vartheta<t)$ alle jene und nur jene diesseits der Marke anzutreffen sein, die in der Zwischenzeit $(t-\vartheta)$ eine Verschiebung zwischen $-\infty$ und 0 erlitten haben. Nach (1) sind das

$$Np(\vartheta)\,d\vartheta\int\limits_{-\infty}^{0}\sqrt{\frac{\alpha}{\pi(t-\vartheta)}}\cdot e^{-\frac{\alpha[x-v(t-\vartheta)]^2}{t-\vartheta}}\,dx$$

Teilchen. Integrieren wir noch nach ϑ von 0 bis t, so erhalten wir die Gesamtzahl der roten Teilchen, die sich zur Zeit t diesseits der Marke befinden. Ziehen wir diese Zahl von der Gesamtzahl der Teilchen diesseits der Marke, die sich aus (1) leicht berechnen läßt, ab, so gibt das die Zahl der weißen Teilchen. Ihr negativer Differentialquotient nach t muß wieder $=Np(t)$ sein. So gelangt man zu der Integralbeziehung

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\,p(t)&=e^{-\frac{\alpha(l-vt)^2}{t}}\left(l\,t^{-\frac{3}{2}}+v\,t^{-\frac{1}{2}}\right)\\&-v\int\limits_0^t e^{-\alpha v^2(t-\vartheta)}\,\frac{p(\vartheta)\,d\vartheta}{\sqrt{t-\vartheta}}.\end{aligned}$$

Durch Einsetzen des Ausdruckes (19) und Ausführung der Quadratur überzeugt man sich leicht, daß die Beziehung identisch erfüllt wird. Dagegen erfüllen die schon früher als unrichtig erwiesenen Ausdrücke (2) und (3) die Bedingung natürlich nicht.

b) Die wahrscheinlichsten Werte von α und v.

Erinnern wir uns nun der eingangs formulierten Aufgabe: es sind bei n Versuchen die Zeiten $t_1, t_2 \ldots t_n$ gemessen worden; welches ist das wahrscheinlichste Wertepaar (α, v)? — Nun offenbar jenes, welches, wenn man damit eine sehr große Zahl solcher Versuchssreihen ausführt, relativ am häufigsten das Wertesystem $t_1, t_2 \ldots t_n$ auftreten läßt. Nach (19) ist nun bei gegebenen Werten von α und v, die W., daß der erste Zeitwert zwischen t_1 und t_1+dt_1 liege:

$$l\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\,e^{-\frac{\alpha(l-vt_1)^2}{t_1}}\,t_1^{-\frac{3}{2}}\,dt_1.$$

Analog sind die W. zu bilden, daß t_2 zwischen t_2 und t_2+dt_2, ... t_n zwischen t_n und t_n+dt_n liege. Diese Ereignisse sind voneinander unabhängig, daher ist die W., daß sie alle zugleich eintreffen, gleich dem Produkt:

$$\left.\begin{aligned}&l^n\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{n}{2}}e^{-\alpha\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{(l-vt_i)^2}{t_i}}\times\\&\left(\prod_{i=1}^{n}t_i\right)^{-\frac{3}{2}}dt_1\,dt_2\ldots dt_n.\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Das wahrscheinlichste Wertepaar (α_w, v_w) wird nun jenes sein, welches dieser W. den größten Betrag erteilt. Man findet durch Differenziation

$$v_w=\frac{l}{\frac{1}{n}\sum t_i},\quad \alpha_w=\frac{1}{2l\left(\frac{1}{n}\sum\frac{l}{t_i}-\frac{l}{\frac{1}{n}\sum t_i}\right)};$$

oder wenn man (21)

$$\frac{1}{n}\sum t_i = \bar{t_i}, \quad \frac{1}{n}\sum \frac{l}{t_i} = \bar{v_i} \tag{22}$$

setzt:

$$v_w = \frac{l}{\bar{t_i}}, \quad \alpha_w = \frac{1}{2l(\bar{v_i} - v_w)}. \tag{23}$$

Für das wahrscheinlichste „mittlere sekundliche Verschiebungsquadrat" der Brownschen Bewegung ergibt sich

$$\Lambda_w^2 = \frac{1}{2\alpha_w} = l(\bar{v_i} - v_w). \tag{24}$$

Die Resultate (21) bis (24) sind nicht befremdend. Sie erweisen den Rechenvorgang, der meines Wissens bisher immer befolgt wurde, als korrekt. Bemerkenswert und erfreulich ist es, daß er strenge korrekt ist, während z. B. Konstantinowsky durch den oben beleuchteten Irrtum dazu veranlaßt wurde, Korrektionen daran anzubringen.

Tatsächlich ergibt auch Formel (19) für die „mittlere Erstpassagezeit bei unendlich vielen Versuchen" genau

$$\bar{t} = \frac{l}{v}.\text{ [1]} \tag{25}$$

Man kann Formel (19) noch dazu benutzen, um das sogenannte „$\sqrt{t}$-Gesetz" in einer dieser Versuchsanordnung besser angepaßten Form streng zu formulieren, nämlich als „$\sqrt{l}$-Gesetz". Setzt man

$$\bar{t} - t = \triangle t,$$

so ist

$$\overline{\triangle t^2} = \overline{(\bar{t} - t)^2} = \overline{t^2} - (\bar{t})^2.$$

Nun ergibt (19)

$$\overline{t^2} = l\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\int_0^t t^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\alpha(l-vt)^2}{t}} dt = \frac{l^2}{v^2} + \frac{l}{2\alpha v^3}.$$

Demnach

$$\frac{\sqrt{\overline{\triangle t^2}}}{\sqrt{l}} = \frac{1}{\sqrt{2\alpha v^3}} = \text{konst.} \tag{26}$$

In Worten: Der quadratische Mittelwert der Zeitabweichungen ist mit der Wurzel aus der Fallstrecke proportional. Tatsächlich wurde auch das „$\sqrt{t}$-Gesetz" bei Fall- und Steigversuchen stets in dieser Form geprüft, die sich aber aus (1) direkt nicht streng ableiten läßt.

1) Im Gegensatz zu Konstantinowsky, der aus (3) $\bar{t} = \frac{l}{v} + \frac{1}{4\alpha v^2}$ berechnet. Dies ist die „mittlere Aufenthaltsdauer diesseits der Marke". — Für die „wahrscheinlichste Zeit der Erstpassage" findet man aus (19) annähernd (d. h. bei großem v): $\frac{l}{v} - \frac{3}{4\alpha v^2}$; sie wächst aber für $v = 0$ nicht über alle Grenzen, sondern hat den endlichen Wert $\frac{2\alpha l^2}{3}$. — Auch aus (9) kann man ein Zeitmittel berechnen, das „Mittel aus allen Passagezeiten". Es hat den Wert: $\frac{l}{v} + \frac{1}{2\alpha v^2}$. — Wieder einen anderen Wert wird vermutlich die „wahrscheinlichste mittlere Passagezeit" haben, worunter man das wahrscheinlichste Mittel aller Passagezeiten eines Einzelversuches verstehen könnte. Man sieht, der Begriff der mittleren oder wahrscheinlichsten Passagezeit ist ungefähr so vieldeutig wie die mittlere Weglänge in der Gastheorie.

V. Die theoretische Häufigkeit der „Rückkehr".

Auf noch eine sehr interessante Anwendung der Formel (19) möchte ich nicht unterlassen hinzuweisen, da sie dazu dienen kann, die geltende Theorie der Brownschen Bewegung bei solchen Versuchen einer neuerlichen Prüfung zu unterziehen. Wir können nämlich jetzt die im II. Abschnitt gestreifte Frage nach der Wahrscheinlichkeit einer Rückkehr exakt beantworten. Wir legen uns also jetzt die Frage vor: wie groß ist die W., daß ein Teilchen, welches die Marke einmal um die Strecke ε überschritten hat, überhaupt noch einmal zur Marke zurückkehre?

Die Frage ist gleichbedeutend mit der anderen: wie groß ist die W., daß ein Teilchen eine in der Entfernung $-\varepsilon$ vom Ausgangspunkt angebrachte Marke irgendeinmal, d. h. in der Zeit zwischen 0 und $+\infty$ zum erstenmal[1]) überschreite?

Die Formel (19) ist auch hier anwendbar. (Wenn man es vorzieht, kann man sich vorstellen, daß nicht l, sondern v das Vorzeichen wechselt.) Man erhält für die gefragte W.

$$\varepsilon\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\int_0^\infty e^{-\frac{\alpha(\varepsilon+vt)^2}{t}} t^{-\frac{3}{2}} dt =$$

$$= e^{-4\varepsilon\alpha v} = e^{-\frac{2\varepsilon v}{\Lambda^2}},$$

wenn $\Lambda^2 = \frac{1}{2\alpha}$ wieder das mittlere sekundliche Verschiebungsquadrat.

Die W. sinkt also einfach in geometrischer Progression mit der Entfernung von der Marke. Interessant ist die Größenordnung der Überschreitungen, nach welchen die Rückkehr noch einigermaßen wahrscheinlich ist. Fordern wir etwa

$$e^{-\frac{2\varepsilon v}{\Lambda^2}} = \frac{1}{e},$$

so wird

$$\varepsilon = \frac{\Lambda^2}{2v}.$$

Es betrug z. B. bei einer Beobachtungsreihe Konstantinowskys (l. c. S. 1749) rund: $v = 20 \times 10^{-4}$ cm/sec, $\Lambda^2 = 2 \times 10^{-6}$ cm²/sec. Daraus berechnet sich

$$\varepsilon = 5 \times 10^{-4} \text{ cm}.$$

1) Dieser Zusatz ist auch hier wieder notwendig, weil sonst die verschiedenen Fälle nicht reinlich getrennt wären.

Die gesamte Fallstrecke l hatte $61 \cdot 3 \times 10^{-4}$ cm betragen; sie wurde durchschnittlich in 3 Sek. zurückgelegt. Eine Reversion nach Überschreitung der Fallstrecke um 8 Proz. konnte der Beobachtung wohl nicht entgehen und muß nach der Theorie bei den 56 Versuchen dieser Serie unbedingt öfters vorgekommen sein. Ebenso muß es vorgekommen sein, daß Teilchen, nachdem sie an der ersten Marke schon abgestoppt waren und schon ca. 8 Proz. der Fallstrecke zurückgelegt hatten, wieder bis an die erste Marke oder hinter dieselbe zurückkehrten. Es wäre sehr interessant zu wissen, ob diese Folgerung der Theorie qualitativ und quantitativ zutrifft.

VI. Präzisionsmasse.

Es fragt sich nun noch, in welchem Grade wir hoffen dürfen, mit (α_w, v_w) bzw. (A_w^2, v_w) den wahren Werten (α, v) bzw. (A^2, v) nahegekommen zu sein. Gegenwärtig ist für die Beurteilung dieser Frage ein Kriterium üblich, dem ich nicht zustimmen kann. Man berechnet beispielsweise bei einer Beobachtungsreihe von 70 Einzelmessungen A_w^2 aus den ersten 20, 30, 40, 50, 60 und schließlich aus allen 70 Erstpassagezeiten[1]). Die Tatsache, daß die Oszillationen der so erhaltenen Zahlenfolge gegen das Ende zu genügend klein werden, wird als Beweis dafür angesehen, daß eine genügende Genauigkeit erreicht ist. Das kann dazu verleiten, aus den Oszillationen der letzten 2 oder 3 Zahlen die Größenordnung des Fehlers zu beurteilen, mit welchem die letzte Zahl wahrscheinlich behaftet ist. Diese Auffassung wäre aber durchaus irrig. Denn der wahrscheinliche Fehler einer Versuchsreihe von 70 Einzelversuchen ist von derselben Größenordnung wie die wahrscheinliche Abweichung zweier Versuchsreihen zu je 70 unabhängigen Einzelmessungen. Zwei Versuchsreihen, deren eine vollständig in der zweiten enthalten ist, ja sogar das Hauptkontingent der Versuche der zweiten Reihe bildet, sind nichts weniger als unabhängig und werden „wahrscheinlich" viel weniger abweichende Resultate liefern.

Ein brauchbares Präzisionsmaß liefern uns die Quadratwurzeln aus den mittleren Fehlerquadraten von v_w und A_w^2 und diese lassen sich verhältnismäßig leicht berechnen. Denn das Differential (20) stellt ja die Wahrscheinlichkeit dar, daß bei einer Versuchsreihe mit bestimmten Werten A^2 und v das Wertesystem der $t_1 \ldots t_n$ und folglich auch die nach (22) bis (24) als Funktionen der $t_1 \ldots t_n$ dargestellten Resultate A_w^2 und v_w in bestimmte infinitesimale Grenzen fallen. Wir brauchen also nur das Differentiale (20) mit den jeweiligen Fehlerquadraten

$$(v_w - v)^2 = \left(\frac{l}{\frac{1}{n}\sum t_i} - v\right)^2 \qquad (27)$$

bzw.

$$(A_w^2 - A^2)^2 = \left[l\left(\frac{1}{n}\sum \frac{l}{t_i} - \frac{l}{\frac{1}{n}\sum t_i}\right) - \frac{1}{2\alpha}\right]^2 \qquad (28)$$

zu multiplizieren und nach $t_1 \ldots t_n$ von 0 bis ∞ zu integrieren, um die mittleren Fehlerquadrate zu erhalten[1]).

Die Ausführung der Quadraturen ist ziemlich langwierig und erfolgt, zum mindesten bei (28), am besten gesondert für die 6 Glieder des Quadrates. Man gelangt dann in allen Fällen, entweder direkt oder durch Einführung der Variabeln

$s_1 = t_1,\ s_2 = t_1 + t_2,\ \ldots . s_n = t_1 + t_2 + \ldots + t_n$

zum Ziel[2]). Man findet

$$\left.\begin{aligned} \frac{\sqrt{\overline{(v_w - v)^2}}}{v} &= \frac{A}{\sqrt{lvn}} \sqrt{1 + \frac{3A^2}{lvn}} \\ \frac{\sqrt{\overline{(A_w^2 - A^2)^2}}}{A^2} &= \frac{\sqrt{2n-1}}{n}. \end{aligned}\right\} \qquad (29)$$

Ich wiederhole: die Bedeutung der Zeichen v_w und A_w^2 sind Fallgeschwindigkeit und mittleres sekundliches Verschiebungsquadrat der Brownschen Bewegung, wie sie sich aus einer Reihe von n Versuchen nach den Formeln (22) bis (24) ergeben. v und A^2 sind die wahren Werte dieser Größen. l ist die Fallstrecke.

Natürlich ist es praktisch unmöglich, auf der rechten Seite der ersten Gleichung die wahren Werte A und v einzusetzen. Zur Fehlereinschätzung genügt es aber, hier die fehlerhaften Werte A_w und v_w zu verwenden, sowie den von 1 nur wenig verschiedenen Faktor $\sqrt{1 + \frac{3A^2}{lvn}}$

1) F. Ehrenhaft, Wien. Ber. **123**, 53, 1914; D. Konstantinowsky, Wien. Ber. **123**, 1697, 1914; F. Zerner, diese Zeitschr. **16**, 10, 1915.

1) Diese dritte Art von Mittelbildung: über eine (gedachte) unendliche Zahl von Versuchsreihen zu je n Versuchen, ist wohl auseinanderzuhalten von den beiden früheren: Mittel über eine (gedachte) unendliche Zahl von Einzelversuchen, wie in Gleichung (25) und: Mittel über die n Versuche einer bestimmten Reihe wie in Gleichung (22). Daß der Querstrich in drei verschiedenen Bedeutungen verwendet wurde, dürfte wohl kaum zu Verwechselungen führen.

2) Dabei tritt das bestimmte Integral auf

$$\int_0^s \frac{ds'}{(s-s')^{3/2} s'^{3/2}} e^{-\left(\frac{a^2}{s-s'} + \frac{b^2}{s'}\right)} = \frac{(a+b)\sqrt{\pi}}{abs^{1/2}} e^{-\frac{(a+b)^2}{s}},$$

und andere, die sich daraus leicht ableiten lassen.

fortzulassen. Für den praktischen Gebrauch ergibt sich dadurch die Näherungsformel

$$\frac{\sqrt{\overline{(v_w - v)^2}}}{v} = \frac{\Lambda_w}{\sqrt{l\, v_w\, n}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{n^2}\sum\frac{1}{t_i}\cdot\sum t_i\right) - 1}}{\sqrt{n}}. \qquad (30)$$

Der relative Fehler des Verschiebungsquadrates hängt, wie vorauszusehen, nur von der Zahl der Versuche ab und ist bei längeren Versuchsreihen nahezu $= \sqrt{\frac{2}{n}}$. Die Formel gibt übrigens auch für $n = 1$ natürlich den richtigen Wert. Denn aus (22) bis (24) ergibt sich in diesem Falle $\Lambda_w^2 = 0$, der Fehler beträgt also immer 100 Proz. vom wahren Wert.

An einem willkürlich herausgegriffenen Beispiel möchte ich noch zeigen, daß das von mir oben angefeindete Kriterium wirklich unzureichend ist. Aus einer Reihe von 34 Fallzeiten und 33 Steigzeiten ergab sich[1])

$$\Lambda^2_{20,30,40,50,60,67} = \begin{array}{l}1{,}047,\ 1{,}363,\ 2{,}135,\ 2{,}034,\\ 2{,}022, 2{,}095 \times 10^{-6}\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{sec}.\end{array}$$

Aus dieser Zahlenreihe ist man versucht, zu schließen, daß dem letzten Wert schon eine Genauigkeit von etwa 4 Proz. zukommt. Formel (29^2) aber gibt 17,2 Proz. für $n = 67$.

Zusammenfassung.

Leider muß ich es mir aus Mangel an Hilfsmitteln und Literatur zurzeit versagen, das vorhandene Zahlenmaterial auf Grund der vorgetragenen Theorie einer kritischen Durchsicht zu unterziehen. Nur soviel möchte ich zusammenfassend bemerken:

Bei der Berechnung der Ladungen submikroskopischer Teilchen aus Fall- und Steigversuchen haben nach dem derzeitigen Stande der Theorie der Brownschen Bewegung unbedingt die Formeln (21) bis (24) dieser Abhandlung Anwendung zu finden. Selbst geringfügige Abweichungen davon können insbesondere beim „mittleren sekundlichen Verschiebungsquadrat" zu recht erheblichen Fehlern führen. Denn bei letzterem handelt es sich um eine Art Fehlerrechnung und die große Empfindlichkeit solcher Rechnungen gegen geringfügige Varianten des Rechenvorganges ist bekannt. — Als Maßstab der erzielten Genauigkeit haben die Formeln (29) bzw. (30) dieser Abhandlung zu gelten und nicht das „Kriterium der kleinen Oszillationen".

Nachtrag bei der Korrektur: Herr Konstantinowsky macht mich brieflich auf einen fatalen Irrtum aufmerksam. Ich habe den unrichtigen Ausdruck (3) und die daraus folgende unzutreffende Korrektion (vgl. die auf Gl. (24) folgenden Sätze) fälschlich Herrn Konstantinowsky in die Schuhe geschoben. Tatsächlich hat aber Herr Konstantinowsky die Formel (3) und die ganze Korrektionsrechnung von H. Fletcher[1]) übernommen, den er auch auf S. 1716 und nochmals auf S. 1718 seiner Abhandlung[2]) zitiert. Ich spreche Herrn Konstantinowsky auch an dieser Stelle mein lebhaftes Bedauern über dieses Versehen meinerseits aus.

1) D. Konstantinowsky, l. c. S. 1750.

1) H. Fletcher, Phys. Rev. **33**, 1911, August, Nr. 2, 82.
2) D. Konstantinowsky, Wien. Ber. **123**, 1914.

Komárom, Ungarn, Juli 1915. [Aus dem II. physikal. Institut der k. k. Universität Wien.]

(Eingegangen 26. Juli 1915.)

Über die graphische und mechanische Berechnung chemischer Affinitäten aus thermischen Messungen.

(Eine Bemerkung zu der Notiz der Herren R. Gans und Pereyra Míguez über einen „thermodynamischen Integrator".)

Von W. Drägert.

In Jahrg. **16**, 247, 1915 dieser Zeitschr. brachten die Herren Richard Gans und Adrián Pereyra Míguez die Beschreibung eines thermodynamischen Integraphen, der mechanisch die Kurve der „maximalen Arbeit" aus der Energiekurve zu zeichnen vermag. Mit der Arbeit jetzt bekannt geworden, kann ich nicht umhin, an dieser Stelle darauf hinzuweisen, daß die genannte Aufgabe in allen Teilen und darüber hinaus durch Angabe eines graphischen Verfahrens von mir bereits im Frühjahr 1914 gelöst worden ist. Sie ist in meiner Dissertation[1]) niedergelegt, deren Drucklegung im Juli und August vorigen Jahres erfolgte. Mein Eintritt ins Heer und meine spätere Beschäftigung in der Rüstungsindustrie einerseits, andererseits die bisher nicht ausgeführte Absicht des Herrn Geheimrat Nernst, mit mir über diesen Gegenstand und einige nach dem angegebenen Verfahren kontrollierte Gleichgewichte zu publizieren, hielten mich von einer zeitschriftlichen Veröffentlichung ab. Nunmehr veranlaßt mich die Arbeit der Herren R. Gans und A. P. Míguez, zum Belege, daß die angezogene Aufgabe bereits 1914 von mir gelöst worden

1) „Thermodynamische Untersuchungen am Kalziumhydroxyd sowie über die graphische und mechanische Berechnung chemischer Affinitäten aus thermischen Messungen", Berlin 1914.



ist, die fraglichen Stellen aus der Dissertation im Auszug wiederzugeben:

„Das Nernstsche Wärmetheorem ist auf Grund der Gleichungen

$$A - U = T \frac{dA}{dT}$$

$$A = -T \int_0^T \frac{U}{T^2} dT$$

(A = freie Energie, chemische Affinität, T = absolute Temperatur, U = Abnahme der Totalenergie, bei chemischen Prozessen Wärmetönung) zur Berechnung zahlreicher chemischer Gleichgewichte verwendet worden, in denen der Verlauf der Energiekurve durch Messungen spezifischer Wärmen bekannt war. Da aber alle diese Berechnungen je nach Art der Darstellung der Molekularwärmen einen gewissen Kurswert besitzen, zudem umständliche Rechnungen erforderlich machen, kann wohl einmal die Frage beleuchtet werden, ob aus den experimentellen Zahlen nicht unabhängig von wechselnden theoretischen Formeln eine exakte Berechnung allein auf Grund der beiden vorstehenden Gleichungen in einfacher Weise geführt werden kann. Eine solche kann natürlich, wenn sie von Formeln unabhängig sein soll, nur graphisch oder mechanisch erfolgen. Es galt sonach, da die Energiekurve durch die gewöhnlichen Verfahren der graphischen Integration oder auch durch mechanisch arbeitende Integraphen gezeichnet werden kann, wenn die Temperaturkurven der spezifischen Wärmen bekannt sind, einen Apparat zu konstruieren, der mechanisch aus der Energiekurve die Kurve der maximalen Arbeit zeichnet. Das Prinzip des entworfenen Apparates gab das der A-Kurve zugrunde liegende Differentialgesetz in der Form

$$\frac{dA}{dT} = \frac{A - U}{T}.$$

Eine einfache Zeichnung zeigt, daß in jedem Punkt der A-Kurve die Tangente derselben mit dem Unterschied der beiden Kurven und der Länge der Abszisse (Temperaturachse) ein

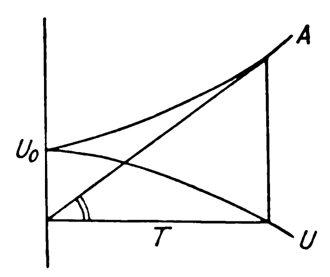


Fig. 1.

rechtwinkliges Dreieck bildet, dessen Hypotenuse die Tangentenrichtung der A-Kurve angibt. Sobald man dafür sorgt, diese Beziehung mechanisch zu verwirklichen, derart, daß die Tangente der A-Kurve in jedem Augenblick durch $\frac{A-U}{T}$ bestimmt wird, erfolgt eine mechanische Zeichnung der A-Kurve, wenn ein Punkt derselben bekannt ist. Als technisches Hilfsmittel, diese Forderung zu erfüllen, bot sich mir die Anwendung der Rolle dar mit ihrer Eigenschaft, ihre Spurebene bei genügendem Druck gegen eine Unterlage stets beizubehalten. Wird ihr in jedem Augenblick ihrer Bewegung die durch $\frac{A-U}{T}$ geforderte Richtung erteilt, so beschreibt sie die A-Kurve auf ihrer ebenen Unterlage. Die geforderte stetige Richtungsänderung wird ihr durch ein veränderliches rechtwinkliges Dreieck in folgender Weise gegeben:

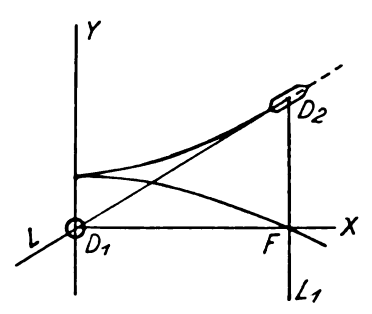


Fig. 2.

Längs einer Schiene Y, die der Ordinatenrichtung parallel ist, kann, stets rechtwinklig zu ihr, eine Schiene X gleiten. Eine weitere Schiene L, die als Lenker der Integrierrolle fungiert, ist um O drehbar und in ihrer eigenen Richtung, die die der Rollenebene ist, verschiebbar. Die längs X und senkrecht zu X bewegliche Schiene L_1 greift um eine in der Vertikalen über dem Berührungspunkt der Rolle liegende Drehachse. Wird die Schiene X in der Y-Richtung und die Schiene L_1 längs der X-Richtung so bewegt, daß ihr Kreuzungspunkt F die U-Kurve verfolgt, so beschreibt die Rolle die A-Kurve, vorausgesetzt, daß die gleitende Reibung der Rolle auf der Unterlage größer ist als die Reibung in den übrigen genannten Führungen. Das Nernstsche Wärmetheorem findet in der Weise Berücksichtigung, daß die U-Kurve, da für $T = 0$ $\lim \frac{dU}{dT} = 0$ ist, parallel der Temperaturachse in den Nullpunkt einmündend zu zeichnen



ist. Vom Punkt $A_0 = U_0$ aus erfolgt die mechanische Zeichnung der A-Kurve.

Die angedeuteten Bewegungen können in der verschiedensten Weise technisch realisiert werden. Die beigegebene Figur 3 zeigt eine praktisch brauchbare Form des Apparates.

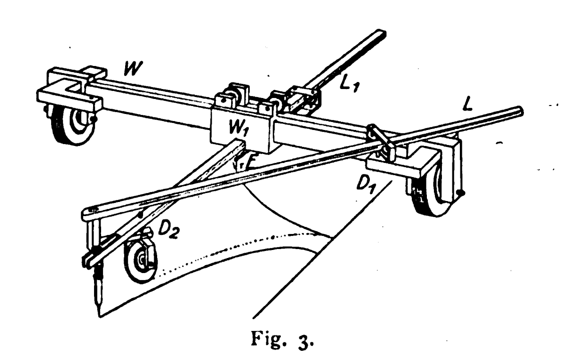


Fig. 3.

Die Bewegung in der Y-Richtung wird durch den Wagen W besorgt, der auf zwei Walzen läuft, während der auf dem Hauptwagen W laufende Wagen W_1 die Bewegung in der X-Richtung ausführt. Der Wagen W wird parallel der Temperaturachse auf dem Kurvenblatt so eingestellt, daß sich im Punkte $A_0 = U_0$ die Punkte D_1, D_2 und der Berührungspunkt der Rolle genau übereinander befinden; ferner muß dort die Rolle dem Hauptwagen parallel gerichtet werden. Führt man dann W längs der Ordinatenrichtung und W_1 längs der Abszissenrichtung so, daß der in F angebrachte Fahrstift die U-Kurve beschreibt, so beschreibt die Rolle die A-Kurve. Ein Zeichenstift kann dieselbe sichtbar machen unter Verschiebung der Ordinaten um eine wünschenswerte verstellbare Länge. Um im Nullpunkt Fahrstift und Rolle nicht zu behindern, ist der Fahrstift verstellbar und kann dort, wo er stören würde, auf einer seitwärts verschobenen U-Kurve geführt werden, wenn man nicht von vornherein eine Abszissenverschiebung der A-Kurve in Kauf nehmen will. Um den Apparat für den Fall, daß A- und U-Kurve sich schneiden, brauchbar zu machen, wird das Führungssystem D_1 an das zweite symmetrisch gebaute Ende des Wagens W übergesteckt und der Wagen einfach umgelegt. Im Schnittpunkt ist wieder $\frac{dA}{dT} = 0$, so daß von hier aus die Zeichnung weiter erfolgen kann. Die Führungen erfolgen sämtlich in Rollen, die in Nuten der Leitschienen laufen. Die Vorrichtung bei D_1 ist um einen Zapfen in einer Bohrung spielend drehbar. Die gleitende Reibung der Rolle auf der Unterlage muß, wie bemerkt, größer sein, als die Reibungen der Schienen L und L_1 in ihren Führungen bzw. Drehachsen, damit beim Führen des Wagens W_1 nur die Komponente in der Rollenebene des auf die Rolle ausgeübten Druckes bewegend wirkt. Diese Forderung kann durch genügende Belastung der Rolle stets erfüllt werden.

Das dem Apparat und seiner mechanischen Wirkungsweise zugrunde liegende Differentialgesetz, der zweite Hauptsatz, gestattet natürlich auch in Anlehnung an die üblichen Methoden der graphischen Integration mit genügender Genauigkeit eine graphische Konstruktion der A-Kurve aus der U-Kurve. Im einfachsten Verfahren," ....
„wird man die Temperaturachse in gleiche Intervalle teilen und, die Tangente von einem Zwischenpunkt des Intervalles bis zum andern zeichnend, die Tangente mit der Kurve identifizieren. Durch sukzessives Weitergehen ist die A-Kurve zu zeichnen. Für das erste halbe Intervall vom Nullpunkt an wird ohne weiteres die Tangente der Temperaturachse parallel gezeichnet", — wenn man nicht vorzieht, wie in der eingangs erwähnten Arbeit bemerkt, für tiefe Temperaturen einen Punkt der A-Kurve mit der Ordinate $A = A_0 - \frac{U - U_0}{3}$ als Ausgangspunkt der graphischen Integration zu wählen. — „Die Tangentenrichtungen in den übrigen Temperaturintervallen werden den zugehörigen Ordinatenhöhen der U-Kurve entnommen". ....
„Kritische Kurvenpartien, wie sie wohl immer die Einmündung der A-Kurve in die Ordinatenachse sein werden, werden vorteilhaft beim Apparat und bei der graphischen Methode in vergrößertem Maßstab gesondert gezeichnet. Die gefundene Ordinate liefert in passender Reduktion den Ausgangspunkt der weiteren Konstruktion. Der Entstehung der graphischen Integrationsmethode der A-Kurve liegt im übrigen die Annahme eines treppenförmigen Verlaufs der Energiekurve zugrunde.

Beistehende Zeichnung (Fig. 4) zeigt die Ausführung der graphischen Integration für diejenige Energiekurve, welche der Debyeschen Funktion mit dem Argument $\beta\nu = 100$ entspricht. Um von vornherein den maximalen Fehler in die Zeichnung zu bekommen, wurden die Ordinaten ungünstig groß gewählt. Ein Zeichnungsmaßstab mit flacherem Kurvenverlauf wird für die Anwendung beider Methoden zu relativ genaueren Resultaten führen. Die Zeichnung gab

$$U_{100} - A_{100} = 824,$$

die Ausrechnung mit Hilfe der oben zitierten Tabellen[1])

$$U_{100} - A_{100} = 809.$$

Die Differenz beträgt knapp 2 Proz. Sie wird wohl als der größtmögliche Fehler dieser Methode anzusprechen sein, wenn im übrigen die Zeichnung sachgemäß ausgeführt wird[2]).

Es wurde die graphische Auswertung von A auch auf das untersuchte Gleichgewicht angewandt“ — gemeint ist damit das in der

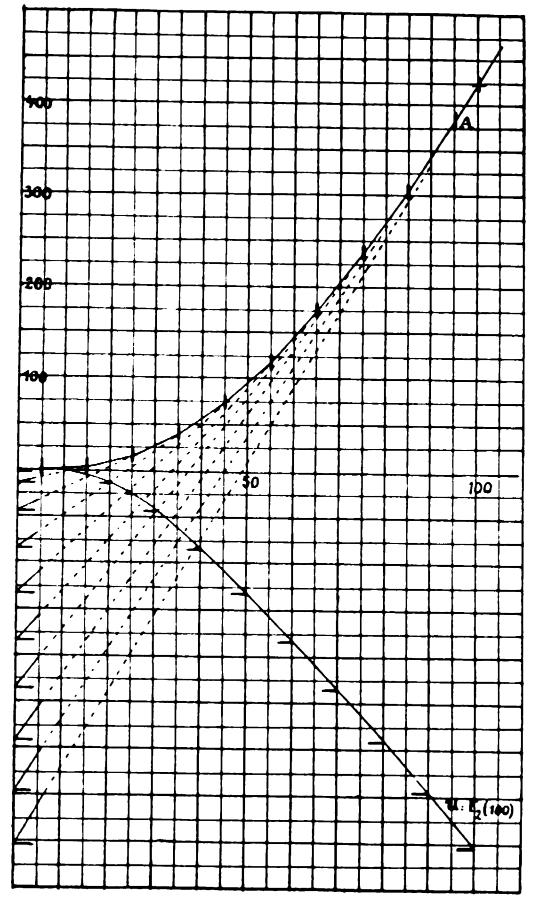


Fig. 4.

Dissertation thermodynamisch behandelte Dissoziationsgleichgewicht

$$CaO + H_2O \rightleftarrows Ca(OH)_2, \text{ —}$$

„Einem großen Kurvenblatt, auf welchem die Molekularwärmen eingetragen waren, wurde $\frac{dU}{dT}$ durch geometrische Addition ihrer Ordinaten entnommen und nach einem gewöhnlichen Verfahren integriert. Aus der U-Kurve konnte dann die A-Kurve, wie beschrieben, konstruiert werden. Das Gebiet der U-Kurve zwischen 0^0 und 30^0 abs. wurde, an die Messungen im untersten Gebiet anschließend, proportional T^4 ausgezogen. Die Zeichnung gab als Differenz

$$U_{273} - A_{273} = 310 \text{ cal},$$

während aus den Molekularwärmen

$$U_{273} - A_{273} = 300 \text{ cal}$$

berechnet worden war. Die Übereinstimmung ist vollkommen, wenn man beachtet, daß der berechnete Wert aus den Temperaturfunktionen der Molekularwärmen gefunden wurde. Wenn die technische Ausführung des Apparates auf Schwierigkeiten stoßen sollte, wird die graphische Methode für schnelle Berechnungen und zur Kontrolle zahlenmäßig geführter Rechnungen brauchbar bleiben“.

Soweit die Arbeit. Ich möchte noch bemerken, daß ich für Herrn Geheimrat Nernst im Juli 1914 nach der graphischen Methode den Schwefelumwandlungspunkt nach den Angaben über die spezifischen Wärmen in „Nernst, Theoretische Chemie, 7. Auflage 1913, S. 736“ bestimmt habe. Der gezeichnete Wert stimmte mit dem beobachteten, soweit ich mich entsinnen kann, auf 1^0 überein. Genaue Angaben kann ich heute nicht mehr machen, da Herr Geheimrat Nernst die Zeichnungsunterlagen für eine Mitteilung an die Berliner Akademie benutzen wollte. Sie werden dann ja an entsprechender Stelle zu finden sein.

Kiel, August 1915.

(Eingegangen 17. August 1915.)

1) Pollitzer, Die Berechnung chemischer Affinitäten nach dem Nernstschen Wärmetheorem, 1912. Nernst, Berliner Berichte 1912, S. 1176.

2) Man führt die Zeichnungen natürlich auf dem käuflichen Millimeterpapier aus. Es mußte in der Dissertation nur aus drucktechnischen Gründen von einer Wiedergabe der Millimeterteilung Abstand genommen werden.

Das Dispersionsgesetz der magnetooptischen Effekte im Ultraroten bei Eisen und Kobalt.

Von W. Voigt.

1. Drude[1]) hat die optischen Eigenschaften der Metalle aus der Annahme abzuleiten versucht, daß in diesen Körpern nicht alle Elektronen quasielastisch an die ponderabeln Atome gebunden seien, sondern zum Teil sich frei zwischen den Atomen bewegten. Die letzteren sog. Leitungselektronen erscheinen dabei derartig für den metallischen Zustand charakteristisch, daß man sich ein „ideales Metall“ vor-

1) P. Drude, Optik, S. 386, Leipzig 1912.

stellen kann, in dem die gebundenen oder Polarisations-Elektronen völlig fehlen. Die wirklichen Metalle weichen nach der Erfahrung in ihrem Verhalten von jenem Idealtyp mehr oder weniger ab[1]); sie enthalten demnach gebundene Elektronen, deren jede Art für sich in dem Absorptionsspektrum einen Absorptionsstreifen bedingen würde. Man kann durch Beobachtungen über Metallreflexion bei verschiedenen Farben bekanntlich auf den Verlauf von Brechungs- und Absorptionsindex (n und $\varkappa$) schließen, und es sind speziell in dem hiesigen Institut systematische Beobachtungen zur Erforschung desselben im sichtbaren und im ultravioletten Teil des Spektrums durchgeführt worden. Der gefundene Verlauf hat sich der Regel nach durch Annahme von zwei oder drei Arten gebundener Elektronen neben einer Art freier darstellen lassen[2]); die Darstellung ist aber in allen Fällen wenig sicher, einmal wegen der immerhin begrenzten Ausdehnung des bearbeiteten Spektralbereiches, sodann wegen des weitgehenden Übereinandergreifens der sehr breiten Absorptionsstreifen, welches deren Wirkungen vermischt. Für einige wenige Metalle haben erst Ingersoll[3]), dann (wieder im hiesigen Institut) Försterling und Freedericksz[4]) analoge Beobachtungen in dem ultraroten Gebiete durchgeführt; die letzteren Forscher haben auch diskutiert, inwieweit ihre bis $\lambda = 5\mu$ reichenden Resultate mit den für ideale Metalle geltenden Formeln übereinstimmen, und haben hier einen ziemlich befriedigenden Anschluß an dieselben festgestellt. Sie haben ferner untersucht, ob diese Resultate sich mit den beobachteten elektrischen Leitfähigkeiten in Beziehung setzen ließen, die sich durch dieselben Parameter ausdrücken lassen, welche das optische Verhalten der Metalle bestimmen. Sie kamen zu dem Resultat, daß die aus ihren Beobachtungen berechneten Leitfähigkeiten zwar der Größenordnung nach mit den beobachteten übereinstimmen, daß letztere aber sämtlich beträchtlich (bis zu dem Zehnfachen) größer sind.

Immerhin scheinen diese Ergebnisse zu zeigen, daß in den von den Beobachtern bearbeiteten ultraroten Spektralgebieten die Wirkung der gebundenen Elektronen und ihrer Eigenschwingungen bei manchen Metallen bereits stark zurücktritt, und man kann versuchen, von dieser Tatsache auch in dem Gebiete der Magnetooptik der Metalle Nutzen zu ziehen, wo eine Ableitung von der Erfahrung entsprechenden Dispersionsgesetzen bisher gänzlich fehlt. Die Gewinnung solcher Gesetze für das ultrarote Spektralbereich allein würde für sich ja noch nicht eben weit führen, aber doch einen erwünschten Fortschritt bedeuten. Eine in dieser Richtung liegende Untersuchung soll nachstehend mitgeteilt und dabei zugleich der Weg zur Beseitigung der oben geschilderten Schwierigkeit bzw. der Berechnung der Leitfähigkeiten angedeutet werden.

Magnetooptische Wirkungen sind bisher nur an Metallen von ferromagnetischem Charakter beobachtet worden; dieselben sondern sich in den allein an dünnen durchsichtigen Schichten nachweisbaren Faraday-Effekt (speziell Drehung der Polarisationsebene hindurchgehenden polarisierten Lichtes) und den auch an massiven Spiegeln zu erhaltenden Kerr-Effekt (speziell Drehung der Polarisationsebene reflektierten Lichtes). Es ist bekannt, daß Beobachtungen an dünnen Schichten wegen der Unsicherheit über die Konstitution der letzteren zu allgemeinen theoretischen Folgerungen kaum recht zu verwenden sind. Es bleiben also als Material für unsere Überlegungen zunächst nur die Messungen über den Kerr-Effekt im Ultraroten, die wir Ingersoll verdanken, und die sich teils auf den Fall der normalen Inzidenz bei polarer Magnetisierung[1]), teils auf den beliebiger Inzidenz bei äquatorialer Magnetisierung[2]) (Feld normal zur Einfallsebene) beziehen. Leider reichen die für die Verwertungen wichtigsten Messungen der zweiten Art nicht weiter als bis $\lambda = 2{,}2\mu$, und es ist nach gewissen Anzeichen wahrscheinlich, daß in diesem Bereich die Wirkung der gebundenen Elektronen noch keineswegs völlig zu vernachlässigen ist. Immerhin wird sich zeigen, daß in dem beobachteten Bereich wenigstens bei Eisen und Kobalt der Verlauf dem von der Theorie für ein ideales Metall geforderten schon einigermaßen ähnlich geworden ist.

2. Nach den Vorstellungen von H. A. Lorentz[3]) tragen die Leitungselektronen zu dem Vorgang der dielektrischen Polarisation nichts bei. Infolge hiervon treten in den Bewegungsgleichungen für die Elektronen von der Form

$$m\frac{\partial^2 \xi_j}{\partial t^2} + h_j\frac{\partial \xi_j}{\partial t} + k_j\xi_j - e\left(X + \frac{4\pi}{3} S e\xi_h N_h\right), \ldots \quad (1)$$

in der Summe S rechts, welche die Wirkung der dielektrischen Polarisation ausdrückt, nur die Polarisationselektronen auf. Die Formeln sind im übrigen auch auf Leitungselektronen

1) Am nächsten ideal verhält sich Quecksilber.
2) W. Meier, Ann. d. Phys. **31**, 1017, 1910.
3) L. R. Ingersoll, Astrophys. Journ. **32**, 265, 1910.
4) K. Försterling und V. Freedericksz, Ann. d. Phys. **40**, 201, 1913.

1) L. R. Ingersoll, Phil. Mag. (6), **11**, 62, 1906.
2) L. R. Ingersoll, Phys. Rev. **35**, 312, 1912.
3) So z. B. H. A. Lorentz, Versl. Ac. Amst. **11**, 305; Amst. Proc. **5**, 254, 1902.

anwendbar, welche durch Weglassen des Index j (links) charakterisiert werden mögen; nur ist für sie der Parameter k der quasielastischen Kraft gleich Null zu setzen.

Im Falle periodischer Schwingungen von der Frequenz ν ergibt sich aus (1)

$$p_j \xi_j = e\left(X + \frac{4\pi}{3} S e \xi_h N_h\right), \ldots \qquad (2)$$

bei

$$p_j = k_j - m_j \nu^2 + i\nu h_j.$$

Mit den obigen Formeln sind weiter die aus den Maxwell-Hertzschen Gleichungen folgenden Beziehungen zu kombinieren, welche für eine parallel der X-Achse schwingende ebene Welle einen komplexen Brechungsindex $\mathfrak{n}$ liefern, gegeben durch

$$(\mathfrak{n}^2 - 1) X = 4\pi \Sigma e \xi_h N_h. \qquad (3)$$

Hierin ist nun aber die Summe Σ über sämtliche Elektronen zu erstrecken, denn der elektrische Konvektionsstrom beruht sowohl auf den Leitungs- als auf den Polarisationselektronen.

Die Elimination der ξ aus den Formeln (2) und (3) liefert leicht

$$\mathfrak{n}^2 - 1 = \frac{(\mathfrak{P})}{1 - \frac{1}{3}\mathfrak{P}_1}, \qquad (4)$$

wobei die Summe

$$(\mathfrak{P}) = 4\pi \Sigma \frac{e^2 N_h}{p_h} \qquad (4')$$

über alle Elektronen erstreckt ist, $\mathfrak{P}_1$ aber die gleiche für die Polarisationselektronen allein bezeichnet. Es sei gesetzt

$$(\mathfrak{P}) = \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}, \qquad (5)$$

wo dann $\mathfrak{P}$ auch die Form von (4') hat, aber sich allein auf die Leitungselektronen bezieht. Bei Einführung der Bezeichnungen

$$4\pi N_h e^2 / m_h = \varrho_h, \quad k_h = m\nu_h^2, \quad h_h = m\nu'_h$$

ist dann

$$\mathfrak{P}_1 = S \frac{\varrho_h}{\nu_h^2 - \nu^2 + i\nu\nu'_h}, \qquad (6)$$

und wenn man nur eine Art von Leitungselektronen annimmt,

$$\mathfrak{P} = -\frac{\varrho}{\nu(\nu - i\nu')}. \qquad (7)$$

Kann für die benutzte Frequenz ν ein Metall als ein „angenähert ideales" betrachtet werden, d. h. tritt bei ihm die Wirkung der Polarisationselektronen zurück, und ist somit $\mathfrak{P}_1$ klein gegen $\mathfrak{P}$, so gilt für dasselbe nach (4)

$$\mathfrak{n}^2 - 1 = \mathfrak{P} + \mathfrak{P}_1(1 + \tfrac{1}{3}\mathfrak{P}). \qquad (8)$$

Für ein streng ideales Metall ergibt sich wegen $\mathfrak{P}_1 = 0$

$$\mathfrak{n}^2 - 1 = \mathfrak{P}, \qquad (8')$$

oder da nach der Erfahrung in diesen Bereichen $\mathfrak{n}$ groß neben Eins ist, auch

$$\mathfrak{n}^2 = \mathfrak{P} = -\frac{\varrho}{\nu(\nu - i\nu')}, \qquad (9)$$

d. h., da $\mathfrak{n} = n(1 - i\varkappa)$,

$$n^2(1 - \varkappa^2) = -\frac{\varrho}{\nu^2 + \nu'^2}, \qquad 2n^2\varkappa = \frac{\varrho\nu'}{\nu(\nu^2 + \nu'^2)}. \qquad (9)$$

Hieraus würde folgen

$$\varkappa = \frac{\nu}{\nu'} + \sqrt{1 + \left(\frac{\nu}{\nu'}\right)^2}, \qquad 2n^2 = \frac{\varrho}{\nu\nu'\left(\frac{\nu}{\nu'} + \sqrt{1 + \left(\frac{\nu}{\nu'}\right)^2}\right)\left(1 + \left(\frac{\nu'}{\nu}\right)^2\right)} \qquad (10)$$

Für so lange Wellen, daß $(\nu/\nu')^2$ neben Eins fortbleiben kann, gibt dies

$$\varkappa = 1 + \frac{\nu}{\nu'}, \quad 2n^2 = \frac{\varrho}{\nu\nu'\left(1 + \frac{\nu}{\nu'}\right)}, \qquad (11)$$

im Grenzfall, daß sogar ν/ν' neben Eins vernachlässigt wird,

$$\varkappa = 1, \quad 2n^2 = \frac{\varrho}{\nu\nu'}. \qquad (11')$$

$\varkappa$ konvergiert also gegen Eins, n steigt mit wachsendem $\lambda = 2\pi c/\nu$ parabolisch an.

3. Wie schon oben erwähnt, stimmen die aus den vorstehenden Formeln mit Hilfe der Beobachtungen über n und $\varkappa$ zu berechnenden Zahlen für die elektrischen Leitfähigkeiten σ mit den direkt gemessenen Werten nicht überein, finden sich vielmehr zu klein. Zu dem theoretischen Ausdruck für σ gelangt man, indem man in (1) außer k auch $\partial^2\xi/\partial t^2 = 0$ setzt, also (da die Wirkung von Polarisationselektronen zurücktreten soll) ausgeht von

$$h\frac{\partial \xi}{\partial t} = eX.$$

Da $eN\partial\xi/\partial t$ die Stromdichte I ist, und da gilt $I = X\sigma$, so folgt dann

$$\sigma = Ne^2/h = \varrho/4\pi\nu', \qquad (12)$$

also bei Benutzung von (11')

$$\sigma = \nu n^2 / 2\pi. \qquad (12')$$

Diese Formel ist es, die durch die Erfahrung nicht bestätigt wird.

Nun ist aber die Vorstellung, auf welcher sie beruht, im Grunde doch eine unnötig und unwahrscheinlich spezielle. Die Annahme nur einer Art von Leitungselektronen, wie sie oben benutzt ist, enthält nämlich nicht nur die Vorstellung einer einzigen Art bewegter Teilchen, sondern auch die weitere, daß diese Teilchen

sämtlich derselben dämpfenden Kraft unterliegen. Obgleich man sich nun von dem Zustandekommen dieser Kraft gegenwärtig kaum eine rechte Vorstellung zu bilden vermag, so ist es doch gewiß eine sehr spezielle Annahme, dieselbe für Elektronen, die zeitweilig einem ponderabeln Atom sehr nahe sind, ebenso groß anzunehmen, wie für solche, die sich zeitweilig von allen Atomen merklich entfernt befinden. Beschränkt man sich auf die einfachste Annahme, daß die Leitungselektronen in zwei Gruppen zerfallen, deren eine einer größeren, deren andere nur einer fast unmerklichen Dämpfung unterliegt, so läßt dieselbe den oben signalisierten Widerspruch sofort verschwinden.

Charakterisiert man die Elektronen mit der kleinen Dämpfung durch den Index o, dann tritt jetzt an Stelle von (9) die Formel

$$n^2 = -\frac{\varrho}{\nu(\nu - i\nu')} - \frac{\varrho}{\nu(\nu - i\nu'_0)}, \qquad (13)$$

welche liefert

$$\begin{aligned} n^2(1 - \varkappa^2) &= -\frac{\varrho}{\nu^2 + \nu'^2} - \frac{\varrho_0}{\nu^2 + \nu_0'^2}, \\ 2n^2\varkappa &= \frac{\varrho\nu'}{\nu(\nu^2 + \nu'^2)} + \frac{\varrho_0\nu'_0}{\nu(\nu^2 + \nu_0'^2)}. \end{aligned} \qquad (13')$$

Berechnet man unter derselben Annahme die Leitfähigkeit σ, so erhält man

$$\sigma = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\varrho}{\nu'} + \frac{\varrho_0}{\nu'_0}\right). \qquad (14)$$

Da die Anzahl der Parameter jetzt vier ist, statt früher zwei, dieselben auch in (13) und (14) in verschiedenen Kombinationen auftreten, so ist von vornherein wahrscheinlich, daß ein Widerspruch der oben signalisierten Art jetzt im allgemeinen nicht mehr auftreten wird. Man kann dies leicht durch Verfolgung einer speziellen Verfügung deutlicher machen.

Es möge ν^2 klein neben ν'^2, groß neben $\nu_0'^2$ sein, dann folgt aus (13')

$$\begin{aligned} n^2(1 - \varkappa^2) &= -\frac{\varrho}{\nu'^2} - \frac{\varrho_0}{\nu^2}, \\ 2n^2\varkappa &= \frac{\varrho}{\nu\nu'} + \frac{\varrho_0\nu'_0}{\nu^3}. \end{aligned} \qquad (15)$$

Sind ϱ und ϱ_0 kommensurabel (obwohl etwa $\varrho_0 < \varrho$), so ergibt dies wegen der Annahme $\nu_0'^2 \ll \nu^2 \ll \nu'^2$

$$n^2(1 - \varkappa^2) = -\frac{\varrho_0}{\nu^2}, \quad 2n^2\varkappa = \frac{\varrho}{\nu\nu'}, \qquad (15')$$

also

$$\varkappa = \frac{\varrho_0\nu'}{\varrho\nu} + \sqrt{\left(\frac{\varrho_0\nu'}{\varrho\nu}\right)^2 - 1}, \qquad (16)$$

wofür die Annäherung

$$\varkappa = \frac{2\varrho_0\nu'}{\varrho\nu} \qquad (16')$$

geschrieben werden mag; sie liefert dann

$$n^2 = \frac{\varrho^2}{4\varrho_0\nu'^2}. \qquad (17)$$

Diese Annäherung ergibt aus (14)

$$\sigma = \frac{\varrho}{4\pi\nu'_0} = \frac{n^2\varrho_0\nu'^2}{\pi\varrho\nu'_0}. \qquad (17')$$

Diese Beziehung stellt offenbar keinen Widerspruch mit der Beobachtung dar, kann nämlich sehr wohl einen größeren Wert σ liefern, als Formel (13').

Immerhin wird es möglich sein, daß bei Frequenzen ν, die näher an ν' als an ν'_0 liegen, die aus der Annahme nur einer Art von Leitungselektronen folgenden Formeln (11) oder sogar (11') der Erfahrung leidlich entsprechen, wie das Försterling und Freedericksz für die von ihnen untersuchten Metalle bei $1\mu < \lambda < 5\mu$ gefunden haben. Wir wollen weiterhin, wo es sich um die Verwertung von Beobachtungen über ein verwandtes Spektralbereich handelt, die obendrein keine beträchtliche Genauigkeit besitzen, gleichfalls jene einfachste Annahme zugrunde legen.

4. Nachdem die Theorie der Zeeman-Effekte weitgehend durch Einführung einer direkten Einwirkung des Magnetfeldes auf die Elektronen nach dem von Lorentz gegebenen Gesetz (oder einer Erweiterung desselben) hat gewonnen werden können, wird man jedenfalls versuchen, auch die magnetooptischen Eigenschaften der ferromagnetischen Metalle auf Grund derselben Annahmen zu entwickeln. Und gerade für die Leitungselektronen, bei denen man an komplizierende Koppelungswirkungen kaum denken kann, erscheint die Anwendung der einfachsten Lorentzschen Vorstellungen naturgemäß. Allerdings hat Drude[1]), um die beobachtete Proportionalität des Faraday-Effektes mit dem magnetischen Moment bei jenen Körpern zu erklären, eine andere Annahme verfolgt (von ihm als „Theorie der Molekularströme" bezeichnet), aber einmal scheint diese Annahme an sich nicht besonders gut begründet, sodann aber will und kann sie die Vorstellung der Beteiligung der Leitungselektronen offenbar nicht beseitigen und ersetzen, sondern sie nur ergänzen. Wenn also, wie sich zeigen wird, die Beobachtungen den Schluß nahe legen, daß im Ultraroten die Leitungselektronen den überwiegenden Teil der magnetooptischen Erscheinungen bedingen, so braucht auf die Drudesche Hypothese für die Theorie jenes Spektralgebietes hier gar nicht eingegangen zu werden.

Die Lorentzsche Hypothese kommt im Effekt darauf hinaus, daß aus dem Ausdruck (8) für den

1) So z. B. P. Drude, Optik, S. 407, Leipzig 1912.

komplexen Brechungsindex $\mathfrak{n}$ außerhalb des Magnetfeldes die Werte $\mathfrak{n}_\pm$ für die beiden $\pm$ rotierenden Wellen, welche sich parallel dem Magnetfeld fortpflanzen, dadurch gewonnen werden, daß man zu dem in den Nennern von $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{P}_1$ auftretenden ν^2 ein Glied von der Form $+\nu s_h$ fügt, wobei

$$s_h = eH_h/mc \qquad (18)$$

ist, und H_h die Feldstärke bedeutet, welche auf ein Elektron von der Gattung h wirkt. Bei den ferromagnetischen Metallen muß dabei nach der Erfahrung H_h von dem äußeren Feld H_a verschieden sein, insbesondere nicht mit ihm, sondern mit dem magnetischen Moment oder der Magnetisierung proportional zunehmen. Es ist hierauf unten zurückzukommen.

Nach dem Gesagten entsteht im Felde aus $\mathfrak{P}_1$ ein $\mathfrak{P}'_1$, in ausreichender Annäherung gegeben durch

$$\mathfrak{P}'_1 = \mathfrak{P}_1(1 \mp \mathfrak{Q}_1) = = S\frac{\varrho_h}{\nu_h^2 - \nu^2 + i\nu\nu'_h}\left(1 \mp \frac{\nu s_h}{\nu_h^2 - \nu^2 + i\nu\nu'_h}\right), \qquad (19)$$

ebenso aus $\mathfrak{P}$ ein $\mathfrak{P}'$, gegeben durch

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{P}(1 \mp \mathfrak{Q}) = \frac{-\varrho}{\nu(\nu - i\nu')}\left(1 \mp \frac{-s}{\nu - i\nu'}\right), \qquad (20)$$

dabei sind $\mathfrak{Q}_1$ und $\mathfrak{Q}$ neue Bezeichnungen.

Beschränkt man sich auf die in der Feldwirkung linearen Glieder, so ergibt sich aus (4) bei $(\mathfrak{P}) = \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}$

$$\mathfrak{n}^2_\pm - 1 = \mathfrak{P}(1 \mp \mathfrak{Q}) + \mathfrak{P}_1(1 \mp \mathfrak{Q}_1) + + \tfrac{1}{3}\mathfrak{P}\mathfrak{P}_1(1 \mp \mathfrak{Q} \mp \mathfrak{Q}_1). \qquad (21)$$

Läßt man wieder links Eins neben $\mathfrak{n}^2$ fort und setzt in das erste Glied rechts den Wert $\mathfrak{P}$ aus (8) ein, so ergibt sich

$$\mathfrak{n}^2_\pm = \mathfrak{n}^2\left[(1 \mp \mathfrak{Q}) \pm \frac{\mathfrak{P}_1}{\mathfrak{n}^2}\left(\mathfrak{Q} - \mathfrak{Q}_1\left(1 + \tfrac{1}{3}\mathfrak{P}\right)\right)\right], \qquad (22)$$

was wir mit

$$\mathfrak{n}^2 = \mathfrak{P} + \mathfrak{P}_1\left(1 + \tfrac{1}{3}\mathfrak{P}\right) \qquad (23)$$

kombinieren.

In diesen beiden Formeln repräsentiert das in $\mathfrak{P}_1$ multiplizierte Glied rechts die Abweichung vom idealen Zustand. Es ist wesentlich für das Folgende, zu zeigen, daß der Einfluß dieser Abweichung in der ersten Formel geringer ist, als in der zweiten. Da die betrachtete Frequenz in der Lichtwelle klein gegen alle Eigenfrequenzen ν_j gedacht ist, so ist nicht nur $\mathfrak{P}_1$ klein gegen $\mathfrak{P}$, sondern auch $\mathfrak{Q}_1$ klein gegen $\mathfrak{Q}$. Ferner hat nach (23) $\mathfrak{P}$ dieselbe Größenordnung, wie $\mathfrak{n}^2$, d. h., $|\mathfrak{P}|$ ist eine relativ beträchtliche Zahl (z. B. 30), während $\mathfrak{Q}_1(1 + \frac{1}{3}\mathfrak{P})$ als von der Ordnung von $\mathfrak{Q}$ gelten kann. Bezeichnet also $\sim$ die Gleichheit der Größenordnung, so kann man aus (22) und (23) folgern

$$(\mathfrak{n}^2_\pm - \mathfrak{n}^2(1 \mp \mathfrak{Q}))/\mathfrak{n}^2 \sim \pm\mathfrak{Q}\mathfrak{P}_1/\mathfrak{n}^2,\ (\mathfrak{n}^2 - \mathfrak{P})/\mathfrak{P} \sim \tfrac{1}{3}\mathfrak{P}_1,$$

und da $|\mathfrak{n}|^2$ beträchtlich größer ist als 3, so ist der Einfluß der Eigenschwingungen auf die erste Funktion links geringer als auf die zweite.

Diese Überlegungen sind deswegen nicht unwichtig, weil sie erkennen lassen, daß in einem Spektralgebiet, wo $\mathfrak{n}^2$ noch nicht besonders genau durch $\mathfrak{P}$ allein dargestellt wird, $\mathfrak{n}^2_\pm$ bereits ziemlich befriedigend mit dem Ausdruck $\mathfrak{n}^2(1 \mp \mathfrak{Q})$ übereinstimmen kann, und daß in solchen Bereichen also Folgerungen aus der letzteren Tatsache gezogen werden dürfen.

5. Ich habe seinerzeit der Theorie der Kerr-Effekte die Beziehung

$$\mathfrak{n}^2_\pm = \mathfrak{n}^2(1 + (Q))$$

zugrunde gelegt[1]), in der die Bestimmung von (Q) als Funktion von ν zwar angedeutet, aber da damals entsprechende Beobachtungen nicht vorlagen, nicht ausgeführt worden war. Im Vorstehenden ist nun gezeigt, daß für ein Metall und für eine Frequenz ν, welche zusammen eine genügende Annäherung an den Idealzustand geben, (Q) durch den oben mit $\mathfrak{Q}$ bezeichneten Wert gegeben wird, somit geschrieben werden kann

$$\mathfrak{n}^2_\pm = \mathfrak{n}^2(1 + \mathfrak{Q}),\quad \mathfrak{Q} = \frac{-s}{\nu - i\nu'}. \qquad (24)$$

Setzt man, wie ich früher für (Q) getan habe,

$$\mathfrak{Q} = Qe^{-iq}, \qquad (25)$$

dann ergibt sich

$$Q = \frac{s}{\sqrt{\nu^2 + \nu'^2}},\ \operatorname{tg} q = -\frac{\nu'}{\nu}. \qquad (25')$$

Für ein Metall und eine Frequenz, welche die Anwendung der Beziehung (24) gestatten, müßte sonach mit abnehmendem ν sich Q einer Konstante nähern, während q dem Wert -90^0 zustrebt. Es ist nun die Frage, inwieweit die ferromagnetischen Metalle in dem von Ingersoll bearbeiteten Bereich wirklich ein solches Verhalten zeigen.

Snow[2]) hat aus den Ingersollschen Beobachtungen für Stahl und Nickel den Verlauf von Q und q abgeleitet. Ich stelle hier zunächst die von ihm erhaltenen Zahlen für Stahl mit den anderweit[3]) von Ingersoll mitgeteilten Messungen über n und $\varkappa$ zusammen.

1) W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik, S. 296, Leipzig 1908. Dort ist Q für (Q) geschrieben.
2) Ch. Snow, Phys. Rev. (2) **2**, 29, 1913.
3) L. R. Ingersoll, Astrophys. Journ. **32**, 265, 1910.

Stahl.

$\lambda =$	0,59	0,73	0,91	1,21	1,65	2,10 μ
$n =$	2,5	2,8	3,1	3,4	3,8	4,1
$\varkappa =$	1,4	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
$Q =$	0,032	0,041	0,056	0,055	0,061	0,060
$q =$	$+2,5^0$	$-15,0^0$	$-27,0^0$	$-40,7$	$-56,5^0$	$-72,0^0$.

Diese Tabelle zeigt, daß bei Stahl Q und q sich recht nahe dem durch (25) charakterisierten Verlauf bei einem idealen Metall anschließen. n und $\varkappa$ tun dies in viel geringerem Grade; ersteres steigt zwar etwa so an, $\varkappa$ liegt etwas oberhalb Eins, wie (11) verlangt, aber $\varkappa$ zeigt noch keine Tendenz, der Eins zuzustreben. Trotzdem können wir nach dem S. 302 Bemerkten aus dem Verhalten von Q und q gewisse qualitative Schlüsse ziehen.

Die analoge Zusammenstellung für Nickel lautet folgendermaßen.

Nickel.

$\lambda =$	0,59	0,74	1,24	2,12 μ
$n =$	1,19	2,2	2,9	3,8
$\varkappa =$	1,86	2,0	2,1	2,3
$Q =$	0,0081	0,0120	0,0167	0,0320
$q =$	$-28,0^0$	$-52,7^0$	-109^0	-175^0.

Nickel verhält sich hiernach bezüglich des Verlaufes von Q und q in auffallender Weise von Stahl und von einem idealen Metall abweichend; sein Verhalten wird also in dem beobachteten Bereich noch wesentlich durch gebundene Elektronen bedingt. Hiermit stimmt überein, daß auch die von Ingersoll[1]) durchgeführten Beobachtungen über den Kerr-Effekt bei normalem Einfall auf einen normal magnetisierten Spiegel bei Nickel einen ganz andern Verlauf aufweisen, als für Stahl.

Die Ingersollschen Beobachtungen über den äquatorialen Effekt an Kobalt hat Snow nicht der Berechnung unterzogen — vielleicht weil sie weniger genau zu sein schienen. Ich habe die Berechnung für die drei größten benutzten Wellenlängen durchgeführt[2]) und bin zu den nachstehenden Zahlen gekommen:

$\lambda =$	1,25	1,75	2,15 μ
$n =$	4,50	5,53	5,65
$\varkappa =$	1,40	1,23	1,25
$Q =$	0,046	0,043	0,044
$q =$	-57^0	-69^0	-73^0

Wenn auch diese Werte wenig genau sein mögen, so ist die Annäherung an den Verlauf für ein ideales Metall durch sie doch unzweifelhaft ausgedrückt. Es tritt also wie bei Stahl, so auch bei Kobalt in der Umgebung von $\lambda = 2,1\,\mu\mu$ die Wirkung der gebundenen Elektronen beträchtlich hinter diejenige der freien zurück.

1) L. R. Ingersoll, Phil. Mag. (6) **11**, 41, 1906.
2) W. Voigt, Versl. Ac. Amst. **24**, 149, 1915.

6. Nachdem dies erwiesen ist, kann man aus den für Stahl und Kobalt erhaltenen Zahlwerten von Q und q einige interessante Folgerungen ziehen. Der Ausdruck (24) für $\mathfrak{Q} = Qe^{-iq}$ ist abgeleitet aus der Annahme, daß die magnetischen Effekte bei einem idealen Metall einfach auf der Einwirkung der Lorentz-Kraft auf die Leitungselektronen beruhten. Nachdem Q und q bestimmt sind, kann man aus ihnen nach (25) einerseits den Dämpfungsparameter ν' für die freien Elektronen berechnen, andererseits die Feldstärke H, der sie im Innern des ferromagnetischen Metalls unterliegen. Allerdings ist in bezug darauf gemäß S. 301 daran zu erinnern, daß die Formeln (24) unter der jedenfalls zu speziellen Annahme nur einer Gattung freier Elektronen abgeleitet worden sind. In Wahrheit werden die Verhältnisse komplizierter liegen, und die Berechnung kann nicht mehr liefern, als die Größenordnung mittlerer Werte für H und ν'.

Die maßgebenden Formeln (18) und (25) ergeben

$$\operatorname{tg} q = -\frac{\nu'}{\nu}, \quad Q = \frac{s}{\nu}\cos q, \quad s = -\frac{e}{mc}H. \tag{26}$$

Hierin ist $e/mc = 1,77 \cdot 10^7$; für ν ergibt sich, zu $\lambda = 2,10\,\mu$ gehörig, der Wert $\nu = 9 \cdot 10^{14}$. Für q kann bei Stahl und Kobalt -72^0 angenommen werden, daraus würde dann für beide Metalle übereinstimmend ν' rund $= 27 \cdot 10^{14}$ folgen. Das ist eine relativ sehr starke Dämpfung, die, an einem gebundenen Elektron von mittlerer Eigenfrequenz wirkend, einen ungemein breiten Absorptionsstreifen im Spektrum hervorrufen würde. Bei den D-Linien des Na-Spektrums geben die neuesten Bestimmungen Werte ν' von der Größenordnung 10^{10}.

In die Formeln (10) bzw. (11) eingesetzt würde $\nu/\nu' = 1/3$ für $\varkappa$ etwa 1,38 liefern. Die direkten Beobachtungen an Stahl und Kobalt haben nach den obigen Tabellen die Werte 1,7 und 1,25 gegeben. Nach dem, was auf S. 302 über die Genauigkeit gesagt ist, mit der $\mathfrak{n}$, also n und $\varkappa$, durch die Annahme des idealen Zustandes und die Heranziehung nur einer Art von Leitungselektronen dargestellt

wird, ist hierin ein Bedenken erregender Widerspruch nicht zu finden.

Q hat sich aus den Beobachtungen positiv gefunden, und dies ergibt nach (25') oder (26) das gleiche Vorzeichen für $-eH$. Da für Leitungselektronen die Beziehung $e < 0$ durchaus unbestritten ist (während manche Autoren für das Vorkommen auch positiver Polarisationselektronen eintreten), so ergibt sich $H > 0$, d. h. das innere Magnetfeld dem äußeren gleich gerichtet.

Benutzt man für Stahl den Wert $Q = 0{,}060$, für Kobalt 0,045, so ergibt sich für H im ersten Falle rund 10^7, im zweiten also $0{,}75 \cdot 10^7$. Die äußeren Magnetfelder, mit denen Ingersoll operierte, waren bzw. $2{,}5 \cdot 10^4$ und $1{,}4 \cdot 10^4$.

7. Die Verfolgung der Annahme einer direkten Wirkung einer Lorentz-Kraft auf die Leitungselektronen führt also auf die Vorstellung, daß die Leitungselektronen innerhalb eines dem äußeren Felde ausgesetzten ferromagnetischen Metalls im Mittel Feldstärken unterliegen, welche die äußeren um das 400- bis 500fache übertreffen. So wenig man auch den einzelnen Zahlenwerten Gewicht beilegen mag, so scheint doch nach dem Gange der obigen Entwicklung etwas Ähnliches in der Wirklichkeit notwendig stattfinden zu müssen. Die Tatsache der enormen inneren Felder ist mit einer Theorie der Magnetisierung, welche das Metall als Kontinuum behandelt, ganz unvereinbar; ein magnetisiertes Kontinuum würde für innere Punkte umgekehrt eine Schirmwirkung gegen das äußere Feld herstellen. Die starken inneren Felder weisen also auf eine molekulare Struktur hin, genauer auf die geläufige Vorstellung, daß in den ferromagnetischen Metallen äußerst starke Elementarmagnete existieren, die im unerregten Zustande ungeordnet sind und sich durch das äußere Feld einander mehr oder weniger parallel richten. Die Erfahrung über die magnetooptischen Effekte würde dabei verlangen, daß die infolge der teilweisen Gleichrichtung entstehenden inneren Magnetfelder Gesamtkomponenten nach der Richtung des äußeren Feldes haben, die im Mittel dem herrschenden magnetischen Moment proportional sind. Dies ist in der Tat sehr wohl vorstellbar.

Man übersieht leicht, daß Elektronensysteme von der Art des unlängst durch Debye[1]) mit so großem Erfolge bearbeiteten Modelles für das Wasserstoffmolekül Magnetfelder liefern, die in molekularen Distanzen jene oben berechneten Größenordnungen in der Tat erreichen können. Als Beispiel sei ein System betrachtet, bei dem sechs positive Elementarladungen zu je drei an zwei schwere Massen m_1 und m_2 gebunden sind, und ein Ring von sechs negativen (Elektronen) die Verbindungslinie als Achse umkreist, derart, daß ein jedes Elektron ein „Energiequantum" besitzt. Das von diesem System ausgesandte Magnetfeld besitzt im Mittelpunkt des Ringes den Wert von rund $5 \cdot 10^7$, auf der Achse in einem Abstand vom Mittelpunkt gleich dem Ring durchmessen den Wert von rund $0{,}6 \cdot 10^7$. Das sind die obigen Größenordnungen.

1) P. Debye, Münchn. Sitzungsber. 1915, S. 1.

Andere Beziehungen verknüpfen das erhaltene Resultat mit der P. Weißschen Theorie des Ferromagnetismus, die, wie bekannt, eine Ausgestaltung der Langevinschen Theorie des Paramagnetismus durch Einführung der Annahme starker innerhalb der Magnetika herrschenden Felder darstellt[1]). Weiß operiert mit dem Wert H_m dieses Feldes an der Stelle eines Moleküls der ferromagnetischen Substanz und setzt dasselbe direkt der Intensität der Magnetisierung proportional, was genau der oben eingeführten Vorstellung entspricht. Er schreibt

$$H_m = NJ, \tag{27}$$

wobei J die Stärke der Magnetisierung oder des magnetischen Moments bezeichnet, N die Proportionalitätskonstante ist. Ist der Faktor N bekannt, so kann man mit Hilfe dieser Formel aus dem gegebenen Moment J die Stärke des ihm entsprechenden Feldes berechnen.

Zur Bestimmung von N benutzt Weiß die sogenannte Curiesche (absolute) Temperatur Θ, bei welcher der Ferromagnetismus verschwindet, und die Curiesche Konstante C, welche den Körper charakterisiert, wenn er durch Überschreiten der Temperatur Θ paramagnetisch geworden ist. Er gibt die Beziehung

$$\Theta = CND \tag{28}$$

und bestimmt C durch den Ausdruck

$$J' = \frac{CDH_a'}{T' - \Theta} \tag{29}$$

für das magnetische Moment J' der paramagnetisch gewordenen Substanz von der Dichte D bei dem äußeren Feld H_a' und der Temperatur T'.

Für Eisen ist $\Theta = 1026^0$, $C = 0{,}0395$,
$D = 7{,}8$ also $N = 3350$
„ Kobalt $= 1370^0$, $C = 0{,}0192$,
$D = 8{,}7$ also $N = 8100$.

Ingersoll schätzt die bei seinen oben benutzten Beobachtungen erreichte Magnetisierung J bei Stahl auf etwa 1500, bei Kobalt auf etwa 1000; hieraus würde sich für H_m bzw. $0{,}5 \cdot 10^7$ und

1) S. z. B. P. Weiß, diese Zeitschr. 12, 935, 1911. Zu dieser Vergleichung erhielt ich die Anregung von Herrn Born.

$0{,}8 \cdot 10^7$ ergeben. Natürlich sind diese Zahlen ganz rohe, aber die Größenordnung kann als sicher gelten, und sie stimmt wiederum mit den oben aus magnetooptischen Bestimmungen gefolgerten überein. Soweit man der Weißschen Theorie Vertrauen schenkt, wird man in dieser Übereinstimmung auch eine Bestätigung der im Vorstehenden entwickelten Schlüsse sehen müssen.

8. Betrachtet man die dauernde Existenz der hohen magnetischen Felder innerhalb der ferromagnetischen Metalle als festgestellt, so hat die Theorie der gewöhnlichen, wie auch der Magneto-Optik mit denselben zu rechnen. Es wären demgemäß für die Leitungselektronen bei beiden Problemen Gleichungen von der Form

$$\left.\begin{aligned} m\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} + h\frac{\partial\xi}{\partial t} + r_z\frac{\partial\eta}{\partial t} - r_y\frac{\partial\zeta}{\partial t} = \\ = e\left(X + \frac{4\pi}{3}Se\xi_h N_h\right), \ \ldots \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

als Ausgangspunkt zu wählen, wobei r_x, r_y, r_z die Komponenten des Vektors $r = - eH/c$ sind, und es wären unendlich viele Arten von Leitungselektronen vorhanden zu denken, für welche je der Vektor r eine andere Lage, vielleicht auch eine andere Größe hätte, da die oben bestimmten Werte des inneren Feldes nur Mittelwerte sein können. Im unmagnetischen Zustand wären die r regellos, im magnetischen überwiegend nach einer Richtung orientiert zu denken; im Sättigungszustand wären alle r einander parallel anzunehmen. Wir wollen weiterhin der Einfachheit halber nur einen Zahlwert r voraussetzen.

Beschränken wir uns auf den Fall eines idealen Metalles und setzen wieder periodische Schwingungen mit der Frequenz ν voraus, so können wir (30) schreiben

$$\left.\begin{aligned} p_0\xi + i\,(r_z\eta - r_y\zeta) = \frac{e}{\nu}X, \ \ldots \\ \text{wobei } p_0 = ih - m\nu. \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

Hieraus folgt

$$\begin{aligned} \nu\xi p_0(p_0^2 - r^2) = e[X(p_0^2 - r_x^2) - \\ - Y(ip_0 r_z + r_x r_y) + Z(ip_0 r_y - r_x r_z)], \end{aligned} \quad (32)$$

usf., also auch

$$\left.\begin{aligned} \Sigma e\xi = \frac{e^2}{\nu p_0(p_0^2 - r^2)}[X\Sigma(p_0^2 - r_x^2) - \\ - Y\Sigma(ip_0 r_z + r_x r_y) + Z\Sigma(ip_0 r_y - r_x r_z)] \end{aligned}\right\} \quad (33)$$

usf. Dabei sind die Summen Σ über alle Leitungselektronen, also über alle Richtungen r zu erstrecken.

Im unmagnetischen Zustand ist

$$\Sigma r_x^2 = \Sigma r_y^2 = \Sigma r_z^2 = \tfrac{1}{3}\Sigma r^2 = \tfrac{1}{3}Nr^2; \quad (34)$$

sämtliche andere Summen verschwinden. Hier gilt also

$$\Sigma e\xi = \frac{Ne(p_0^2 - \frac{1}{3}r^2)}{\nu p_0(p_0^2 - r^2)}, \ \ldots \quad (35)$$

und somit

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{n}^2 - 1 = \frac{4\pi Ne^2(p_0^2 - \frac{1}{3}r^2)}{\nu p_0(p_0^2 - r^2)} = \\ = \frac{4\pi Ne^2}{3\nu}\left(\frac{1}{p_0} + \frac{1}{p_0 + r} + \frac{1}{p_0 - r}\right). \end{aligned}\right\} \quad (36)$$

Von diesen Gliedern drückt das zweite einen Absorptionsstreifen aus, der auf einer durch das innere Feld bewirkten Eigenfrequenz ν_0 beruht, und dessen Lage durch $m\nu_0 = r = - eH/c$ bestimmt ist. Benutzt man die oben abgeleitete Größenordnung 10^7 des inneren Feldes, so ergibt sich $\nu_0 = 1{,}8 \cdot 10^{14}$, also gleich $1/5$ der Frequenz ν, auf die sich die äußersten Beobachtungen Ingersolls beziehen. Die ν_0 entsprechende Wellenlänge λ_0 würde somit $10\ \mu$ sein. Innerhalb der oben benutzten Genauigkeitsgrenze kann man aber hiernach r^2 neben p_0^2 vernachlässigen und kommt auf diese Weise zu den alten Formeln zurück.

Wirkt ein äußeres Magnetfeld parallel der Z-Achse, so ordnen sich die Vektoren r rings um diese Richtung gleichförmig, d. h. Σr_x, Σr_y, $\Sigma r_x r_y$, $\Sigma r_x r_z$, $\Sigma r_y r^z$ verschwinden. Gleichzeitig werden $\Sigma r_x^2 = \Sigma r_y^2$ kleiner, wird Σr_z^2 größer als $\frac{1}{3}\Sigma r^2$. Hier gilt dann bei erneuter Vernachlässigung von r^2 neben p_0^2

$$\left.\begin{aligned} \Sigma e\xi = \frac{Ne^2}{\nu p_0^2}(Xp_0 - Yi r_z), \\ \Sigma e\eta = \frac{Ne^2}{\nu p_0^2}(Yp_0 + Xi\bar{r}_z), \end{aligned}\right\} \quad (37)$$

wobei $\bar{r}_z$ den Mittelwert von r_z für alle Elektronen bezeichnet; diese Formeln ergeben

$$\mathfrak{n}_\pm^2 - 1 = \frac{4\pi Ne^2}{\nu(p \mp r_z)}, \quad (38)$$

leiten also zu den in § 4 für ein ideales Metall entwickelten hin. Im Falle der Sättigung ist $\bar{r}_z = r$. Hieraus ergibt sich, daß die Berücksichtigung der molekularen Felder die früher gewonnenen Resultate nicht merklich modifiziert.

Resultat.

Aus den Beobachtungen von Ingersoll über den äquatorialen Kerr-Effekt kann man schließen, daß bei Stahl und Kobalt das magnetooptische Verhalten im Bereiche der Wellenlängen von etwa $2\ \mu$ überwiegend durch die Leitungselektronen bedingt ist. Denkt man diese letzteren der Lorentz-Kraft unterworfen, so geben die Beobachtungen für das auf sie wirkende innere Magnetfeld eine Größe von der Ordnung 10^7, während das äußere benutzte Feld von der Ordnung $2{,}5$ bzw. $1{,}4 \cdot 10^4$ war.

Dies hohe innere Feld führt erneut auf die Vorstellung, daß in den ferromagnetischen Metallen Moleküle oder Molekülkomplexe mit sehr starken magnetischen Polaritäten vorhanden sind, die durch das äußere Feld die Tendenz zur Parallelrichtung erhalten. Die Größenordnung der aus dieser Vorstellung von Weiß geschlossenen inneren Felder stimmt mit der aus magnetooptischen Wirkungen oben abgeleiteten überein.

Göttingen, im Juni 1915.

(Eingegangen 26. August 1915.)

Zur Frage der Härtemessung der Röntgenstrahlen auf photographischem Wege.

Von F. Voltz.

Die in der Praxis gebräuchlichsten Härtemesser für Röntgenstrahlen sind die Härtemesser von Wehnelt und Benoist. Ihr Prinzip beruht bekanntlich darauf, daß die Permeabilität einer Substanz variabler Dicke, wie z. B. eines logarithmisch geschweiften Aluminiumkeiles oder einer, nach einer geometrischen Reihe zweiter Ordnung ansteigenden Aluminiumtreppe mit der Permeabilität eines dünnen Silberbleches verglichen wird, das in dem zu messenden Strahlenspektrum ein Gebiet selektiver Absorption besitzt.

H. Kröncke hat nun in seiner Göttinger Dissertation 1913 auf den Umstand hingewiesen, daß die Angaben der auf dem Wehneltschen oder Benoistschen Prinzip beruhenden Härtemesser nur zuverlässig sind bei ein und derselben Betriebsart, während sie bei mehreren Betriebsarten lediglich orientierenden Wert besitzen. Diese Tatsache, die sich ohne weiteres aus der energetischen Betrachtung der Röntgenstrahlenwirkung ergibt, ist leider in der Praxis noch viel zu wenig beachtet worden.

Auch eine Reihe anderer Fehlerquellen sind bei der Verwendung dieser beiden Härtemesser gegeben. Ich konnte z. B. in einer Reihe von Versuchen mehrmals die Beobachtung machen, daß photographisch festgelegte Härtegrade immer andere Werte ergaben, als wenn die Messungen am Leuchtschirm vorgenommen wurden, selbst wenn die Messung von mehreren Personen gleichzeitig gemacht wurde und aus den Angaben dieser Personen wieder das arithmetische Mittel genommen wurde, so daß subjektive Ablesefehler möglichst eliminiert wurden. Dabei war es außerdem durchaus nicht gleichgültig, ob die Messung mittels eines Bariumplatincyanürschirmes vorgenommen wurde oder mittels eines Astralschirmes, dessen fluoreszierende Schicht wolframsaures Kalzium enthält. Zwischen diesen Werten und den photographisch festgelegten konnte ich je nach dem verwendeten Leuchtschirm Härteunterschiede von 1—2 Wehnelt feststellen. Diese Beobachtungen bedürfen jedoch hinsichtlich ihrer Ursache noch einer genauen Untersuchung und Klärung. Die Ursache ist wahrscheinlich in den unregelmäßigen Beziehungen der Absorptionskoeffizienten der Silbersalze und des Bariumplatincyanürs bzw. des wolframsauren Kalziums zu suchen.

Gelegentlich von Spannungsmessungen an Röntgenröhren, bei welchen ich photographische Vergleichsversuche machte, konnte ich weiter feststellen, daß auch in den photographisch festgelegten Härtegraden sich merkwürdig große Differenzen zeigten, je nach der zur Messung verwandten Platte und je nach der Zusammensetzung des Entwicklers, in dem die Platte entwickelt wurde.

Diese zufällige Beobachtung veranlaßte mich, einige systematische Versuche in dieser Richtung anzustellen, die im folgenden näher beschrieben werden sollen.

Zu den Versuchen stand ein kleiner Funkeninduktor von 35 cm Schlagweite zur Verfügung, weiter ein Funkeninduktor von 50 cm Schlagweite. Beide Induktoren wurden vermittels eines Gasunterbrechers mit Leuchtgasfüllung betrieben. In dem Sekundärkreis waren außer einer kleinen Vorschaltfunkenstrecke zur Unterdrückung des Schließungsstromes, ein Milliampèremeter sowie eine parallele Funkenstrecke eingebaut. Parallel zu der Funkenstrecke, bzw. parallel zu der Röntgenröhre waren zwei Luftkondensatoren mit Platten von 30 cm Durchmesser aufgestellt, welche zu einem Hochspannungsvoltmeter von Hartmann & Braun mit einem Meßbereich von 0—5000 Volt führten. Der Ausschlag des Voltmeters ist ein relatives Maß für die an der Röntgenröhre liegende und zur Wirkung kommende Spannung, die wieder ein Maß für die Härte des Strahlengemisches ist. Um Glimmerscheinungen und Sprühen der Platten zu vermeiden, waren dieselben mit einem dünnen Paraffinüberzug sowohl an den Flächen als insbesondere an den Rändern versehen. An Röhren standen eine Müller-Wasserkühlröhre für Tiefentherapie, sowie eine Effektröhre von Reiniger, Gebbert & Schall zur Verfügung. Die zu den Versuchen benutzte Wehneltskala war besonderer Konstruktion. Auf beiden Seiten des treppenförmig ansteigenden Aluminiumkeils waren Silberbleche angebracht, außerdem waren auf der Unterseite der Skala dünne Bleidrähte gespannt, entsprechend den Stufen des Aluminiumkeils, so daß auch die Silberbleche in der Treppe analogen Feldern auf der Platte sich abbildeten, wodurch die Ablesung der Werte auf der Platte bedeutend sicherer und leichter wurde.

Als Plattenmaterial wurden W.A.H.-Röntgenplatten der Firma Reiniger, Gebbert & Schall und Schleußner-Röntgenplatten verwandt. Eine Plattenreihe wurde in Metholhydrochinon-Entwickler entwickelt, die andere Plattenreihe in Glycinentwickler. Die Entwicklerzusammensetzung war dabei folgende:

I. Glycinentwickler.

1000 g Wasser,
65 g Natriumsulfit
25 g Glycin,
125 g Pottasche.

Zum Gebrauch wurde ein Teil der vorstehenden Entwicklerzusammensetzung mit 2 Teilen Wasser gemischt und auf 18° C gebracht.

II. Methol-Hydrochinonentwickler.

Lösung A: 1000 g Wasser,
15 g Methol,
150 g Natriumsulfit.
Lösung B: 1000 g Wasser,
12 g Hydrochinon,
150 g Natriumsulfit.
Lösung C: 1000 g Wasser,
150 g Pottasche,
1 g Bromkali.

Zum Gebrauch des Entwicklers wurden 1 Teil der Lösung A, 1 Teil der Lösung B, 2 Teile der Lösung C mit 4 Teilen Wasser vermengt und die Mischung auf 18° C gebracht.

Bei der im nachfolgenden aufgezeichneten Versuchsreihe konnte die am Hochspannungsvoltmeter abgelesene Spannung während einer Teilreihe jeweils konstant gehalten werden. In der Tabelle I, welche uns einen Überblick über die Folge der Versuche gibt, bedeutet V_0 die am Hochspannungsvoltmeter abgelesene Spannung. Die Expositionszeit t war bei allen Versuchen 7 Sekunden und wurde genau mit der Stoppuhr gemessen. Ebenso wurde während der ganzen Dauer der Versuche der Röhrenstrom auf konstant 2 Milliampère (er ist in der Tabelle mit J bezeichnet) gehalten. Aus der Tabelle ist ferner die übrige Kombination der Versuche zu entnehmen.

Tabelle I.

No.	V_0	J	Plattensorte	Entwickler	t	Induktor	Röhre
1	3000	2	W.A.H.	Methol	7	35 cm	Wasserkühlröhre
2	3000	2	Schleußner	„	7	35 „	
3	3000	2	W.A.H.	Glycin	7	35 „	
4	3000	2	Schleußner	„	7	35 „	
5	1800	2	W.A.H.	Methol	7	35 „	Effektröhre
6	1800	2	Schleußner	„	7	35 „	
7	1800	2	W.A.H.	Glycin	7	35 „	
8	1800	2	Schleußner	„	7	35 „	
9	1800	2	W.A.H	Methol	7	50 „	
10	1800	2	Schleußner	„	7	50 „	
11	1800	2	W.A.H.	Glycin	7	50 „	
12	1800	2	Schleußner	„	7	50 „	

Die Platten wurden nunmehr unter strengster Einhaltung der Entwicklungsvorschriften entwickelt. Nach dem Trocknen wurden die Platten von mehreren Personen abgelesen. Die Ablesung geschah unter Benutzung einer gleichmäßigen Lichtquelle hinter einer Milchglasplatte und mit Hilfe eines kleinen Papierfensters, so daß immer nur zwei Felder gegenüber betrachtet werden konnten. Aus den von den einzelnen Personen abgelesenen Werten, die übrigens ziemlich genau übereinstimmten, wurde das arithmetische Mittel genommen.

Es muß dabei nochmals darauf hingewiesen werden, daß die Röhrenspannung sowohl, als auch der Röhrenstrom völlig konstant gehalten werden konnten während der einzelnen je vier Versuche umfassenden Versuchsreihen, die in der Tabelle I aufgeführt sind. Es zeigten sich aus den Versuchen ziemlich große Differenzen eben je nach dem zur Verwendung gekommenen Plattenmaterial und je nach der Entwicklerzusammensetzung und es wurden damit die früheren Beobachtungen vollauf bestätigt.

Die Tabelle II enthält nunmehr die aus den Versuchen erhaltenen Werte. Es bedeutet in der Tabelle wiederum V_0 die Röhrenspannung, J den Röhrenstrom.

Tabelle II.

No.	V_0	J	Plattensorte	Entwickler	Härtegrad
1	3000	2	W.A.H.	Methol	10—11
2	3000	2	Schleußner	„	11
3	3000	2	W.A.H.	Glycin	9—10
4	3000	2	Schleußner	„	10
5	1800	2	W.A.H.	Methol	8
6	1800	2	Schleußner	„	9—10
7	1800	2	W.A.H.	Glycin	8—9
8	1800	2	Schleußner	„	9
9	1800	2	W.A.H.	Methol	8
10	1800	2	Schleußner	„	9
11	1800	2	W.A.H.	Glycin	8—9
12	1800	2	Schleußner	„	9

Aus der Betrachtung der Versuchsresultate ergibt sich, daß die Werte der Wehneltskala niedriger sind, wenn die Skala auf W.A.H.-Platten aufgenommen wurde, andererseits höher, bei Verwendung von Schleußnerplatten. Auch die Entwicklerzusammensetzung spielt eine Rolle, jedoch ist sie nicht so bedeutend als die Art der Platte selbst.

Ich stellte nun weiter zwei Versuche an, die für die Frage der photographischen Härtemessung sehr interessant sind. Auf die photographische Schicht einer W.A.H.-Platte der Größe

13×18 cm wurde die Härteskala direkt gebracht und zusammen in lichtdichtes schwarzes Papier eingewickelt und belichtet. Dann wurde eine zweite W.A.H.-Platte 13×18 cm in Einzelpackung genommen und die Härteskala unter vollkommen unveränderten Betriebsbedingungen aufgenommen. Beide Platten wurden in Metholhydrochinonentwickler gleich lang entwickelt und ebenfalls wiederum von mehreren Personen unter den bereits beschriebenen Bedingungen abgelesen. Das Resultat war ein Unterschied von 2 Wehnelt in den Angaben der beiden Platten und zwar zeigte die Platte, bei der die Skala direkt auf der Schicht auflag, einen um 2^0 niederen Wert, als die andere Platte.

Zusammenfassung.

1. Aus den im Vorhergehenden beschriebenen Versuchen sowie aus der Diskussion dieser Versuche ergibt sich die Tatsache, daß photographisch festgelegte Härtegrade selbst bei ein und derselben Betriebsart durchaus nicht einwandfrei, die Werte vielmehr durch das Plattenmaterial und die Entwicklerzusammensetzung beeinflußbar sind.

2. Da in der Praxis, insbesondere in der medizinischen Praxis eine ganze Reihe von Arbeiten auf Grund von photographischen Härtemessungen aufgebaut sind, so sind diese Arbeiten bzw. weitere auf ihnen aufbauende Arbeiten dementsprechend zu korrigieren.

3. Für fernere Arbeiten, solange es nicht um orientierende Versuche sich handelt, soll die photographische Härtemessung überhaupt ganz eliminiert werden.

(Eingegangen 19. August 1915.)

Über die Verwendbarkeit des Selens zu Röntgenstrahlenenergiemessungen.

(Bemerkungen zu der gleichnamigen Arbeit von Robert Fürstenau in Heft 15 dieser Zeitschrift und im Anschluß an meine Arbeit in Heft 11 Jahrgang 1915.)

Von F. Voltz.

Fürstenau erklärt in seiner obigen Arbeit, welche an meine vorausgegangene gleichnamige Arbeit anschließt, daß es durch geeignete Wahl der Herstellungsmethode der Selenzellen möglich sei, einen Selenzellentypus zu erzeugen, der sich „durch absolute Gesetzmäßigkeit seines physikalischen Verhaltens auszeichnet und sich zu praktischen Röntgenstrahlenenergiemessungen in hervorragender Weise eignet“. Fürstenau sagt damit, daß die von mir gemachten Beobachtungen, die ich in meiner seinerzeitigen Arbeit beschrieben habe, lediglich für den von mir benutzten Zellentypus zutreffen. Ich habe damals, wie ich nur beiläufig bemerken möchte, die zu meinen Messungen benutzte Zelle von einer Spezialfirma bezogen, die sich vornehmlich mit der Herstellung von Selenzellen befaßt und wurde mir von dieser Firma die bezogene Zelle als „besonders geeignet für Röntgenstrahlenenergiemessungen“ bezeichnet.

Wenn es jetzt den eingehenden Versuchen Fürstenaus gelungen ist, einen Selenzellentypus herzustellen, bei welchem das Trägheitsmoment ausgeschaltet wird und wenn man bei diesem Zellentypus zu einer Widerstandszeitkurve kommt, wie sie in Fig. 1 (II) der Fürstenauschen Arbeit angezeigt ist, so ist dies als ein höchst erfreulicher Fortschritt zu bezeichnen.

Fürstenau hat aber richtig erkannt aus der Tatsache, daß ich meine Untersuchungen zu der Gleichung $J_o = f(i^2)$ in Beziehung brachte, daß ich den Seleneffekt als nicht praktisch verwendbar für Röntgenstrahlenenergiemessungen ansehe, weil ich eben auch an eine Meßeinrichtung für die Praxis die Bedingung des einwandfreien Messens stelle. An dieser meiner Behauptung selbst, wenn sie sich in Widerspruch stellt zu den Messungen von Athanasiadis, muß ich trotzdem festhalten.

Die Arbeit von Athanasiadis in den Annalen der Physik, Band 27, 890, 1908, kommt zu dem Schluß, daß man im Selen ein Mittel besitze, um die Intensitäten zweier Röntgenröhren zu vergleichen, und daß außerdem mit Hilfe des Selens die Vergleichung einer Lichtstrahlung und einer Röntgenstrahlung statthaft sei. Außerdem hat Athanasiadis das Gesetz der quadratischen Abnahme der Röntgenstrahlenenergie mittels einer Selenzelle kontrolliert und gefunden, daß diese Methode genauer sei als die übliche mit dem Skiameter.

Diese Schlußfolgerungen von Athanasiadis sind richtig, so lange wir es mit einer Röntgenstrahlung zu tun haben, deren Absorptionskoeffizient λ_m in Aluminium kleiner ist als der Absorptionskoeffizient der charakteristischen Röntgenstrahlung des Selens, welcher gleich 18,9 ist, bezogen auf die Masseneinheit und welcher sich aus der Relation

$$J = J_o \cdot e^{-m \cdot \lambda_m}$$

ergibt.

Bevor ich auf die Grundlagen dieser meiner Annahme eingehe, möchte ich auf den Seleneffekt als solchen eingehen.

Die Leitfähigkeit des Selens beruht, wie ich seinerzeit bereits ausführte, auf der Verschiebung des Dunkelgleichgewichts des Selens, und zwar

tritt bei Belichtung eine Verschiebung zugunsten der Modifikation Se_B ein, also derjenigen Modifikation des Selens, welcher allein ein elektrisches Leitvermögen zuzuschreiben ist. Nach der Belichtung tritt die Rückverschiebung des Gleichgewichts ein zugunsten der Modifikation Se_A. Wir haben es also einerseits während der Belichtung mit einem arbeitsspeichernden Vorgang zu tun, andererseits mit einem arbeitsleistenden Vorgang. Die primäre Ursache dieser chemischen Lichtwirkung ist, soweit mir augenblicklich die Theorie der photochemischen Erscheinungen bekannt ist, zurückzuführen auf die erhöhte kinetische Energie der reagierenden Molekeln, welche wiederum im Zusammenhang steht zu Resonanzerscheinungen mit der Periode der erregenden elektromagnetischen Wellenzüge. Dadurch kommt ein bestrahltes lichtempfindliches System in einen Zustand, der analog ist dem, welcher sich bei höherer Temperatur einstellen würde. Dabei spielen natürlich die Elektronen der Atome bzw. der Molekeln des Systems die erste und ursächlichste Rolle.

Wenn wir nun speziell den photochemischen Effekt betrachten, der durch die Röntgenstrahlung im Selen hervorgerufen wird, so müssen wir die kinetische Energie der bei der Absorption der Röntgenstrahlung gebildeten Elektronen als erste Ursache des von uns beobachteten photochemischen Effektes betrachten. Wir unterziehen damit den Seleneffekt derselben einheitlichen Erklärungsform, welchen auch die übrigen besonderen Wirkungen der Röntgenstrahlen, wie die Wärmewirkung, die Fluoreszenzwirkung, die chemische Wirkung und die biologische Wirkung, zu unterziehen sind, bei welchen wir ebenfalls als erste Ursache der einzelnen Wirkungen die sekundär gebildeten Elektronen, bzw. deren kinetische Energie anzusehen haben.

Betrachten wir also die Loslösung von Elektronen infolge der in der Selenzelle absorbierten Röntgenstrahlung als die primäre Ursache des Seleneffektes, so ist damit ohne weiteres ersichtlich, daß eine ganz bestimmte gesetzmäßige Relation vorhanden sein muß zwischen der Größe des Effektes und der Menge der gebildeten Elektronen. Es ist somit der Seleneffekt eine Funktion der Menge der gebildeten Elektronen.

Aus den Untersuchungen, die bis jetzt über die sekundäre Röntgenstrahlung vorliegen, ergibt sich, daß die Intensität der sekundären β-Strahlung eine Funktion der Intensität der Primärstrahlung ist; andererseits steht aber die Intensität der sekundären β-Strahlung in bestimmtem Zusammenhang mit der Qualität der Primärstrahlung. Im allgemeinen kann man sagen, die Zahl der in einer Sekunde von einem Röntgenstrahlenimpuls ausgelösten Elektronen ist dann ein Maximum, wenn die Härte der Primärstrahlung von dem Wert, der zur Erzeugung der sekundären Röntgenstrahlung, id est der Fluoreszenzstrahlung, noch nicht ausreicht, bis zu dem Wert ansteigt, der zur Erzeugung dieser Strahlung gerade genügt.

Die Zahl der gebildeten Elektronen ist weiterhin abhängig von dem Atomgewicht der emittierenden Substanz. Mit steigendem Atomgewicht steigt auch die Zahl der pro Zeiteinheit emittierten Elektronen für den Fall, daß sich sonst alle übrigen Faktoren gleich bleiben. Der Faktor, der sich für die Zahl der gebildeten Elektronen aus dem Atomgewicht ergibt, ist in unserem Falle 91, wenn der Faktor bei Aluminium gleich 1 gesetzt wird.

Solange wir es also mit einer Röntgenstrahlung zu tun haben, deren Absorptionskoeffizient λ_m kleiner ist als 18,9, solange wird die Absorption im Selen eine normale sein und die Menge der gebildeten Elektronen, welche den Seleneffekt bestimmt, wird sich lediglich zusammensetzen aus dem für Selen ein für allemal feststehenden Faktor $k = 91$ und einem zweiten Faktor, welcher durch die Intensität der Primärstrahlung allein bedingt ist.

Ist diese Forderung erfüllt und benutzen wir dann einen Selenzellentypus, wie ihn Fürstenau auf Grund seiner Versuche konstruierte, bei welchem also das Trägheitsmoment fast ganz eliminiert ist, so werden wir Resultate erhalten, die einwandfrei sind, und in diesem Falle ist auch das möglich, was Athanasiadis allgemein feststellen zu können glaubte, nämlich die Intensitäten zweier Röntgenröhren zu vergleichen und andererseits eine Beziehung zu finden zwischen Licht und Röntgenstrahlung.

Nun setzt sich jedoch das Spektrum eines technischen Röntgenrohres aus Strahlungskomponenten zusammen, deren Absorptionskoeffizienten ebenfalls wieder bezogen auf Aluminium und die Masseneinheit schwanken zwischen 88,5 und 0,4. Wir haben es hier mit Spektren zu tun, welche Komponenten enthalten, deren Absorptionskoeffizienten gleich oder höher sind als 18,9, welches der Absorptionskoeffizient der charakteristischen Strahlung des Selens bekanntlich ist.

In diesen, in der Praxis vorkommenden Fällen bestimmt sich somit die Menge der im Selen gebildeten Elektronen nicht mehr allein durch den einen Faktor $k = 91$ und den weiteren Faktor, welcher durch die Intensität der Primarstrahlung gegeben ist, sondern sie wird auch eine Funktion der Primärstrahlenqualität und die ursprünglich einfache Relation wird kompliziert. Wir messen also in dem Selen-

effekt nicht mehr die Intensität allein, sondern eine Energiegröße, welche durch die Qualität mit bestimmt wird. Es tritt ein neuer Faktor hinzu, welcher, wie aus den vorhergegangenen Betrachtungen sich ergibt, umso größer ist, je näher der Mittelwert der einzelnen Absorptionskoeffizienten der Strahlungskomponenten des Röntgenspektrums dem Absorptionskoeffizienten der Fluoreszenzstrahlung des Selens liegt. Andererseits wird dieser Faktor umso kleiner, je weiter sich dieser Mittelwert von dem λ_m des Selens entfernt und sich dem λ_m der Reihe I des Wismuts nähert.

Die Größe dieses neu hinzugetretenen Faktors wird bestimmt durch die Betriebsart der Röntgenröhre. Bei unveränderter Betriebsart ist dieser Faktor konstant, bei veränderten Betriebsbedingungen ändert sich dieser Faktor.

Die Menge der gebildeten Elektronen ist allerdings in beiden Fällen auch noch allgemein abhängig von der mittleren Härte der Röntgenstrahlung. Diese Beziehung ist jedoch eine gesetzmäßige, es ist die Menge der losgelösten Elektronen umgekehrt proportional der mittleren Härte.

Damit scheidet Selen für Intensitätsmessungen aus, denn hier wird nur diejenige Meßeinrichtung einwandfreie Werte ergeben, bei welcher die Größe des Effektes durch die Intensität allein bestimmt wird, wie z. B. bei der Ionisationsmethode zur Röntgenstrahlenmessung die Anzahl der gebildeten Ionen direkt proportional ist der Intensität der Strahlung, umgekehrt proportional der mittleren Härte der Strahlung.

Selen könnte zur Intensitätsmessung der Röntgenstrahlung neben dem eingangs erwähnten Falle dann noch benutzt werden, wenn wir es mit homogener Primärstrahlung zu tun hätten. Diese Möglichkeit scheidet aber für die praktische Röntgenstrahlenmessung von vornherein aus.

Was nun die Messungen von Athanasiadis anbelangt, so berücksichtigen sie eben auch nicht den Qualitätsfaktor, der infolge der Eigenschaft der selektiven Absorption des Selens sehr variiert und durch die Betriebsart und die einzelnen Betriebsbedingungen bestimmt wird. Athanasiadis sagt von der von ihm angewandten Methode der Strahlenvergleichung, daß sie offenbar genauer sei, als die bis jetzt übliche durch ein Skiameter. Daraus geht aber deutlich hervor, daß Athanasiadis den Qualitätsfaktor unberücksichtigt ließ, denn das Skiameter muß als zur Intensitätsmessung der Röntgenstrahlen nicht verwendbar angesehen werden, eben weil der Effekt stark durch die Qualität der Strahlen beeinflußt wird; es kann damit zum Vergleich auch nicht herangezogen werden. Dies hat man in der Praxis schon längst erkannt. Behandelt ist diese Tatsache bereits in den Verhandlungen der Deutschen Röntgengesellschaft 1905, Bd. I S. 126 von Walter. Hatte man das Skiameter ursprünglich zur Intensitätsmessung angewandt, so konstruierte Walter daraus, nachdem man eingesehen hatte, daß man mit dem Skiameter nicht die Intensität messen könne, einen Härtemesser.

Ich habe im Vorausgehenden den Seleneffekt und die Fehlerquellen bei seiner Anwendung zur Röntgenstrahlenmessung einer Erklärung zu unterwerfen versucht. In nächster Zeit werde ich den experimentellen Beweis erbringen können, daß der Seleneffekt stark durch die selektive Absorption des Selens beeinflußt wird und unter Umständen zu Fehlschlüssen führen kann. Meine Versuche werden damit, wie ich hoffe, die von mir seinerzeit, lediglich als Vermutung, angenommene Ursache bestätigen.

Bei der praktischen Röntgenstrahlenenergiemessung, insbesondere in der Röntgentherapie, handelt es sich nun darum, an Hand der Einwirkung der Röntgenstrahlen auf das Meßgerät, also einer physikalisch-chemischen Wirkung, die Wirkung der Strahlen auf die lebende Zelle, also die biologische Wirkung bemessen zu können, und zwar auf Grund vorausgegangener empirischer Vergleichsversuche. Wir haben es im Körper aber ebenfalls mit Substanzen zu tun, die selektives Absorptionsvermögen besitzen, wie z. B. Eisen und Kalk, deren Atomgewichte beide höher liegen als 27. Es wird bei ihnen die Zahl der gebildeten Elektronen, die wiederum für den chemischen Umsatz, id est den biologischen Effekt, bestimmend ist, dem Maximum zustreben. Ist nun auch noch die zur Verwendung kommende Röntgenstrahlenmeßmethode der Fehlerquelle der selektiven Absorption unterworfen, so können unter Umständen sehr große Differenzen auftreten und man kann unmöglich sagen, daß die durch den Seleneffekt ausgedrückte Strahlenenergie in irgendwelchen gesetzmäßigen Beziehungen zu der Strahlenenergie steht, die sich im biologischen Effekt offenbart. Ein Vergleich ist damit unmöglich; vergleichen will aber die praktische Röntgenstrahlenmessung.

Wir haben hier beim Selen eben die gleiche Erscheinung wie bei der Dissoziation der Silbersalze unter dem Einflusse des Röntgenlichtes. Auch Silber hat im Strahlenspektrum eines technischen Röntgenrohres ein Gebiet selektiver Absorption. Solange man es mit Strahlen gleicher Wellenlänge, also homogener Strahlung zu tun hat, ist die Schwärzung einer photographischen Schicht nach Abzug der Schleierschwärzung eine direkte Funktion der Intensität der die Schwärzung hervorrufenden Strahlung. Kompliziert

wird diese Beziehung, sobald wir es mit komplexer Strahlung zu tun haben. Dann ist es unmöglich, Schwärzungsgrade als Werte für die Intensität festzulegen.

Ist es damit wohl möglich, durch Konstruktion eines besonderen Selenzellentypus eine Zeitwiderstandskurve zu erzielen, wie sie Fürstenau in Fig. 1 (II) erhalten hat, bei der das Trägheitsmoment als praktisch eliminiert gelten darf, so darf doch die Erscheinung der selektiven Absorption als den Seleneffekt erheblich bestimmendes Moment nicht außer acht gelassen werden und diese Erscheinung kann meines Erachtens die Werte enorm beeinflussen. Dies darf ich vielleicht schon meinen gegenwärtig noch schwebenden Versuchen entnehmen.

Deswegen bin ich auch der Meinung, daß die Betriebsart des Röntgenrohres bei derartigen Messungen in Betracht zu ziehen ist. Bei langsamer Unterbrechungsfrequenz erhält man eine andere Entladungskurve als bei schneller Frequenz des Unterbrechers und die Zusammensetzung eines Röntgenstrahlengemisches ist ja wesentlich von dem Verlauf der Entladung abhängig. Die Form der Entladungskurve bedingt zum Teil die Zusammensetzung des Spektrums.

Zusammenfassung.

Wenn es Fürstenau zwar gelungen ist, das Trägheitsmoment einer Selenzelle durch geeignete Zellenwahl zu eliminieren, so ist doch aus den vorausgegangenen Betrachtungen zu entnehmen, daß die Eigenschaft der selektiven Absorption den Seleneffekt wesentlich beeinflussen kann, wenn man als primäre Ursache des Seleneffektes die bei der Absorption der Röntgenstrahlen in der Selenzelle entstehende kinetische Energie der Elektronen ansieht. Der durch diese Eigenschaft des Selens hinzukommende Faktor, der damit als Meßfehler anzusehen ist, ändert sich mit der Betriebsart und den Betriebsbedingungen. Den experimentellen Beweis hoffe ich in Bälde erbringen zu können und werde ich die Versuche an dieser Stelle publizieren. Ich muß somit nach wie vor auf meiner Ansicht bestehen, daß Selen sich zu praktischen Röntgenstrahlenenergiemessungen nicht eignet, auch wenn es gelungen ist, das Trägheitsmoment als Fehlerquelle zu eliminieren. Umso wertvoller ist die Konstruktion dieses Selenzellentypus durch Fürstenau aber für andere Meßzwecke, insbesondere für die Strahlenmessung im ultravioletten Gebiet des Spektrums.

(Eingegangen 25. August 1915.)

BESPRECHUNGEN.

L. Zehnder, Der ewige Kreislauf des Weltalls. Nach Vorlesungen über physikalische Weltanschauungen an der K. Technischen Hochschule Berlin. gr. 8. VIII u. 408 S. mit 214 Abbildungen und einer Tafel. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1914. Preis gebunden M. 10.50

Das in die drei Abschnitte „sichere Ergebnisse“, „unsichere Hypothesen“ und „meine Nebularhypothese“ gegliederte Werk will entsprechend seiner Entstehung aus Vorlesungen über eine auf physikalischer Grundlage aufgebaute Weltanschauung den Studierenden aller Fakultäten zunächst die Bekanntschaft mit den hauptsächlichsten und für den Fernerstehenden interessantesten astronomischen und astrophysikalischen Tatsachen vermitteln. Es wendet sich aber im III. Kapitel der Entwicklung einer allgemeinen Weltentstehungstheorie zu, über die der Autor schon vor Jahren viel publiziert hat. Der etwas vielsagende Titel des Buches sollte von der Lektüre nicht zurückhalten, denn es enthält gerade in seinem hypothetischsten Teile sehr feine Gedankengänge: einen feinen logischen Aufbau auf einige wenige Grundannahmen, über die zu diskutieren hier nicht der Ort ist. Vielleicht wird auch der Physiker in Hinblick auf die zunehmende Bedeutung der „elastischen“ Gesichtspunkte in der Materietheorie manche Anregung finden. Die Ideen Zehnders erinnern in vieler Hinsicht, zum Beispiel betreffs der Begrenztheit eines — beiläufig atomischen — Weltäthers, an Lord Kelvinsche Kühnheiten. Man vergleiche übrigens auch die Publikationen von Zehnder in dieser Zeitschrift 11, 242, 1910 sowie in den Verh. d. D. physik. Gesellsch. 14, 438, 1912 und 15, 1317, 1913.

H. Hörig.

O. Heimstädt, Apparate und Arbeitsmethoden der Ultramikroskopie und Dunkelfeldbeleuchtung mit besonderer Berücksichtigung der Spiegelkondensoren. Handbuch der mikroskopischen Technik, Bd. V, 1915. gr. 8. 72 S. m. 71 Abbildungen. Stuttgart, Franckhsche Verlagshandlung, 1915. Geh. M. 2.—, geb. M. 2.80

Als eine Zusammenstellung der nicht jedem ohne weiteres zugänglichen verschiedenen Arbeiten muß das vorliegende Heft zum Einarbeiten in die ultramikroskopische Technik warm empfohlen werden. Es wird nicht nur dem, der die Apparate als Mittel zum Zweck benutzen will, willkommen sein, sondern auch dem Physiker, der ein Interesse am ganzen Gebiete hat.

Unter Vermeidung weitergehender theoretischer Erörterungen werden zunächst die physikalischen Grundlagen in vorzüglich klarer und übersichtlicher Weise entwickelt und bei der dann folgenden kritischen Beschreibung der verschiedenen Ultramikroskope (Zsigmondy, Siedentopf, Cotton und Mouton, Skarpa) wird durch teilweise Referierung hierher gehörender Untersuchungen das Interesse des Lesers auch auf die in Rede stehenden Arbeitsgebiete geleitet, was als

ein besonderer Vorzug der Darstellung zu betrachten ist. Die Abschnitte über Spiegel- und Plattenkondensoren bringen namentlich Reichertsche Konstruktionen (Wien), sodann folgen Kapitel über den Zeißschen Paraboloidkondensor, über Zweiflächenkondensoren verschiedener Autoren, die dioptrischen Kondensoren und das Kardioidultramikroskop, während die beiden letzten Kapitel verschiedene Nebenapparate zur Dunkelfeldbeleuchtung und das Fluoreszenzmikroskop behandeln. Literatur und Sachverzeichnis sind vorhanden.

H. Hörig.

F. Bremer, Leitfaden der Physik. Auf Grund gemeinsamer Schülerübungen. I. Teil: Für die mittleren Klassen höherer Lehranstalten. gr. 8. IV u. 122 S. mit 210 Figuren im Text und auf einer Tafel. Leipzig, B. G. Teubner. 1914. Gebunden M. 1.50

Bei der im raschen Wachsen begriffenen Erkenntnis des großen Wertes der Schülerübungen lag es nahe, auch dem Lehrbuch diese Übungen zugrunde zu legen. Das ist mehrfach geschehen. Gewiß ist es für jeden Lehrer, der irgendwie dem neuen Lehrverfahren Interesse entgegenbringt, lehrreich zu erfahren, wie andere auf diesem Gebiete arbeiten, was aber von allen methodischen Lehrbüchern gilt, das gilt hier in besonders hohem Maße: Sie sind eine Fessel für den Lehrer. Es läßt sich der Gedanke nicht unterdrücken, daß ein derartiges Lehrbuch schwerlich für den Schüler verwendbar ist, wenn der Lehrer nicht jede Selbständigkeit aufgeben will. Das wird leider auch das Schicksal des vorliegenden Buches sein, wie geschickt es auch abgefaßt ist (daß z. B. die Statik vor der viel schwereren Dynamik behandelt wird) und wie sehr man auch mit der Anordnung des Stoffes, der Auswahl der Versuche unter besonderer Berücksichtigung quantitativer Messungen und Verwendung einfacher billiger Apparate einverstanden sein mag. Dem Lehrer jedoch, vor allem dem Anfänger auf dem Gebiet der Schülerübungen, kann es sehr gute Dienste tun.

Kochan.

H. A. Lorentz, Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung nebst einer Einführung in andere Teile der Mathematik. Unter Mitwirkung des Verfassers übersetzt von G. C. Schmidt. gr. 8. VII u. 602 S. mit 123 Figuren. Dritte Auflage. Leipzig, J. A. Barth. 1915. M. 14.—, geb. M. 15.50

Die erste Auflage des trefflichen Buches von Lorentz-Schmidt ist in dieser Zeitschrift **2**, 658, 1901 einer ausführlichen Besprechung gewürdigt worden, die seine Bedeutung für die studierenden Physiker klar hervorhebt. Ich darf mich daher mit der Anzeige der dritten Auflage begnügen, deren rasches Erscheinen ja schon einen Maßstab für die Vortrefflichkeit des Werkes abgibt. Neu aufgenommen ist in dieser Auflage eine kurze Einführung in die mehrdimensionale Geometrie und eine vom Übersetzer herrührende Sammlung der wichtigsten Formeln, wodurch die Brauchbarkeit des Buches sicherlich gewonnen hat.

C. Schaefer.

Berichtigung

zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

Hirsch, Jos. Dr., Assistent am Institut für Experimentalphysik in Königsberg, seit Kriegsbeginn als Kriegsfreiwilliger bei der Festungs-Funkerstation Mainz, jetzt kriegsfreiwill. Unteroffizier bei der Armee-Telegr.-Abt. Woyrsch, Kraftwagenzug.

Pröll, A., Dr.-Ing., Professor an der Technischen Hochschule Hannover, Oberleutnant bei der k. k. Luftschifferabteilung am Flugfelde Aspern bei Wien.

Mainka, C., Dr., wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Kaiserl. Hauptstation für Erdbebenforschung in Straßburg i. E., z. Zt. Kriegsfreiwilliger, Armeeabteilung Gaede, 7. Württemb. Infant.-Landw.-Division, Fußart. Batt. 241, Oberelsaß.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Tübingen Dr. Percy Brigl für Physiologische Chemie, an der Universität Frankfurt a. M. Dr. Paul Humann (bisher an der Technischen Hochschule Hannover) für angewandte Physik, an der Universität Wien Dr. Fritz Paneth für anorganische Chemie und Radioaktivität.

Berufen: Zu ord. Professoren an der Universität in Konstantinopel der Privatdozent der organischen Chemie an der Technischen Hochschule Charlottenburg Dr. Hoesch und der Assistent für Chemie an der Technischen Hochschule Breslau Dr. Gustav Fester, der ord. Professor der angewandten und medizinischen Chemie an der Universität Innsbruck Dr. Adolf Windaus zum ord. Professor der anorganischen Chemie an der Universität Göttingen, der ord. Honorarprofessor für physikalische Chemie an der Universität Breslau und etatsmäßige Professor für anorganische Chemie an der Technischen Hochschule daselbst Dr. Rudolf Schenck zum ord. Professor für allgemeine und Experimental-Chemie an der Universität Münster, der Astronom Dr. August Stollberg aus Nordhausen zum meteorologischen Beobachter an der Sternwarte in Lemberg.

Gestorben: Der ord. Professor für darstellende Geometrie an der Deutschen Technischen Hochschule Prag Dr. Eduard Janisch, der Privatdozent der Chemie an der Universität Rostock Professor Dr. Franz Kunckell, der Abteilungsvorsteher am Geodätischen Institut zu Berlin-Potsdam Geheimrat Professor Dr. Theodor Albrecht.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 17/18. 15. September 1915. 16. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 19 am 28. September 1915.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Theoretisches über die Breite der Spektrallinien.

Von A. Landé.

§ 1. Man findet oft die Ansicht vertreten, die Leistung eines Beugungsapparates bei der Farbenzerstreuung sei die eines harmonischen Analysators. Zum Beispiel sei die Breite einer Spektrallinie — als Abbild des Fourierspektrums — ein direktes Maß für die Dämpfung und die Häufigkeit von Phasenwechseln in der emittierenden Lichtquelle. Aber schon die Tatsache, daß das Fourier-Spektrum der ankommenden Lichterregung zeitlich von $-\infty$ bis $+\infty$ unverändert anhält, während die Beobachtungsdauer des wirklichen Spektrums mit der Leuchtdauer der Lichtquelle zusammenfällt, zeigt, daß beide Spektren doch nicht in einer ganz einfachen Beziehung zueinander stehen können. In der Tat werden wir finden, daß die Verbreiterung der beobachtbaren Spektrallinien bei häufigem Phasenwechsel direkt nichts mit der Fourierverbreiterung zu tun hat, sondern eine besondere Eigenschaft vielstrichiger Gitter ist und, wie Verf. früher zeigte[1]), bei der Beugung an der einfachen Halbebene gänzlich fortfällt.

Wir wollen also die Beugung eines aus N Sinusperioden bestehenden Wellenzuges der endlichen Breite $N\lambda$ an einem Gitter mit n Strichen untersuchen. Die exakte Behandlung dieses Problems ist zurzeit unmöglich, da A. Sommerfelds exakte Lösung der Beugung an der Halbebene[2]) bisher nicht auf einen Spalt bzw. ein Gitter erweitert werden konnte. Jedoch wird sowohl für unendlich andauernde wie für endlich breite Wellenzüge exakt bewiesen[1, 2]), daß ihr Beugungsbild an der Halbebene praktisch hinreichend durch die Fresnel-Kirchhoffsche Theorie angenähert wird. Sommerfelds Lösung für stationäre Wellen läßt sich nämlich so auffassen, als regte der auffallende ebene Wellenzug die Schirmkante dauernd zur Emission von Zylinderwellen an, welche durch Interferenz mit den ursprünglichen ebenen Wellen nahezu das Fresnelsche Streifensystem hervorbringen. Ein Wellenzug der endlichen Breite $N\lambda$ regt dagegen[1]) die Schirmkante zu Zylinderwellen nur[3]) während des Zeitintervalls $N\lambda/c$ an, während dessen er die Kante überstreicht, und zwar zu den gleichen[3]) Zylinderwellen, die in Sommerfelds Fall während der ganzen unendlichen Zeit angeregt wurden. Es geht also in diesem Fall von der Schirmkante ein Zylinderimpuls der endlichen Breite $N\lambda$ aus, welcher nur dort helle und dunkle Streifen (nahezu in der Fresnelschen Lage) entstehen läßt, wo er mit dem auffallenden $N\lambda$ breiten ebenen Impuls interferiert[1]).

Bei der Halbebene läßt sich also die praktische Zulässigkeit der Fresnel-Kirchhoffschen Theorie sowohl für unendliche wie für endliche Wellenzüge exakt beweisen. Für unendliche Wellenzüge wendet man in üblicher

1) Landé, diese Zeitschr. 16, 201, 1915.
2) Sommerfeld, Math. Ann. Bd. 47.

1) Landé, l. c.
2) Sommerfeld l. c.
3) Darüber lagert sich noch ein unendlich lange dauernder An- und Abklingungsprozeß, der aber praktisch weitgehend zu vernachlässigen ist und von dem wir im Folgenden nicht sprechen wollen.

Weise diese einfache Theorie auch für die Beugung durch ein Gitter an. Wir wollen nun einen Schritt weiter gehen und auch bei endlichen Wellenzügen die Fresnelsche Theorie als angenäherte Lösung der Gitterbeugung ansehen, ein Verfahren, das durch die gleiche Parallelität zwischen unendlichen und endlichen Wellenzügen beim Halbebenenproblem gerechtfertigt ist.

§ 2. Der Beugungsvorgang. Nach Fresnel gibt ein unendlich langer Wellenzug bei senkrechter Inzidenz auf ein Gitter mit n Strichen und dem Strichabstand d in der Beobachtungsrichtung α die Intensität

$$I_\alpha = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d\alpha n\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d\alpha\right)} \quad \text{(solange } \sin\alpha \sim \alpha\text{)}. \qquad (1)$$

Die dauernd auftreffende ebene Erregung macht nämlich nach der einfachen Theorie die n-Gitterstriche dauernd zu n Zentren von Zylinderwellen, welche überall alle gleichzeitig miteinander interferieren (daher der Faktor n im Zählersinus). Ein endlicher Wellenzug von N Perioden wird dagegen die n Gitteröffnungen zu der Zylinderstrahlung nur[1]) während eines Zeitintervalls $N\lambda/c$ anregen, während dessen er das Gitter durchsetzt, und zwar während dieses Zeitintervalls zu der gleichen[1]) Zylinderstrahlung, wie im ersten Fall während der ganzen unendlichen Zeit. Daher geht, statt der stationären Zylinderwellen, von jeder Öffnung jetzt nur ein Zylinderimpuls der endlichen Breite $N\lambda$ aus, der radial mit Lichtgeschwindigkeit c von der betreffenden Öffnung forteilt. Die Folge ist, daß nicht sämtliche n Zylindererregungen überall alle gleichzeitig interferieren. Zeichnet man vielmehr von den n Gitteröffnungen aus in der Beobachtungsrichtung α n Strahlen und markiert auf jedem Strahl besonders stark denjenigen Abschnitt der Länge $N\lambda$, wo der Strahl den zur gleichen Gitteröffnung gehörigen Zylinderimpuls durchsetzt (Fig. 1 und 2), so wandern diese Abschnitte mit den sich erweiternden Zylinderringen auf den Strahlen mit Lichtgeschwindigkeit c fort. In jedem Moment kommen dann in einem in Richtung α auf Unendlich eingestellten Fernrohr nur diejenigen Zylinderwellen gleichzeitig zur Beobachtung, deren Abschnitte von einer festliegenden, zur Richtung α senkrechten Graden G_α geschnitten werden. In Fig. 1 hat noch keiner der n Strahlenabschnitte die senkrechte Grade G_α erreicht, im Gesichtsfeld herrscht also noch Dunkelheit. In einem späteren Moment, der in Fig. 2 fixiert ist, wird G_α bereits von $p = 3$ Strahlabschnitten gekreuzt, d. h. es tragen jetzt p Gitteröffnungen mit ihrer Zylinderstrahlung zu einem Interferenzbild im Gesichtsfeld bei. In diesem Moment wird daher die Intensität I_α statt durch (1), dargestellt durch

$$I_\alpha = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d\alpha p\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d\alpha\right)}. \qquad (2)$$

Mit Hilfe der zu Fig. 1 und 2 führenden Konstruktion läßt sich dann die Zahl p der bei der Auflösung wirksamen Gitterstriche in jedem beliebigen Moment bestimmen: Die „wirksame" Zahl p nimmt bei einem Wellenzug endlicher Breite von 0 an allmählich zu, bleibt auf einem Maximalwert $p_{\max}$ stehen und fällt zuletzt wieder gegen 0 ab[1]). $p_{\max}$ ist (solange $\sin\alpha$ mit α vertauscht werden darf) gleich der kleineren der beiden Zahlen $N\lambda/d\alpha$ und n. Da das Intensitätsmaximum der $k$ten Ordnung in die Richtung

$$\alpha = k\frac{\lambda}{d} \qquad (3)$$

fällt, ergibt sich

$$p_{\max} = \frac{N}{k} \text{ bzw. } = n. \qquad (4)$$

Die Wirkungsdauer von $p_{\max}$ ist wegen (3)

$$\tau_{\max} = \left(n - \frac{N}{k}\right)\frac{k\lambda}{c} \text{ bzw. } \left(\frac{N}{k} - n\right)\frac{k\lambda}{c}. \qquad (4')$$

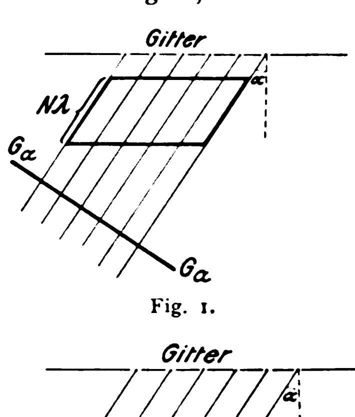


Fig. 1.

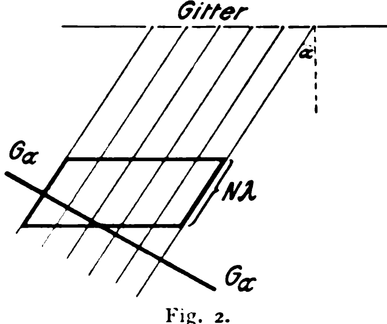


Fig. 2.

1) Die exakte Theorie wird wohl, wie bei der Halbebene, einen darübergelagerten An- und Abklingungsprozeß ergeben, der aber hier wie dort für unsere Fragen nicht in Betracht kommt.

1) Bei exakter Behandlung wird p, infolge des S. 313, Sp. 2, Fußnote 3 erwähnten An- und Abklingungsprozesses, sich nicht sprungweise ändern, wie überhaupt Formel (2) und (1) nur angenäherte Gültigkeit beanspruchen.

Die Anklingungszeit bis zur Erreichung von p_{max} ist die kleinere der beiden Zeiten

$$\tau_A = \frac{N}{k}\frac{k\lambda}{c} \text{ bzw. } n\frac{k\lambda}{c}. \qquad (4'')$$

Ebenso groß ist die Abklingungszeit[1]). Die gesamte Beobachtungsdauer der Beugungserscheinung ist also

$$\tau = \left(\frac{N}{k} + n\right)\frac{k\lambda}{c}. \qquad (4''')$$

Wir finden daher als Resultat:

Bei der Beugung eines N Perioden enthaltenden Wellenzugs durch ein Gitter von n Strichen sind in der $k$ten Ordnung nicht alle n Striche auflösend wirksam, sondern nur p von ihnen, wobei p gemäß (4) bis (4''') auf einen Maximalwert ansteigt und später wieder gegen Null abfällt. Mit abnehmender Wellenzahl N und zunehmender Beobachtungsordnung k nimmt also die auflösende Kraft des Gitters für den endlichen Wellenzug ab, und zwar macht sich diese Abnahme relativ umso eher bemerkbar, je größer die Strichzahl n des Gitters ist. Beobachtet man in einer Richtung $\alpha = k\frac{\lambda}{d}$ mit $k > N$, so daß $p_{max} < 1$, so tritt überhaupt keine gemeinsame Interferenzwirkung mehrerer Gitterstriche auf, d. h. bei einem Wellenzug von N-Perioden gibt es helle und dunkle Streifen nur in den N ersten Ordnungen[2]).

§ 3. Photographische Gesamtwirkung eines Wellenzuges. Das Bild, das der endliche Wellenzug auf einer photographischen Platte in verschiedenen Richtungen α entwirft, ist gegeben durch das Zeitintegral

$$J_\alpha = \int I_\alpha\, dt = \frac{\int \sin^2(\pi k p(t))\, dt}{\int \sin^2(\pi k)\, dt} \qquad (5)$$

mit

$$\int dt = \left(\frac{N}{k} + n\right)\frac{k\lambda}{c} \text{ wegen } (4''')$$

wobei $p = p(t)$ sich mit der Zeit ändert, während das stark umrahmte Parallelogramm der Fig. 1 und 2 die Gerade G_α überstreicht.

A) In dem Spezialfall $N << nk$ verschwindet die An- und Abklingungszeit $\tau_A = \frac{N\lambda}{c}$ gegenüber der Zeit

$$\tau_{max} = \left(n - \frac{N}{k}\right),$$

so daß

$$J_\alpha = \frac{\sin^2\left(\pi k \frac{N}{k}\right)}{\sin^2(\pi k)} \cdot \frac{nk\lambda}{c} \qquad (5')$$

wird, als seien nicht n, sondern $\frac{N}{k} << n$ Gitterstriche auflösend wirksam.

B) Ist dagegen $N >> nk$, so verschwindet ebenfalls die jetzige An- und Abklingungszeit $\tau_A = \frac{nk\lambda}{c}$ gegenüber

$$\tau_{max} = \left(\frac{N}{k} - n\right)\frac{k\lambda}{c},$$

so daß jetzt

$$J_\alpha = \frac{\sin^2(\pi k n)}{\sin^2(\pi k)} \qquad (5'')$$

wird, als seien alle n Striche wirksam, wie bei einem unendlich langen Wellenzug[1]).

§ 4. Wellenzugfolge. Neben der Beugung eines einzelnen isolierten Wellenzuges interessiert uns die photographische Gesamtwirkung einer Reihe sukzessiver zunächst gleichlanger Wellenzüge, die in keiner Phasenbeziehung zueinander stehen. Da Intensitäten quadratisch in den sich addierenden Amplituden sind, läßt sich in einfacher Weise ableiten, daß zwar nicht bei jeder beliebig kurzen Momentaufnahme, wohl aber bei einer viele Phasenwechsel enthaltenden Zeitaufnahme die Intensitätsverteilung auf der photographischen Platte dieselbe ist, wie bei der Aufnahme des einzelnen isolierten Wellenzuges. Man erhält daher für die pro Zeiteinheit in der Richtung α gestrahlte Intensität den Wert

$$E_\alpha = \frac{c}{N\lambda} \cdot J_\alpha, \qquad (6)$$

wobei J_α aus (5), in den Spezialfällen A und B aus (5') (5'') bekannt ist.

Treten schließlich die Phasenwechsel nicht immer nach je N Perioden auf, so ist E_α mit einem Wahrscheinlichkeitsfaktor $w(N)$ nach N zu integrieren, da wieder die Mittelwerte der Intensitäten additiv sind.

§ 5. An unseren Resultaten läßt sich besonders deutlich demonstrieren, daß das beobachtbare Spektrum keine harmonische Analyse des ankommenden Lichts darstellt. Das harmonische Fourierspektrum eines Wellenzuges von N Perioden (vgl. Sommerfelds „kannelliertes" Spektrum[2])) verbreitert sich, wenn die Zahl N abnimmt, nach einem Gesetz, das außer N nur universelle Zahlenkonstanten enthält. Ganz anders das beobachtete Spektrum in einem Beugungsapparat mit n Strichen und der Gitterkonstanten d. Man findet zwar auch hier in gewisser Weise das Gesetz bestätigt, daß, je kürzer der Impuls,

1) Diese für die Beobachtung sehr in Betracht kommende An- und Abklingung ist nicht zu verwechseln mit dem S. 313, Sp. 2, Fußnote 3 erwähnten Prozeß, der praktisch zu vernachlässigen ist.

2) Vgl. das bei der Halbebene exakt berechnete analoge Resultat, Landé, l. c.

1) Alle Resultate beanspruchen wegen S. 314, Sp. 2, Fußnote nur angenäherte Gültigkeit, die aber für die hier interessierenden Fragen weitgehend ausreicht.

2) A. Sommerfeld, Lichtausbreitung in dispergierenden Medien. Festschrift H. Weber.

desto breiter und unschärfer im allgemeinen seine Beugungsmaxima werden. Das Gesetz der Verbreiterung hängt aber wesentlich von der Strichzahl n des Gitters und überdies noch von dem Winkel α bzw. der Ordnung $k=\frac{\alpha d}{\lambda}$ der Beobachtung ab. Ein Wellenzug von N-Perioden gibt in der $k$ten Ordnung Beugungsmaxima, die selbst bei beliebig gesteigerter Strichzahl n des Gitters nicht schärfer zu erhalten sind als die (in allen Ordnungen gleich scharfen) Maxima, welche ein unendlich langer ungestörter Wellenzug mit einem Gitter von N/k-Strichen erzeugt. Andererseits zeigt derselbe endliche Wellenzug bei nicht zu hoher Ordnung $k << \frac{N}{n}$ der Beobachtung ebenso scharfe Linien, als sei er unendlich lang. Maxima höherer als Nter Ordnung existieren nicht. Ein weiterer Fundamentalunterschied zwischen Fourier- und beobachtetem Spektrum ist, wie eingangs schon erwähnt, daß das Fourierspektrum unendlich lange Zeit mit unveränderter Stärke, das beobachtete Spektrum nur eine bestimmte endliche Zeit lang andauert. Ferner hat die verbreiterte Fourierbande eines endlichen Wellenzuges in ihren verschiedenen Teilen verschiedene Wellenlängen, also verschiedene „Farbe", während jedes Beugungsmaximum in seiner ganzen Ausdehnung die gleiche Farbe zeigt. Die Verbreiterung der Beugungsmaxima ist eben auf einen ganz anderen Grund zurückzuführen als die Fourierverbreiterung, nämlich auf das Versagen des Zusammenwirkens aller n Gitterstriche bei der spektralen Zerlegung kurzer Wellenzüge. Daher bleibt eine entsprechende Verbreiterung der Streifen bei der Beugung an der einfachen Halbebene vollständig aus.

Przemysl, den 2. Juli 1915.

(Eingegangen 24. Juli 1915.)

Über die Frage der Elektrizitätsladungen, welche die der Elektronen unterschreiten.

(Entgegnung auf einen Aufsatz des Herrn Fritz Zerner, diese Zeitschrift **16**, 10, 1915.)

Von Harvey Fletcher.

Durch gewisse Berechnungen, unter Zugrundelegung von mir im Jahre 1911 veröffentlichter Daten[1]), gelangt Herr Fritz Zerner zu dem Schlusse, daß die Millikansche Öltropfenmethode zur Messung der elektrischen Elementarladung zuweilen Werte ergibt, die weit unterhalb $4{,}78 \cdot 10^{-10}$ liegen[1]), beispielsweise nach seiner Tabelle bei $1{,}32 \cdot 10^{-10}$; er schließt ferner aus Daten, die von mir und Millikan veröffentlicht worden sind[2]), daß die Gleichungen für die Brownsche Bewegung zu einem Werte von Ne führen, der zu klein ist, nämlich $62{,}5 \cdot 10^{-10}$ Coulomb. Hieraus folgert er, daß die Gleichungen für die Brownsche Bewegung manchmal Werte ergeben, die zu niedrig sind.

Wenn wir diese Daten nach dem in der Physical Review vom November 1914, S. 440 skizzierten Verfahren behandeln, so erhalten wir folgende Ergebnisse.

Aus der ersten Spalte in der Tabelle erhalten wir:

$$t_g = 6{,}95,\ \overset{+}{t_a} = 8{,}60,\ \overset{-}{t_a} = 6{,}07,$$
$$\tau = 1{,}265,\ z = 6{,}28;$$

folglich $Ne = 50{,}0 \cdot 10^3$ Coulomb.

Aus der zweiten Spalte erhalten wir:

$$t_g = 12{,}83,\ \overset{+}{t_a} = 14{,}97,\ \overset{-}{t_a} = 9{,}86,$$
$$\tau = 2{,}55,\ z = 5{,}77;$$

folglich $Ne = 78{,}6 \cdot 10^3$ Coulomb.

Aus der dritten Spalte erhalten wir:

$$t_g = 6{,}74,\ \overset{+}{t_a} = 7{,}90,\ \overset{-}{t_a} = 6{,}07,$$
$$\tau = 0{,}915,\ z = 8{,}37;$$

folglich $Ne = 91{,}3 \cdot 10^3$ Coulomb.

Aus der vierten Spalte erhalten wir:

$$t_g = 3{,}23,\ \overset{+}{t_a} = 3{,}64,\ \overset{-}{t_a} = 3{,}20,$$
$$\tau = 0{,}22,\ z = 16{,}6;$$

folglich $Ne = 167 \cdot 10^3$ Coulomb.

Der Mittelwert ist 96700 Coulomb, also nur um 0,2 v. H. kleiner als der aus der Elektrolyse erhaltene. Allerdings sind die Abweichungen vom Mittelwerte sehr groß, wie dies zu erwarten ist, wenn in der einzelnen Reihe so wenig Beobachtungen enthalten sind.

Aus Daten wie den vorliegenden zu schließen, daß die Gleichung der Brownschen Bewegung einen Wert liefert, der zu niedrig ist, erscheint mir nicht vollauf gerechtfertigt, zumal in allen Fällen mit Öltropfen, wo eine große Anzahl von Beobachtungen gemacht worden ist, ein fester Wert von Ne erhalten worden ist.

Falls sich der Wert von Ne als ein kleiner Bruchteil von 96500 Coulomb herausstellen sollte, so würde das der bestmögliche Beweis dafür sein, daß entweder eine elektrische Ladung existierte, die das Elektron unterschreitet, oder daß die Gleichung für die Brownsche Bewegung nicht gültig ist. Wie früher[3]) nachgewiesen,

1) Phys. Rev. **33**, 81, 1911.

1) Diese Zeitschr. **16**, 10, 1915.
2) Diese Zeitschr. **12**, 161, 1911.
3) Phys. Rev. **33**, 91, 1911.

gehen nämlich alle die unsicheren Größen, wie die Dichte des Teilchens, die Gleitung an seiner Oberfläche usw., nicht in die Gleichung für Ne ein. Und gerade weil diese Größen in die Bestimmung von N und e nicht eingehen, erhält man meines Erachtens unregelmäßige Werte. Beispielsweise gruppieren sich in meiner von Zerner angezogenen Arbeit die aus der Brownschen Bewegung erhaltenen Werte von Ne übereinstimmend um einen konstanten Wert, während, wie Zerner hervorhebt[1]), einige der Werte von N und e beträchtlich von dem erwarteten konstanten Werte abweichen.

Der Hauptzweck dieser Arbeit war, die Gleichungen der Brownschen Bewegung zu verifizieren, die für die Verteilung und die Mittelwerte der Verschiebungen und der Fallzeiten entwickelt worden waren, sowie auch für die Bestimmung von Ne für die Ionisation in Gasen. Aus diesem Grunde wurden keinerlei Vorsichtsmaßregeln getroffen, um Staubteilchen auszuschließen, weil man aus Staubteilchen gerade so genaue Werte erhalten würde wie aus Ölteilchen.

Um in dieser Arbeit für die 9 Teilchen vergleichbare Halbmesser zu erhalten, ohne das Gesetz des Widerstandes gegen die Bewegung zu kennen, verfuhren wir folgendermaßen:

Ist E die elektrostatische Feldstärke, e die Ladung an dem Teilchen, m seine Masse, und sind v und v' seine Geschwindigkeiten unter Schwerkraft allein und gegen die Schwerkraft, wenn das elektrische Feld angelegt ist, so erhalten wir:

$$\frac{Ee}{mg} = \frac{v + v'}{v}. \qquad (1)$$

Diese Gleichung enthält nur die Annahme, daß die Widerstandskraft der resultierenden Geschwindigkeit proportional ist. Lösen wir sie nach mg auf, und multiplizieren wir sie mit N, so erhalten wir:

$$Nmg = Ne\frac{Ev}{v + v'} = \varrho^3. \qquad (2)$$

Nun ist ϱ eine Größe, die proportional a ist, oder:

$$\frac{\varrho}{a} = \sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi g \sigma N}, \qquad (3)$$

wo σ die Dichte des Teilchens ist. ϱ kann daher aus Daten berechnet werden, die genau bekannt sind (s. die andere Arbeit, S. 95).

Die nachstehende Tabelle zeigt die Ergebnisse dieser Rechnung.

1) Ich habe diese Werte vor mehr als Jahresfrist aus denselben Werten von N und e der Millikanschen Formel berechnet.

Tropfen Nr.	$a \times 10^5$	$\varrho \times 10^{-4}$	$\frac{\varrho}{a} \times 10^{-9}$
6	1,93	3,88	2,01
9	1,93	3,56	1,844
1	2,855	3,75	1,290
3	3,21	4,19	1,306
5	3,35	4,42	1,320
8	3,36	4,33	1,290
4	3,39	4,42	1,305
7	3,49	4,85	1,382
2	4,11	4,82	1,1163

In dieser Tabelle sind die Werte für a nach der Millikanschen Formel für den Widerstand berechnet, und sie sind dieselben, die in der Arbeit von Zerner angegeben sind; ϱ ist aus Gleichung (2) berechnet. Für die Teilchen 1, 3, 5, 8 und 4 ist der Wert von ϱ/a konstant, ein Zeichen dafür, daß diese Teilchen offenbar Ölteilchen sind, die eine Dichte von 0,905 haben. Benutzen wir diesen Wert von σ und den Mittelwert von ϱ/a, nämlich $1{,}302 \cdot 10^9$, in Verbindung mit der Gleichung (3), so finden wir $N = 59{,}4 \cdot 10^{22}$, und das steht in guter Übereinstimmung mit dem Millikanschen Werte $60{,}6 \cdot 10^{22}$.

Daß die Abweichungen der aus den übrigen vier Teilchen erhaltenen Werte sich leicht durch die Annahme anderer Dichten als 0,905 erklären lassen, läßt sich leicht durch eine Berechnung an Nr. 6 zeigen, das größere Abweichungen ergibt als irgendein anderes.

Wir wollen annehmen, dieses Teilchen habe eine Dichte von 0,42. Dann ist der Halbmesser, wie er sich aus der Widerstandsformel berechnet, $3{,}82 \cdot 10^{-5}$, und der Wert von ϱ/a ist $1{,}016 \cdot 10^9$. Multiplizieren wir diese letzte Zahl mit der dritten Wurzel aus dem Verhältnis der Dichten, also mit $\sqrt[3]{\frac{0{,}905}{0{,}42}}$, so erhalten wir $1{,}31 \cdot 10^9$, einen Wert, der mit den anderen Konstanten gut übereinstimmt. Benutzen wir diesen Halbmesser und diese Dichte, so finden wir $e = 4{,}82 \cdot 10^{-10}$, und der aus den Gleichungen der Brownschen Bewegung berechnete Wert von N ist $57{,}4 \cdot 10^{22}$. Der Wert von N ist ziemlich niedrig; das stimmt zu dem für dieses Teilchen erhaltenen niedrigen Werte von Ne. Ich könnte noch hinzufügen, daß dies bei allen fünf Teilchen 1, 3, 5, 8, 4 der Fall ist, welche übereinstimmende Werte liefern; die Teilchen, welche niedrige Werte von N liefern, ergeben auch niedrige Werte von Ne. Mit dieser Annahme über die Dichte ist alles in Ordnung, aber ohne sie besteht ein offenbarer Widerspruch.

Ich könnte ähnliche Berechnungen für die übrigen drei Teilchen anführen, aber das Gesagte genügt, um darzutun, daß alle die von

Zerner aus diesen Daten berechneten unregelmäßigen Werte von N und e sich durch unregelmäßige Dichten erklären lassen, die daher rühren, daß man zuweilen Staubteilchen statt der Öltröpfchen faßt.

In der ersten Arbeit über die elektrische Elementarladung nach der Öltropfenmethode bemerkten wir, daß wir gelegentlich unregelmäßige Werte von e erhielten, bis wir allen Staub ausschlossen, und auf diesen Punkt hat Herr Professor Millikan hingewiesen (Phys. Rev., April 1911, S. 367). Um zu zeigen, wie konstant sich ϱ/a herausstellt, wenn man zur Erzeugung der Öltropfen staubfreie Luft verwendet, habe ich ϱ/a aus den neuen Daten berechnet, die Herr Professor Millikan sorgfältig aufgenommen und im Augustheft von Phys. Rev. 1913, S. 134, veröffentlicht hat.

Tropfen Nr.	$a \times 10^5$	$v + v'$	v	$\varrho \cdot D$	ϱ	$\frac{\varrho}{a}$
1	46,16[1])	0,003293	0,2357	5168	60,65	1,316
56	36,53	0,001861	0,20256	1700	48,15	1,318
3	30,29	0,004996	0,1032	5100	39,90	1,315
9	25,71	0,005962	0,07375	5139	33,72	1,3115
39	20,12	0,008370	0,05115	5054	26,52	1,3165
21	15.80	$0{,}00966_0$	0,02893	5018	20,85	1,319
52	11,83	$0{,}01077_5$	0,02021	3.351	15,59	1,318
28	4,69	0,01595	0,01211[1])	514,5[1])	6,176	1,317

Ich glaube, angesichts dieser Tatsachen können wir folgende Schlüsse ziehen:

1. In den nach der Millikanschen Öltropfenmethode gewonnenen Daten ist keinerlei Beweis für die Existenz von Ladungen enthalten, welche den Wert von $4{,}78 \cdot 10^{-10}$ elektrostatischen Einheiten unterschreiten.

2. Die Gleichungen der Brownschen Bewegung liefern, wenigstens wenn man sie auf die Öltropfenmethode anwendet, Werte für N und e, die mit den aus den Widerstandsgesetzen erhaltenen in vollkommenem Einklang stehen.

1) Diese Zahlen sind in der Phys. Rev. verdruckt.

Brigham Young Universität, 10. April 1915.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 31. August 1915.)

Notiz über die Berechnung der Brownschen Molekularbewegung bei der Ehrenhaft-Millikanschen Versuchsanordnung.

Von M. v. Smoluchowski.

In Anbetracht der Wichtigkeit, welche die Messungen von Millikan, Fletcher u. a. für die Begründung der Elektronentheorie erlangt haben, sowie der noch immer ungelösten Streitfrage nach der Erklärung der denselben widerstreitenden Versuche Ehrenhafts, mag es von Interesse sein, einen gewissen Punkt der darauf bezüglichen, insbesondere von Fletcher[1]) ausführlicher entwickelten mathematischen Theorie klarzustellen, wenn sich auch zeigt, daß die Schlußresultate der betreffenden Untersuchungen durch diese Berichtigung nicht wesentlich geändert werden.

Es handelt sich nämlich um die Aufgabe, die Kombination von Fallbewegung und Brownscher Bewegung mathematisch darzustellen und aus öfters wiederholten Messungen der Fallzeiten, welche einer bestimmten Fallstrecke entsprechen, jene beiden Bestandteile auszusondern.

Bekanntlich[2]) lautet die Wahrscheinlichkeit, daß ein unter Einfluß einer konstanten Kraft stehendes Teilchen, welches ursprünglich vom Punkte $x = b$ ausgegangen war, sich nach Ablauf der Zeit t zwischen den Abszissen $x \cdots x + dx$ befinde:

$$W(x)dx = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}} e^{-\frac{(x-b+ct)^2}{4Dt}} dx, \qquad (1)$$

wobei c die bei Vernachlässigung der Brownschen Bewegungen durch die konstante Kraft hervorgebrachte Geschwindigkeit, D den mit Gestalt des Teilchens und Zähigkeit des umgebenden Mediums zusammenhängenden „Diffusionskoeffizienten des Teilchens" bedeutet.

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein solches Teilchen in jener Zeit durch die Ebene $x = 0$ in den negativen Halbraum übergegangen sei, ist somit:

$$U(t) = \int_{-\infty}^{0} W(x)\, dx$$

und die Wahrscheinlichkeit, daß es wohl zur Zeit $t + dt$, aber noch nicht zur Zeit t sich unterhalb der Nullebene befinde, ist offenbar

$$M(t)dt = \frac{dU}{dt} dt.$$

Wird der Exponent in (1) mit y bezeichnet und führen wir dann die Abkürzung

$$\frac{b - ct}{2\sqrt{Dt}} = \omega$$

ein, so erhalten wir sukzessive:

1) H. Fletcher, Phys. Rev. **33**, 81, 1911. Diese Arbeit bringt eine Verbesserung der Überlegungen, welche den Verf. zu der unrichtigen in dieser Zeitschr. **12**, 202, 1911 veröffentlichten Formel (20) geführt hatten. Anwendungen jener Theorie: H. Fletcher, Phys. Rev. **4**, 440, 1914; C. F. Eyring, Phys. Rev. **5**, 412, 1915.

2) Siehe Fletcher a. a. O. oder M. Smoluchowski, Bull. Acad. Cracovie 1913, S. 418.

$$M(t)\,dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{dt} \int^{\infty} e^{-y^2}\, dy\, dt = e^{-\omega^2} \frac{d\omega}{dt}\, dt =$$
$$- \frac{b+ct}{2\sqrt{Dt}} \qquad (2)$$
$$= \frac{b+ct}{4\sqrt{\pi D t^3}}\, e^{-\frac{(b-ct)^2}{4Dt}}\, dt.$$

Man könnte somit letzteren Ausdruck als die Wahrscheinlichkeit ansehen, daß jenes Teilchen im Zeitpunkte $t \cdots t+dt$ die Nullebene überschritten habe. Es ist aber wohl zu bemerken, daß dieselbe nicht der bei jener Versuchsanordnung beobachteten Häufigkeit der Überschreitung einer gegebenen Distanz entspricht. Denn man kontrolliert dabei nicht, ob sich das Teilchen in gegebenen Zeitmomenten oberhalb oder unterhalb eines Teilstriches befinde, sondern man pflegt den Zeitpunkt zu notieren, sobald das Teilchen zum ersten Mal den festen Nullstrich erreicht, und die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für eine derartige Fallzeit ist ein wesentlich verschiedenes Problem.[1])

Ausführlicher dargestellt gibt es für die Lagenänderung des Teilchens vier Möglichkeiten:

A) für t ist $x<0$; für $t+dt$ ist $x<0$,
B) „ „ „ $x>0$; „ „ „ $x>0$,
C) „ „ „ $x<0$; „ „ „ $x>0$,
D) „ „ „ $x>0$; „ „ „ $x<0$.

Eine der Fallbewegung entgegengesetzte Verschiebung im Sinne von (D) ist für längere Zeiträume natürlich wenig wahrscheinlich, muß aber für kurze Zeitintervalle fortwährend vorkommen, da in der Formel (1) der Einfluß des c für $t=0$ verschwindet. Nun stellt die Formel (2) das zusammengesetzte Resultat dieser vier Möglichkeiten dar, in dem sie die Differenz der Häufigkeiten (C)—(D) angibt, während bei jener Meßmethode nur die ersten drei Möglichkeiten berücksichtigt werden.

Fletcher erwähnt in seiner oben erwähnten Arbeit diesen Unterschied nicht; seine Berechnungsmethode, welche im Grunde mit der obigen übereinstimmt, führt ihn somit dazu, die Formel (2) als Maß der Wahrscheinlichkeit für eine Fallzeit t bei jener Versuchsanordnung anzusehen. Auf Grund dessen kommt er weiter zu dem Schlusse, daß die durchschnittlich zur Zurücklegung der Strecke b erforderliche Fallzeit $\bar{t}$ größer ist als die normale, bei Wegfall der Brownschen Bewegung zu erwartende Fallzeit, welche kurz mit t_g bezeichnet sei, nämlich:

$$\bar{t} = t_g + \frac{D}{c^2}. \qquad (3)$$

Um weiter aus den Messungen der t die Intensität der Brownschen Bewegung berechnen zu können, ermittelt Fletcher aus jener Formel separat die Durchschnittswerte der Fallzeiten, welche größer und jener, welche kleiner sind als t_g. Für die halbe Differenz dieser beiden Durchschnittswerte ergibt sich die Beziehung:

$$\tau = \frac{t_+ - t_-}{2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{t_g}{z^2} \int_0^{\infty} e^{-x} \sqrt{x+z^2}\, dx \qquad (4)$$

(wobei z eine Abkürzung ist für $z = \sqrt{\frac{bc}{D}}$), während ihre halbe Summe gleich ist dem allgemeinen Durchschnittswert: $\bar{t} = \frac{1}{2}(t_+ + t_-)$.

Durch Entwicklung des Integrals (4) erhält Fletcher schließlich die Näherungsformel:

$$z = \sqrt{\frac{bc}{D}} = \frac{t_g}{\tau} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[1 + \frac{1}{2z^2} - \frac{1}{4z^4} + \cdots\right], \qquad (5)$$

welche ihm zur Berechnung des D aus den experimentell ermittelten τ-Werten dient.

Das in Wirklichkeit vorliegende, oben näher präzisierte Problem bildet eine Verallgemeinerung einer Aufgabe, welche ich unlängst bei einer anderen Gelegenheit[1]) behandelt habe, nämlich der Bestimmung der Wahrscheinlichkeit, daß ein bloß der Brownschen Bewegung unterworfenes Teilchen bis zu einem bestimmten Zeitpunkte eine gewisse, vorher noch nicht erreichte positive Verschiebung erfahre. Hier ist die Sache insofern komplizierter, als noch der Einfluß der Schwerkraft dazukommt; es ließe sich zwar dieselbe direkte Methode anwenden, welche dort zum Ziele führte, doch ist es weit einfacher, eine andere indirekte Schlußweise zu benutzen, welche

1) Merkwürdigerweise erklärt keiner der zahlreichen Beobachter, die Messungen dieser Art vorgenommen haben, nach welcher Methode sie bei Notierung der Fallzeit vorgingen, falls das Teilchen einmal nach Überschreitung eines Teilstriches sich anfangs wieder rückläufig, der Schwere entgegen, bewegte, den eben passierten Teilstrich beim Aufsteigen und dann wieder beim Herabsinken durchschritt und später den nächsten Teilstrich erreichte. Wir wollen annehmen, daß immer die Zeitpunkte der erstmaligen Erreichung des Teilstriches notiert werden. Es läßt sich zwar auch Gleichung (2) anwenden, was aber ein viel komplizierteres Verfahren zur Berechnung der Beobachtungen voraussetzt, in dem dann die Zeitintervalle für rechtläufige Durchkreuzungen als positiv, jene für rückläufige als negativ einzustellen wären.

1) M. v. Smoluchowski: „Über durchschnittliche maximale Abweichung bei Brownscher Molekularbewegung und Brillouins Diffusionsversuche" Wien. Ber. **124**. 263, 1915. Die daselbst entwickelte Formel (1) geht durch den Grenzübergang

$$\lim \frac{a_{nm}}{2\tau} \left(\text{für } m = \frac{t}{\tau},\ D = \frac{\delta^2}{2\tau},\ b = n\delta,\ \lim \frac{n}{m} = 0\right)$$

in unsere Formel (8) (für den Fall $c=0$) über. Daraus würde man auch auf einfache Weise die Formel (15) jener Arbeit erhalten.

sich dort als berechtigt erwies und auch für den jetzigen Fall ohne weitere Rechnung verallgemeinern läßt.

Die Formel (1) läßt sich nämlich auch als Verteilungsgesetz für eine Substanz auffassen, welche zu Anfang der Zeit im Punkte $x = 0$ konzentriert war und sodann mit der konstanten Geschwindigkeit c zu Boden sinkt, während sie sich gleichzeitig durch Diffusion (nach Maßgabe des Diffusionskoeffizienten D) allseits verbreitet. Sie bildet also das zur quellenmäßigen Darstellung erforderliche partikuläre Integral der Differentialgleichung[1]) für Diffusion einer schweren Substanz, welche lautet:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c\frac{\partial u}{\partial x}. \tag{6}$$

Wenn wir aber nach der Wahrscheinlichkeit der „erstmaligen" Überschreitung der Abszisse $x = 0$ fragen, so handelt es sich um die Verteilung mit der Nebenbedingung, daß ein Teilchen in dem Augenblick von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen wird, wenn es in der Nullebene ankommt. Eine Illustration gäbe beispielsweise die Verteilung von Gummiguttteilchen, welche in schwach angesäuertem wässerigen Medium suspendiert, vom Punkte $x = b$ ausgehen und beim Auftreffen auf eine in der Nullebene befindliche Glaswand an derselben kleben bleiben[2]).

Wir benötigen somit das Quellenintegral der obigen Differentialgleichung für den Fall, daß in der Nullebene fortwährend die Konzentration $u = 0$ aufrecht erhalten wird. Hierfür habe ich folgenden Ausdruck gefunden:

$$u = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}} e^{-\frac{c^2 t}{4D} - \frac{c(x-b)}{2D}} \left[e^{-\frac{(x-b)^2}{4Dt}} - e^{-\frac{(x+b)^2}{4Dt}} \right]. \tag{7}$$

Man überzeugt sich durch Ausrechnen leicht, daß durch denselben sowohl die Differentialgleichung (6) wie die Grenzbedingungen: $u = 0$ für $x = 0$ und $x = \infty$, erfüllt sind, und daß er sich für äußerst kurze Zeiten t, bei welchen der Einfluß der Schwere im Vergleich zur Diffusion verschwindet, auf die Gleichung (1) reduziert.

Hieraus ergibt sich schließlich der von uns gesuchte Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit, daß das von b ausgehende Teilchen zum erstenmal in der Zeit $t \cdots t + dt$ die Nullebene überschreite:

$$M(t)\,dt = D\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} dt = \frac{b\, e^{-\frac{(b-ct)^2}{4Dt}}}{2\sqrt{\pi D t^3}}\, dt. \tag{8}$$

Falls annähernd $b = ct$ ist, also insbesondere bei Vorherrschen der Schwerebewegung, verschwindet somit der Unterschied gegenüber der Formel (2), für den entgegengesetzten Grenzfall ergibt jedoch unsere Formel zweimal so große Werte als jene. Aus (8) erhalten wir nun an Stelle von (3)—(5) folgende Resultate:

$$\bar{t} = \frac{b}{c} = t_g, \tag{9}$$

$$\tau = \frac{t_+ - t_-}{2} = 2 t_g \frac{J}{1 - J^2},$$

wobei gesetzt ist:

$$J = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{z\, e^{-z^2}}{\sqrt{z^2 + \frac{cb}{D}}}\, dz = \frac{2\, e^{\frac{cb}{D}}}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{\frac{cb}{D}}}^\infty e^{-y^2} dy. \tag{10}$$

Für den Fall eines kleinen Wertes des Verhältnisses $z^2 = \frac{cb}{D}$ reduziert sich der letztere Ausdruck durch Benutzung der Formel:

$$\int_\alpha^\infty e^{-y^2} dy = \frac{e^{-\alpha^2}}{2\alpha}\left[1 - \frac{1}{2\alpha^2} + \qquad \right]$$

in erster Näherung auf:

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{\pi}} t_g \frac{1}{z}\left[1 - \frac{\pi - 2}{2\pi}\frac{1}{z^2} + \cdots\right]. \tag{11}$$

Somit sind Fletchers Formeln (4) und (5) bei Beschränkung auf das Glied erster Ordnung brauchbar und ihre Mängel zeigen sich erst in den höheren Gliedern der Entwicklung. Doch ist die Übereinstimmung nicht so weitgehend als es den Anschein hat, denn falls man jene Formeln in konsequenter Weise benutzen würde, müßte man als normale Fallzeit t_g, in bezug auf welche die Durchschnittswerte t_+, t_- gebildet werden, nicht den Gesamtdurchschnitt der Fallzeiten $\bar{t}$, sondern den kleineren Wert (3) ansehen, was im berechneten τ schon einen Fehler von der Größenordnung $\frac{1}{z}$ hervorrufen müßte.

Daß Fletchers Resultate trotzdem sehr angenähert richtig sind, ist dem Umstande zu verdanken, daß er in seinen späteren Arbeiten die unrichtige Gleichung (3) gar nicht benutzt, sondern den Wert von t_g aus der durchschnittlichen Gesamtfallzeit des Teilchens über die ganze Skala mittels einfacher Division durch die Anzahl der

1) Ebensogut könnte dieselbe als Darstellung von Wärmeleitung, verbunden mit konvektiver Strömung in Richtung der negativen X, interpretiert werden.

2) Siehe z. B. die a. a. O. diskutierten Versuche Brillouins.

Teilstriche berechnet. Unsere Formel (9) beweist, daß dieser Vorgang, welcher äquivalent ist mit der Durchschnittsbildung der individuellen Fallzeiten über die einzelnen Skalenteile, wirklich den richtigen Wert liefert; gleichzeitig treten aber eben darin die Widersprüche zutage, welche jene Gleichung (3) in sich schließt.

Übrigens bemerken wir, daß die normale Fallzeit nicht gleich ist dem Mittel der Durchschnittswerte t_+ und t_-, sondern es gilt angenähert:

$$\frac{1}{2}(t_+ + t_-) = t_g\left(1 + \frac{2}{\pi z^2}\right). \qquad (12)$$

Diese Formel findet sich tatsächlich der Größenordnung nach durch jene Messungen bestätigt. Die Differenzen zwischen unserer Formel (8) und Fletchers Formel (2) lassen sich an dem vorliegenden Versuchsmaterial leider nicht experimentell kontrollieren, da die in der ersten Arbeit jenes Forschers angeführten Messungen hierzu nicht zahlreich genug sind, während wieder bei den späteren, viel umfangreicheren Untersuchungen die betreffenden Einzeldaten nicht mitgeteilt sind.

Im ganzen muß wohl zugegeben werden, daß Fletchers Formeln eine recht gute Näherung an die im obigen entwickelte exakte Theorie bilden. Was aber die Verwertung derartigen Beobachtungsmaterials zur Bestimmung der Brownschen Bewegung anbelangt, erscheint ein anderes Rechnungsverfahren rationeller, obwohl es etwas komplizierter ist, nämlich jenes, welches von Weiß angegeben und auch von Ehrenhaft u. a. benutzt worden ist.

Es stützt sich auf die von Weiß allerdings ohne hinreichende Begründung aufgestellte Gleichung[1]):

$$2D = \left(\frac{\overline{\Delta^2}}{t}\right) = \left(\frac{b}{\bar{t}}\right)^2 \left[\frac{\overline{(\bar{t}-t)^2}}{t}\right], \qquad (13)$$

welche wir durch Entwicklung des Quadrates weiter in die einfachere Form überführen können:

$$2D = b^2\left[\overline{\left(\frac{1}{t}\right)} - \frac{1}{\bar{t}}\right]. \qquad (14)$$

Es würde demnach die Differenz zwischen dem durchschnittlichen Wert der reziproken Fallzeiten und dem reziproken Wert der durchschnittlichen Fallzeit ein direktes Maß für die Brownsche Bewegung bilden. An der Hand unseres Verteilungsgesetzes (8) läßt sich nun diese Formel leicht verifizieren, indem man in das zur Berechnung des durchschnittlichen $\overline{\left(\frac{1}{t}\right)}$ Wertes dienende Integral die Variable ω [vgl. (2)] substituiert und dasselbe durch Rationalisieren der Wurzelausdrücke und Weglassen der die unpaaren Potenzen von ω enthaltenden Glieder vereinfacht. Es hat somit Weiß mit jener Formel wirklich das Richtige getroffen.

Die Bildung des $\overline{\left(\frac{1}{t}\right)}$ erfordert wohl einen größeren Rechenaufwand als die Bildung der τ-Werte, doch dürften dabei zufällige Fehler den resultierenden D-Wert weniger beeinflussen als bei Benutzung der Formel (5).

Übrigens kommt für den Vergleich jener Versuche mit der Theorie der Brownschen Bewegung noch ein weiterer, namentlich für ultramikroskopische Teilchen wichtiger Umstand in Betracht, dem wir eine eigene Studie widmen möchten, nämlich der Unterschied zwischen der wirklichen und der sichtbaren Bewegung.

Abschließend sei bemerkt, daß wir im Obigen zwar die praktischen Anwendungen unserer Untersuchung auf die erwähnten Versuche in den Vordergrund gestellt haben, daß uns aber das theoretische Interesse derselben hauptsächlich in dem Zusammenhang mit dem früher von uns behandelten Wahrscheinlichkeitsproblem und mit dem Integral der Differentialgleichung (6) zu liegen scheint.

Krakau, Physikalisches Institut d. Universität, Juli 1915.

(Eingegangen 1. September 1915.)

1) E. Weiß, Wien. Ber. **120**, (2a), 1021, 1911; siehe daselbst S. 1029. Weiß nimmt stillschweigend die Vertauschbarkeit von $\frac{\overline{\Delta^2}}{t}$ mit $\left(\frac{\overline{\Delta^2}}{t}\right)$ an, welche nicht allgemein gültig sein kann und wohl nur in diesem Spezialfall gelten dürfte, wo eine konstante Kraft mitspielt.

Über die zeitliche Veränderlichkeit der Gruppierung von Emulsionsteilchen und die Reversibilität der Diffusionserscheinungen[1]).

Von M. v. Smoluchowski.

§ 1. Problemstellung. Die bisherigen Untersuchungen[2]) über Dichte- und Konzentrationsschwankungen von Gasen, kolloidalen Lösungen und Emulsionen waren auf Ermittlung des Gesetzes gerichtet, welches die Wahrscheinlichkeit einer gewissen Abweichung von vollständig homogener Teilchenverteilung bestimmt. Im Grenzfalle eines idealen Gases, bzw. einer

1) Auszugsweise vom Verf. mitgeteilt nach zwei Arbeiten, von denen die eine in den Wien. Ber. **123**, 2381, 1914 erschienen ist, die andere ebendaselbst **124**, 1915, erscheinen wird.

2) Literaturangaben: M. v. Smoluchowski, diese Zeitschr. **13**, 1069, 1912; Th. Svedberg, Jahrb. d. Radioakt. **10**, 467, 1913; siehe außerdem R. Lorenz u. W. Eitel, Zeitschr. f. phys. Chem. **87**, 293, 434, 1914; R. Costantin, C. R. **158**, 1341, 1914.

verdünnten Emulsion, gilt hierfür, wie ich seiner Zeit gezeigt habe, das einfache Gesetz:

$$W(n) = e^{-\nu} \frac{\nu^n}{n!}, \qquad (1)$$

wo ν die bei homogener Verteilung auf das betrachtete Volum entfallende Teilchenzahl, n jene Anzahl bedeutet, deren Wahrscheinlichkeit erwogen wird.

Daraus folgt für das mittlere Schwankungsquadrat der prozentuellen Verdichtung δ die seitdem viel benutzte Formel:

$$\overline{\delta^2} = \overline{\left(\frac{n-\nu}{\nu}\right)^2} = \frac{1}{\nu}, \qquad (2)$$

welche, ebenso wie (1), an verschiedenerlei verdünnten Emulsionen sowohl mittels subjektiver Zählungen (Svedberg, Westgren, Ilijn) wie auch photographischer Aufnahmen (Perrin und Costantin) experimentell bestätigt worden ist.

Als Beispiel, welches uns auch weiterhin als Anhaltspunkt dienen wird, mag eine von Svedberg[1]) explizite mitgeteilte Zahlenreihe dienen, welche die Anzahl von Teilchen angibt, die in einer 2 μ dicken Schicht einer kolloidalen Goldemulsion bei intermittierender Beleuchtung (in Intervallen von $^1/_{39}$ Minute) beobachtet wurden. Diese Zahlenreihe, von der hier nur der Anfang angeführt sei:

1200020013241231021111311251 ......

zeigt, daß die Teilchenzahl in diesem Falle sehr rasch schwankt. Wird dagegen die Zähigkeit des flüssigen Mediums durch Zusatz von Zucker, Glyzerin, Harnstoff u. dgl. erhöht, so bleibt zwar die Häufigkeitsverteilung der verschiedenen Zahlen (1) und der Betrag der mittleren Abweichung unverändert, aber die Geschwindigkeit der Schwankungen ist stark herabgesetzt.

Als Maß dieser zeitlichen Veränderlichkeit der Teilchenzahl, welche offenbar mit der Geschwindigkeit der Brownschen Bewegung der Teilchen zusammenhängt, setzt man am besten den durchschnittlichen Betrag des Quadrates des Unterschiedes je zweier aufeinanderfolgender Zahlen fest.

Das Problem, welches durch dieses Beispiel nahegelegt wird, besteht nun darin, die Größe dieses Änderungsquadrates sowie überhaupt die relative Häufigkeit einer jeden vorgegebenen Änderung der Teilchenzahlen zu bestimmen. Es ist das ein wesentlich schwierigeres Problem als das vorher besprochene, denn während die Größe der Schwankungen von einem ganz allgemeinen Verteilungsgesetz der statistischen Mechanik beherrscht wird, hängt die Schwankungsgeschwindigkeit von der Art der Schwankungen und dem individuellen Charakter des betreffenden Systems ab.

In dem einfachsten Spezialfall, nämlich für astatische Systeme, ist die Lösung durch die Formeln der gewöhnlichen Brownschen Bewegung gegeben. Außerdem war bisher noch ein zweites Beispiel[1]) gelöst, betreffend Systeme, in welchen Stabilität durch eine elastische Kraft hervorgerufen wird. Dasselbe bietet insofern ein theoretisches Interesse, da man daran zum erstenmal den allmählichen Übergang vom makroskopisch irreversibeln Verhalten zu den ungeordneten Molekularbewegungen verfolgen konnte, ist aber experimentell bisher nicht realisiert worden.

§ 2. Ableitung der Grundformeln. In dem vorliegenden Falle untersuchen wir vorerst, mit welcher Wahrscheinlichkeit $W_n(+k)$ zu erwarten ist, daß eine in dem betrachteten Volum anfangs vorhandene Teilchenzahl n nach Ablauf eines gegebenen Zeitintervalles um k Einheiten wachse. Eine solche Änderung kommt auf n verschiedene Arten zustande, welche auf Austritt von i inneren Teilchen und zugleich Eintritt von $(i+k)$ äußeren Teilchen beruhen. Wenn die Wahrscheinlichkeiten dieser Austritts- und Eintrittsereignisse durch A_i bzw. E_i berechnet werden, gilt infolge der Unabhängigkeit der Bewegungen der einzelnen Teilchen:

$$W_n(+k) = \sum_{i=0}^{i=n} A_i E_{i+k}. \qquad (3)$$

Um nun die A-Glieder zu berechnen, nehmen wir vorerst an, daß sich in der betrachteten Schicht anfangs ein einziges Teilchen befinde; dann sind für dasselbe alle Abszissen von $x=0$ bis $x=h$ gleich wahrscheinlich. Da nun gemäß den Formeln für Brownsche Bewegung die Wahrscheinlichkeit, daß während der Zeit t eine Verschiebung $\xi \cdots \xi + d\xi$ erfolge, gegeben ist durch:

$$W(\xi)\, d\xi = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}} e^{-\frac{\xi^2}{4Dt}} d\xi, \qquad (4)$$

wo der Diffusionskoeffizient D im Falle kugelförmiger Teilchen sich aus der Relation bestimmt:

$$D = \frac{HT}{N} \frac{1}{6\pi\mu a},$$

so wird die Wahrscheinlichkeit für den Austritt jenes Teilchens aus der Schicht h nach der einen oder anderen Seite hin bestimmt sein durch:

1) Th. Svedberg, Zeitschr. f. phys. Chem. **77**, 147, 1911.

1) M. v. Smoluchowski, Bull. Acad. Cracovie 1913, S. 418. Göttinger Vorträge über die kinet. Theorie der Materie, Leipzig 1914, S. 87.

$$P = 2\int_0^h dx \int_x^\infty W(\xi)\,d\xi = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\beta e^{-y^2}dy + \frac{1}{\beta\sqrt{\pi}}[1-e^{-\beta^2}], \qquad (5)$$

wobei zur Abkürzung $\beta = \frac{h}{2\sqrt{\pi D t}}$ gesetzt ist.

Wenn aber in jener Schicht anfangs nicht eines, sondern n-Teilchen vorhanden sind, so wird die Wahrscheinlichkeit, daß i beliebige darunter austreten und die übrigen $(n-i)$ in derselben verbleiben, mit Rücksicht auf alle möglichen Kombinationen betragen:

$$A_i = \binom{n}{i} P^i (1-P)^{n-i}. \qquad (6)$$

Wäre uns andererseits die anfängliche Anzahl der Teilchen n gar nicht gegeben, sondern wollte man unter Voraussetzung eines stationären Zustandes berechnen, mit welcher Wahrscheinlichkeit im allgemeinen der Austritt von m-Teilchen in der Zeit t zu erwarten ist, so würde hierfür mit Rücksicht auf das Verteilungsgesetz (1) resultieren:

$$\overline{A}_m = \sum_{n=m}^{\infty} W(n) A_m = \frac{(\nu P)^m}{m!} e^{-\nu P}. \qquad (7)$$

Genau dieselbe Formel muß aber auch für die von der Anzahl der bereits anwesenden Teilchen ganz unabhängige Eintrittswahrscheinlichkeit äußerer Teilchen E_m gelten, da im stationären Zustand der Vorgang des Aus- und Eintrittes gleichberechtigt ist. Somit nimmt nunmehr die Formel (3) die endgültige Gestalt an:

$$W_n(+k) = e^{-\nu P} \sum_{m=0}^{m=n} \binom{n}{m} (1-P)^{n-m} P^m \frac{(\nu P)^{m+k}}{(m+k)!}, \qquad (8)$$

und analog erhält man für die Wahrscheinlichkeit einer Verminderung der ursprünglichen Teilchenzahl n von k-Einheiten:

$$W_n(-k) = e^{-\nu P} \sum_{m=k}^{m=n} \binom{n}{m} (1-P)^{n-m} P^m \frac{(\nu-P)^{m-k}}{(m-k)!}. \qquad (9)$$

Auf Grund dieser Formeln kann man nun das durchschnittliche Quadrat der zu einer anfänglichen Teilchenzahl n gehörigen Änderung bilden, und zwar ergibt sich nach Ausführung recht komplizierter Summationen das einfache Resultat:

$$\overline{\Delta_n^2} = [(n-\nu)^2 - n] P^2 + (n+\nu) P, \qquad (10)$$

woraus schließlich für eine unbestimmte Anfangszahl n mit Rücksicht auf (1) das allgemeine Änderungsquadrat resultiert:

$$\overline{\Delta^2} = \Sigma W(n) \overline{\Delta_n^2} = 2\nu P. \qquad (11)$$

In ähnlicher Weise erhält man den durchschnittlichen Betrag der im Intervall t erfolgenden Änderung:

$$\overline{\Delta_n} = (\nu - n) P. \qquad (12)$$

Läßt man aber hierbei sämtliche Zahlen n nach Maßgabe des Häufigkeitsgesetzes (1) zu, so resultiert natürlich der allgemeine Durchschnittswert Null $\overline{\Delta} = 0$.

§ 3. Diskussion und Vergleich mit Svedbergs Messungen. Bemerkenswert ist vor allem, daß die Formel (12) genau mit dem Resultate übereinstimmt, welches für unseren Fall die gewöhnliche Diffusionstheorie liefert, wenn man die in der Zeit t erfolgende Änderung des Inhalts einer Schicht h berechnet, welche anfänglich die gleichförmige Konzentration $\frac{n}{h}$ besitzt und von einem unbegrenzten Medium anderer Konzentration $\left(\frac{\nu}{h}\right)$ umgeben ist. Dies ist auch leicht verständlich, da die Formel (1) das Quellenintegral der Differentialgleichung der Diffusionstheorie bildet und unser Beispiel sozusagen die mikroskopische Analyse des Diffusionsvorganges darstellt.

Dagegen ist (11) mit der Einsteinschen Formel der Brownschen Bewegung $\overline{\Delta x^2} = 2Dt$ in Parallele zu setzen. Die Abhängigkeit von der Zeit ist allerdings eine ganz andere; da es sich um ein statisches System handelt, konvergiert das Veränderlichkeitsquadrat infolge $\lim_{t=\infty} P = 1$ mit Wachsen der Zeitintervalle gegen einen festen Grenzwert: $\overline{\Delta^2} = 2\nu$. Derselbe muß natürlich doppelt so groß sein als das Schwankungsquadrat $\overline{(n-\nu)^2} = \nu$ (vgl. 2)), da für genügend lange Intervalle die Schwankungen in den betreffenden zwei Momenten voneinander unabhängig werden.

Für kurze Zeiten geht dagegen P über in:

$$\lim P = \frac{1}{\beta\sqrt{\pi}} = \frac{2}{h}\sqrt{\frac{Dt}{\pi}}, \qquad (13)$$

und dementsprechend würde $\lim_{t=0} \overline{\Delta^2}$ gegen Null konvergieren. In Wirklichkeit existiert allerdings eine Grenze für die Gültigkeit dieser Gleichung, da die Formel (4) für Brownsche Bewegung, wie auch die übliche Diffusionstheorie, nur für Zeiten anwendbar sind, welche die Bedingung erfüllen: $t >> \frac{6D}{c^2}$. Für erheb-

lich kürzere Zeiten wäre dagegen P seiner Bedeutung nach zu ersetzen durch den Ausdruck[1]):

$$\lim_{t=0} P = \frac{2\,C\,t}{h\sqrt{6\,\pi}}. \qquad (14)$$

Um nun eine Vergleichung unserer Theorie mit dem Svedbergschen Zahlenmaterial auszuführen, bilden wir die Quadratsumme der Differenzen je zwei aufeinanderfolgender Zahlen der eingangs erwähnten Zahlenreihe, was $\overline{\Delta^2} = 2{,}25$ ergibt; mit Rücksicht auf (11) und den Wert des Zahlenmittels $\nu = 1{,}55$ sollte also der Austrittskoeffizient $P = 0{,}726$ betragen. Andererseits folgt aus der Formel (4) für $\mu = 0{,}0107$, $a = 19\ \mu\mu$, $N = 6{,}06 \cdot 10^{23}$ der Wert des Diffusionskoeffizienten der Goldteilchen $D = 1{,}04 \cdot 10^{-7}$ und hieraus erhält man mittels näherungsweiser Lösung von (5) die theoretischen Werte $\beta = 0{,}25$ und $P = 0{,}86$.

Da die als Grundlage der Rechnung dienenden Größen nur beiläufig bestimmt wurden, ist die Übereinstimmung wohl ganz genügend zu nennen, um so mehr als Svedberg bei jenen mittels Keimflüssigkeit hergestellten Goldsolen eine wahrscheinlich infolge Abweichung der Teilchen von der Kugelgestalt herrührende Verlangsamung der Brownschen Bewegung konstatierte, die hier in dem eben beobachteten Sinne wirken müßte.

Wollen wir nun auch die Formel (10), sowie die Grundformeln unserer Theorie (8), (9) kontrollieren, so legen wir am besten eine Statistik der 512 in jener Reihe enthaltenen Ambo-Gruppen (bestehend aus je zwei aufeinanderfolgenden Zahlen) an. Die Ergebnisse derselben, nämlich die experimentellen Anzahlen der verschiedenen nm-Gruppen sind in der Tabelle I verzeichnet[2]) und zum Vergleich sind die unter Annahme des Wertes $P = 0{,}726$ theoretisch zu erwartenden Werte darunter gesetzt. Letztere resultieren offenbar aus dem Produkt der Gesamtzahl der Gruppen mit der nach (1) zu berechnenden Wahrscheinlichkeit $W(n)$, daß die Zahl n erscheine, und mit der durch (8), (9) bestimmten Wahrscheinlichkeit $W(n, m)$, daß hierauf die Zahl m folge.

Hier gilt also für

$$m > n\colon\ W(n, m) = W_n(+(m-n)),$$

dagegen für

$$m < n\colon\ W(n, m) = W_n(-(n-m)),$$

Die Berechnung letzterer Ausdrücke kann man sich übrigens bedeutend erleichtern, indem man die leicht verifizierbare Rekursionsformel benutzt:

$$W(n, m) = P \cdot W(n-1, m) + (1-P)\, W(n-1, m-1). \qquad (15)$$

Auf Grund jener Statistik ermittelt man sodann die Werte $\overline{\Delta_n^2}$, indem man für jedes n das Quadratmittel der Differenzen derselben in bezug auf die nachfolgenden m bestimmt. Die so erhaltenen experimentellen Werte sind zum Vergleich mit den nach Formel (10) berechneten in der Tabelle II zusammengestellt.

I. Häufigkeitszahlen der verschiedenen Gruppen ($n\,m$).

$m =$		0	1	2	3	4	5	6	7
$n = 0$	exp.	45	35	19	7	5	—	—	—
	ber.	35,3	39,7	22,3	8,3	2,4	0,5	0,1	—
1	exp.	40	55	40	17	10	1	—	1
	ber.	39,7	59,6	42,0	18,9	6,2	1,6	0,3	0,1
2	exp.	19	42	35	24	6	2	1	—
	ber.	22,3	42,0	36,3	19,5	7,5	2,2	0,5	—
3	exp.	6	23	22	13	5	—	—	—
	ber.	8,3	18,9	19,5	12,5	5,6	1,9	0,5	—
4	exp.	2	8	10	4	6	2	—	—
	ber.	2,4	6,2	7,5	5,6	2,9	1,1	0,3	—
5	exp.	—	1	2	2	—	—	—	—
	ber.	0,5	1,6	2,2	1,9	1,1	0,5	0,2	—

II. Werte des Änderungsquadrates $\overline{\Delta_n^2}$.

$n =$	0	1	2	3	4	5
$\overline{\Delta_n^2}$ exp.	2,29	1,77	1,55	2,51	4,70	8,40
$\overline{\Delta_n^2}$ ber.	2,39	1,48	1,63	2,83	5,08	8,39

Die Übereinstimmung des theoretischen und experimentellen Zahlenbildes ist wohl sehr befriedigend, so gut als man es bei der nicht sehr großen Anzahl von Beobachtungen und dem hierdurch gesteigerten Einfluß zufälliger Abweichungen nur erwarten kann.

§ 4. Begriff der Wiederkehrzeit. Reversibilität der Diffusion. Durch Vergleich der Entwicklungen (8), (9) kann man leicht nachweisen, daß die Identität besteht: $W(n\,m) = W(m\,n)$, daß also in der Tabelle I die beiderseits der Diagonale 00—55 symmetrisch liegenden Werte gleich sind. Wie also

1) Die Formel (4) gilt nämlich nur für Zeiten von höherer Größenordnung als die Dauer der „annähernd geradlinigen Bewegung" des Teilchens. Obige Bedingung folgt auch daraus, daß die Zahl der Teilchen $N\sqrt{\frac{D}{\pi t}}$, welche infolge Diffusion über die Trennungsfläche zwischen einer anfänglich gleichförmig konzentrierten Schicht und dem leeren Halbraum übertreten, jedenfalls nicht größer sein kann als die ganze von einer Seite pro Zeiteinheit auftretende Teilchenzahl $\frac{NC}{\sqrt{6\pi}}$. Letzterer Ausdruck tritt in dem Grenzwert (14) auf.

2) Hierbei sind einige Ungenauigkeiten der betreffenden eingangs erwähnten Arbeit berichtigt.

von vornherein zu erwarten war, ist im stationären Zustand die Wahrscheinlichkeit, daß auf eine Teilchenzahl n ein m folge, ebenso groß wie die Wahrscheinlichkeit, daß jener Zahl n in einem gleich großen Zeitintervall ein m vorausgegangen sei. Darin äußert sich offenbar die Umkehrbarkeit der Zeitfolge, welche von Loschmidt als allgemeine Eigenschaft der konservativen Systeme erkannt worden war. Derartige diffusive Konzentrationsänderungen sind also natürlich immer prinzipiell reversibel.

Daß die Diffusion trotzdem unter gewissen Bedingungen scheinbar in irreversibler Weise verläuft, können wir begreifen, wenn wir die Länge der Wiederkehrzeit berechnen. Unter „durchschnittlicher Wiederkehrzeit" eines physikalisch beobachtbaren Zustandes, der durch einen gewissen Parameterwert gekennzeichnet ist, wollen wir nämlich die Länge des Zeitraumes verstehen, welcher durchschnittlich vom Aufhören jenes Zustandes bis zu dessen nächstem Wiedereintritt verfließt[1]) (wobei die Durchschnittsbildung sich auf sämtliche Eintrittsereignisse bezieht).

Ziehen wir also einen bestimmten Wert n der Teilchenzahl in Betracht; es sei dann N_k die innerhalb eines gewissen, sehr langen Zeitabschnittes auftretende Anzahl solcher Fälle, welche durch gerade $(k-1)$-fache Wiederholung der betreffenden Zahl charakterisiert sind, und analog sei M_k die Anzahl der Fälle, wo die betreffende Zahl gerade während k-Intervalle nicht erscheint. Dann wird jene Wiederkehrzeit Θ_1 (welche auch als durchschnittliche Dauer des Nicht-n-Zustandes bezeichnet werden könnte) dargestellt durch:

$$\Theta_1 = \tau \frac{M_1 + 2M_2 + 3M_3 + \cdots}{M_1 + M_2 + M_3 + \cdots}, \tag{16}$$

wo τ die Dauer eines Intervalles bedeutet.

Andererseits läßt sich die Größe $W(n)$, sowie die Wahrscheinlichkeit $W_n(o)$, daß ein schon vorhandener n-Wert im nächsten Intervalle wiederum auftrete, ausdrücken durch:

$$W(n) = \frac{N_1 + 2N_2 + 3N_3 + \cdots}{N_1 + 2N_2 + 3N_3 + \cdots M_1 + 2M_2 + 3M_3 + \cdots} \tag{17}$$

$$W_n(o) = \frac{N_2 + 2N_3 + 3N_4 + \cdots}{N_1 + 2N_2 + 3N_3 + \cdots}. \tag{18}$$

1) In etwas abweichender Weise habe ich diesen Begriff loc. cit. (Göttinger Vorträge, S. 110) eingeführt; obige Fassung ist wohl geeigneter. Der von Boltzmann für einen gewissen Fall berechnete Poincarésche Quasi-Periodizitäts-Zyklus hat demgegenüber nur eine abstrakte Bedeutung, unter anderem auch deswegen, weil bei demselben die physikalisch nicht beobachtbare Individualität der Moleküle eine wesentliche Rolle spielt.

Wenn man nun berücksichtigt, daß

$$\Sigma N_k = \Sigma M_k$$

sein muß, so ergibt sich aus diesen drei Formeln der von uns gesuchte Wert der Wiederkehrzeit:

$$\Theta_1 = \frac{\tau}{W(n)} \frac{1 - W(n)}{1 - W_n(o)}. \tag{19}$$

Auch diese Formel kann an der Svedbergschen Zahlenreihe geprüft werden, und zwar ergibt die empirische Bestimmung von Θ_1 auf Grund der Definition (16) und die Berechnung nach (19) bei Annahme der Intervalldauer τ als Einheit, folgendes Bild:

$n =$	0	1	2	3	4
Θ_1 exp.	4,48	3,09	3,98	7,13	16,0
Θ_2 ber.	5,54	3,16	4,05	8,09	20,9

Diese Vergleichung ist aus leicht ersichtlichem Grunde mehr von zufälligen Fehlern[1]) beeinflußt als die Tabellen I, II, aber im allgemeinen wird die Größenordnung und der theoretische Verlauf genügend bestätigt.

Die größte Zahl, welche unter den 518 von Svedberg gemessenen vorkam, war 7. Nun wollen wir berechnen, in welchen Zeiträumen man erwarten könnte, die Wiederholung eines mehr abnormalen Anfangszustandes, beispielsweise der Zahl 17, konstatieren zu können. Für solche Fälle reduziert sich (19) infolge der Kleinheit von $W_n(o)$ und $W(n)$ auf:

$$\Theta_1 = \frac{\tau}{W(n)}, \tag{20}$$

und dies ergibt für $n = 17$ einen Zeitraum von $10^{13}\,\tau$, d. i. zirka 500000 Jahre, falls man die Messungen in demselben Tempo fortsetzen würde, wie es Svedberg tat. Bei einem so abnormalen Anfangswert wäre man also ganz berechtigt, die Diffusion der kolloidalen Lösung als irreversibel anzusehen, da man eine Wiederkehr des Anfangszustandes nie erleben würde.

Nun überlegen wir noch, wie sich die Sache ändern würde, falls man an Stelle der intermittierenden eine kontinuierliche Beobachtungsmethode anwenden würde. Die praktische Ausführung wäre in jenem Beispiele wohl sehr schwierig, da bei dauernder Beleuchtung das menschliche Auge den rascheren Teilchenverschiebungen doch gar nicht zu folgen vermöchte, aber uns interessiert vorderhand nur die prinzipielle Seite der Frage.

Für kurze Intervalle τ geht (8), (9) über in

$$\lim W_n(o) = 1 - (n + \nu) P, \tag{21}$$

somit würde die Formel (19) auf Grund von

1) Die Tatsache, daß nur begrenzte Zahlenreihen zur Verfügung stehen, bildet überdies, namentlich für längere Θ-Zeiten, eine Quelle systematischer Fehler.

(13) für die Wiederkehrzeit den Grenzwert Null ergeben. Es wurde jedoch schon oben darauf hingewiesen, daß für so kurze Zeiten die Formel (14) an Stelle von (13) zu treten hat und hierdurch geht (19) über in:

$$\lim \Theta_1 = \frac{h\sqrt{6\pi}}{2(n+\nu)C} \frac{1-W(n)}{W(n)}. \qquad (22)$$

In jenen Versuchen bestimmt sich die wahre mittlere Geschwindigkeit C der Teilchen aus der Masse derselben gemäß der Formel:

$$C = \sqrt{\frac{3HT}{NM}} \text{ zu } C = 26 \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$$

und hiermit würde für die Wiederkehrzeit der Zahl 17 bei kontinuierlicher Beobachtung eine Zeit von 161 Tagen folgen. Es läßt sich aber in ganz ähnlicher Weise zeigen, daß die durchschnittliche Dauer T_1 jenes Zustandes durch den ersten der beiden Faktoren des Ausdruckes (22) gegeben ist, welcher sich auf $T_1 = 9 \cdot 10^{-7}$ Sek. beläuft. Ein experimentierender Physiker wird also auch in diesem Falle den Vorgang wohl für praktisch irreversibel halten.

Die Grenze zwischen dem Gebiet der scheinbar irreversibeln Diffusion und den automatischen Konzentrationsschwankungen ist aber noch weit schärfer ausgeprägt, wenn es sich nicht um einige wenige Teilchen, sondern um große Molekülzahlen handelt, wie solche bei makroskopischen Erscheinungen in Betracht kommen. Dies sehen wir an folgendem, die Diffusion von Sauerstoff und Stickstoff betreffenden Beispiel. Denken wir uns in atmosphärischer Luft von normaler Dichte eine Kugelfläche vom Radius a gezogen und fragen wir, innerhalb welcher Zeiträume eine teilweise Entmischung[1]) von selbst einzutreten pflegt, so zwar, daß der Sauerstoff in jenem Volum eine um 1 Proz. höhere Konzentration annimmt als die normale.

Die Anzahl der Moleküle, welche jene Kugelfläche pro Zeiteinheit von innen nach außen oder umgekehrt durchstoßen, ist $\frac{(n+\nu)C\sqrt{3}}{a\sqrt{2\pi}}$ (wenn n die momentane Anzahl der O_2-Moleküle in der Kugel, ν die normale Anzahl derselben bedeutet). Somit ist — in Analogie zum vorhergehenden Falle — der reziproke Wert dieses Ausdruckes gleichbedeutend mit der durchschnittlichen Dauer des n-Zustandes und die durchschnittliche Wiederkehrzeit nimmt bei Einsetzen der Näherungsentwicklung für das $W(n)$ der Formel (1) die Gestalt an:

$$\Theta_1 = \frac{a\pi}{C\sqrt{3\nu}} e^{\frac{\nu\delta^2}{2}}. \qquad (23)$$

Setzt man also die Zahl der Gasmoleküle pro Volumeinheit gleich $3 \cdot 10^{19}$ und nimmt man $C = 4{,}8 \cdot 10^4$, $\delta = 0{,}01$ an, so folgen für verschieden große Kugelflächen Werte von folgender Größenordnung:

$a =$	1	$3 \cdot 10^{-5}$	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-5}$	cm
$\Theta_1 =$	$10^{(10^{14})}$	10^6	1	10^{-11}	Sek.

Diese kolossalen Unterschiede in den Wiederkehrzeiten jenes teilweisen Entmischungszustandes erklären uns hinreichend, warum die Diffusion von O_2 und N_2 für sichtbare Raumteile als ganz irreversibel betrachtet werden darf, während sie in mikroskopisch kleinen Gebieten durchaus nur den reversibeln Charakter der zufällig wechselnden Konzentrationsschwankungen zur Schau trägt.

Da für das Resultat wesentlich der Exponentialfaktor maßgebend ist, kann man mit einer gewissen, sehr rohen Annäherung auch sagen: der Diffusionsverlauf erweckt den Schein thermodynamischer Irreversibilität, falls der Ausgangszustand erheblich außerhalb des Bereiches der mittleren Konzentrationsschwankung $\delta = \frac{1}{\sqrt{\nu}}$ fällt. Der Betrag der mittleren Schwankung eines Parameters gibt auch in anderen Fällen einen ungefähren Anhaltspunkt über den Bereich der Irreversibilität.

Bei präziserer Ausdrucksweise muß man sich aber an die Regel halten: $\left.\begin{matrix}\text{Irreversibel}\\ \text{Reversibel}\end{matrix}\right\}$ erscheint ein Vorgang, wenn der Anfangszustand eine im Verhältnis zur Beobachtungsdauer $\left\{\begin{matrix}\text{lange}\\ \text{kurze}\end{matrix}\right\}$ Wiederkehrzeit besitzt. Diese Regel ist gleichzeitig für die Gültigkeitsgrenzen des Entropiesatzes maßgebend, da die Behauptung von dem fortwährenden Wachsen der Entropie nur in dem irreversibeln Bereich (und auch da nur scheinbar) berechtigt ist.

Außer in der hier betrachteten Weise kann man übrigens das Problem auch etwas anders formulieren, wenn man nämlich den anfänglichen Zustand des Systems unbestimmt läßt und nur annimmt, daß derselbe dem thermodynamischen Gleichgewicht entspricht. Ob dann ein gewisser — eventuell thermodynamisch abnormaler — Zustand innerhalb der zu Gebote stehenden Zeit von selbst eintreten dürfte, beurteilt man nach der Länge der „wahrscheinlichen Erwartungszeit" desselben. Darunter verstehen wir den Durchschnitt der Zeiträume,

1) Dieses Problem war schon öfters aufgeworfen worden (z. B. Boltzmann, Wied. Ann. **60**, 392, 1897). Den ersten periodischen Versuch einer quantitativen Schätzung hatte ich von einer anderen, mehr hypothetischen Grundlage ausgehend a. a. O. gegeben; das allgemeine Bild stimmt der Größenordnung nach ungefähr überein.

welche von einem beliebigen Nicht-n-Zustand an bis zum nächsten Eintritt des n-Zustandes verstreichen (wobei die Durchschnittsbildung sich auf sämtliche Zeitpunkte bezieht, wo ein Nicht-n-Zustand herrscht).

Für jene wahrscheinliche Erwartungszeit Θ_2 leiten wir, im Gegensatz zu (16), die Definitionsgleichung ab:

$$\Theta_2 = \tau \frac{M_1 + (1+2)M_2 + (1+2+3)M_3 + \cdots}{M_1 + 2M_2 + 3M_3 + \cdots}, \tag{24}$$

doch ist die Berechnung solcher Ausdrücke wesentlich komplizierter. Daher soll auf dieselbe hier nicht näher eingegangen werden, um so mehr, als in einer zahlreichen Klasse von Fällen Θ_2 sich ohnehin auf Θ_1 reduziert[1]).

Zusammenfassung: 1. Es werden Formeln entwickelt, welche in Übereinstimmung mit den Svedbergschen Messungen die zeitliche Veränderlichkeit der Konzentrationsschwankungen einer kolloidalen Lösung darstellen.

2. Es wird der Begriff der durchschnittlichen Wiederkehrzeit definiert und hierdurch wird ein Kriterium für die Gültigkeitsgrenzen des thermodynamischen Irreversibilitätsbegriffes gewonnen, welches auch den Reversibilitätsbereich der Diffusion von Sauerstoff und Stickstoff genau umgrenzt.

1) Weitere diesbezügliche Einzelheiten werden in der zweiten der beiden eingangs erwähnten Arbeiten besprochen.

Wien, im August 1915.

(Eingegangen 1. September 1915.)

Die absolute Temperatur.

Von K. Schreber.

Zufällig sehe ich soeben, daß Herr Weber in dieser Zeitschrift **16**, 9, 1915 für sich die Priorität in Anspruch nimmt auf eine exponentielle Temperaturskala.

Ich gestatte mir, darauf aufmerksam zu machen, daß in Wied. Annalen 1898 eine längere Diskussion[1]) über eine solche Temperaturskala sich befindet, welche von mir ausgegangen ist. Ich hatte nicht nur, ähnlich wie es jetzt Herr W. in der kurzen Notiz tut (seine Hauptarbeit kenne ich nicht), die Galileische und die Daltonsche Temperaturskala für vollkommene Gase abgeleitet, ferner auf die Bedeutung des integrierenden Faktors des Wärmedifferentials hingewiesen, sondern auch die beiden Arten, wie Kelvin die absolute Temperatur einführt, besprochen und dabei nachgewiesen, warum er seine erste Definition, welche auf eine der Daltonschen entsprechende absolute Skala führt, aufgegeben und nachher die der Clausiusschen Formel für den Carnotschen Kreisprozeß angepaßte Definition eingeführt hat.

1) Wied. Ann. **64**, 163 u. 754; **65**, 648 u. 921.

Bei der in den meisten Lehrbüchern der Thermodynamik allein vorgetragenen späteren Definition Kelvins muß dieser, um zu Zahlen zu gelangen, noch eine Eigenschaft irgendeines Stoffes wählen. Er schlägt vor, und dieser Vorschlag ist bisher allgemein beibehalten worden, daß man den Unterschied zwischen der Temperatur des gefrierenden und des bei Atmosphärendruck siedenden Wassers gleich 100^0 setzt. Hierbei tritt der eigenartige Widerspruch ein, daß die Einheit der Temperatur abhängig ist von der Wahl des mittleren Atmosphärendruckes. Setzen wir diesen wie die Engländer und Amerikaner zu 28″ oder wie die Physiker zu 760 mm oder wie die Ingenieure zu 1 kg/cm^2, so haben wir jedesmal eine andere Siedetemperatur; trotzdem bekommt sie überall dieselbe Zahl 100^0. Bei der älteren von mir weiter ausgebildeten Definition Kelvins habe ich die Einheit der Temperatur festgelegt durch die Bestimmung, daß der Wirkungsgrad eines Carnotschen Kreisprozesses zwischen Temperaturen, welche sich um die Einheit der Temperatur unterscheiden, $^1/_2$ sein soll. Diese Skala ist also vollständig von jedweder Eigenschaft eines bestimmten Stoffes unabhängig und rein thermodynamisch festgelegt.

Als ein Erfolg des Nernstschen Wärmesatzes wird vielfach hingestellt und Nernst hat für nötig gehalten, es besonders nachzuweisen, daß der sogenannte absolute Nullpunkt nur durch Aufwand unendlicher Arbeit erreicht werden kann. Bekommt er, wie das in der von mir vorgeschlagenen Temperaturskala der Fall ist, die Zahl $-\infty$, so wird niemand auf den Gedanken kommen, ihn durch endliche Arbeit erreichen zu wollen.

Wegen der Bemerkungen, welche Auerbach am Schluß seiner Notiz macht, verweise ich auf Zeitschr. phys.-chem. Unterricht 1913, S. 115.

(Eingegangen 5. September 1915.)

BESPRECHUNGEN.

G. W. C. Kaye, *X*-rays. An introduction to the study of Röntgen rays. 8⁰. XIX u. 252 S. mit 97 Abbildungen. London, Longmans, Green and Co. 1914. Geb. 5 M.

Das vorliegende kleine Buch gibt eine recht klare und knappe Zusammenstellung der wichtigsten Resultate der Röntgenstrahlforschung; daneben enthält es die Beschreibung der wichtigsten Apparate und Methoden, die in diesem Gebiete bis jetzt Anwendung gefunden haben. Die Lektüre des Buches setzt keinerlei mathematische Kenntnisse voraus. Der Inhalt zerfällt in 13 Kapitel und einen Anhang. Die ersten zwei Kapitel behandeln die Phänomene in einer Entladungsröhre, im besondern die Kathodenstrahlen und die positiven Strahlen. Die nächsten zwei Kapitel enthalten das Nähere über die Einrichtung einer Röntgenröhre und die Funktionen der einzelnen Teile derselben. Das fünfte Kapitel bringt eine kurze Besprechung der Bestandteile eines Röntgeninstrumentariums, der Hochspannungsgeneratoren, Unterbrecher und Ventilröhren. Kapitel VI, VII und VIII erörtern in Kürze alles Wissenswerte über den Begriff der Härte einer Röntgenröhre, die Ursachen der Schwärzung der Glaswände und die Messung der Intensität und Härte der Röntgenstrahlen. Kapitel IX und X handeln von den durch Röntgenstrahlen ausgelösten Sekundärstrahlen und der Ionisation, die durch Röntgenstrahlen sekundär erzeugt wird.

Kapitel XI beschäftigt sich mit Radiographie und therapeutischen Anwendungen. Kapitel XII wurde von Kaye und Owen gemeinsam bearbeitet und gibt einen guten Einblick in die Laueschen, Braggschen und Moseleyschen Arbeiten. Im letzten Kapitel, dem XIII., werden die Stokessche Ätherimpulstheorie und die Theorie der lokalisierten Ätherimpulse von J. J. Thompson noch kurz gestreift. Der Anhang enthält außer Tabellen über Röntgenstrahlwellenlängen verschiedener Metalle (nach Moseley), Absorptionskoeffizienten der charakteristischen γ-Strahlen usw., Angaben über die Erzeugung hoher Vakua und noch eine kurze Notiz über die Coolidge- und die Lilienfeldröhre. Die Literaturangaben sind dem Zwecke des Buches entsprechend etwas spärlich. Die Darstellung ist klar und vermittelt eine gute Einführung in das Studium der Röntgenstrahlen. Für den mit Untersuchungen auf diesem Gebiete Beschäftigten dürften sich manche technische wertvolle Angaben finden. Das Buch kann empfohlen werden. Hertenstein.

K. Sumpf, Grundriß der Physik. Ausgabe B, vorzugsweise für Realschulen und die Unterstufe höherer Realanstalten, höhere Bürgerschulen und verwandte Anstalten, herausgegeben von H. Hartenstein und W. Bahrdt. 6. Auflage. VIII u. 281 S. mit 526 in den Text gedruckten, zum Teil farbigen Abbildungen und einer Spektraltafel in Farbendruck. Hildesheim, August Lax. 1914. Gebunden M. 2.70

Das Buch erfreut sich, wie aus der hohen Auflagezahl hervorgeht, großer Beliebtheit. Dennoch müssen einige Beanstandungen gemacht werden. Weder Zeit noch Verständnis der Schüler reichen aus, um den Stoff des Buches in der Unterstufe vollständig zu behandeln. Wenn auch ein Lehrbuch gelegentlich etwas mehr bringen darf, als der Unterricht im allgemeinen erledigen kann, so sind doch Abschnitte wie sie hier unter anderen über Fallgesetz, Wurf, Zentralbewegung, kinetische Energie, Verteilung der Energie im Spektrum gebracht werden, für die Unterstufe wenig geeignet.

Hier wie auch sonst an manchen Stellen (z. B. Reflexionsgesetz beim Schall, Stromenergie) scheint eine zu große Bewertung des Wissens gegenüber dem Erarbeiten von Tatsachen aus Beobachtungen vorhanden zu sein.

Abbildungen Nr. 209 u. 210 sind falsch, einige andere könnten deutlicher sein (z. B. 233a). Firmen dürfen auf Abbildungen in einem Schulbuch nicht stehen.

Die Übungsaufgaben, denen ja wohl vor Jahren nicht zum wenigsten die rasche Einführung Sumpfscher Bücher zuzuschreiben war, sind recht reichhaltig und bieten besonders für häusliche Vorbereitung des Schülers guten Stoff. Kochan.

L. Graetz, Die Elektrizität und ihre Anwendungen. 8. XVI u. 748 S. m. 687 Abbildungen. 17. Auflage. Stuttgart, J. Engelhorns Nachf. 1914. Gebunden M. 9.—

Diese neue Auflage des durch seine ausgezeichnete populäre Darstellung bestens bekannten Buches, das in zwei Teilen von nahezu gleichem Umfange die physikalischen Grundlagen und die technischen Anwendungen „der Elektrizität" behandelt, ist in mehrfacher Hinsicht den wissenschaftlichen Fortschritten entsprechend ergänzt oder geändert worden. Zum Beispiel sind die Beugungsversuche mit Röntgenstrahlen, deren Wellennatur, die sekundären Röntgenstrahlen sowie neuere Untersuchungen aus dem Gebiete der Radioaktivität in sehr verständlicher Form beschrieben. Auch der technische Teil hat mehrfache Nacharbeit erfahren.

Trotzdem das Buch wenig mathematische Entwicklungen bringt, darf man es doch — vielleicht im Gegensatz zu Werken ähnlicher Art — als physikalisch gut bezeichnen. H. Hörig.

Aus Natur und Geisteswelt. Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen. 8. Leipzig, B. G. Teubner. Je geb. M. 1,25

21. Bd. R. Vater, Die neueren Wärmekraftmaschinen. I. Einführung in die Theorie und den Bau der Gasmaschinen. IV. Auflage. IV und 120 S. mit 42 Abbildungen. 1914.

Im Anschluß an die Erläuterung einiger grundlegender Sätze aus der Mechanik und mechanischen Wärmetheorie sowie der Erklärung einiger fachtechnischer Ausdrücke bespricht der Verfasser zunächst die Überlegenheit der neueren Wärmekraftmaschinen über die älteren, um dann ausführlicher auf die Verpuffungsmaschinen für vergaste feste und flüssige Brennstoffe überzugehen. Gegenüber den älteren Auflagen ist die hier vorliegende vierte Auflage noch durch die Aufnahme einiger weiterer Abbildungen verbessert worden.

35. Bd. W. Scheffer, Das Mikroskop. II. Auflage. VI und 100 S. mit 99 Abbildungen im Text. 1914.

Die Schrift enthält in leichtfaßlicher Darstellung im wesentlichen alles für den vernünftigen Gebrauch des Mikroskops und seiner einfacheren Hilfsapparate Notwendige.

437. Bd. F. Auerbach, Die graphische Darstellung. Eine allgemeinverständliche, durch zahlreiche Beispiele aus allen Gebieten der Wissenschaft und Praxis erläuterte Einführung in den Sinn und den Gebrauch der Methode. VI und 97 S. mit 100 Figuren im Text. 1914.

Die zahlreichen Beispiele aus der Welt der exakten Natur, aus der Geschichte und Politik, Volkswirtschaft und Philosophie, vortrefflich durch den Verfasser erläutert und durch 100 Figuren veranschaulicht, lassen die universelle Bedeutung der graphischen Methode für Lehre und Forschung klar hervortreten und zeigen, daß die so lange vernachlässigte „graphische Darstellung" mit Recht heute als Lehr- und Forschungsmittel ersten Ranges angesehen wird.

462. Bd. F. Ichak, Das Perpetuum mobile. II und 104 S. mit 38 Abbildungen. 1914.

Die Verfasserin hat sich hier der dankenswerten Aufgabe unterzogen, aus dem fast unermeßlichen Stoß von Material, das über das „Perpetuum mobile" existiert, die interessantesten und bemerkenswertesten Exemplare herauszugreifen, sie zu schildern und ihren Wert vom Standpunkt der heutigen Wissenschaft zu zeigen. Die lesenswerte Arbeit bildet zweifellos einen interessanten Beitrag zu der Geschichte menschlicher Irrtümer.

301. Bd. R. Vater, Die Maschinenelemente. II. Auflage. VIII und 102 S. mit 175 Abbildungen im Text. 1915.

An der Hand zahlreicher, teils schematischer, teils photographischer Abbildungen werden die einzelnen Teile, aus denen sich die Maschinen zusammensetzen, sowie ihre Wirkungsweise, auseinandergesetzt, wie Schrauben, Nieten, Keile, Zapfen, Achsen, Wellen, Kuppelungen, Räder, Zylinder, Kurbeln, Ventile, Rohre usw. Von einer Berechnung der Maschinenelemente ist fast völlig Abstand genommen worden. Die zweite Auflage hat nur geringfügige Änderungen erfahren.

R. Lucas.

W. Spalteholz, Über das Durchsichtigmachen von menschlichen und tierischen Präparaten und seine theoretischen Bedingungen. Nebst Anhang: Über Knochenfärbung. gr. 8. 93 S. Zweite erweiterte Auflage. Leipzig, S. Hirzel. 1914. M. 1,80.

Die erste Auflage dieses Buches ist bereits in dieser Zeitschr. **13**, 911, 1912 besprochen worden; und es scheint demnach hier zu genügen darauf hinzuweisen, daß die zweite Auflage gegenüber der ersten sehr viel umfangreicher geworden ist. Immerhin sei hier aber doch bemerkt, daß das durch die Überschrift des Buches gekennzeichnete, vom Verfasser und seinen Mitarbeitern ja auch schon zu recht großer Vollkommenheit ausgebildete Verfahren sich durch einen geschickten Physiker noch ganz erheblich weiter vervollkommnen läßt, da nämlich dieses Verfahren im wesentlichen darauf beruht, jedesmal eine Flüssigkeit zu finden, welche denselben Brechungsexponenten hat wie die Gewebsteile des durchsichtig zu machenden Präparates. Bisher wird nun die betreffende Flüssigkeit jedesmal erst durch Ausprobieren der besten Durchsichtigkeit des Präparates gefunden, was natürlich sehr umständlich ist; und es leuchtet also ein, daß es hier von grundsätzlicher Wichtigkeit sein muß, einen Apparat zu besitzen, mit Hilfe dessen sich der Brechungsexponent der betreffenden Gewebsteile mit der nötigen Genauigkeit, d. h. bis auf etwa $^1/_{1000}$ seines Wertes, bestimmen läßt, da man sich ja dann die zugehörige Flüssigkeit leicht zurechtmischen kann. Ein solches „Mikrospektrometer", zu dem übrigens nach den in dem Buche gemachten Literaturangaben auch schon einige bemerkenswerte Ansätze vorhanden zu sein scheinen, würde sich natürlich auch bald zahlreiche andere Anwendungsgebiete erobern.

B. Walter.

R. Pohl, Die Physik der Röntgenstrahlen. (Sammlung Wissenschaft.) 8⁰. XII u. 156 S. mit 72 Abbildungen. Braunschweig, Vieweg & Sohn. 1912. M. 5.—, in Leinw. M. 5.80

Durch ein Versehen wurde das Buch an dieser Stelle noch nicht besprochen. — Es gibt ein außerordentlich gutes Bild vom Stand der Untersuchungen über Röntgenstrahlen vor der Laueschen Entdeckung der Interferenzen an Kristallen. Diese selbst (und ihre Theorie) sind in einem während der Drucklegung dem Buche angefügten Nachtrag kurz behandelt. Die Darstellung schließt sich im wesentlichen der Wiechert-Stokesschen Impulsvorstellung an, ohne jedoch andere berechtigte Anschauungen unerwähnt zu lassen. Die experimentelle Technik der Röntgenstrahlen-Erzeugung ist völlig weggelassen, wird als bekannt vorausgesetzt. — Was uns das Buch auch heute noch so wertvoll macht, ist die fast lückenlose Berücksichtigung der wichtigeren Literatur bis Mitte 1912. Weil die experimentellen Tatsachen stets an die Spitze gestellt sind, ohne ihnen durch irgendwelche Theorie Zwang anzutun, lassen sich all die schönen Resultate früherer Forschung mit Leichtigkeit entsprechend unseren jetzigen Anschauungen über die Natur der Röntgenstrahlen umdeuten. Wer einen Einblick in die äußerst interessante Entwicklung dieses physikalischen Forschungszweiges gewinnen will, findet hier den zuverlässigen Führer.

Scherrer.

Briefkasten.

Der Neubau des Laboratoriums für Technische Physik der K. Technischen Hochschule München.

In der von mir und meinem zur Zeit im Felde stehenden Assistenten Herrn Dr.-Ing. Fr. Noell im laufenden Jahrgang dieser Zeitschrift (**16**, 192—198, 1915) veröffentlichten Beschreibung des Neubaues des Laboratoriums für technische Physik der technischen Hochschule München findet sich auf Seite 192 die Bemerkung, daß das Münchener Laboratorium „in Deutschland als das erste Laboratorium für technische Physik gegründet wurde und bis jetzt auch das einzige geblieben ist".

Herr Professor Dr. F. Auerbach in Jena macht mich darauf aufmerksam, daß diese Bemerkung auch anders aufgefaßt werden könne, als sie von uns gemeint war. Um etwaigen Mißdeutungen vorzubeugen, möchte ich daher Folgendes hinzufügen:

Die Worte „das erste Laboratorium" sollen, wie wohl aus dem Zusammenhange des ganzen Aufsatzes hervorgeht, bedeuten „das erste Laboratorium an einer technischen Hochschule". Denn es lag uns völlig fern, die Existenz und Tätigkeit der Institute für angewandte Physik etwa absichtlich zu verschweigen, die seit längerer Zeit an einigen Universitäten errichtet worden sind,



nämlich der in Göttingen seit 1896 von der Göttinger Vereinigung begründeten Institute für angewandte Mechanik (geleitet von Prof. Dr. L. Prandtl) und für angewandte Elektrizität (geleitet von Prof. Dr. H. Th. Simon), sowie des von Ernst Abbe 1902 in Jena ins Leben gerufenen Institutes für technische Physik (geleitet von Prof. Dr. Vollmer).

Wir haben diese Institute an der betreffenden Stelle auch deshalb nicht besonders erwähnt, weil wir ihre Organisation und Tätigkeit ohne weiteres als wesentlich verschieden von der des Münchener Laboratoriums gekennzeichnet glaubten. Während dieses sich zur wissenschaftlichen und technisch-praktischen Bearbeitung solche Fragen auswählt, die den Bedürfnissen der Technik unmittelbar entsprungen sind, scheinen uns jene Institute mehr die Einarbeitung technischer Probleme in den Gesamtorganismus der physikalischen Forschung zu bezwecken.

Hätten wir vorausgesehen, daß sich unsere Auffassung nicht von selbst aus dem Zusammenhange der Darstellung ergibt, so hätten wir jenem Satz, der nunmehr unbeabsichtigt anspruchsvoll klingt, eine andere Form gegeben.

München, den 30. August 1915.

Osc. Knoblauch.

Nachtrag zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

Prof. **K. Schaum** (Gießen) ist als Kriegsfreiwilliger bei der Fliegerersatzabteilung in Adlershof bei Berlin eingetreten.

Dr. **Hans Schmidt**, Privatdozent für Physik an der Universität Kiel, seit Februar im Felde, wurde am 14. VIII. in Rußland schwer verwundet.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Wien Professor Dr. Friedrich Rulf von der Franz-Joseph-Realschule daselbst für Mathematik, an der Universität Graz Dr. Ernst Schenkl für Theoretische Physik, an der Böhmischen Technischen Hochschule Brünn Dr. Wenzel Simandl für Geometrie der Lage.

Ernannt: Der ord. Professor an der Universität Czernowitz Dr. Michael Radakovic zum ord. Professor für Theoretische Physik an der Universität Graz.

Verliehen: Dem des. ord. Professor der allgemeinen und Experimentalchemie an der Universität München Geh. Reg.-Rat Dr. Richard Willstätter Titel und Rang eines K. Bayr. Geheimen Rates, dem ord. Professor der mathematischen Physik an der Universität Graz Dr. Anton Waßmuth anläßlich seines Übertritts in den Ruhestand der Titel Hofrat.

Gestorben: Der ord. Professor für Allgemeine Chemie an der Hochschule Florenz Dr. Hugo Schiff, der ord. Professor der Chemie an der Universität und dem Rush Medical College in Chicago Dr. John Ulrich Nef.

Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1915/16[1]).

Technische Hochschule Aachen.

Stark: Experimentalphysik I: Mechanik, Elektrodynamik, 4; Physikalisches Praktikum: a) Praktische Übungen aus allen Teilen der Physik für Anfänger, 4 oder 6, b) Anleitung zu selbständigen physikalischen Untersuchungen (Dissertationen), tägl., c) Physikalisches Handfertigkeitspraktikum, 2. — **Seitz**: Mechanische Wärmetheorie, 2; Theoretische Physik: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 2; Experimentalphysik, enzyklopädischer Kursus: Mechanik, Elektrizität, Magnetismus, 2. — **Steubing**: Photographie I, für Anfänger, II, für Fortgeschrittene, 1, Übungen, 2; Elektromagnetische Schwingungen, drahtlose Telegraphie, mit Demonstrationen, 1. — **Schreber**: Technische Thermodynamik, 2. — **Grotrian**: Physikalische Grundlage der Elektrotechnik, 5; Theoretische Elektrotechnik, 3; Elektrotechnisches Praktikum, 8. — **Rasch**: Elektrische Bahnen, 1; Einleitung in die Elektrotechnik (Übersichtsvorlesung über praktische Elektrotechnik), 2; Konstruktionslehre der Elektrotechnik, 3, Übungen, 2. — **Finzi**: Elektrische Zentralanlagen und Leitungen, 2. — **Hamacher**: Praktische Telegraphie und Telephonie, 2. —

Bredt: Organische Experimentalchemie II, 3; Organisches Praktikum (mit Lipp). — **Classen**: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 4; Anorganisches Praktikum; Elektroanalytisches und elektrochemisches Praktikum. — **Rau**: Chemische Technologie I: Allgemeine Feuerungskunde, 2, III, 2; Entwerfen von chemischen Apparaten und Fabrikanlagen, Übungen, 4; Chemisch-technisches Praktikum. — **Ruer**: Physikalische Chemie I, 3, Übungen für Hüttenleute, 3, für Chemiker, 1 Vormittag, für Fortgeschrittene: Allgemeines hüttenmännisches Praktikum, 3. — **N. N.**: Analytische Chemie, 2; Allgemeine Elektrochemie, 2; Experimentelle Chemie, enzyklopädischer Kurs. — **Schumacher**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2. — **Lambris**: Untersuchung von Brennstoffen, 2. —

Blumenthal: Höhere Mathematik I, 6 und 4, Übungen, 2. — **Hamel**: Höhere Mathematik II, 3, Übungen, 1; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Lineare Integralgleichungen, 2 *g*. — **v. Kármán**: Mechanik I: Grundbegriffe der Mechanik, Gleichgewicht der Kräfte, 5, Übungen, 1, II: Festigkeitslehre, 3, Übungen, 1; Flugtechnische Aerodynamik, 2 *g*. — **Kötter**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der graphischen Statik, 1. — **N. N.**: Übungen im Markscheiden und Feldmessen (mit Wandhoff und Nysten), 1 halber Tag; Abriß der Markscheide- und Feldmeßkunde, 2; Ausgleichungsrechnung, 2, Übungen, 1; Geophysik, 1; Trigonometrische Übungen, 1. — **Wandhoff**: Markscheiden und Feldmessen I, 4; Markscheiderische Zeichen- und Rechen-Übungen, 2. — **Gast**: Praktische Geometrie I, 3; Geodätisches Praktikum I, 2; Geodätische Ausarbeitungen, Übungen, 4; Eisenbahntrassieren, 2; Höhere Geodäsie, 2. —

Universität Basel.

Hagenbach: Experimentalphysik II: Licht, Wärme, Elektrizität, 6; Physikalisches Praktikum für Vorgerückte, tägl., für Anfänger (mit Veillon und Zickendraht), 8; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **Veillon**: Elektrische Messungen, mit Demonstrationen, 2. — **Matthies**: Wärmetheorie, 4, Übungen, 1 *g*; Einführung in die Theorie der Gasionen und Elektronen II, 2; Mathematisch-physikalisches Seminar, 2 *g*. — **Zickendraht**: Aerodynamik und Luftfahrt, 2; Prinzipien und Konstruktionen elektromedizinischer Apparate, mit Demonstrationen, für Mediziner. —

Rupe: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Vollpraktikum für organische Chemie, tägl.; Chemisches Kolloquium (mit Fichter, Bernoulli und Obermiller), 1 *g*. — **Fichter**: Analytische Chemie, 2; Experimentalchemie der seltenen Metalle, 1; Analytisches Halbpraktikum für Anfänger, 9; Chemisches Vollpraktikum (anorganische und elektrochemische Übungen und Arbeiten),

1) Infolge des Krieges werden an einigen Universitäten weitere Änderungen des Vorlesungsplanes nötig werden; diese sollen in Nachträgen veröffentlicht werden, gleichzeitig mit den noch nicht eingegangenen Vorlesungsverzeichnissen von Brünn, Czernowitz, Dresden, Graz (Techn. Hochschule), Innsbruck, Prag, Wien.

tägl. — **Kreis**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Übungen in der Untersuchung von Lebensmitteln, 4; Arbeiten im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. — **Bernoulli**: Elektrochemie, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum für Anfänger, 4; Physikalisch-chemisches Vollpraktikum: Übungen und Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. —

Spieß: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 4; Determinanten, 1; Ein Kapitel der höheren Analysis, 3; Mathematisches Seminar (mit Hecke), 1 *g*. — **Hecke**: Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen (Proseminar), 1; Funktionen reeller Variabler: Mengenlehre, 4. — **Flatt**: Pädagogisches Seminar, mathematisch-naturwissenschaftliche Abteilung I, 3; Projektive Geometrie, 2. — **Knapp**: Sphärische Astronomie, 2; Populäre Astronomie, 2; Astronomische Übungen, 1. —

Universität Berlin.

Rubens: Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik, 5, Mathematische Ergänzung, 1 *g*; Physikalisches Kolloquium, 1 1/2 *g*; Arbeiten im Physikalischen Laboratorium, für Geübtere (mit Wehnelt), tägl. — **Planck**: Allgemeine Mechanik, 4; Mathematisch-physikalische Übungen, 1 *g*. — **Wehnelt**: Mathematische Ergänzungen zum physikalischen Praktikum, 1 *g*; Praktische Übungen für Anfänger I und II (mit Blasius), 7; Physikalisches Praktikum für Pharmazeuten, 3; Praktikum zur Erlangung von Handfertigkeit für das physikalische Arbeiten, 3. — **Hellmann**: Allgemeine Meteorologie, 2; Meteorologisches Kolloquium, 1 *g*. — **Einstein**: Statistische Mechanik und Boltzmanns Prinzip, 2. — **Warburg**: Über Kathodenstrahlen und andere elektrische Konvektionsstrahlen, 2. — **Schmidt**: Kollektivmaßlehre, 2; Luftelektrizität, 1 *g*. — **Neesen**: Elektrische Schwingungen und drahtlose Telegraphie, 2. — **Blasius**: Praktischer Kursus für Mediziner, 3 1/2; Übungen im Anschluß an das Praktikum, 1 *g*. — **E. Meyer**: Moderne Maschinentechnik, 2; Technische Exkursionen, 14tägig, *g*. — **Born**: Molekulartheorie der Kristalle, 3; Kapillarität, 1 *g*. — **Weinstein**: Elektrizität und Magnetismus, 4; Physik der bewegten Materie, 2; Geschichte der Physik I: bis zum 19. Jahrhundert, 1 *g*. — **Krigar-Menzel**: Theorie der Wärme, 4. — **Leß**: Praktische Witterungskunde, 2. — **Grüneisen**: Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendungen in der Physik, 2. — **Byk**: Mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, 2. — **Kiebitz**: Theorie der elektrischen Schwingungen, 1. — **v. Baeyer**: Experimentalphysik für Zahnärzte und Pharmazeuten, 3. — **Reiche**: Theorie der Dispersion und Absorption, 2. — **Seeliger**: Elektronentheorie fester Körper, 1; Mathematik und Physik der Spiele und des Sports, 1 *g*. — **Reichenheim**: Korpuskulare Strahlung, 1. — **Scheffer**: Angewandte wissenschaftliche Photographie, 1; Wissenschaftliche Grundlagen der Mikroskopie und Mikrophotographie, 1 *g*. —

Fischer: Praktische Übungen im Chemischen Institut (mit Gabriel, Traube, Diels, Stähler, Leuchs), tägl.; Kursus für Mediziner, 6. — **Nernst**: Physikalische Chemie, 4; Neuere Atomistik, 1 *g*; Physiko-chemisches Kolloquium, 1 *g*; Praktische Übungen und Arbeiten im Physikalisch-chemischen Laboratorium a) anorganisch-chemisches Praktikum (mit Marckwald), tägl., b) physiko-chemische Übungen, 7, c) physiko-chemische Arbeiten, tägl. — **Beckmann**: Chemische Untersuchungen, tägl. — **Willstätter**: Kolloquium über organische Chemie, 1 *g*. — **Wichelhaus**: Technologie, 2 *g*; Übungen im Institut (mit Großmann), tägl.; Anleitung im Institut (mit Großmann), tägl. — **Thoms**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, mit Experimenten, 4; Toxikologische Chemie, mit Experimenten, 1 1/2; Sterilisation und biologische Prüfung der Arzneimittel, mit Experimenten, 1; Praktische Übungen und Arbeiten in pharmazeutischer, toxikologischer und Nahrungsmittel-Chemie, tägl. — **Biedermann**: Explosivstoffe, 2. — **Traube**: Qualitative chemische Analyse, 1 1/2. — **Fock**: Einleitung in die Physik und Chemie, 1; Elemente der Kristallographie, 1. — **Marckwald**: Anorganisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Rosenheim**: Praktische Übungen in der Gas- und Maßanalyse, 4. — **v. Buchka**: Geschichte der Chemie, 2; Chemie der Nahrungsmittel, Genußmittel und Gebrauchsgegenstände, 4. — **Jacobson**: Besprechung chemischer Tagesfragen, 1. — **Emmerling**: Hygienische Wasseruntersuchung, 1. — **R. J. Meyer**: Anorganisch-chemisches Praktikum (mit Rosenheim), tägl.; Übungen in der Experimentalchemie, für Lehrer und Lehrerinnen (mit Rosenheim), 8; Beziehungen zwischen physikalischen Eigenschaften und chemischer Zusammensetzung, 1 *g*. — **Spiegel**: Organische Chemie, 3. — **Neuberg**: Organisch-chemische Arbeiten, tägl.; Arbeiten auf dem Gebiete der Biochemie, tägl. — **Sachs**: Chemie der Farbstoffe, 1. — **Koppel**: Theoretische Erläuterungen zur chemischen Analyse, 1 *g*. — **Diels**: Anorganische Experimentalchemie, 5; Einführung in die organische Chemie I: Aliphatische Verbindungen, 1. — **Meisenheimer**: Anorganische Experimentalchemie, 4; Anorganisch- und organisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Großmann**: Chemisch-technische und wirtschaftliche Tagesfragen, 1 1/2; Materialprüfungswesen und chemisch-technische Analyse, mit Demonstrationen und Exkursionen, 1. — **Löb**: Elektrochemie, 1; Klinische Chemie, 1. — **Stähler**: Anorganische Chemie (Repetitorium), mit Experimenten, 2. — **Houben**: Chemische Entdeckungen, 1. — **Lockemann**: Chemie und Biologie, 1. — **Leuchs**: Einführung in die organische Chemie II: Benzolderivate, 1. — **Pringsheim**: Einführung in die physiologische Chemie, 1 1/2. — **Anselmino**: Arzneibuch, 1. — **Lenz**: Einführung in die chemische Untersuchung von Blut, Harn, Kot, Magensaft usw., 2. —

Schwarz: Analytische Geometrie, 4; Synthetische Geometrie, 4; Elementar-geometrische Herleitung der wichtigsten Eigenschaften der Kegelschnitte, 2 *g*; Mathematisches Seminar (mit Frobenius und Schottky), 2 *g*. — **Foerster**: Geschichte der Astronomie, 2 *g*; Grundlehren der Orts- und Zeitbestimmung, 1 *g*; Polarlicht und Tierkreislicht, 1 *g*. — **Helmert**: Theorie der Gradmessung, 1 *g*. — **Frobenius**: Zahlentheorie, 4. — **Schottky**: Theorie der krummen Linien und Flächen, 4; Allgemeine Probleme der Funktionentheorie, 2. — **Struve**: Sphärische Astronomie, 3. — **Cohn**: Bahnbestimmung der Himmelskörper, 4, Seminarübungen, 2 *g*. — **Rothe**: Integralrechnung, 4. — **Knopp**: Gewöhnliche Differentialgleichungen II: Komplexe Veränderliche, 4; Funktionentheorie II, 4, Übungen, 1 *g*. — **Marcuse**: Geographische Ortsbestimmung, mit Übungen, 1 1/2; Allgemeine Himmelskunde, mit Lichtbildern und gelegentlichen Fernrohrbeobachtungen, 1 1/2; Die Naturwissenschaften im Dienste des Krieges, mit Lichtbildern, 1. — **Witt**: Nomographie, 1 *g*; Übungen auf der Sternwarte, 2 Abende *g*. — **Schweydar**: Die Beobachtungsmethoden der Erdbebenforschung, 2; Die Änderung der geographischen Breiten, 1 *g*. —

Technische Hochschule Berlin.

Kurlbaum: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Elektrizität, 4; Physikalische Übungen, 4. — **Krigar-Menzel**: Allgemeine Mechanik I: Gleichgewicht und Bewegung von Massenpunkten und starren Körpern, 4; Theoretische Akustik, 2. — **Grunmach**: Magnetische und elektrische Maßeinheiten und Meßmethoden, 2; Physikalische Maßbestimmungen und Meßinstrumente (Physikalische Übungen), 4. — **Kalischer**: Die physikalischen Grundlagen der Elektrotechnik II, 2; Grundzüge der Potentialtheorie und ihre Anwendung in der Elektrizitätslehre, 2; Elektrische Schwingungen und drahtlose Telegraphie, 1. — **Berndt**: Radioaktivität, 1. — **Kaßner**: Wetterkunde mit Beispielen aus der Praxis, 1. — **Kock**: Hochspannungserscheinungen und Messungen, 2; Drahtlose Telegraphie und Hochfrequenztechnik, 3. — **Möller**: Neuere Theorie des Magnetismus, 2. — **Petzoldt**: Raum, Zeit, Bewegung, Äther, 1 *g*. — **Pirani**: Elemente der graphischen Darstellung und des graphischen Rechnens, mit besonderer Berücksichtigung physikalischer und technischer Anwendungen, 1; Ausführung

kleinerer physikalischer Experimentaluntersuchungen, mit besonderer Berücksichtigung der Licht- und Temperaturmessungen, 2. — **Zehnder**: Physikalische Weltanschauungen, 2. — **Orlich**: Grundlagen der Elektrotechnik, 4; Übungen im Elektrotechnischen Laboratorium, 12; Elektrotechnische Meßkunde, 2, Übungen, 2. — **Wedding**: Grundlagen der Elektrotechnik, 4; Übungen im Elektrotechnischen Laboratorium, 12; Elektrotechnik für Chemiker, 1, Übungen, 2. — **Franke**: Elektrische Fernmeldetechnik einschließlich drahtlose Telegraphie, 4; Übungen im Laboratorium für Fernmeldetechnik, 2; Entwerfen von Instrumenten und Apparaten der Meß- und Fernmeldetechnik, 2. — **Kloß**: Elektromaschinenbau, 4, Übungen, 8; Übungen im Elektrotechnischen Versuchsfelde, 4. — **v. Parseval**: Motorluftschiffe, 2; Flugzeuge, 2; Übungen im Bau von Luftfahrzeugen, 2. — **W. Reichel**: Elektrische Kraftanlagen und Bahnen, 2, Übungen, 4. — **Benischke**: Allgemeine Wechselstromtechnik, 4; Spezielle Wechselstromtechnik für Hochspannungsanlagen, 1. — **Breslauer**: Berechnung und Prüfung elektrischer Maschinen nach den in der Praxis herrschenden Gepflogenheiten, 2. — **Faßbender**: Elektrische Messungen und Meßmethoden in Hochfrequenzkreisen und ihre praktische Anwendung in der drahtlosen Telegraphie, 2, Demonstrationen, 14tägig, 2. — **Gerstmeyer**: Kommutator-Motoren für Wechselstrom und Drehstrom, 1. — **Rüdenberg**: Elektrische Schaltvorgänge und Wanderwellen, 2. — **Wagner**: Überspannungen und Stromstöße in elektrischen Stromkreisen, 2. — **Zehme**: Elektrische Haupteisenbahnen und Zwischenstadtbahnen, 2. — **Krell**: Schiffselektrotechnik, 2. — **Dietzius**: Luftschiffbau und Luftschiffahrt, 1. —

Hofmann: Experimentalchemie, 4; Praktische Arbeiten im anorganischen Laboratorium, tägl.; Ausgewählte Kapitel aus der Chemie (mit Wirth), 2. — **v. Buchka**: Chemie der Nahrungsmittel-Analyse und Bakteriologie, 4; Chemisch-technische Analyse, 2. — **Dolezalek**: Physikalische Chemie einschließlich theoretische Elektrochemie, 4; Kleines physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, 2 halbe Tage; Praktische Arbeiten im physikalisch-chemischen und elektrochemischen Institut, tägl. — **Holde**: Untersuchung von Fetten, Ölen, Wachsen und Seifen, 2. — **Miethe**: Spektralanalyse, 2; Allgemeine Photographie: Apparatenkunde, Übersicht über die gebräuchlichen photographischen Prozesse, 2; Einführung in die photographische Optik, 1; Astronomische Photographie mit Übungen am photographischen Refraktor, 1, Übungen, 3; Praktische Arbeiten im photochemischen Laboratorium, für Photochemiker, tägl.; Photographische Übungen in den gebräuchlichen Prozessen, 16; Spektrographisches und spektralanalytisches Praktikum für Fortgeschrittenere, 1. — **Pschorr**: Organische Chemie I: Die offenen Kohlenstoffketten, 4; Praktische Arbeiten im organischen Laboratorium, tägl. — **Reisenegger**: Chemische Technologie II, 4; Technologie der Teerfarbstoffe und ihrer Verwendungen: Färberei, Zeugdruck, 4; Praktische Arbeiten im technisch-chemischen Institut, tägl. — **Traube**: Einleitung in die physikalische Chemie, 2; Physikalisch-chemische Übungen, 3; Chemie der Kolloide, 1. — **Arndt**: Die elektrochemische Industrie, 2. — **Bucherer**: Einführung in die Praxis des Patentwesens, 1. — **Byk**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, 2. — **Endell**: Ausgewählte Kapitel in der Mineralchemie, nebst technischen Anwendungen, 1. — **v. Girsewald**: Über die Zusammensetzung und die Wertbestimmung der Brennstoffe, 1. — **Guertler**: Physikalische Chemie der Metallegierungen I: Konstitution binärer Systeme, 2. — **Just**: Chemische Reaktionskinetik, 1. — **Lehmann**: Die Farbenphotographie, 1. — **Liebermann**: Theorien der organischen Chemie, 1. — **Loewenherz**: Erläuternde Vorträge zu den Führungen durch das Chemische Museum: Anorganischer Teil, 1 *g*; Die Produkte der chemischen Industrie, ausgewählte Kapitel, im Anschluß an die Sammlungen des Chemischen Museums: Anorganischer Teil, 1 *g*. — **Scheibler**: Über heterozyklische Verbindungen, 1. — **Seegert**: Ausgewählte Kapitel aus der Spektralanalyse, 1. — **Simonis**: Repetitorium der organischen Chemie, 2. — **Stavenhagen**: Einführung in die Experimentalchemie, 2. — **Treadwell**: Ausgewählte technisch-chemische Prüfungsmethoden, 1. — **Ullmann**: Arbeitsmethoden der Farbenindustrie, 1. — **Voswinckel**: Einführung in die organische Chemie, 2. — **Wirth**: Analytische Chemie, 1. — **Wolffenstein**: Die Chemie der Alkaloide, 2. —

Dziobek: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2. — **Haentzschel**: Elemente der Differential- und Integralrechnung und der analytischen Geometrie, 4, Übungen, 2 *g*. — **Jolles**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 2. — **Korn**: Lineare Integralgleichungen, 2. — **Lampe**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2; Bestimmte Integrale und Differentialgleichungen, 2. — **Rothe**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2; Ausgewählte Gegenstände der praktischen Mathematik: Numerische und graphische Methoden, mathematische Instrumente, 2. — **Scheffers**: Darstellende Geometrie I, 5, Übungen, 5. — **Wallenberg**: Ausgewählte Kapitel der Elementarmathematik, 2; Funktionentheorie I, 2; Potentialtheorie, 2. — **Felgentraeger**: Maß- und Gewichtswesen I, 2; Die Konstruktion der Spiegel- und Linseninstrumente, 2. — **Fuchs**: Partielle Differentialgleichungen nebst Anwendungen, 2. — **Jacobsthal**: Funktionen einer reellen Veränderlichen: Punktmengen, Integral von Lebesgue usw., 4. — **Lichtenstein**: Darstellende Geometrie II, 5, Übungen, 5. — **Haußmann**: Niedere Geodäsie, 4; Geodätisches Praktikum I, 2; Planzeichnen zugleich Bearbeitung der Aufnahmen, 2; Höhere Geodäsie, 2. — **Reißner**: Mechanik und graphische Statik I, 4, Übungen, 2, II, 6, Übungen, 4. — **Wolff**: Niedere Geodäsie im Abriß, 2. — **Günther**: Anwendung der Photographie zum Messen in der Technik: Photogrammetrie, mit Lichtbildern und Demonstrationen, 2. — **W. Hartmann**: Kinematische Geometrie und theoretische Kinematik, 2; Maschinengetriebe: Anwendungen der Kinematik, 2. — **E. Meyer**: Mechanik I, 4, Übungen, 2, II, 4, Übungen und Festigkeits-Laboratorium, 2; Aeromechanik und Mechanik der Flugzeuge, 2. —

Universität Bern.

Forster: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, Wärme, 6; Theoretische Optik, 1 *g*; Repetitorium der Physik, 2; Physikalisches Praktikum, 8; Photographisches Praktikum, für Vorgeschrittene, 2. — **Gruner**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 3, Übungen, 1; Mechanik deformierbarer Körper, 2; Elemente der Vektor-Analysis, 1; Seminar für theoretische Physik, nach Verabredung. — **Blattner**: Theorie der Wechselströme, 2. — **Luterbacher**: Mechanik, Dynamik der festen Körper für Anfänger, 1. —

Kohlschütter: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 6; Anorganisch-chemisches Praktikum, tägl.; Chemisches Praktikum für Mediziner, 8. — **Ephraim**: Einführung in die Elektrochemie, 2; Elektrochemisches Praktikum, 4; Repetitorium der anorganischen Chemie, 2. — **Mai**: Repetitorium der anorganischen Chemie für Mediziner und Lehramtskandidaten, 1. — **Tambor**: Organische Chemie II, 5; Organisch-chemisches Praktikum, tägl.; Repetitorium der organischen Chemie I, 1. — **Frl. Woker**: Arbeiten im Laboratorium für physikalisch-chemische Biologie, tägl.; Kurs für die Untersuchung von Körperflüssigkeiten: Harn, Blut, Milch, Magensaft, 4; Physikalisch-chemische Biologie, 2; Ausgewählte Kapitel aus dem Gebiet der Katalyse mit besonderer Berücksichtigung der Fermentwirkungen, 2; Kolloquium über Probleme der physikalisch-chemischen Biologie, 1. — **Abelin**: Neuere Forschungen auf dem Gebiete der Kohlenhydratchemie, 1. — **Schaffer**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel I, 2; Chemische Technologie der Lebensmittelgewerbe, nach Verabredung. —

Graf: Kugelfunktionen I, mit Repetitorium, 3; Besselsche Funktionen I, mit Repetitorium, 3; Integralrechnung mit Repetitorium, eventl. Differential- und Integralrechnung, mit Repetitorium, 3; Funktionentheorie I, 1; Differentialgleichungen II, 2; Renten- und Versicherungsrechnung, 2; Mathematisches Seminar (mit Huber), 1 1/2. — **Huber:** Mechanik des Himmels, 2; Theorie der Raumkurven und abwickelbaren Flächen, 3; Fouriersche Reihen und Integrale mit Anwendungen auf die Physik, 2; Repetitorium der Astronomie, 1; Mathematisches Seminar: Geometrische Richtung (mit Graf), 1. — **Ott:** Algebraische Analysis II, 2; Sphärische Trigonometrie mit Anwendungen, 2; Mathematische Übungen, 1; Integralrechnung, 2; Analytische Geometrie II, 2; Mathematische Übungen und Repetitorium, 1. — **Mauderli:** Die Geometrie der Erdgestalt, 2; Die astronomischen Instrumente, 1, Übungen, verbunden mit Projektionen und Exkursionen, nach Verabredung; Das Problem der Bewohnbarkeit der Weltkörper, 1. — **Berliner:** Höhere Algebra (Fortsetzung), 1—2. — **Benteli:** Darstellende Geometrie: Kurven, Strahlenflächen, reguläre Polyeder, 2, Übungen und Repetitorium, 2; Praktische Geometrie I, 1. — **Crelier:** Synthetische Geometrie II, 2, Übungen, 1; Die kotierten Flächen, mit Übungen, 2. — **Moser:** Einführung in die Lebensversicherungsrechnung, 1—2; Ausgewählte versicherungswissenschaftliche Kapitel, nach Verabredung; Mathematische Grundlagen der Witwen- und Waisenkassen, 2; Mathematisch-versicherungswissenschaftliches Seminar, 1—2. — **Bohren:** Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2; Ausgleichungsrechnung, mit Übungen, 2. —

Universität Bonn.

Kayser: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, Optik, 5; Laboratorium für Anfänger, 8, für Vorgeschrittene, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Pflüger:** Theoretische Mechanik, 5. — **Bucherer:** Neuere Elektrizitätslehre, 1. — **Eversheim:** Angewandte Elektrizitätslehre mit Übungen, 2; Grundzüge der Elektrotechnik (Technische Vorlesung), 1 *g*. — **Grebe:** Einführung in die theoretische Physik, 2. —

Anschütz: Experimentalchemie II: Organische Chemie, 6; Kolloquium über neuere Arbeiten auf dem Gebiete der Chemie, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene sowie für Pharmazeuten und Nahrungsmittelchemiker (mit Benrath, Frerichs und Kippenberger), tägl., für Mediziner (mit Benrath), tägl. außer Sonnabend. — **Rimbach:** Physikalische Chemie I: Atom- und Molekulartheorie, Eigenschaften der Stoffe, Verwandtschaftslehre, 3; Grundzüge der chemischen Thermodynamik, 1 *g*; Chemisches Rechenseminar (mit Wintgen): Unterstufe: Stöchiometrische und chemisch-analytische Aufgaben, 14tägig, 2 *g*, Oberstufe: Physikalisch-chemische Aufgaben, 14tägig, 2 *g*; Übungen in den wichtigsten physikalisch-chemischen Meßmethoden, 3. — **Benrath:** Photochemie, 1; Spezielle anorganische Chemie I, 1 *g*; Analytische Chemie I, 2; Übungen in der Gasanalyse, 2 *g*; Experimentierübungen für Lehramtskandidaten (mit Wintgen), 1. — **Meerwein:** Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 1. — **Frerichs:** Pharmazeutische Chemie I (anorganisch), 3, III: Zyklische Verbindungen, 1 *g*; Arzneimittelprüfung, 1. — **Mannheim:** Sterilisieren von Arzneimitteln, 1; Wasser- und Harnanalyse, 1; Einführung in das chemische Praktikum, für Pharmazeuten, 1. — **Kippenberger:** Chemische Technologie, anorganischer Teil, mit Exkursionen, 2; Einführung in die chemische Großtechnik I: Anorganisch-chemische Betriebe, mit Exkursionen, 1; Besprechung nahrungsmittelchemischer Gutachten, 1 *g*. — **Laar:** Graphische Verfahren mit Besichtigungen, 1; Übungen in ausgewählten photographischen Verfahren, tägl. — **Gewecke:** Einführung in die Chemie, für Mediziner, 2; Repetitorium der anorganischen und analytischen Chemie, 2; Grundlagen und Hauptmethoden der Gewichtsanalyse, 1. — **Wintgen:** Optische Methoden in der Chemie, mit Übungen, 2; Kolloidchemisches Praktikum, 2 *g*. —

Study: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 4; Mathematisches Seminar: Oberstufe: Vortragsübungen, 14tägig, 2 *g*. — **London:** Differential- und Integralrechnung II, 4, Übungen, 1 *g*; Synthetische Geometrie, 2, Konstruktive Übungen, 1 *g*. — **Schur:** Ausgewählte Kapitel der Analysis, 2; Einleitung in die Funktionentheorie, 4; Mathematisches Seminar: Mittelstufe: Behandlung einfacher Aufgaben (mit Müller), 14tägig, 2 *g*. — **J. O. Müller:** Einführung in die Variationsrechnung, 3. — **Küstner:** Sphärische Astronomie, 3; Praktische Übungen im astronomischen Beobachten, tägl.; Fixsternkunde, 1 *g*. — **C. Müller:** Einführung in die Geodäsie mit Übungen, 2 *g*. —

Technische Hochschule Braunschweig.

Diesselhorst: Experimentalphysik: Elektrizität und Magnetismus, 4; Theorie des Elektromagnetismus, 3, Übungen, 1; Physikalisches Praktikum I, II: Anleitung zu selbständigen Arbeiten im Laboratorium; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2. — **Weber:** Potentialtheorie mit Anwendungen auf die Elektrostatik, 2. — **Bergwitz:** Atmosphärische Elektrizität, 1; Radioaktivität, 1. — **Witte:** Analytische Mechanik, 2. — **Peukert:** Grundzüge der Elektrotechnik, 2; Allgemeine Elektrotechnik, 4; Elektrotechnische Übungen, 2; Elektrotechnisches Praktikum, 6; Arbeiten im elektrotechnischen Laboratorium, für Fortgeschrittenere, 9. — **N. N.:** Elektromaschinenbau, 4, Übungen, 6; Elektrische Kraftbetriebe, 2, Übungen, 2. — **Micheler:** Einführung in die Photographie, 1; Die Photographie in natürlichen Farben, 1; Spezielle Photographie, 2; Photographische Übungen, für Anfänger und Fortgeschrittene, 3. —

Meyer: Unorganische Experimentalchemie, 5; Chemie der organischen Farbstoffe, 3; Arbeiten im chemischen Laboratorium; Chemisches Kolloquium (mit Freundlich), nach Verabredung *g*. — **Biehringer:** Analytische Chemie, 2; Grundzüge der Chemie, 3. — **Freundlich:** Physikalische Chemie, 2; Metallurgie, 2; Chemie der Metalle, 1; Arbeiten im Laboratorium für physikalische Chemie und Elektrochemie. — **Reinke:** Chemische Technologie II 1, 6; Chemisch-technische Analyse I, 2; Arbeiten im Laboratorium für chemische Technologie II und landwirtschaftlich-chemische Gewerbe, Seminaristische Übungen, monatlich 2 *g*; Chemische Technologie in den deutschen Kolonien, 1. — **Beckurts:** Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Gerichtliche Chemie, 1; Grundzüge der Maßanalyse, 1; Pharmazeutische Chemie, 4; Arbeiten im Laboratorium für pharmazeutische Chemie und Nahrungsmittelchemie und in der Nahrungsmitteluntersuchungsstelle. — **Troeger:** Analytische Chemie, 2; Chemie der Benzolderivate, 2; Repetitorium der anorganischen und organischen Chemie, 2. — **Emde:** Organische Stoffe mit physiologischer Wirkung: Arzneimittelsynthese, 1. —

Dedekind: Elemente der Zahlentheorie, 2; Einleitung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1. — **Fricke:** Analytische Geometrie und Algebra, 4; Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 2, II, 2. — **Timerding:** Darstellende Geometrie, 4, Übungen, 6; Algebraische Analysis, 2; Synthetische Geometrie, 2. — **N. N.:** Statik starrer und elastisch-fester Körper, 4, Übungen, 2. — **Schlink:** Technische Mechanik II: Dynamik, 3, Übungen und Repetitionen, 2; Berechnung und Konstruktion von Flugzeugen, 1; Graphische Statik, 2, Übungen, 2; Eisenhochbauten, 2, Übungen, 4; Statik der Baukonstruktionen I, 3, Übungen, 4, II, Übungen, 4. — **Näbauer:** Grundzüge der Geodäsie, 2, Übungen, 2; Geodäsie II, 3, Übungen, 1; Höhere Geodäsie, 2; Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 2; Planzeichnen, 4. —

Universität Breslau.

Lummer: Experimentalphysik II: Elektrizität, Magnetismus, Optik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schaefer und Waetzmann), 3; Physikalisches

Praktikum für Anfänger (mit Schaefer, Waetzmann und Ladenburg), 3, für Geübtere (mit Pringsheim, Schaefer, Waetzmann und Ladenburg), tägl., für Mediziner (mit Ladenburg), 3, für Pharmazeuten (mit Waetzmann), 3; Physikalisches Kolloquium (mit Pringsheim und Schaefer), 2 *g*. — **Pringsheim**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 4; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 14 tägig, 2 *g*. — **Schaefer**: Kinetische Theorie der Elektrizität und der Materie, 4. — **von dem Borne**: Geophysikalische Übungen und Besprechungen, *g*; Physik des Luftmeeres: Meteorologie, 3. — **Riesenfeld**: Photographisches Praktikum, 2; Die Photographie und ihre Technik, 1 *g*. —

Biltz: Organische Experimentalchemie, 4; Chemische Referatenstunde, für Vorgeschrittene (mit v. Braun, Meyer, Koenigs und Arndt), 14 tägig, 2 *g*; Chemisches Praktikum, unorganische Abteilung (mit v. Braun), tägl. außer Sonnabend, organische Abteilung, ganztägig, für Landwirte, 4, für Mediziner (mit Meyer), 4. — **v. Braun**: Analytische Chemie I, 2; Besprechung selbständiger wissenschaftlicher Arbeiten, 1 *g*. — **Arndt**: Theoretische Besprechung des anorganischen Anfängerpraktikums, 2; Gasanalytisches Praktikum, 3. — **Herz**: Einführung in die physikalische Chemie, 2; Grundlagen der Maßanalyse, 1; Anwendungen der Maßanalyse, mit besonderer Berücksichtigung des Deutschen Arzneibuches, 1; Besprechungen zur qualitativen Analyse, 1 *g*. — **N. N.**: Ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1 *g*; Praktische Übungen in spezieller anorganischer Chemie, tägl. — **Gadamer**: Organische Experimentalchemie mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie, 6; Prüfung der Arzneimittel, 1 *g*; Praktisch-chemische Übungen mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie, der forensischen Chemie und Nahrungsmittelchemie, tägl.; Kleines chemisches Praktikum, 6. — **Danckwortt**: Ausmittelung der Gifte: Chemische Toxikologie, 2. — **Ehrlich**: Landwirtschaftlich-chemische Technologie I: Zucker, Stärke usw., mit Exkursionen, 2; Die chemischen Vorgänge in der Pflanze, 1 *g*; Gasanalytische und chemisch-technische Untersuchungen, 4; Einführung in die Chemie für Landwirte, anorganischer Teil, 2 1/2; Chemische, biochemische und technische Arbeiten, für Anfänger und Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend. —

Sturm: Analytische Geometrie der Ebene, 3; Geometrische Verwandtschaften I, 3. — **Kneser**: Variationsrechnung, 4; Gestalten ebener Kurven, 2; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 2 *g*. — **Schmidt**: Mengenlehre, 4; Potentialtheorie II, 2; Seminarübungen, 2 *g*. — **Steinitz**: Theorie und Anwendung der Determinanten, 3, Übungen, 1 *g*. — **Schnee**: Integralrechnung, 4, Übungen, 2. —

Technische Hochschule Breslau.

Lummer: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrizität, Optik, 5; Physikalisches Praktikum, 3. — **von dem Borne**: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Luftschiffahrt: Theorie der Luftschiffahrt, 2. — **Hilpert**: Elektrotechnik I, 4; Elektromaschinenbau, 2; Übungen im Elektromaschinen- und Apparatebau, 4; Elektrotechnisches Laboratorium II, 4, III, 8; Kolloquium, 14 tägig, nach Verabredung, *g*. — **Euler**: Elektrotechnische Meßkunde I und II, 2; Elektrische Kraftanlagen I, 2; Übungen im Bau elektrischer Kraftanlagen und Bahnen, 4. — **Große-Leege**: Fernsprechtechnik, 2. —

N. N.: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 5; Anorganisch-chemisches Praktikum, tägl.; Chemisches Kolloquium (mit Eucken, Neumann und Semmler), 14 tägig, 2 *g*. — **Neumann**: Anorganisch-chemische Technologie, 4; Chemisch- und elektrochemisch-technisches Praktikum, tägl. — **Semmler**: Organische Technologie, 3; Organisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Eucken**: Physikalische Chemie I und II, 3; Physikalisch-chemisches Praktikum für Fortgeschrittene, tägl.; Übungen in physikalischer Chemie und Elektrochemie, 4. — **Nauß**: Technische Gasanalyse, 1. —

Dehn: Höhere Mathematik III, 2, Übungen, 2, für Chemiker und Hüttenleute, 3, Übungen, 1. — **Hessenberg**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4; Kinematik, nach Verabredung. — **Steinitz**: Höhere Mathematik I, 5, Übungen, 3; Potentialtheorie, 2. — **Schnee**: Ausgewählte Kapitel der Analysis, nach Verabredung. —

Technische Hochschule Danzig.

Krüger: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärme, Akustik, Optik, 5; Kleines physikalisches Praktikum, 8; Großes physikalisches Praktikum, tägl.; Ausgewählte Kapitel aus der technischen Physik, 1. — **Kalähne**: Einführung in das physikalische Praktikum: Optik, Magnetismus, Elektrizität, 1; Theoretische Ergänzungen zur Experimentalphysik, 2; Photographie und photographische Reproduktionsverfahren, 1, Übungen I für Anfänger, 3, II für Fortgeschrittene, 3; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten im photographischen Laboratorium des Physikalischen Instituts, tägl. — **Roessler**: Elektrotechnik II, 4; Elektrotechnisches Laboratorium II und III, 9; Projektierung elektrischer Anlagen, 2, Übungen, 4; Berechnung und Entwurf elektrischer Maschinen (mit Roth), 2, Übungen, 4. — **Grix**: Elektrische Hausinstallationen und Beleuchtungstechnik, 1; Elektrische Bahnen, 2, Übungen, 4; Schwachstromtechnik, einschließlich Hochfrequenztechnik, 2. — **Roth**: Elektromaschinenbau, 1, Übungen, 4; Elektrotechnische Meßkunde, 2; Apparate und Schalttafelbau, 2, Übungen, 4. — **Föttinger**: Einführung in die Physik der technischen Strömungserscheinungen, mit Demonstrationen, 2. — **N. N.**: Praktische Meteorologie und Luftfahrt, 2. —

Ruff: Anorganische Experimentalchemie, 4; Chemisches Kolloquium (mit v. Wartenberg und Wohl), 2, Übungen, für Fortgeschrittene, *g*; Praktikum im anorganisch-chemischen und elektro-chemischen Laboratorium, tägl. — **Wohl**: Organische Experimentalchemie I, 4; Praktikum im organisch-chemischen Laboratorium und Laboratorium für landwirtschaftliche Gewerbe, tägl. — **v. Wartenberg**: Physikalische Chemie I und II, 2; Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, 3, Übungen, 1; Übungen zur Mathematik, 1; Kleines physikalisch-chemisches Praktikum I und II, 4; Großes physikalisch-chemisches Praktikum, 9. — **N. N.**: Quantitative chemische Analyse, 2. — **Claass**: Chemie und Technologie organischer Farbstoffe, 2. — **Glimm**: Chemie und Technologie der Nahrungs- und Genußmittel, 4; Praktikum für Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel und Gärungsphysiologisches Praktikum, tägl.; Kurse für Gärungsgewerbe, Übungen, mehrere Wochen. — **Jellinek**: Angewandte physikalische Chemie I und II, 2. —

v. Mangoldt: Höhere Mathematik I, 6. — **Lorenz**: Dynamik starrer Körper, 2, Übungen, 2; Festigkeitslehre und Hydraulik, 4, Übungen, 3. — **Schilling**: Darstellende Geometrie, 3, Übungen, 5; Ausgewählte Kapitel der höheren analytischen Geometrie, 1 *g*. — **Sommer**: Höhere Mathematik II, 4, Übungen, 1; Variationsrechnung, 2. — **v. Brunn**: Theorie der Bahnbestimmung der Planeten und Kometen, 2. — **N. N.**: Übungsergebnisse in der Mechanik, 2. — **Eggert**: Geodäsie I, 2, II, 2; Planzeichnen, 2; Geodätisches Praktikum I und II, 2. —

Technische Hochschule Darmstadt.

Schering: Experimentalphysik: Mechanik der festen, flüssigen und gasförmigen Körper, Wärme, Geometrische Optik, Wellenlehre des Lichtes, Akustik, 5; Physikalisches Praktikum (mit Zeißig) I: Allgemeine Physik II: Angewandte Physik, 4 Nachmittage; Selbständige Arbeiten aus dem Gebiete der Physik (mit Zeißig), nach Verabredung; Mechanische Wärmetheorie, 2; Physikalisches Kolloquium (mit Zeißig), 1 *g*. — **Zeißig**: Experimentalphysik: Mechanik der festen, flüssigen und gasförmigen Körper, Wärme, Akustik, Optik, 4; Physikalische Meß- und Instrumentenkunde, 1 *g*; Seismometrie und Anwendungen, 1 *g*; Ausgewählte Kapitel aus der allgemeinen

Physik, 1. — **Meisel**: Theorie der optischen Instrumente I, 2. — **Limmer**: Photographische Übungen A, 3, B, 3; Ausgewählte Kapitel aus der Photographie, 2; Die Herstellung von Lichtbildern und Vergrößerungen, 2; Photographisches Kolloquium, 1 *g*; Grundlagen der Kinematographie, 1, mit Übungen, nach Verabredung. — **Wirtz**: Allgemeine Elektrotechnik I: Elemente der Elektrotechnik, 3; Elektrotechnische Meßkunde II, 2; Übungen im elektrotechnischen Laboratorium (mit Sengel), 4 Tage; Selbständige Arbeiten für Vorgeschrittenere (mit Sengel und Petersen), nach Verabredung; Elektrische Wellen: Hochfrequenztechnik, 2; Radiotelegraphisches Praktikum, für Fortgeschrittenere, nach Verabredung. — **Petersen**: Allgemeine Elektrotechnik II: Gleich- und Wechselstromtechnik, 4, Übungen, 2; Übungen im Hochspannungslaboratorium, 2; Grundzüge der Hochspannungstechnik, 1. — **Sengel**: Konstruktion elektrischer Maschinen und Apparate, 3, Übungen, 3; Elektrische Licht- und Kraftanlagen, 2, Übungen, 2; Elektrische Bahnen, 2. — **Goldschmidt**: Elektrischer Antrieb von Werkzeug-, Bergwerks- und Hüttenmaschinen, 2. — **Eberhardt**: Luftschiffahrt, 2; Flugtechnik, 2; Luftschrauben, 2, Übungen, 6. — **Linke**: Aeronautische Meteorologie, 2. — **Schleiermacher**: Aerodynamik in Beziehung zur Luftfahrt, 2 *g*; Rechenapparate und wissenschaftliches Rechnen, 2 *g*; Elliptische Funktionen, 2 *g*. —

Wöhler: Anorganische Experimentalchemie, 4; Theoretische Chemie I, 2; Kolloquium über chemische Tagesfragen (mit Martin), 1; Chemisches Praktikum für anorganische und physikalische Chemie (mit Heyl, Martin und Schaeffer), tägl. außer Sonnabend. — **Finger**: Organische Experimentalchemie, 4; Ausgewählte Kapitel aus der Chemie der Alkaloide, 2; Praktikum im Laboratorium für organische Chemie (mit Friedlaender), tägl. außer Sonnabend. — **Martin**: Analytische Chemie II, 2; Physikalisch-chemisches Seminar, 2 *g*; Einführung zu den Übungen zur theoretischen Chemie, 2. — **Heuser**: Organische Experimentalchemie, einschließlich Zellulosechemie und Teerfarbenchemie, 4; Organisch-chemisches Praktikum, nach Verabredung; Papier-Färberei-Praktikum, 4. — **Friedlaender**: Zwischenprodukte der Teerfabrikation, 1 *g*. — **Heyl**: Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 2; Bakteriologie und Sterilisationstechnik (mit Schaeffer), Übungen, 2. — **Dieffenbach**: Elektrochemie, 2; Chemische Technologie, 4; Chemisches, chemisch-technisches und elektrochemisches Praktikum (mit Moldenhauer und Sander), tägl. außer Sonnabend. — **Moldenhauer**: Gasanalytische Methoden, mit Übungen, 2; Theorien elektrochemischer Prozesse, 2; Elektrochemische Übungen, 4. — **Vaubel**: Theoretische Chemie I: Stereochemie, 1, Übungen, 3; Die physikalischen und chemischen Methoden der quantitativen Bestimmung organischer Verbindungen, 1; Chemie der Fette und Öle und daran anschließend Firnisse und Lacke, 1 *g*. — **Sonne**: Chemische Technologie der Explosivstoffe, 2. — **Weller**: Untersuchen von Nahrungsmitteln, Genußmitteln und Gebrauchsgegenständen, 8, Übungen, 1. —

Graefe: Trigonometrie, 3, mit Übungen; Höhere Mathematik, 3, Übungen, 2; Geschichte der Mathematik, 1. — **Horn**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 6, Übungen, 4; II, 2, Übungen, 1. — **Dingeldey**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 5, Übungen, 4; Theorie der Fourierschen Reihen und Integrale, 2. — **Wiener**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6; Neuere mathematische Lehren zur Behandlung naturwissenschaftlicher und technischer Aufgaben: Strecken- und Punktrechnung, 2—3; Arbeiten im mathematischen Institut (mit Sulzmann), 3. — **Müller**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6, II, 2. — **Hohenner**: Geodäsie, 4; Höhere Geodäsie, 2; Geodätische Übungen I, 4; Geodätische Ausarbeitungen, 2; Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 2; Praktische Geometrie, 2. — **Assistenten**: Planzeichnen, 4. — **Gasser**: Katastertechnische Berechnungen, 1 *g*. — **Henneberg**: Technische Mechanik, 3, Übungen (mit Graefe), 2; Mechanik II, 6, Übungen (mit Graefe), 2 und 3; Hydrodynamik, 1. — **Blaess**: Ausgewählte Abschnitte aus der technischen Mechanik, 2 *g*. —

Universität Erlangen.

Wiedemann: Experimentalphysik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 2; Physikalisches Halb- und Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Reiger**: Theoretische Physik, 4, Übungen, 1 *g*; Physikalisches Kolloquium (mit Würschmidt und Hauser), 1 *g*. — **Würschmidt**: Geschichte der Physik der neueren Zeit, 2; Vektorenrechnung mit Anwendungen, 2. — **Hauser**: Maschinenkunde für Chemiker und Physiker, 1. —

O. Fischer: Anorganische Experimentalchemie, 5; Praktische Übungen im Chemischen Laboratorium (mit Henrich) a) analytisch-chemische Übungen, b) Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Mediziner (mit Jordis), 4. — **Busch**: Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 3; Grundlagen der Nahrungsmittelchemie, 2; Chemisches Vollpraktikum, tägl., Halbpraktikum, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Nahrungsmittelchemisches Voll- und Halbpraktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Henrich**: Analytische Chemie der Metalle (Experimentalvorlesung zur Ergänzung des analytisch-chemischen Praktikums), mit besonderer Berücksichtigung der Gewichtsanalyse, 3; Ausgewählte Kapitel aus der organischen Chemie, 1. — **Jordis**: Physikalische Chemie I, 2; Chemisches Seminar, 2; Elektrochemisches Praktikum a) Elektroanalyse, 2, b) für Fortgeschrittene, 4. —

Noether: Differentialrechnung und analytische Geometrie, 4; Differentialgeometrie, 3; Übungen im Mathematischen Seminar, *g*. —

Universität Frankfurt a. M.

Wachsmuth: Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik, 5; Über Radioaktivität, 1; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2; Physikalische Übungen für Anfänger, 6, für Mediziner, 4, für Fortgeschrittene, tägl.; Wissenschaftliche Arbeiten, tägl. — **v. Laue**: Theorie der Elektrizität, 4, Übungen, 1; Statistische Mechanik, 2; Leitung physikalisch-wissenschaftlicher Arbeiten, tägl. — **Déguisne**: Der elektrische Gleichstrom: Grundbegriffe und Grundgesetze, 2; Elektrische Meßkunde, 1; Hochfrequenzströme, 1; Kolloquium über die neuere Literatur auf dem Gebiete der angewandten Physik, 14tägig, 2; Kleines elektrotechnisches Praktikum I, 3, II, 3; Großes elektrotechnisches Praktikum, tägl.; Wissenschaftliche Arbeiten, tägl.; Gasmotoren-Praktikum, 2. — **Linke**: Allgemeine Meteorologie, 2; Erdbebenkunde: Seismophysik, 1; Meteorologisch-geophysikalische Übungen, 2; Mond und Wetter, 1. — **Humann**: Theoretische Kapitel aus dem Gebiet der elektrischen Freileitungen und Kabel, 1; Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze, 1. — **Seddig**: Spektralanalyse, 1; Übungen in der optischen Projektion und Anstellung physikalischer Demonstrationen, 14tägig, 2; Wissenschaftliche Photographie, 14tägig, 2; Photographisches Praktikum, 8 oder 4. — **Stern**: Die Entropie, 2. —

Freund: Organische Experimentalchemie mit einer Einleitung in die Grundlehren der anorganischen Chemie, 5; Kolloquium über neue chemische Literatur, 14tägig, $1\frac{1}{2}$; Chemisches Praktikum und Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten: a) organische Abteilung, ganztägig, b) anorganische Abteilung, ganz- oder halbtägig (mit Ebler), für Angehörige der Wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Fakultät (mit Speyer), 2 halbe Tage. — **Lorenz**: Physikalische oder theoretische Chemie II: Verwandtschaftslehre, 3; Ausgewählte Kapitel aus der technischen Elektrochemie (Fortsetzung), 1; Kolloquium über neuere Arbeiten aus dem Gebiete der physikalischen Chemie, 14tägig, 2; Anfänger-Praktikum der physikalischen Chemie, tägl. außer Sonnabend; Übungen aus dem Gesamtgebiet der physikalischen Chemie, einschließlich Elektrochemie, Kolloidchemie, Metallurgie usw., halb- oder ganz-

tägig; Wissenschaftliche Arbeiten, ganztägig. — **Ebler**: Analytische Chemie II, 2; Gasanalyse und Gasvolumetrie, 1; Kolloquium über anorganische und analytische Chemie, 14tägig, 1 1/2; Die Chemie der radioaktiven Substanzen I, nach Verabredung. — **Fleischer**: Chemie der Alkaloide, 1; Synthetische Methoden der organischen Chemie, 2. — **Mayer**: Einführung in die anorganische Chemie auf elementarer Grundlage, 1; Die Zwischenprodukte der Teerfarbenfabrikation: Chemie der Benzolderivate, 2; Praktische Übungen in der Färberei der Textilfasern, 2. — **Speyer**: Ausgewählte Kapitel aus der Chemie der ätherischen Öle, 1. — **Tillmans**: Chemie der menschlichen Nahrungs- und Genußmittel, 2; Praktische Übungen in der Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, Wasser und Abwasser, nach Verabredung. —

Schoenflies: Integralrechnung, 4; Übungen für Anfänger, 1; Allgemeine Einleitung in die höhere Mathematik, 2. — **Bieberbach**: Funktionen von reellen Veränderlichen, 4; Darstellende Geometrie, mit Übungen, 4; Mathematisches Seminar: Vorträge aus der Geometrie der Zahlen, 2. — **Hellinger**: Analytische Theorie der linearen Differentialgleichungen, 4; Fouriersche Reihen, 2; Mathematisches Seminar: Übungen über ausgewählte Abschnitte der Funktionentheorie, 2. — **Brill**: Einleitung in die Mechanik des Himmels, 2. — **Szász**: Theorie und Anwendung der Determinanten, 3. —

Universität Freiburg i. Br.

Himstedt: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Übungen aus der theoretischen Physik, 1 *g*; Physikalisches Praktikum für Mediziner und Pharmazeuten, 3, für Naturwissenschaftler, 6; Physikalisches Kolloquium, 2; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Koenigsberger**: Mathematische Physik, mit Übungen (Schwingung und Leitung), 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Vorbereitung zu Übungen aus der theoretischen Physik, 1. — **Gaede**: Theorie der Elektrizitätsleitung in Gasen, 2; Technisch-physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler: Übungen in der Anfertigung physikalischer Apparate und in der Vorführung von Demonstrationen, 2; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im technisch-physikalischen Institut, tägl. — **Meyer**: Elektrochemie mit Demonstrationen, 2; Photographie mit praktischen Übungen und Demonstrationen, 2; Mechanische Wärmetheorie, 2; Physikalisch-chemisches Übungspraktikum, 2; Selbständige physikalisch-chemische Arbeiten, tägl. —

Gattermann: Anorganische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum: a) für Chemiker, ganztägig, tägl. außer Sonnabend, b) für Nichtchemiker, halbtägig (mit Riesenfeld, Fromm, Meigen, Skita, Heß und Schwarz); Übungen im Experimentieren und Vortragen für künftige Lehrer der Chemie II (organisch) (mit Riesenfeld, Heß und Schwarz), 2 *g*; Chemisches Kolloquium, 1 *g*. — **Kiliani**: Organische Experimentalchemie, 5; Arbeiten und Übungen im chemischen Laboratorium, medizinische Abteilung, tägl.; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Autenrieth und Knoop), 6. — **Autenrieth**: Pharmazeutische Chemie I: Anorganische Chemie, 2; Darstellung und Wertbestimmung offizineller Präparate, 1. — **Knoop**: Physiologische Chemie, 2; Physiologisch-chemisches Praktikum, 3; Einleitung in das chemische Praktikum für Mediziner, 1. — **Riesenfeld**: Anorganische Technologie: Metallurgie, mit Exkursionen, 2; Atom- und Molekulartheorie, zugleich eine Einführung in die Grundlagen der Chemie, 1; Elektrochemisches Praktikum, 2. — **Fromm**: Organische Experimentalchemie, 5; Repetitorium der anorganischen Chemie für Mediziner, 2, Repetition, 1. — **Meigen**: Qualitative Analyse, 3; Übungen im Bestimmen von Mineralien auf chemischem Wege, 2. — **Skita**: Spezielle Kapitel und Methoden der organischen Chemie, für Vorgeschrittenere, 2; Seminar der organischen Chemie, 1. — **Madelung**: Neuere Arbeiten auf den Gebieten der organischen Chemie, 1. — **Heß**: Chemie der natürlichen Farbstoffe, 1. — **Schwarz**: Theorie der quantitativen Analyse, 1; Seminar (Repetitorium) für anorganische Chemie, für Chemiker und Lehramtskandidaten, 1; Chemie der radioaktiven Elemente, für Chemiker und Mediziner, 1. —

Heffter: Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 1 *g*; Seminarübungen: Funktionentheorie, 2 *g*. — **Stickelberger**: Analytische Geometrie des Raumes, 4, Übungen, 1 *g*; Zahlentheorie, 3. — **Seith**: Kegelschnitte, elementar, 2. — **Loewy**: Theorie und Anwendung der Determinanten, 4; Einführung in die Versicherungsmathematik, 2. — **Bolza**: Theorie der partiellen Differentialgleichungen, 3. — **Ansel**: Populäre Astronomie, 2; Himmelsmechanik I, 2; Geographische Ortsbestimmung, mit Übungen, 2. —

Universität Gießen.

König: Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik, 5; Physikalisches Praktikum für Mathematiker und Naturwissenschaftler, 6, für Vorgeschrittene, nach Verabredung, für Chemiker, Mediziner, Pharmazeuten und Landwirte, 3; Leitung selbständiger physikalischer Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium (mit Fromme), 2. — **Cermak**: Handfertigkeitspraktikum, 3; Über Energiestrahlung, 2. — **Fromme**: Geometrische und Physikalische Optik, 3; Theoretisch-physikalische Übungen, 1. — **Aßmann**: Meteorologie einschließlich Aerologie, 2. — **Uller**: Einführung in die Elektrotechnik, 1. — **Peppler**: Meteorologische Optik, 1. — **Jentzsch**: Beugungstheorie der optischen Instrumente, 1; Ballistik, 1. —

Elbs: Organische Experimentalchemie, 1; Chemisches Praktikum, tägl.; Chemische Übungen für Landwirte, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner und Veterinärmediziner (mit Brand), 5; Pharmazeutisch-chemische und nahrungsmittelchemische Übungen (mit Feist), tägl. — **Schaum**: Anorganische Chemie, 5; Physikalische Chemie, für Vorgeschrittene, 1 *g*; Physikalisch-chemische Übungen, 3; Physikalisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Brand**: Experimentelle Elektrochemie, allgemeiner Teil, 2; Technologie der Farbstoff- und Heilmittelzwischenprodukte, 1. — **Feist**: Pharmazeutisch-chemische Präparate, organischer Teil, 3; Untersuchung von Trinkwasser und Harn, 2. — **v. Liebig**: Grundanschauungen der Chemie in ihrer geschichtlichen Entwicklung, 1 *g*. — **Thomae**: Kolloidchemie und Ultramikroskopie, 1; Pharmazeutische Geheimmittel und ihre Untersuchung, 1; Die Analyse von Erzen, Mineralien, Gesteinen und Wässern, 1; Kolloidchemisches und ultramikroskopisches Praktikum, tägl.; Kolloidchemische und ultramikroskopische Übungen, 2. —

Engel: Integralrechnung, 4, Übungen, 1; Seminar: Differentialgleichungen, 2 *g*. — **Schlesinger**: Elementare Algebra, 3; Analytische Mechanik, 4; Seminar: Differentialgleichungen, 1. — **Graßmann**: Darstellende Geometrie I, 3, Übungen, 4; Analytische Geometrie des Raumes, 1, Seminar, 14tägig, 1. —

Universität Göttingen.

Rausch v. Traubenberg: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, Wärme, 4; Praktische Übungen im physikalischen Institut (mit Debye u. Simon), 4; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. außer Sonnabend. — **Voigt**: Optik, 4; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, nach Verabredung *g*; Mathematisch-physikalisches Seminar: Ausgewählte Kapitel der Optik mit Übungen, 2 *g*. — **Wiechert**: Vermessungswesen, theoretischer Teil: Geodäsie, Markscheidekunst, Nautik, Aeronautik, Rechnungsmethoden, 4; Geophysikalisches Praktikum, nach Verabredung; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge über Fragen der Geonomie: Geophysik und Geodäsie, 1 *g*; Mechanik, 4. — **Prandtl**: Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der Mechanik, einschließlich der Aerodynamik und der Thermodynamik, tägl.; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge über Fragen der Aerodynamik (mit Runge),

2 *g*. — **Simon**: Einführung in die Elektrotechnik, mit Demonstrationen, 2; Schwingungs- und Resonanzerscheinungen in Physik und Technik, 4; Elektrotechnisches Praktikum, 3; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen auf dem Gebiete der angewandten Elektrizität, tägl.; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge über angewandte Elektrizität, 2 *g*. — **Debye**: Thermodynamik, 4; Elektronen und Ionen, 1; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Mathematisch-physikalisches Seminar: Seminarübungen über Struktur der Materie (mit Hilbert), 2 *g*, Physikalische Besprechungen, 2 *g*. — **Hertz**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, 3; Strahlungstheorie, 2. — **Rausch v. Traubenberg**: Radioaktivität, 2. —

Windaus: Allgemeine Chemie I: Anorganische Experimentalchemie, 6; Chemische Übungen und wissenschaftliche Arbeiten (mit Mannich, Kötz, Borsche, Sielisch), tägl. außer Sonnabend; Chemisches Kolloquium für Fortgeschrittene, 1 *g*. — **Tammann**: Physikalische Chemie I, 2; Physikalisch-chemische Arbeiten, ganz- und halbtägig; Physikalisch-chemisches Praktikum für Anfänger, 4 Wochen; Kolloquium, 1 *g*. — **Zsigmondy**: Kolloidchemie, 1 *g*; Besprechung hervorragender Arbeiten auf dem Gebiete der anorganischen Chemie, 1; Praktikum der anorganischen und der Kolloidchemie, ganz- und halbtägig. — **Mannich**: Nahrungsmittelchemie, 1½; Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 3; Praktische Übungen in pharmazeutischer, toxikologischer und Nahrungsmittelchemie, für Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Kolloquium über pharmazeutische Chemie, 1 *g*. — **Coehn**: Anwendungen der physikalischen Chemie auf technische Prozesse, 1; Photographisches Praktikum, für Anfänger und Fortgeschrittene, 3; Photochemische Arbeiten, ganz- und halbtägig. — **Borsche**: Einführung in die Chemie, anorganischer Teil, 4; Chemische Technologie anorganischer Verbindungen III: Metallurgie, 2. — **Vogel**: Einführung in die Metallographie, 1; Metallographisches Praktikum, 3. —

Hilbert: Differentialgleichungen, 4. — **Klein**: Mathematisch-physikalisches Seminar: Fortsetzung der Vorträge über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert, 2 *g*. — **Runge**: Darstellende Geometrie mit Übungen, 5; Differential- und Integralrechnung II, mit Übungen, 6. — **Landau**: Algebra, 4; Mathematisch-physikalisches Seminar: Mathematische Seminarübungen, 1 *g*. — **Hartmann**: Allgemeine Astronomie, 2; Leitung astronomischer und astrophysikalischer Arbeiten für Fortgeschrittene, 12; Astronomisches Seminar: Besprechung neuerer Literatur, 2 *g*. — **Carathéodory**: Kurven und Flächen, 4; Ausgewählte Kapitel aus der Funktionentheorie, 2 *g*; Übungen für mittlere Semester, 2. — **Bernstein**: Mathematische Statik, 3; Versicherungsrechnung mit Übungen, 2: Vorträge über ausgewählte Gegenstände der Mathematischen Statistik, 2 *g*. — **Ambronn**: Elemente der Bahnbestimmung der Kometen und Planeten, 2; Einfache Übungen im astronomischen Beobachten für Anfänger und Lehramtskandidaten, 2 Vormittage; Übungen im Berechnen von Kometen und Planeten-Bahnen, 14tägig, 3 *g*; Leitung selbständiger astronomischer Arbeiten für Fortgeschrittene, tägl. —

Universität Graz.

Benndorf: Experimentalphysik I, 5; Physikalische Übungen I, für Chemiker und Naturhistoriker, 6 *g*, II, für Mathematiker und Physiker, 6 *g*; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, *g*; Physikalisches Konversatorium: Besprechung von neueren Arbeiten, 14tägig, 2 *g*. — **Streintz**: Die neuere Entwicklung der Wärmelehre, 2. — **Rosenberg**: Übungen in der Anstellung physikalischer Schulversuche, 3 *g*. —

Scholl: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 5; Chemische Übungen für Anfänger (mit Skrabal), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4, für Lehramtskandidaten, tägl., für Vorgeschrittene, tägl.; Stereochemie, 1 *g*. — **Kremann**: Physikalische Chemie I, 2; Physikalisch-chemische Arbeits- und Meßmethoden, 3; Physikalisch-chemisches, elektrochemisches und metallographisches Praktikum, 20. — **Skrabal**: Pharmazeutische Chemie, 4; Analytische Chemie, 1; Praktikum aus anorganischer und analytischer Chemie für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend. — **v. Hemmelmayr**: Ausgewählte Kapitel aus der chemischen Technologie: Gärungsindustrien, Kautschuk, mit Besichtigung von Fabriksanlagen, 2; Experimentierübungen (chemische Schulversuche) für Lehramtskandidaten, 2. —

v. Dantscher: Analytische und projektivische Geometrie der Ebene, 5; Mathematisches Seminar I, 2 *g*. — **v. Daublebsky**: Differential- und Integralrechnung, 5; Elementarmathematik I, 2; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **Streißler**: Darstellende Geometrie III: Zentrale Projektionsmethode, 3. — **Brell**: Statistische Mechanik, 3. — **Hillebrand**: Sphärische Astronomie, 3; Praktische Astronomie, mit Übungen an der Sternwarte, 2. —

Universität Greifswald.

Mie: Experimentalphysik II: Elektrizität, Optik, 5; Physikalische Übungen für Naturwissenschaftler, 6, Erläuterungen, 1 *g*; Physikalisches Praktikum für Mediziner und Pharmazeuten, 2; Leitung selbständiger physikalischer Untersuchungen, tägl. —

Dimroth: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum: a) anorganische Abteilung, b) organische Abteilung (mit Posner), c) für Pharmazeuten und Nahrungsmittelchemiker (mit Scholtz), tägl. außer Sonnabend, d) für Mediziner, 4, Erläuterungen, ½ *g*. — **Scholtz**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 3; Ausmittelung der Gifte, 1; Pharmazeutisches Kolloquium, 1 *g*. — **Roth**: Physikalische Chemie, mit Ausschluß der Elektrochemie und Radioaktivität, 2; Qualitative Analyse, 2; Physikalisch-chemische Übungen, 3½ oder 7½; Besprechung ausgewählter physikalisch-chemischer Arbeiten, 1 *g*. — **Posner**: Chemie der Benzolderivate, 2; Besprechung neuerer Arbeiten aus dem Gebiete der organischen Chemie, 1 *g*. —

Hausdorff: Funktionentheorie: Funktionen von komplexen Veränderlichen, 4, Übungen, 1 *g*; Algebraische Gleichungen, 2; Mathematisches Seminar: Vorträge und Übungen für mittlere und höhere Semester (mit Thaer), 2 *g*. — **Thaer**: Analytische Geometrie der Ebene mit Übungen, 4; Mechanik I, mit Übungen, 4. —

Universität Halle.

Dorn: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 4; Linsentheorie, Interferenz und Beugung, 2 *g*; Physikalisches Laboratorium: a) Übungspraktikum, 6, b) Halbpraktikum, 3, c) Arbeiten von Geübten, tägl. — **Schmidt**: Einleitung in die theoretische Physik, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, ganztägig; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **Wigand**: Über Elektronen und Ionen, 1; Physikalisches Handfertigkeits-Praktikum, 3. —

Erdmann: Chemische Technologie I: Wärmeerzeugung, Kälteerzeugung, chemische Großindustrie, 2; Praktische Übungen im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. außer Sonnabend; Praktischer Kursus in Gasanalyse, Heizwertbestimmungen und technischer Analyse, 4. — **Schneidewind**: Technologie der Kohlehydrate: Zuckerfabrikation, 1 *g*, Spiritusfabrikation, 1; Agrikulturchemie I: Die Ernährung der landwirtschaftlichen Kulturpflanzen, Bodenkunde und Düngerlehre, 4; Exkursionen und Demonstrationen, nach Verabredung *g*. — **Schulze**: Darstellung und Prüfung der Arzneimittel II, 2; Die wichtigsten Alkaloide, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Pharmazeuten, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4. — **Baumert**:

Gerichtliche Chemie, 2; Einführung in die gerichtlich-chemische Analyse, 1 *g*; Praktische Übungen im Laboratorium für Nahrungsmittelchemie, tägl. außer Sonnabend; Gerichtlich-chemisches Praktikum, 3. — **Tubandt**: Grundzüge der physikalischen Chemie, 2; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Kleines physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, 4. —

Wangerin: Synthetische Geometrie, 3; Analytische Mechanik II, 2; Anwendungen der elliptischen Funktionen, 3; Übungen des Mathematischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Gutzmer**: Zahlentheorie, 4; Übungen des Mathematischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Eberhard**: Analytische Geometrie des Raumes, 4, Übungen, 1 *g*. — **Buchholz**: Grundlagen der höheren Geodäsie, 1; Störungstheorie, 2. — **Pfeiffer**: Integralrechnung, mit Übungen, 5; Darstellende Geometrie, 4, Übungen, 4 *g*. —

Technische Hochschule Hannover.

Precht: Experimentalphysik, 4; Arbeiten im Laboratorium der Physik (mit Leithäuser), 4. — **Leithäuser**: Grundzüge der Physik, 3; Praktische Physik, 2; Photographie, 4. — **Kohlrausch**: Grundzüge der Elektrotechnik, 3; Theoretische Elektrotechnik, 4; Elektrotechnisches Laboratorium (mit Beckmann, Brückmann und Hölter) I, 8, II, 16, III für Maschineningenieure, 8; Elektrotechnisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **Heim**: Elektrische Anlagen I: Einzelanlagen (mit Helsing), 3, Übungen, 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen und Transformatoren (mit Helsing), 2, Übungen, 2; Elektrische Bahnen, Elektrotechnischer Teil, 2; Elektrische Kraftübertragung, 2. — **Beckmann**: Praktische Elektrotechnik für Anfänger II, 1; Elektrotechnische Meßkunde I 2, 2; Die Wickelungen der elektrischen Maschinen, 1 *g*. — **Brückmann**: Turbogeneratoren, 1 *g*; Elektrotechnisches Seminar, 1. —

Seubert: Anorganische Chemie, 4; Arbeiten im Laboratorium der anorganischen Chemie (mit Eschweiler, Seybold und Sauermilch), tägl. außer Sonnabend. — **Eschweiler**: Analytische Chemie, 3. — **Behrend**: Organische Chemie, 3; Arbeiten im Laboratorium der organischen Chemie (mit Ingebrigtsen und Nottbohm), tägl. außer Sonnabend. — **Ost**: Grundzüge der chemischen Technologie, 2; Allgemeine chemische Technologie, 4, Übungen im Skizzieren, 2; Arbeiten im Laboratorium der technischen Chemie (mit Matthies), tägl. außer Sonnabend. — **Bodenstein**: Physikalische Chemie, 3; Elektrochemische Übungen (mit Braune), 4; Arbeiten im elektrochemischen Institut (mit Braune), tägl.; Übungen in der Elektroanalyse (mit Braune), 7. — **Jänecke**: Unsere Kalilager, 1; Die physikalische Chemie der heterogenen Gleichgewichte: Phasenlehre, 1. —

Kiepert: Höhere Mathematik I (mit Prange), 6, Übungen, 2, Repetition, 1, III, 2; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Theorie der elliptischen Funktionen, 3. — **Müller**: Höhere Mathematik II A (mit Prange), 6, Übungen, 2; Geschichte der technischen Mechanik seit Newton, 1; Variationsrechnung, 3; Mathematisches Seminar (mit Rodenberg und Salkowski), 2 *g*. — **Salkowski**: Grundzüge der höheren Mathematik, 3, Übung, 1; Praktische Mathematik, 2, Übungen, 2; Vektoranalysis, 2. — **Rodenberg**: Darstellende Geometrie II (mit Richter und Morin), 3, Übungen, 6. — **Petzold**: Algebraische Analysis und Trigonometrie, 3. — **Oertel**: Geodäsie I (mit Petzold), 4, Übungen, 2, II: Ingenieur-Geodäsie, 2, Übungen, 2; Höhere Geodäsie, 2. — **Pröll**: Mechanik I: Grundzüge der Mechanik, 3, Übung, 1, II: Dynamik und Hydrodynamik, 4, Übung, 1, III: Elastizitäts- und Festigkeitslehre, Statik der Baukonstruktionen, 3, Übung, 1; Aeromechanik in ihrer Anwendung auf Motorluftschiffe und Flugzeuge, 1. —

Universität Heidelberg.

Lenard: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 4; Physikalisches Praktikum (mit Becker), 6; Wissenschaftliche Arbeiten Fortgeschrittener im physikalischen und radiologischen Institut (mit Becker), tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Seminar und Kolloquium, 1 *g*. — **Becker**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 4; Theoretisch-physikalische Übungen, 1 *g*. — **Schmidt**: Photographisches Praktikum für Anfänger und für Vorgeschrittene, mit Exkursionen, 2. —

Curtius: Experimentalchemie II: Organische Verbindungen, 4, Metalle, 2; Chemisches Praktikum für Anfänger und für Geübtere in anorganischer, organischer, physikalischer, analytischer und pharmazeutischer Chemie (mit Jannasch, Trautz und Müller), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, halbtägig. — **Jannasch**: Gewichtsanalyse, 2; Chemische Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 1. — **Müller**: Gasanalytisches Praktikum (mit Müller), 4; Analytisches Praktikum zur Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 5. — **Knoevenagel**: Chemie der Benzolderivate: Chemie und Technologie der Teerfarbstoffe. — **Trautz**: Physikalische Chemie I: Elektrochemie, Thermochemie, Konstitution der Materie, chemische Gleichgewichte, 3; Physikalische Chemie der Explosivstoffe, 1; Praktische Einführung in die physikalische und Elektrochemie, 4—6 Wochen. — **Krafft**: Anorganische Chemie, 4; Praktisch-chemische Übungen und Arbeiten im Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Anfängerpraktikum, 5 oder 3 halbe Tage; Ferienkurse: Chemisches Praktikum, 4 Wochen. — **Stollé**: Qualitative Analyse; Pharmazeutische Chemie II (organisch). — **Mohr**: Stereochemie, 1. — **Muckermann**: Analytische Methoden offizineller Arzneimittel; Wasser- und Harnanalyse. — **Müller**: Gasanalyse und Gasvolumetrie, 1, Praktische Übungen, 2. —

Stäckel: Krumme Linien und Flächen, 4; Mathematisches Oberseminar (mit Perron), 2; Mathematisches Unterseminar: Übungen zur Flächentheorie, 1. — **Perron**: Algebra, 4; Theorie der Funktionen einer reellen Veränderlichen, 4; Mathematisches Unterseminar. — **Wolf**: Spektralanalyse I, 3 *g*. — **Koenigsberger**: Differential- und Integralrechnung II, 4; Variationsrechnung, 1. — **Koehler**: Determinantentheorie, 2. — **Vogt**: Analytische Geometrie des Raumes, 4. — **Bopp**: Relativitätstheorie, 2. —

Universität Jena.

Wien: Experimentalphysik II, 4; Praktikum (mit Auerbach); Kolloquium, 1 *g*; Spezialuntersuchungen (mit Straubel und Auerbach), tägl. — **Auerbach**: Thermodynamik: Theorie der Wärme, 4; Ausgewählte Kapitel der Kriegstechnik, allgemeinverständlich, 1. — **Straubel**: Geometrische Optik II, 1. — **Ambronn**: Einleitung in die Theorie des Mikroskops, 2; Übungen in der Handhabung des Mikroskops und seiner Nebenapparate, 2; Mikrophotographie und Projektion, 1. —

Knorr: Allgemeine Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Wolff): a) Vollpraktikum, 30, b) Halbpraktikum, 15, c) Mediziner-Vollpraktikum, 6, d) Mediziner-Halbpraktikum, 3; Chemisches Praktikum im organischen Laboratorium und Anleitung zu chemischen Spezialuntersuchungen (mit Schlenk und Schneider), 40. — **Wolff**: Analytische Chemie, 3; Elektrolyse und elektrolytisches Praktikum, 2. — **Immendorff**: Agrikulturchemie I: Pflanzenernährungslehre, 3, II: Tierernährungslehre, 2; Grundzüge der organischen Chemie, für Landwirte, 1; Chemisches Praktikum für Landwirte, großes und kleines; Agrikulturchemisches Seminar für Fortgeschrittene, 14tägig, 2. — **Vongerichten**: Chemische Technologie, anorganischer Teil, inkl. Heizstoffe, 2; Technisch-chemisches Praktikum, halb- und ganztägig; Kursus für Nationalökonomen, 4; Technisch-chemische Analyse: Heizwertbestimmung, Färberei usw. — **Matthes**: Pharmazeutische Chemie I: Anorganische Chemie, 3; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum: Untersuchung und Darstellung chemisch-pharmazeutischer Präparate, Ausmittelung der Gifte, halbtägig; Praktische und theoretische Übungen aus dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie, tägl. — **Marc**: Physikalische Chemie I, 2; Phy-

sikalisch-chemisches Praktikum, ganz- und halbtägig. — **Schlenk**: Chemie der Benzolreihe, 2. — **Schneider**: Chemie der hydroaromatischen Verbindungen, 1. — **Kappen**: Die agrikulturchemischen Untersuchungsmethoden: Boden-, Düngemittel- und Futtermittelanalyse, 1; Chemische Technologie der landwirtschaftlichen Nebengewerbe, 1. —

Haußner: Differential- und Integralrechnung II, mit Übungen, 5; Raumkurven und krumme Flächen, 5, Seminar, 1 *g*; Proseminar: Anwendungen der Differentialrechnung, 1 *g*. — **Koebe**: Analytische Geometrie des Raumes, mit Proseminar, 3; Elementare partielle Differentialgleichungen, 4; Analytische Mechanik I, 2; Seminar über partielle Differentialgleichungen, konforme Ausbildung, analytische Mechanik. — **Thomae**: Besondere ebene Kurven, 1 *g*. — **Frege**: Grundlagen der Arithmetik, 4; Begriffsschrift, 1 *g*. — **Knopf**: Sphärische Astronomie, 2; Interpolationsrechnung und mechanische Quadratur, 1. — **Winkelmann**: Graphische Statik, mit Übungen, 4; Mathematische Näherungsmethoden mit numerischen und graphischen Übungen, 4. —

Technische Hochschule Karlsruhe.

Lehmann: Physik, 4, Ergänzungen, 2; Physikalisches Laboratorium (mit Schachenmeier), 6; Seminar für Experimentalphysik, 2 *g*; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im physikalischen Laboratorium, nach Verabredung. — **N. N.**: Mathematische Physik, 3; Repetitorium der Physik, 2. — **Schachenmeier**: Optik mit besonderer Berücksichtigung der Elektronentheorie, 2. — **Schmidt**: Photographisches Praktikum, für Anfänger und Vorgeschrittene, 2. — **Richter**: Elektromaschinenbau I: Grundlagen, Gleichstrommaschinen, Transformatoren, 5; Übungen im Konstruieren elektrischer Maschinen und Apparate, 4; Elektrotechnisches Laboratorium II, 6, für Vorgeschrittene (mit Schleiermacher, Schwaiger und Hausrath), 8; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **Schleiermacher**: Grundlagen der Elektrotechnik und Meßkunde, 3; Theoretische Elektrizitätslehre, 3; Elektrotechnisches Laboratorium I, 6. — **Schwaiger**: Elektromotorische Betriebe, einschließlich Bahnen, 2; Elektrische Kraftwerke und Schaltanlagen, 2; Schalt- und Regulierapparate, 1; Nichtstationäre elektrische Vorgänge und Hochspannungstechnik, Übungen, 2; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **Teichmüller**: Allgemeine Elektrotechnik, 2; Elektrotechnisches Seminar, 2; Übertragung und Verteilung elektrischer Energie: Leitungen, 2, Übungen, 2; Energieversorgung des Landes, 1; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **Hausrath**: Drahtlose Telegraphie, 2; Schwachstromtechnik, 2; Besichtigung von Schwachstromanlagen, nach Verabredung. — **Thomälen**: Theorie der Wechselströme, 2, Übungen, 2. — **Schultheiß**: Meteorologie: Klimatologie, 1. —

Engler: Anorganische Experimentalchemie, 4; Organisch-chemisches Kolloquium (mit Franzen), 1; Spezielle Kapitel der allgemeinen Chemie, 1; Chemisches Laboratorium, 5 Tage. — **Bredig**: Physikalische Chemie I, 2; Überblick über die theoretische und technische Elektrochemie, 3; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Kolloquium für Vorgeschrittene, 2; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Laboratorium, 5 Tage; Physikalisch-chemischer und elektrochemischer Einführungskurs. — **Bunte**: Chemische Technologie I: Zuckerfabrikation, Gärungsgewerbe, Brauerei, Brennerei usw., 2, II: Wasser, Beleuchtungstechnik, 2; Metallurgie, 1; Brennstoffe und industrielle Feuerungen, 1; Übungen in der Technischen Analyse (mit Eitner), 4 und 3, für Vorgerücktere, tägl.; Gaschemische Übungen, 2; Arbeiten im chemisch-technischen Laboratorium, 5 Tage; Technologische Exkursionen. — **Franzen**: Organische Chemie II, 2; Besprechung neuerer Arbeiten auf dem Gebiete der organischen Chemie, 1. — **Askenasy**: Prozesse der elektrochemischen Großindustrie II und Bau und Betrieb der Akkumulatoren, 2. — **Dieckhoff**: Organische pharmazeutische Chemie, 2; Gerichtliche Chemie, 2. — **Eitner**: Methoden der technischen Analyse, 2, Übungen (mit Bunte), 4; Ausgewählte Kapitel der technischen Analyse, 1, Übungen (mit Bunte), 3; Spezielle Technologie der Gasbeleuchtung I und II, 1, Übungen, 4. — **Koenig**: Analytische Chemie II: Physikalisch-chemische Grundlagen der Analyse, 2. — **Reis**: Photochemie I: Strahlungslehre, 2. — **Rupp**: Chemische und mikroskopische Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln sowie Gebrauchsgegenständen, 2. — **Steinkopf**: Methoden der organischen Chemie, 1; Chemie der heterozyklischen Verbindungen I und II, 1. — **Terres**: Chemie der Gase, 2. — **Ubbelohde**: Industrie der Fette und Harze, 2; Über Patentwesen, 1. — **N. N.**: Chemie der Faserstoffe und Farbstoffe I, 2, Übungen, 2. —

Disteli: Darstellende Geometrie I und II, 4, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 2. — **Fueter**: Höhere Mathematik II, 3; Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Anwendungen auf Versicherungswissenschaft, 2. — **Heun**: Mechanik I und II, 4, Übungen, 2; Mechanisches Seminar, 3 *g*. — **Krazer**: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2. — **Haupt**: Übungen in den Grundlehren der höheren Mathematik, 2; Arithmetik und Algebra, 2, Übungen, 1; Ebene und sphärische Trigonometrie, 2, Übungen, 1. — **Noether**: Elemente der Mechanik, 3, Übungen, 1; Elastizitätstheorie, 2. — **N. N.**: Elementare und analytische Geometrie der Ebene und des Raumes I und II, 2, Übungen, 1. — **Haid**: Praktische Geometrie, 3; Höhere Geodäsie, 3; Geodätisches Praktikum I, 2, III, 3; Methode der kleinsten Quadrate, 2. — **Bürgin**: Katastervermessung II, Feldbereinigung, 2, Übungen, 4; Repetitorium der praktischen Geometrie, 2; Plan- und Terrainzeichnen, 2 und 4; Ausarbeitung der großen geodätischen Exkursion, 2. — **Stutz**: Organisation der Katastervermessung, 2, Übungen, 1. —

Universität Kiel.

Dieterici: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger: a) Mathematiker und Naturwissenschaftler, 8, b) Mediziner und Pharmazeuten, 4; Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene, tägl. — **Weber**: Elektrodynamik, 4; Photometrie, 1; Theorie physikalischer Messungsapparate, mit Übungen, 1; Ausgewählte physikalische Messungen und Untersuchungen, tägl. außer Sonnabend. — **Zahn**: Grundzüge der elektromagnetischen Lichttheorie, 1. — **Martienssen**: Einführung in die Elektrotechnik, 2. —

Harries: Organische Experimentalchemie, 4; Chemisches Praktikum I, anorganische Abteilung (mit Mumm), tägl. außer Sonnabend, II, organische Abteilung, tägl.; Chemische Gesellschaft: Vorträge über neue Arbeiten auf allen Gebieten der Chemie (mit Rügheimer, Feist, Mumm, Preuner, Horrmann und Freudenberg), 2 *g*. — **Rügheimer**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 3; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Berend**: Geschichte der Chemie, 1 *g*. — **Feist**: Chemie der Benzolderivate, 2; Überblick über die Technologie der Zuckerindustrie, Gärungsgewerbe, Petroleum- und andere Brennstoffindustrien usw., 1. — **Mumm**: Chemie der Metalle, 3. — **Stoehr**: Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 1. — **Preuner**: Thermochemie, 2; Elektroanalytische Übungen, 2 Wochen. — **Horrmann**: Über Alkaloide und deren Ermittlung bei Vergiftungsfällen, 1. —

Pochhammer: Analytische Geometrie des Raumes, 4; Bestimmte Integrale, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 1 *g*. — **Harzer**: Theorie der Bahnbestimmungen, 3, Übungen, 1 *g*. — **Jung**: Differential- und Integralrechnung II, mit Übungen, 5; Analytische Mechanik, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 1 *g*. — **Kobold**: Theorie der Finsternisse, 2, Übungen, 14tägig, 2 *g*. — **Toeplitz**: Höhere Algebra, 4; Übungen für mittlere Se-

mester, 2; Mathematische Miszellen, 1 *g*. — **Neuendorff**: Graphische und numerische Methoden mit Übungen, 5; Übungen und Vorträge aus der angewandten Mathematik, 1 *g*. —

Universität Königsberg.

Kaufmann: Experimentalphysik II: Optik, Magnetismus, Elektrizität, 5, Ergänzungen, für Physiker und Mathematiker, 1 *g*; Physikalische Übungen, 6; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Volkmann**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 4, Ergänzungen und Übungen, 1 *g*; Physikalisch-praktische Übungen und Arbeiten für Anfänger und Vorgerückte, 6. — **Hoffmann**: Molekularphysik, 1. —

Klinger: Metalle und Salze, 1; Organische Chemie, auch für Anfänger, 4; Praktikum für Mediziner, 2 Nachmittage; Chemisches Praktikum (mit Blochmann und Eisenlohr), tägl. außer Sonnabend; Besprechung neuerer Arbeiten (mit Blochmann, Eisenlohr und Sonn), 1 *g*. — **Stutzer**: Chemie für Landwirte, 3; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Fütterungslehre, 2 *g*. — **Rupp**: Pharmazeutische Chemie, 2; Untersuchung von Trinkwasser und Harn, 1; Übungen im pharmazeutisch-chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-wissenschaftliches Kolloquium, 1 *g*. — **Blochmann**: Maßanalyse: Titriermethoden, 2; Ausgewählte Kapitel aus der technischen Chemie, 1 *g*. — **Eisenlohr**: Photochemie, 1; Theorien der Chemie, 1 *g*. — **Goy**: Kurzer Abriß der landwirtschaftlichen Chemie, 2; Die Untersuchung landwirtschaftlich und gewerblich wichtiger Stoffe. —

Meyer: Analytische Raumgeometrie, mit Übungen, 4; Höhere Raumgeometrie, mit Übungen, 4. — **Battermann**: Sphärische Astronomie, 2; Allgemeine Astronomie, 1 *g*. — **Boehm**: Differential- und Integralrechnung II, mit Übungen, 4; Theorie der Funktionen reeller Veränderlicher und der Fourierschen Reihen, mit Übungen, 3; Seminar, 1 *g*. — **Kaluza**: Darstellende Geometrie, mit Übungen, 4; Determinanten, 2; Ausgewählte Kapitel der angewandten Mathematik, 2. —

Universität Leipzig.

Wiener: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, Licht, 5, Mathematische Ergänzungen, 1; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene (mit Scholl und Füchtbauer), tägl.; Physikalisches Praktikum (mit Füchtbauer), 3, 6 oder 9, für Mediziner und Pharmazeuten, 3; Physikalisches Kolloquium (mit Des Coudres), 2 *g*. — **Des Coudres**: Einleitung in die theoretische Physik, 4, Übungen, 1 *g*; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene (mit Fredenhagen), tägl. — **Bjerknes**: Ausgewählte Kapitel aus der Dynamik und Thermodynamik der Atmosphäre, 2; Selbständige Arbeiten im Geophysikalischen Institut, für Vorgeschrittene (mit Wenger), tägl.; Praktische Einführung in graphisch-mathematische Methoden mit Anwendungen (mit Wenger), 2; Geophysikalisches Kolloquium (mit Wenger), 2 *g*. — **v. Oettingen**: Das duale Harmoniewesen auf Grund der reinen Stimmung nebst Analyse klassischer Tonwerke, 2 *g*. — **Fischer**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften (Differential- und Integralrechnung), mit Übungen, für Mediziner und Chemiker, 3; Über die Wirkung der Muskeln, 1. — **Scholl**: Elektrotechnisches Praktikum, 3. — **Marx**: Gasentladungen, 2. — **Fredenhagen**: Maxwellsche Theorie auf experimenteller Grundlage, 2. — **Haas**: Geschichte der Physik von ihren Anfängen bis zum Ende des 18. Jahrhunderts, 2 *g*; Selbständige geschichtlich-physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene, nach Verabredung, *g*. — **Jaffé**: Einführung in die Vektoranalysis, 1 *g*. — **Lilienfeld**: Erzeugung und Anwendung der Röntgenstrahlen, 1 *g*. — **Füchtbauer**: Pädagogisch-physikalisches Praktikum, für Lehramtskandidaten, 3. — **Donner**: Handfertigkeitsunterricht in der Institutswerkstätte, 3. —

Hantzsch: Organische Experimentalchemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Schaefer), für Chemiker, Pharmazeuten, Mathematiker, Naturwissenschaftler und Landwirte, tägl.; Anorganisch-chemisches Praktikum (mit Schaefer), 6 *g*; Chemisches Praktikum für Mediziner und Zahnärzte (mit Schaefer), 6; Organisch-chemisches Vollpraktikum (mit Reddelien), tägl.; Chemisches Praktikum für Fortgeschrittene (mit Stobbe, Rassow, Schaefer und Reddelien), tägl. — **Le Blanc**: Physikalische Chemie I (ausschließlich Elektrochemie), 4; Chemisches Praktikum für Anfänger: Analytische und präparative anorganische und organische Arbeiten, tägl.; Physikalisch-chemisches Praktikum (photographisch-chemisches mit Weigert, elektrochemisches und kolloidchemisches mit Böttger), tägl.; Physikalisch-chemischer Einführungskurs, Darstellung elektrochemischer Präparate (mit Schall), 4 oder 8. — **Paal**: Anorganische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum, analytisch-anorganisch und organisch, für Chemiker, Mathematiker, Naturwissenschaftler und Landwirte (mit Scheiber, Sieverts, Deußen und Waentig), tägl.; Arbeiten auf dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie (mit Deußen und Waentig), tägl.; Pharmazeutisch-chemisch-toxikologisches Praktikum (mit Deußen und Scheiber), tägl.; Chemisches Praktikum für Mediziner und Zahnärzte (mit Sieverts und Waentig), 6; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere (mit Heller, Deußen, Scheiber, Sieverts und Waentig), tägl.; Chemisch-technisches Praktikum (mit Heller), tägl. — **Stobbe**: Spezielle organische Chemie: Die heterozyklischen Verbindungen, mit besonderer Berücksichtigung der Alkaloide und der künstlichen Heilmittel, 1; Mehrkernige aromatische Verbindungen: Gruppe des Diphenyls, der Polyphenylmethane, des Naphthalins, Anthracens usw., 1. — **Wagner**: Experimentelle Einführung in die Chemie auf physikalischer Grundlage, 1, Ergänzung, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Lehrer: Schulversuche, Analyse und Präparate, tägl.; Didaktische Besprechungen: Elektrochemie, 1 *g*. — **Rassow**: Chemische Technologie, organische Betriebe: Zucker, Stärke, Gärungsgewerbe, 2; Technologische Exkursionen, *g*; Chemisch-technologisches Praktikum, ganz- oder halbtägig; Die Gewinnung und Verwendung der wichtigsten Gebrauchsmetalle: Eisen, Kupfer, Zink, Zinn, Nickel, Silber, 1 *g*. — **Weigert**: Photochemische Probleme, 1 *g*; Spektroskopie, 1; Photochemische und photographische Übungsmethoden, mit praktischen Übungen, 4. — **Schall**: Ausgewählte Kapitel der elektrochemischen Technik II, 1 *g*. — **Böttger**: Wissenschaftliche Grundlagen der analytischen Chemie: Übersicht über die gesamte qualitative und quantitative Analyse, 2. — **Heller**: Allgemeine und technische Chemie, organischer Teil, 2. — **Scheiber**: Arzneimittelprüfung, 1. — **Sieverts**: Einführung in die Metallographie mit Übungen, 3. — **Deußen**: Qualitative Analyse, 1. — **Schaefer**: Spezielle anorganische Chemie unter Berücksichtigung neuerer Forschungen, mit Demonstrationen I, 2. — **Reddelien**: Neuere Theorie und Forschungsergebnisse der organischen Chemie, 1. —

Bruns: Himmlische Mechanik, 4; Praktische Arbeiten in der Sternwarte, *g*. — **Hölder**: Differential- und Integralrechnung, 5, Übungen, 1 *g*; Elliptische Modulfunktionen, 2.*— **Rohn**: Differentialgeometrie, 4, Übungen, 1 *g*; Analytische Geometrie des Raumes, 4, Übungen, 1 *g*. — **Herglotz**: Mechanik, 5; Ausgewählte Kapitel der höheren Zahlentheorie, 3; Mathematisches Seminar: Ausgewählte Gegenstände der Geometrie (mit Blaschke), 14tägig, 2 *g*. — **Blaschke**: Partielle Differentialgleichungen, 4; Konforme Abbildung, 2. —

Universität Marburg.

Richarz: Experimentalphysik: Wärme, Magnetismus und Elektrizität, 5, Elementar-mathematische Ergänzungen, 1 *g*; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*; Physikalisches Praktikum (mit Feußner und Schulze), 6; Leitung eigener Untersuchungen, tägl. — **Feußner**: Theoretische Physik: Licht,

4; Theoretisch-physikalisches Seminar, 2 *g*. — **Schulze**: Elastizitätstheorie, 2. — **Take**: Interferenz, Polarisation und Kristalloptik, 2; Repetitorium der Experimentalphysik mit elementar-mathematischen Übungen III, 1. —

v. Auwers: Organische Experimentalchemie für Chemiker und Mediziner, 5; Chemisches Seminar, 14tägig, 2 *g*; Chemisches Praktikum (mit Fries), ganz- und halbtägig; Chemische Übungen für Mediziner (mit Strecker), ganz- und halbtägig; Praktisch-chemischer Kursus für Mediziner (mit Strecker): Theoretische Einführung, 1/2, Praktikum, 3 1/2. — **Schmidt**: Praktische Übungen in der analytischen und forensischen Chemie, sowie in der Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, und selbständige chemische Arbeiten (mit Keller), tägl., im Anschluß: Qualitative Analyse, *g*. — **Thiel**: Physikalische Chemie II, 3; Theoretische Übungen über ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1 *g*; Physikalisch-chemisches Praktikum, 6; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen, tägl.; Photographisch-chemisches und photographisches Praktikum, für Anfänger und Fortgeschrittene (mit Stuchtey), 2. — **Fries**: Ausgewählte Kapitel aus der anorganischen Chemie, 3; Chemisches Kolloquium, 2 *g*; Chemisches Repetitorium für Mediziner, 1. — **Reißert**: Organische Farbstoffe, 1. — **Strecker**: Qualitative Analyse, 2; Konstitution anorganischer Verbindungen, 1; Repetitorium der anorganischen Chemie, 2. — **Keller**: Organische Chemie, 6; Nahrungsmittelchemie II: Spezieller Teil, 2; Arzneimittelprüfung, 1 *g*; Sterilisierübungen, 2. — **Flade**: Chemische Technologie, 2; Kolloidchemie, 1; Gasanalytisches Praktikum, 3. —

Hensel: Integralrechnung, 4; Kreisteilungsgleichung mit Anwendung auf den großen Fermatschen Satz und die allgemeinen Reziprozitätsgesetze, 3; Mathematisches Seminar, 1 *g*. — **Neumann**: Analytische Mechanik II, 3; Höhere Funktionentheorie, 4; Mathematisches Seminar, 1 1/2 *g*. — **v. Dalwigk**: Analytische Geometrie des Raumes, 3; Naturwissenschaftliche Anwendungen der Differential- und Integralrechnung, mit Übungen, 2; Geodäsie, 2; Kartographie, 1 *g*. — **Wegener**: Elementarkursus der geographischen Orts- und Zeitbestimmungen, 2. —

Universität München.

Röntgen: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Licht, 5; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Praktische Übungen im Physikalischen Laboratorium (mit Koch und Wagner), 4. — **Sommerfeld**: Thermodynamik einschließlich kinetischer Gastheorie, 4, Seminar-Übungen, 2 *g*; Probleme der Atomistik, 1. — **Graetz**: Experimentalphysik I: Einleitung, Wärme, Elektrizität, 5; Physikalisches Praktikum: a) Übungen in physikalischen Messungen, b) Übungen in physikalischen Demonstrationen, 4; Einleitung in die theoretische Physik I, 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten aus der Physik, nach Verabredung *g*. — **Koch**: Spektralanalyse mit Vorführung von Versuchen, 1. — **Donle**: Physikalische Maße und Meßmethoden, 2. — **Schmauß**: Allgemeine Meteorologie und Klimatologie, 4. —

v. Baeyer: Praktische Arbeiten im Chemischen Laboratorium (mit Piloty, Vanino und Prandtl in der unorganischen, mit Piloty, Vanino, Wieland und Dieckmann in der organischen Abteilung), tägl. außer Sonnabend, für fortgeschrittenere Mediziner (mit Piloty ev. Vanino), ganz- oder halbtägig; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Piloty und Vanino), 4. — **Paul**: Organische Chemie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung, 5; Nahrungsmittelchemie I, mit Exkursionen, 1 1/2; Pharmazeutisch-chemische Präparatenkunde: Anorganische Präparate, 2 1/4; Chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich physikalisch-chemischer, elektrochemischer und nahrungsmittel-chemischer Arbeiten, mit serologisch-chemischen Übungen, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich der Übungen in den für den Apotheker wichtigen Sterilisationsverfahren (die pharmazeutisch-chemisch. Übungen mit Heiduschka), tägl. außer Sonnabend; Übungen für praktische Apotheker (mit Heiduschka), nach Verabredung. — **Piloty** (ev. **Vanino**): Analytische Chemie I, 3. — **Prandtl**: Unorganische Experimentalchemie, 5; Spezielle unorganische Experimentalchemie II: 4. bis 8. Gruppe des periodischen Systems, 3; Praktikum für Gasanalyse, 4. — **Wieland**: Spezielle organische Chemie II: Benzolderivate, 3; Über Spreng- und Explosivstoffe, 1. — **Dieckmann**: Chemie der Kohlehydrate, 1 *g*. — **Heiduschka**: Harnanalyse, 1; Gerichtliche Chemie I: Ausmittelung von Giften, 2; Galenische Präparate, ihre Darstellung und Prüfung mit Berücksichtigung der modernen maschinellen Hilfsmittel, 1; Grundzüge der Chemie für Zahnärzte, 4. — **Pummerer**: Anorganisch-chemische Technologie, ohne Schwermetalle, mit Exkursionen, 2. — **Meyer**: Elektrochemie, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum, 4. — **Kalb**: Kolloquium über organische Chemie, 1. —

Lindemann: Analytische Mechanik, 4; Einleitung in die Theorie der gewöhnlichen und der partiellen Differentialgleichungen, 4; Theorie der höheren algebraischen Kurven, 2, Übungen und Vorträge im Mathematischen Seminar, 1 1/2 *g*. — **v. Seeliger**: Figur der Himmelskörper mit Einleitung in die Theorie des Potentials, 4. — **Voß**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 2 *g*; Analytische Geometrie der Kurven und Flächen, 4. — **Pringsheim**: Elemente der Funktionentheorie, 5. — **Brunn**: Elemente der höheren Mathematik, 3. — **Hartogs**: Darstellende Geometrie I, 5, Übungen, 3. — **Großmann**: Parallaxe und Eigenbewegung, 2. — **Böhm**: Ausgewählte Kapitel aus der mathematischen Statistik, 2; Elemente der Versicherungsrechnung, 2; Seminar für Statistik und Versicherungswissenschaft (mit v. Mayr und Zahn), 3. — **Dingler**: Elementarmathematik, mit geschichtlichen und pädagogischen Hinweisen, 4; Einführung in die mathematische Behandlung von Beobachtungsdaten, 2. — **Rosenthal**: Integralrechnung, 4, Übungen, 1; Übungen aus ebener Differentialgeometrie, 1. —

Technische Hochschule München.

Zenneck: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, Optik, 6; Physikalisches Praktikum, 4 oder 8; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der Physik, 12—30. — **Fischer**: Grundzüge der Physik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 3; Apparate und Methoden des physikalischen Unterrichts I: Mechanik, Elastizität, Wärme, 3; Praktisch-physikalische Übungen: Aufbau und Handhabung von Apparaten, 4; Elektrizität und Magnetismus, 4; Einführung in die wissenschaftlichen Arbeitsmethoden der Physik, 8—30; Elemente der theoretischen Physik: Mechanik, Elastizität und Wärmelehre, 4; Interferenz- und Beugungserscheinungen (experimentelle und theoretische), 1. — **Knoblauch**: Ausgewählte Kapitel der technischen Thermodynamik, 2; Technisch-physikalisches Praktikum, 4; Anleitung zur Ausführung wissenschaftlicher Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Physik, nach Verabredung. — **Emden**: Theorie der Strahlung, 2; Meteorologie und Klimatologie, 2. — **Dieckmann**: Ausgewählte Kapitel der Telegraphen- und Fernsprechtechnik, 2; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen aus dem Gebiete der angewandten Physik, nach Verabredung. — **von und zu Aufseß**: Populäre Astrophysik I, 2. — **Schröter**: Mechanische Wärmetheorie, 2, Übungen, 1. — **Voit**: Angewandte Physik: Heizung, Lüftung, Akustik der Gebäude, Blitzableiter, 3; Schwachstromtechnik: Telegraphie, Telephonie und drahtlose Telegraphie, 2. — **Heinke**: Einführung in die Elektrotechnik, 4, Übungen, 2; Elektrische Meßtechnik II, 3; Elektrotechnisches Praktikum I: Meßtechnik und Photometrie, 8 und 4; Elektrotechnisches Praktikum für Vorgeschrittene, nach Verabredung. — **Ossanna**: Theorie und Konstruktion der elektrischen Maschinen I: Gleichstrommaschinen und Umformer, 3, II: Synchrongeneratoren und Synchronmotoren, 3; Elektrotechnisches Praktikum II: Messungen an Maschinen, Umformern und Transformatoren, 8 und 2; Wechselstrom-Kommutatormotoren, 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen, 4. — **Kadrnozka**: Elektrische An-

lagen I: Verwertung elektrischer Arbeit, a) Elektrische Kraftbetriebe, 2, b) Elektrische Bahnen, 3, II: Erzeugung und Verteilung elektrischer Arbeit, 2, Übungen: Entwerfen elektrischer Anlagen, 4. — **Urban**: Unterrichtskurse in praktischer Photographie, 1, Praktische Übung, 3. —

Manchot: Unorganische Experimentalchemie einschließlich der Grundzüge der physikalischen Chemie, 6; Unorganisches und analytisch-chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgerücktere, 10, 20 oder 30; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten im unorganischen Laboratorium, nach Verabredung. — **Lipp**: Chemie der aromatischen Verbindungen, 2; Chemisches Praktikum im organischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der organischen Chemie, 30. — **Albert**: Chemische Technologie der Fette, Öle und Seifen, 1; Die Herstellung neuerer Arzneimittel und ihre Verwendung, 1. — **Rohde**: Die Hauptgruppen der heterozyklischen Verbindungen unter Berücksichtigung der wichtigsten zugehörigen Alkaloide, 3. — **Hofer**: Analytische Chemie der Metalle und Metalloide nebst Gewichts- und Maßanalyse II, 2; Theoretische Elektrochemie, 2; Praktikum im elektrochemischen Laboratorium, 10, 20 oder 30. — **Schultz**: Chemische Technologie I, 3; Praktikum im chemisch-technischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Chemie, nach Verabredung; Chemisch-technische Übungen: Chemisch-technische Analyse, Färberei, 4. — **Jacob**: Chemisch-technische Prüfungsmethoden, 1. — **Braß**: Textilfaserstoffe und ihre Veredlung, 1. — **Lintner**: Chemische Technologie des Wassers und der Kohlehydrate, 3; Gärungschemisches Praktikum, bis 30; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im gärungschemischen Laboratorium, nach Verabredung. —

N. N.: Mathematik I, 6, Übungen, 3. — **v. Dyck**: Höhere Mathematik III, 5, Übungen, 2; Funktionentheorie nach Cauchy und Riemann, 5; Mathematisches Seminar: Kolloquium (mit Finsterwalder und Liebmann), 2. — **Doehlemann**: Grundzüge der höheren Mathematik I, 4; Darstellende Geometrie I mit Schattenkonstruktionslehre, 5, Übungen, 6; Synthetische (neuere) Geometrie, 4, Übungen: Kegelschnitte, 1. — **Liebmann**: Ebene und sphärische Trigonometrie, 3, Übungen, 1; Elementare Mathematik: Kreissystem, Theorie der geometrischen Konstruktionen, elementare Algebra, 4, Übungen, 1; Variationsrechnung, 2. — **Finsterwalder**: Differentialgeometrie, 2; Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4. — **Lagally**: Analytische Mechanik, 4. — **Burmester**: Täuschungsarten und Kinematographie mit Demonstrationen, 1. — **Schmidt**: Vermessungskunde I, 4, Praktikum, 2 und 4; Landesvermessung, 4. — **Bischoff**: Graphisches und mechanisches Rechnen, 1; Ausgleichungsmethoden der trigonometrischen Punktrechnung, 1. — **Schlötzer**: Anleitung zur rechnerischen Ausarbeitung geodätischer Aufnahmen, 2. — **Föppl**: Technische Mechanik II: Graphische Statik, 3, Übungen, 2, III: Festigkeitslehre, 4. —

Universität Münster.

Schmidt: Experimentalphysik: Optik und Elektrizitätslehre, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Szivessy), 3 oder 6; für Fortgeschrittene (mit Konen), tägl.; Physikalisches Seminar (mit Konen und Szivessy), 14tägig, 2 *g*. — **Konen**: Einführung in die theoretische Physik, 4, Übungen, 1 *g*; Übungen in Demonstrationsversuchen und in der Anfertigung einfacher Apparate, 3. — **Szivessy**: Vektoranalysis, mit Anwendungen auf physikalische Probleme, 2. —

Schenck: Analytische Chemie, 4; Chemisches Praktikum (mit Ley), tägl., für Mediziner (mit Kaßner), 4; Chemisches Kolloquium, 14 tägig, 2 *g*. — **Salkowski**: Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 2 *g*. — **Kaßner**: Anorganische Chemie, mit besonderer Berücksichtigung der Medizin und Pharmazie, 4; Maßanalyse, 1 *g*; Kolloquium über pharmazeutische Präparate und die Gegenstände des Deutschen Arzneibuchs V, 1; Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie, mit besonderer Berücksichtigung des Wassers, 1; Pharmazeutisch-chemische, toxikologische und maßanalytische Übungen im Laboratorium, Darstellung chemischer Präparate, für Vorgerücktere Bearbeitung selbständiger wissenschaftlicher oder technischer Aufgaben, tägl. außer Sonnabend. — **Ley**: Konstitutionsbestimmung organischer Verbindungen auf Grund physikochemischer Methoden, 2; Theorie der Lösungen in elementarer Darstellung, 1 *g*. — **König**: Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der angewandten Chemie, für Fortgeschrittene (mit Bömer), tägl. *g*. — **Bömer**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Untersuchung und Beurteilung von Gebrauchsgegenständen, 1 *g*. —

Killing: Differential- und Integralrechnung II, 4, Übungen, 1 *g*; Übungen des mathematischen Oberseminars, 2 *g*; Analytische Mechanik II, 4. — **v. Lilienthal**: Analytische Geometrie II, 4; Funktionentheorie, 3; Determinanten und niedere Algebra, 2; Übungen des mathematischen Unterseminars, 2 *g*. — **Timpe**: Differentialgleichungen, 3; Graphische Methoden der Analysis und Algebra, mit Übungen, 2; Graphische Statik, 2, Übungen, 2 *g*. — **Schewior**: Darstellende Geometrie I, 3, Übungen, 2 *g*; Methoden der Geodäsie, 2; Geographische Ortsbestimmung, 2, Übungen, 1. — **Plaßmann**: Mathematische Geographie und elementare Astronomie, 2; Anfangsgründe der Bahnbestimmungslehre, 2; Übungen im Beobachten und Rechnen, nach Verabredung, *g*. —

Universität Rostock.

Heydweiller: Experimentalphysik: Optik, Magnetismus, Elektrizität, 5; Physikalische Übungen: a) für Mathematiker und Naturwissenschaftler, 8, b) für Mediziner und Pharmazeuten, 4; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl.; Physikalisches Seminar (mit Weber), 1. — **Weber**: Einführung in die theoretische Physik, 3, Übungen, 1; Ausgewählte Abschnitte aus der analytischen Mechanik, 2; Wissenschaftlich-physikalische Arbeiten, tägl. —

Michaelis: Organische Chemie, 5; Übungen im chemischen Laboratorium: a) Großes chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend, b) Kleines chemisches Praktikum, 9, c) Übungen für Mediziner und Nahrungsmittelchemiker, 4; Pharmazeutische Präparatenkunde, 2 *g*. — **Stoermer**: Analytische Chemie, 4; Gerichtlich-toxikologische Chemie, 2; Chemie der Riechstoffe, mit besonderer Berücksichtigung der Terpen- und Kampferchemie, 1; Chemie der Zuckerarten, 1; Wissenschaftliche chemische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend. — **Kümmell**: Chemische Verwandtschaftslehre: Chemische Statik und Kinetik, Thermochemie, Photochemie, 3. —

Staude: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Theorie der analytischen Funktionen, 4; Mathematisches Seminar, 2. —

Universität Straßburg.

Braun: Experimentalphysik II: Wärme, Akustik, Elektrizität, 5; Physikalische Übungen, 13; Übersichtskursus für Mediziner, 3; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend. — **Cohn**: Einleitung in die theoretische Physik, 3; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten. — **Rohmann**: Röntgenstrahlen, 2. — **Hecker**: Erdbebenkunde, 1. —

Thiele: Allgemeine Experimentalchemie, anorganischer Teil, 5; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene (mit Wedekind und Straus), tägl. außer Sonnabend; Chemisches Kolloquium für Anfänger, 1 *g*. — **Rose**: Chemische Technologie der Metalloide, 3; Die Untersuchung und Reinigung des Wassers, 1 *g*. — **Wedekind**: Analytische Chemie I, 2¼; Einführung in die Elektrochemie und ihre Anwendungen, 1; Physikochemisches und elektrochemisches Praktikum, 4. — **Straus**: Benzolderivate. — **Ruggli**: Chemie der heterozyklischen Verbindungen, 1. — **Oesterle**: Pharmakognosie, 4; Pharmazeutische Chemie und chemische Toxikologie II, 4; Arbeiten im Laboratorium des pharmazeutischen Instituts, tägl.; Pharmakognostisch-mikroskopische Übungen, 3; Pharmakochemisches Kolloquium, nach Verabredung *g*. —

Kreutz: Die Industrie des Zuckers und der alkoholischen Getränke, mit Exkursionen, 1. —

Schur: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 4; Ausgewählte Kapitel aus der Differentialgeometrie, 2; Mathematisches Seminar: Geometrische Übungen, 1½. — **Faber**: Differential- und Integralrechnung I, 4; Elliptische Funktionen, nach Verabredung; Mathematisches Seminar: Lektüre mathematischer Klassiker, 1½. — **Simon**: Geschichte der Mathematik im Altertum, 2. — **Wellstein**: Graphische Statik, 3. — **Epstein**: Projektive Geometrie in analytischer Behandlung, 2. — **Speiser**: Perspektive, 2. — **Bauschinger**: Bahnbestimmung der Himmelskörper, 4; Übungen an den Instrumenten der Sternwarte, nach Verabredung. **Wirtz**: Seminaristische Übungen zur mathematischen Geographie, 1; Die Gezeiten: Ebbe und Flut, in elementarer Darstellung, 1. —

Technische Hochschule Stuttgart.

v. Koch: Experimentalphysik: Mechanik, Wärme, Elektrostatik, Magnetismus, Elektrokinematik, 4; Theoretische Physik, mit mathematischen Ergänzungen, 2; Übungen im physikalischen Institut: a) Physikalisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend, b) Anleitung zu physikalisch-wissenschaftlichen Arbeiten, tägl.; Handfertigkeits-Praktikum in Physik, für Vorgeschrittene, 2—3; Physikalisches Kolloquium, 2; Meteorologie: Ausgewählte Kapitel, 1. — **Veesenmeyer**: Grundlagen der Elektrotechnik: Konstruktionen und Anlagen, 2, Übungen, 1; Elektrotechnische Konstruktionselemente (mit Brandegger), 1; Dynamobau I (mit Brandegger), Seminar, 1, Übungen, 6, II, 2; Elektrotechnische Maschinenkonstruktionen (mit Brandegger), 8; Elektrische Betriebe: Elektrische Bahnen und Fahrzeuge, 2; Projektieren elektrischer Anlagen (mit Brandegger), Übungen, 4; Übungen in elektrischen Konstruktionen und Anlagen (mit Brandegger), 4. — **Emde**: Grundlagen der Elektrotechnik: Beschreibung des elektromagnetischen Feldes, 2, Übungen, 1; Wechselstromtechnik I, 2, Übungen, 8, II, 2, Übungen, 4. — **Herrmann**: Elektrische Meßinstrumente und Meßmethoden I, 1, Übungen, 8, II, 1, Übungen, 4; Schwachstromtechnik I, 2, Übungen, 4; Übungen in drahtloser Telegraphie, 4; Grundzüge der Elektrotechnik, 2. —

Gutbier: Anorganische Experimentalchemie, 4; Übungen im Laboratorium für anorganische Chemie und anorganisch-chemische Technologie (mit Schmidt und Huber). — **Grube**: Elektrochemie, 3; Übungen im Laboratorium für physikalische Chemie und Elektrochemie. — **Küster**: Technische Chemie II: Organisch-chemische Großindustrie, 2; Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 2; Chemie der Nahrungsmittel, Genußmittel und Gebrauchsgegenstände, 2; Übungen im Laboratorium für organische Chemie, organisch-chemische Technologie und Pharmazie (mit Bauer). — **N. N.**: Chemische Technologie der Brenn- und Leuchtstoffe, 2. — **Kauffmann**: Farbenchemie unter besonderem Eingehen auf die Chemie mehrkerniger Benzolderivate, 2; Radioaktivität und Elektronik, 1. — **Schmidt**: Analytische Chemie, 2; Einführung in die Stöchiometrie, 1; Chemisches Seminar, 2. — **Bauer**: Die chemische Untersuchung des Harns, mit Übungen, 2; Stereochemie, 1; Spezielle organische Chemie, 2. —

Haller: Ebene und sphärische Trigonometrie, 2; Trigonometrische Übungen, 2 und 1. — **Stübler**: Niedere Analysis, 4; Elemente der Differential- und Integralrechnung, mit Übungen, 4. — **Kutta**: Höhere Mathematik II, 5, Übungen, 3, IV, 1, Übungen, 1; Mathematisches Seminar, 2. — **Mehmke**: Darstellende Geometrie (mit Stübler), 3, Übungen, 4; Graphisches Rechnen mit Ergänzungen aus den Gebieten des numerischen und mechanischen Rechnens (mit Stübler), 1, Übungen, 2; Vektorenrechnung (mit Stübler), 3, Übungen, 1; Mathematisches Seminar, 1. — **Wölffing**: Funktionentheorie, 3. — **Kommerell**: Geometrische Transformationen, 2. — **Roth**: Schattenkonstruktionen und Beleuchtungskunde, 4. — **Kriemler**: Technische Mechanik, 6, Übungen, 2, Übungen II, 2. — **N. N.**: Mechanische Wärmetheorie, 4. —

Heer: Plan- und Geländezeichnen, 4. — **v. Hammer**: Ausarbeitung der geodätischen Aufnahmen, 2; Praktische Geometrie I: Vermessungskunde, 3, Übungen, 6; Geodätische Übungen, für Geodäten (mit Heer), 4; Kartenprojektionen für kartographische und geodätische Zwecke, 1, Übungen, 1; Grundzüge der höheren Geodäsie, mit Rechenübungen, 2; Barometrische Höhenmessung, mit Übungen, 1. —

Universität Tübingen.

Paschen: Experimentalphysik: Akustik, Wärme, Magnetismus, Elektrizität, 4; Physikalische Anfänger-Übungen, 4; Physikalische Übungen für Fortgeschrittene, halbtägig; Selbständige wissenschaftliche Untersuchungen, ganztägig. — **Meyer**: Theorie des Lichtes, 3, Übungen, 1. —

Wislicenus: Allgemeine Chemie I: Anorganische Chemie, 5, Ergänzungen, 1; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium für Anfänger und Fortgeschrittene: a) Analytisch-chemisches Praktikum (mit Bülow), ganz- oder halbtägig, b) Chemisch-pharmazeutisches Praktikum (mit Weinland), ganz- oder halbtägig, c) Präparative Arbeiten (mit Kliegl), ganztägig, d) Physikalisch-chemische Übungen (mit Magnus), e) Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Untersuchungen (mit Bülow, Weinland, Kliegl, Magnus) (auf dem Gebiete der physikalischen Chemie), tägl. außer Sonnabend; Abgekürztes Praktikum für Mathematiker und Forststudierende (mit Bülow), 12. — **Thierfelder**: Organische Chemie für Mediziner, 4; Praktisch-chemische Übungen für Anfänger I: Qualitative Analyse, 6, II: Quantitative und physiologisch-chemische Übungen, 6; Physiologisch-chemische Arbeiten für Geübtere, tägl. — **Bülow**: Analytische Chemie I mit besonderer Berücksichtigung der Arbeiten im Chemischen Laboratorium, 3. — **Weinland**: Chemie der Arzneistoffe, anorganischer Teil, 1¾; Chemie der Nahrungsmittel, 1; Metallurgie, 1; Maßanalyse, 1. — **Kliegl**: Salpetersäure und Sprengstoffe, 1. — **Magnus**: Präparative Elektrochemie, 1. — **Krais**: Die Großhandelswaren, 2. —

v. Brill: Einführung in die höhere Mathematik, 4; Theorie der algebraischen Kurven, 3; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **Maurer**: Höhere Analysis II, 4; Höhere Algebra, 2; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **König**: Determinanten, lineare Gleichungen, Matrizen, 3; Einführung in die höhere (Riemannsche) Funktionentheorie, 2; Übungen im mathematischen Seminar, 1. — **Happel**: Darstellende Geometrie, 3, Übungen, 2. — **Rosenthal**: Populäre Astronomie, mit Demonstrationen, 2; Photometrie der Gestirne, mit Übungen, 1; Leitung selbständiger astronomischer und astrophysikalischer Arbeiten, für Fortgeschrittene, tägl. —

Universität Würzburg.

Wien: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, Magnetismus, Elektrostatik, 5; Praktische Übungen, 4 und 8, für Pharmazeuten und Mediziner, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Cantor**: Theorie der Wärme, 4. —

Buchner: Experimentalchemie I: Unorganische Chemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum, ganz- und halbtägig, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner und Zahnärzte (mit Emmert), 6; Vollpraktikum für präparative Arbeiten, tägl.; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen (mit Emmert und v. Halban), tägl.; Kolloquium (mit Emmert und v. Halban), 14tägig, 1½ *g*. — **Medicus**: Chemische Technologie, 4; Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 5; Praktikum für Pharmazeuten, halb- und ganztägig; Praktikum der angewandten Chemie und Nahrungsmittelanalyse, ganz- oder halbtägig. — **N. N.**: Analytische Chemie (Experimentalvorlesung zur Ergänzung des analytisch-chemischen Praktikums), 3. — **Pauly**: Aromatische Verbindungen, 2; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen, tägl. — **Emmert**: Stereochemie, 1. —

Rost: Analytische Geometrie des Raumes, 4; Sphärische Astronomie, mit Übungen auf der Sternwarte, 2; Axonometrie und Perspektive, 2; Proseminar: Kombinatorik und Determinanten, 2 *g*; Seminar: Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, *g*. — **v. Weber**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 2 *g*. — **Hilb**: Algebra, 4; Analytische Geometrie der Ebene, 4. —

Universität Zürich.

N. N.: Experimentalphysik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 1/2 Tag, für Vorgerücktere, tägl. — **Greinacher**: Die elektrischen Ströme in Gasen auf Grund der Ionenlehre, mit Experimenten, 1; Radiologisches Praktikum, halbtägig. — **Ratnowsky**: Elektrodynamik, 3; Elektronentheorie, 2; Molekulartheorie der festen Körper, 1. — **Wolfke**: Wellenlehre I, 1; Moderne Gravitationstheorien, 1. —

Werner: Anorganische Experimentalchemie, 6; Chemisch-analytisches Praktikum, für Chemiker, tägl.; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere: Präparative Arbeiten, Ausführung selbständiger Arbeiten, tägl.; Chemisches Halbpraktikum für Naturwissenschaftler, halbtägig. — **Abeljans**: Qualitative chemische Analyse, 2; Anleitung zu chemischen Arbeiten für Mediziner, 1; Chemie und Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 1; Chemisches Kolloquium, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Mediziner und Veterinäre, sowie für Naturwissenschaftler, 3 Tage, für Lehramtskandidaten, 6; Übungen im Untersuchen von Lebensmitteln, 4 oder 8. — **Pfeiffer**: Aromatische Chemie I, 3; Stereochemie, 2; Naphthene, Terpene und Kampfer, 1; Chemische Statik und Kinetik, 1. — **Reichinstein**: Allgemeine Elektrochemie, 1; Radioaktivität, 1. — **Dubsky**: Geschichte der Chemie, 2; Chemische Konstitution und physiologische Eigenschaften, 1. — **Lifschitz**: Neuere Theorien der organischen Chemie, 1; Einführung in die Photochemie, 2. —

Zermelo: Differential- und Integralrechnung I, 4; Grundlagen für die Theorie der reellen Funktionen, 3; Elemente der mathematischen Logik, 1; Mathematische Übungen für Fortgeschrittene, 2. — **Weiler**: Darstellende Geometrie mit Übungen I, 4; Analytische Geometrie I, 4; Mathematische Geographie, 2. — **Bernays**: Galoissche Theorie der algebraischen Gleichungen, 3; Differentialgleichungen, mit Übungen, 3. — **Wolfer**: Einleitung in die Astronomie, 3, Übungen, 2; Bahnbestimmungen von Planeten und Kometen, 2. —

Technische Hochschule Zürich.

Weiß: Physik, 4, Repetitorium, 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schweitzer), 4 und 8; Wissenschaftliche Arbeiten im physikalischen Institut, 8, 12 und 24. — **Schweitzer**: Physik I, 3, Repetitorium, 1; Optik, 2; Experimentalphysik II, 4, Repetitorium, 1, Theoretische Ergänzungen, 1. — **Piccard**: Physikalische Meßmethoden, 1. — **de Quervain**: Ausgewählte Kapitel der Meteorologie, 1. — **Wolfke**: Wellenlehre I: Optik, 2; Moderne Gravitationstheorien, 1. — **Kullmann**: Theoretische Elektrotechnik II, 4, Repetitorium, 1, III, 4, Repetitorium, 1, IV, 1; Elektrotechnisches Laboratorium, 4, 8 und 11; Elektrotechnische Konstruktionsübungen: Wechselstrom, 6. — **Farny**: Elektrische Maschinen I: Gleichstrom, 3, Repetitorium, 1. — **Korda**: Angewandte drahtlose Telegraphie und Hochfrequenzmaschinen, 1. — **Tobler**: Elektrische Signalapparate für Eisenbahnen, 2; Schwachstromtechnik I, 1. — **Wyßling**: Elektrische Anlagen I, 3, Übungen, 3. — **Barbieri**: Photographie I, 2; Photographisches Praktikum, 2; Militärphotographische Übungen, 14 tägig, 3. —

Treadwell: Analytische Chemie I, 2, Repetitorium, 1; Gasanalyse, mit Übungen, 1; Chemie, 2, Repetitorium, 1; Analytisches Praktikum, 20, 16 und 10, für Vorgerücktere, tägl.; Chemisches Praktikum, 24. — **Baur**: Physikalische Chemie II, 2, Repetitorium, 1; Allgemeine Elektrochemie, 2, Repetitorium, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum, 8; Elektrochemisches Praktikum, 4, für Elektrochemiker, 8; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Laboratorium, für Vorgerücktere, tägl. — **Boßhard**: Anorganische chemische Technologie I: Wasser, Salze, Säuren, 4, Repetitorium, 1; Chemische Technologie der Wärme und der Brennstoffe, 2, Repetitorium, 1; Metallurgie, 2, Repetitorium, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24, für Vorgerücktere, tägl. — **Cérésole**: Organische Technologie I: Bleicherei, Färberei, Farbstoffe, 4, Repetitorium, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24, für Vorgerücktere, tägl. — **Constam**: Untersuchung und Bewertung der Brennstoffe, 1. — **Eder**: Synthetische Arzneimittel, 1; Ausgewählte Kapitel aus der Geschichte der Chemie und Pharmazie, 1. — **Hartwich**: Pharmakognosie, 5; Lebensmittelanalyse, mit Übungen, 4; Technische Mikroskopierübungen I: Fasern und Stärke, 4; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, 12; Mikroskopische Untersuchung pharmazeutischer Drogen, 4; Pharmakognostische Übungen für Vorgerücktere, tägl.; Gerichtlich-chemisches Praktikum, 16. — **Emil Ott**: Die Leuchtgasindustrie, 1. — **Staudinger**: Anorganische Chemie, 6, Repetitorium, 1; Organische Chemie, spezieller Teil I, 2, Repetitorium, 1; Chemisches Praktikum, 24, 10 und 16, für Vorgerücktere, tägl. — **Wiegner**: Agrikulturchemie I: Bodenkunde und allgemeine Düngerlehre, 3; Landwirtschaftlich chemische Technologie: Zucker- und Spiritusfabrikation, 2; Chemie der Milch und Milchprodukte, 1; Kolloidchemische Probleme auf dem Gebiete der Agrikulturchemie, 1; Anleitung zu den Übungen im agrikulturchemischen Laboratorium, 1; Agrikulturchemisches Praktikum, 8 und 16; Agrikulturchemische Arbeiten für Vorgerücktere, tägl. — **Winterstein**: Anorganische Chemie, 4, Repetitorium, 1; Chemie der Alkaloide und ihre Wirkungen, 2; Agrikulturchemisches Praktikum, 3 und 16, für Vorgerücktere, tägl.; Anleitung zu den Übungen, 1; Physiologisch-chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. —

Hurwitz: Algebraische Gleichungen, 4; Mathematisches Seminar (mit Großmann), 2. — **Amberg**: Mathematik der Lebensversicherung I, 2. — **Baeschlin**: Vermessungskunde II, 4, Repetitorium, 1; Ausgewählte Kapitel aus der Vermessungskunde, 3, Übungen, 2, Repetitorium, 1; Geodätisches Praktikum, 2; Höhere Geodäsie, 3, Repetitorium, 1. — **Beyel**: Rechenschieber mit Übungen, 1; Darstellende Geometrie, 2; Projektive Geometrie, 1; Einführung in die nichteuklidische Geometrie, 1. — **Brandenberger**: Einführung in den mathematischen Unterricht I, 2. — **Burger**: Graphische Vervielfältigung, 2. — **Franel**: Höhere Mathematik I, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2, III, 3, Übungen, 1. — **Großmann**: Darstellende Geometrie, 4, Repetitorium, 1, Übungen, 4; Projektive Geometrie, 4. — **Hirsch**: Höhere Mathematik I, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2, III, 3, Übungen, 1. — **Keller**: Mathematik, 4; Zentralprojektion und Kollineation, 2. — **Kienast**: Anwendungen der Funktionentheorie, 2. — **Kollros**: Darstellende Geometrie, 4, Repetitorium, 1, Übungen, 4; Anwendungen der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 4. — **Kraft**: Geometrische Analysis, 3; Vektoranalysis: Elemente, 1; Vektoranalysis V, 3; Die Grundkräfte der Welt vom Ätherelement bis zum Menschen, 1. — **Meißner**: Mechanik II, 4, Repetitorium, 1, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der höheren Mechanik, 2. — **Polya**: Determinanten und quadratische Formen, 2. — **Rudio**: Höhere Mathematik, 5, Übungen, 2. — **Weyl**: Analytische Geometrie, 3, Übungen, 2; Flächentheorie, 3. — **Wolfer**: Einleitung in die Astronomie, 3, Übungen, 2; Bahnbestimmung von Planeten und Kometen, 2. — **Zwicky**: Technisches Rechnen, 1; Flächenrechnen, 2; Planzeichnen, 3; Mechanik, 3, Übungen, 2; Erd- und Straßenbau, 3, Übungen, 2; Kulturtechnik I, 2, Übungen, 2. —

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 19. | 1. Oktober 1915. Redaktionsschluß für No. 20 am 10. Oktober 1915. | 16. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Beiträge zur Kenntnis der in der Atmosphäre vorhandenen durchdringenden Strahlung.

Von A. Gockel.

Die Natur der in der Atmosphäre vorhandenen Strahlung ist noch vollständig unbekannt. Fest steht nur, daß erstens eine von dem Erdboden ausgehende Strahlung und zweitens eine aus der Höhe kommende vorhanden ist; die Intensität der letzteren nimmt nach Versuchen Kolhörsters in Höhen von über einigen Kilometern über dem Erdboden rasch zu.

Aufschluß über die Natur dieser Strahlung, die man nicht ohne weiteres mit der γ-Strahlung der uns bekannten radioaktiven Elemente identifizieren darf, können Versuche über ihre Absorption geben. Über solche möge zunächst berichtet werden.

Die vom Erdboden kommende Strahlung wird ausgeschlossen, wenn man über größeren Wasserflächen oder Gletschern beobachtet. Durch Versenken des Apparates in das Wasser kann man die Eigenstrahlung der Gefäßwände und den Absorptionskoeffizienten der von oben kommenden Strahlung bestimmen. Versuche nach dieser Richtung liegen von Heß[1]), Kolhörster[2]), Pacini[3]), Mc Lennan[4]) und von v. Schweidler[5]) vor. Der Wulfsche Strahlungsapparat wurde von Heß in der Donau an einer 3,5 m, von Kolhörster in der Saale an einer 7,5 m tiefen Stelle, von Pacini auf dem Mittelländischen Meer 300 m von der Küste entfernt in 8 m und ferner auf dem See von Bracciano in 3 m tiefem Wasser, jeweils etwa in die halbe Tiefe des Wassers versenkt. Mc Lennan, der den Wulfschen Strahlungsapparat noch in ein besonderes Gefäß einschloß, versenkte ihn im Ontariosee bis zu 8 m Tiefe. Von der Annahme ausgehend, daß die aus der Atmosphäre kommende Strahlung schon durch Wasserschichten von 1,5 m vollständig absorbiert wird, haben die genannten Autoren die im Wasser gefundenen Werte als die Eigenstrahlung des Apparates, die Differenz dieses und des auf dem Wasser gefundenen Wertes als die Intensität der aus der Atmosphäre kommenden Strahlung angesehen. Es fanden dafür:

Heß	2,5 Ionen
Kolhörster	1,4 „
Pacini, Mittelmeer	2,1 „
„ See von Bracciano	2,2 „
Mc Lennan, Ontariosee	1,7 „
v. Schweidler, Obertrumersee (Salzburg)	1,7 „.

pro Kubikzentimeter und Sekunde.

Bei den Versuchen v. Schweidlers befand sich der Apparat 1,3 m tief im Wasser, aber nur noch 90 cm über dem Grund. Die der Berechnung zugrunde liegende Annahme, daß die aus der Atmosphäre kommende Strahlung keine höhere Durchdringungsfähigkeit besitzt als die γ-Strahlung der uns bekannten radioaktiven Elemente, ist aber durch nichts bewiesen; im Gegenteil deuteten schon meine bei Ballonfahrten erhaltenen Ergebnisse auf das Vorhandensein einer Strahlung von höherem Durchdringungsvermögen hin. Ich ersuchte daher den Direktor der Drachenstation in Friedrichshafen, Herrn Dr. Kleinschmidt, die Versuche auf dem Bodensee auszuführen, und ich bin ihm zu Dank verpflichtet für die Bereitwilligkeit, womit er sich der mühevollen Arbeit unterzog.

1) V. F. Heß, diese Zeitschr. 14, 610, 1913.
2) W. Kolhörster, Abhandl. der Naturf. Gesellsch. Halle a. d. Saale. Neue Folge Nr. 4, 3, 1914.
3) D. Pacini, Nuovo Cimento 3, 6, 1912.
4) Mc Lennan u. McLeod, Phil. Mag. 26, 740, 1913.
5) E. v. Schweidler, Wien. Ber. 121, 1297, 1912; 122, 137, 1913.

Der Apparat war der Wulfsche Strahler mit 3 mm dicken Zinkwänden. Er war nach dem Erscheinen der Arbeiten von Bergwitz und Dorno über die Unstimmigkeiten des Wulfschen Apparats mit einer neuen Temperaturkompensation versehen worden, trotzdem zeigten sich bei Änderungen der Temperatur auch bei gleichbleibendem Potential noch Änderungen des Ausschlages, solange nicht der ganze Apparat einheitliche Temperatur angenommen hatte. Der Apparat wurde daher vor Sonnenstrahlung sorgfältig geschützt und erst abgelesen, wenn man sicher sein konnte, daß er vollständig die Temperatur der Umgebung angenommen hatte.

Mikroskop, Beleuchtungsfenster, Trockengefäß und Ladevorrichtung waren durch übergeschraubte, luftdicht schließende Metallkappen geschützt. Trotzdem drang in einer Tiefe von 6 m zweimal Feuchtigkeit in den Apparat ein. Obgleich der Fabrikant, an den das Instrument gesandt wurde, keine Undichtigkeit finden konnte, klebten bei dem zweiten Eindringen von Wasserdampf die Fäden zusammen, so daß die Versuche abgebrochen werden mußten. Wahrscheinlich ist das Kleben der Anwesenheit von Spuren von Ätznatron zuzuschreiben, und eine Vermeidung dieses Trockenmittels hätte weitere Versuche wenigstens für den Apparat ungefährlich gemacht, aber der Ausbruch des Krieges hat weitere Versuche unmöglich gemacht.

Der Apparat wurde an einem im tiefen Wasser stehenden Pfahl, der ein als Warnungssignal bei Nebel dienendes Läutewerk trägt, oder bei niederem Wasserstand an einer in 20 m tiefem Wasser verankerten Schwimmboje, einmal auch an einem Nachen bei einer Wassertiefe von mehr als 4 m befestigt. Um die Strahlung über Wasser zu messen, wurde er an dem das Läutewerk tragenden Pfahl 1—2 m über dem Wasserspiegel befestigt. Die Versuche erstreckten sich über die Zeit von September 1913 bis Februar 1914. Die Versuchsdauer war jeweils mindestens 2 Stunden.

Ich wage es nicht auf Grund der erhaltenen Resultate eine Berechnung des Absorptionskoeffizienten auszuführen, denn die bei derselben Tiefe an verschiedenen Tagen erhaltenen Werte zeigen unter sich eine nicht viel kleinere Abweichung, als die an denselben Tagen bei verschiedener Tiefe erhaltenen. Insbesondere ist merkwürdigerweise bei dem im Dezember vorgenommenen Einsetzen neuer Fäden die Eigenstrahlung der Gefäßwände auf ungefähr die Hälfte des früheren Wertes gesunken, obwohl an dem Gehäuse nichts geändert wurde. Immerhin glaube ich aus den Versuchen den Schluß ziehen zu dürfen, daß zum mindesten in 3,5 m Tiefe noch nicht die ganze von oben kommende Strahlung absorbiert ist.

Charakteristisch ist folgende Messungsreihe vom 12. November.

Sekundliche Ionenerzeugung in Kubikzentimeter:

1 m über Wasser . .	13,3
2 m unter Wasser . .	12,7
4 m „ „ . .	11,6
6 m „ „ . .	10,6,

ferner am 6. bzw. 9. Februar, also nach der Reparatur, auf Wasser an der Mastspitze des Schiffchens der Drachenstation . 5,52

2 m unter Wasser . .	3,86
4 m „ „ . .	1,92.

Die erhaltenen Werte für die Differenz der Ionisierungsstärke von 1 m über Wasser und 2 m unter Wasser sind 1,66 und 3,11. Bei meinem Apparat und ebenso bei denen der Herren Heß, Kolhörster und v. Schweidler ist etwa 1/3 der vorhandenen Ionisationsstärke auf Rechnung der in den Gefäßwänden erregten Sekundärstrahlung zu setzen[1]), bei Pacini, dessen Apparat nur 1,5 mm starke Gefäßwände hatte, etwas weniger.

Unter Berücksichtigung dieses Umstandes kann man aus den Zahlen der genannten Forscher und den Ergebnissen der von Herrn Kleinschmidt vorgenommenen Messungen den Schluß ziehen, daß die von oben kommende Strahlung im freien Luftraum in der Nähe der Erdoberfläche nicht mehr als 2 Ionen in der Sekunde und im Kubikzentimeter erzeugt. Dabei ist noch zu berücksichtigen, daß zum mindesten bei den Versuchen von Heß und Kolhörster ein Teil der über Wasser gemessenen Strahlung nicht aus der Luft zu kommen hraucht, sondern von den Flußufern herrühren kann. Pacini hat dagegen in 300, v. Schweidler in 500 m und Kleinschmidt in noch größerer Entfernung vom Lande gearbeitet.

Des Vergleichs halber möge noch angeführt werden, daß ich auf dem Vierwaldstätter See in nächster Nähe des Ufers in einer Tiefe von 1,5 m und ungefähr ebenso hoch über dem Grunde eine Verminderung der Strahlung um 2,2 Ionen gegenüber dem Wasserspiegel erhielt. Als Ionenladung ist bei allen diesen Angaben $4,65 \times 10^{-10}$ elektrostat. Einh. angenommen.

Angesichts der Ballonbeobachtungen, die eine Zunahme der Strahlung schon in 3000 m Höhe erkennen lassen, hielt ich es für wichtig, in ähnlicher Weise wie dieses über Wasser geschah, die Intensität der Strahlung auch in größeren Höhen zu messen. Bereits früher hatte ich zu

1) Bergwitz, Elster und Geitel-Festschrift S. 596, sowie Heß u. Kolhörster l. c.

diesem Zweck am Eiger- und Oberen Grindelwaldgletscher in 2300 und 1200 m Seehöhe Strahlungsmessungen in Gletschergrotten und auf der Oberfläche des Gletschers vorgenommen. Ich war dabei aber genötigt, die letzteren Messungen in der Nähe der Moräne auszuführen, so daß deren Strahlung das Resultat beeinflussen konnte. Ich habe deshalb in diesem Sommer neue Messungen auf dem größten Gletscher der Schweiz, dem Aletschgletscher, vorgenommen, und zwar am Concordiaplatz in 2800 m, eine Messung auch in der Nähe des Märjelensees in 2500 m Seehöhe. Der Wulfsche Strahler wurde zunächst einige Stunden lang auf dem Eise aufgestellt und dann an einem Seile in eine möglichst schmale Gletscherspalte hinabgelassen, und zwar auf dem Concordiaplatz in eine Tiefe von 5 m, in der Nähe des Märjelensees in eine solche von 2 m. Auch dort blieb der Apparat 4 bis 10 Stunden.

Auch hier zeigte sich der Wulfsche Strahler den Strapazen nicht vollständig gewachsen. Beim Transport von Freiburg nach dem Hotel Jungfrau am Eggishorn, 2200 m, und in geringerem Maße bei dem Transport von dort nach der Klubhütte am Concordiaplatz und ebenso beim Rücktransport änderte sich jeweils die Empfindlichkeit, und zwar zwischen Freiburg und Eggishorn um 15 Proz., während die eines gleichzeitig mitgeführten Wulfschen Elektrometers, wie die Kontrolle durch Krügerbatterien bewies, unverändert blieb. Mit Hilfe der letzteren konnte der Strahler auch an jedem Ort, an dem er benutzt wurde, geeicht werden, so daß der angeführte Mangel auf die Messungsresultate keinen Einfluß hatte.[1]) Die großen am Eggishorn beobachteten Strahlungsintensitäten ließen mir den, wie sich zeigte, unbegründeten Verdacht aufkommen, daß die Isolation sich verschlechtert habe. Da man nicht annehmen kann, daß bei dem Herablassen des bei der Isolationsmessung verwendeten Zylinders der Verschluß luftdicht bleibt, wurde durch Lüften des Trockengefäßes ein Druckausgleich herbeigeführt. Der Apparat war also bei allen in der Folge zu besprechenden Versuchen mit Luft unter einem Druck von 584 mm gefüllt. Er hielt während der 8 Tage in Anspruch nehmenden Messungen vollständig dicht, wie das pfeifende Eindringen von Luft bei dem späteren Öffnen in Freiburg bewies.

1) Die Änderung der Empfindlichkeit ist offenbar auf die Änderung des äußeren Druckes bei sich gleich bleibendem Innendruck und die dadurch hervorgerufene Verbiegung des Bernsteinstopfens oder Gehäuses zurückzuführen. Das von mir früher eingeschlagene Verfahren, an Stelle des Trockengefäßes einen Gummiballon zu setzen, der sich bei sinkendem Außendruck aufbläht, scheint mir daher von Vorteil zu sein.

Die auf dem Gletscher beobachteten Ionisierungsstärken schwanken zwischen 9,9 und 11,1. Die Differenzen zwischen Spalte und Gletscheroberfläche waren im Mittel am Concordiaplatz (Apparat in 5 m Tiefe) 3,4, am Märjelensee (Apparat in 2 m Tiefe) 1,2 Ionen; umgerechnet auf den am Bodensee im Mittel herrschenden Luftdruck würde dieses einer Erzeugung von 4,3 bzw. 1,4 Ionen entsprechen. Der Unterschied zwischen dem Befund in der Spalte am Concordiaplatz, Mittel 7,3 Ionen, und dem Märjelensee erklären sich nicht nur dadurch, daß der Apparat an letzterem Platz in geringerer Tiefe stand, sondern auch dadurch, daß er an ersterem Platze möglichst unter den überstehenden Rand einer Spalte gebracht wurde, während die oben ungefähr 40 cm breite Spalte am Märjelensee sich nach unten noch etwas verbreiterte, so daß ein Teil der aus der Atmosphäre kommenden Strahlung zum Apparat gelangen konnte. Wenn weitere Versuche das Resultat, daß in solchen Spalten die Verminderung der Strahlung nur eine geringe ist, bestätigen, so läßt sich daraus der Schluß ziehen, daß die durchdringende Strahlung annähernd senkrecht zur Erdoberfläche einfällt.

Als Fehlerquelle kann die Strahlung der zum Gletscher sich herabziehenden Felshänge nur in Betracht kommen, wenn die Durchdringungsfähigkeit dieser Strahlung wesentlich größer als die der bekannten γ-Strahlung ist, zumal der Apparat stets an einer etwas vertieften Stelle des Gletschers, möglichst gegen diese Strahlung geschützt stand. Andererseits konnte auch auf dem Concordiaplatz trotz der oben angegebenen Vorsichtsmaßregeln ein wenn auch sehr kleiner Teil der Himmelsstrahlung immer noch zum Apparat gelangen. Da die beiden möglichen Fehler in derselben Richtung gehen, so werden sie sich in der Differenz fast vollständig herausheben.

Die im Herbst 1913 auf dem Jungfraujoch in 3400 m Höhe erhaltenen Resultate stehen mit denen vom Aletschgletscher in guter Übereinstimmung. Die Ionisierungsstärke der Strahlung auf dem Jungfraufirn unterhalb des Jochs wurde zu 9,7, auf einem Firnhügel auf dem Joch zu 8,3 bis 9,2 Ionen gefunden. Der Unterschied zwischen der Strahlungsstärke auf dem Gletscher und der in einer Eisgrotte im Eigergletscher, in welcher der Apparat 10 Stunden stand, betrug 3,1 Ionen.

Ungefähr ebenso groß wie auf dem Jungfraujoch, nämlich 9,5 bis 10,7 hatte sich 8 Tage später die Strahlung auf dem Brandenerferner (im Vorarlberg 2700 m hoch) erwiesen. In guter Übereinstimmung mit anderen Beobachtungen ist auch das beobachtete Ansteigen der sekund-

lichen Ionenerzeugung um 2 Ionen, als der Apparat während eines Gewitters auf dem höchsten Punkte des Joches fast vollständig eingeschneit wurde.

In einem dünnwandigen Apparat, in dem die Eigen- und die erregte Sekundärstrahlung viel kleiner war als in den in den letzten Jahren angewandten mit 3 mm starken Wänden, wurden in der Grotte des oberen Grindelwaldgletschers 3,0, auf dem Eis der Gletscherzunge in 1300 m Seehöhe 4,9 Ionen erzeugt. Die Differenz von 1,9 würde in dem dickwandigen Apparat wegen der stärkeren Sekundärstrahlung etwa einer Erzeugung von 2,5 Ionen entsprechen.

Übereinstimmend zeigen sämtliche besprochene Beobachtungen, daß die Verminderung der Strahlung, welche eine Schicht von mindestens 2 m Wasser oder Eis hervorbringt, mit der Seehöhe zunimmt. Sie schwankt bis 1200 m über dem Meer zwischen 1,5—2,5, steigt dagegen in Höhen über 2500 m bis zu 4,3 Ionen.

Vergleichen wir diese Zahlen mit den Ballonbeobachtungen, so ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung. Kleinschmidt, der auf meinen Wunsch den Wulfschen Strahler mit dem Fesselballon der Friedrichshafener Drachenstation bis zu 3000 m über dem Bodensee, also 3400 m Seehöhe aufsteigen ließ, fand die Vermehrung der sekundlichen Ionenerzeugung gegenüber der an der Mastspitze des Schiffes an 2 Tagen zu 4,5 bzw. 5,5 Ionen. Die Beobachtungen im Freiballon ergaben sogar eine noch etwas größere Zunahme. Ich selbst hatte allerdings nur eine leichte Zunahme der Strahlung mit der Höhe gefunden, Heß und Kolhörster dagegen fanden in Höhen zwischen 2000 und 2500 m schon eine Zunahme der Strahlung um 1,3—2,6, in Höhen von 3000 m eine solche von 4 Ionen. Bei der Zusammenstellung dieser Werte mit denen über dem Bodensee und auf Gletschern erhaltenen ist zu berücksichtigen, daß sie eine Zunahme gegenüber der am Erdboden gemessenen Strahlung Boden + Atmosphäre bedeuten, daß aber die Bodenstrahlung in 2000 m Höhe sicher schon verschwunden ist, so daß die Zahlen, um sie mit meinen und denen des Herrn Kleinschmidt vergleichen zu können, um die Differenz Boden—Wasser, die nach den Messungen Mc Lennans auf dem Eis des Ontariosees, Kleinschmidts auf dem Bodensee und den meinen auf dem Vierwaldstätter- und Murten-See 2,5 Ionen beträgt, zu vermehren sind.

Wenn auch absolut genommen und besonders im Hinblick auf mögliche Fehlerquellen (Einfluß der Temperaturstrahlung auf den Apparat) die Unterschiede zwischen der Strahlung aus größeren und geringen Seehöhen nicht bedeutend sind, im Maximum 4 Ionen, so beweist doch die gute Übereinstimmung die unten von verschiedenen Beobachtern unter den verschiedensten Umständen und auch mit verschiedenen Apparaten (Elektrometer mit aufgesetzter Ionisierungskammer, dünnwandiger Wulfscher Strahler, dickwandiger, Neukonstruktion durch Kolhörster) erhaltenen Werte, daß die von oben kommende Strahlung in 3000 m schon 2—3 mal so stark ist wie am Erdboden.

Kolhörster hat die bei seinen Ballonfahrten erhaltenen Werte benutzt, um den Absorptionskoeffizienten für die von oben kommende durchdringende Strahlung zu berechnen. Er fand denselben für Luft zu $0{,}71 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{cm}^{-1}$, also 7—8 mal kleiner als den der bekannten γ-Strahlung. Es ergibt sich dann weiter, daß eine Wasserschicht von 3,5 m noch 14 Proz. der von oben kommenden Strahlung durchläßt. Dieses Resultat steht in guter Übereinstimmung mit den oben angeführten Messungen Kleinschmidts, wonach auch zwischen 3 und 6 m Tiefe noch eine Verminderung der Strahlung zu beobachten ist. Trotzdem erscheint mir eine Berechnung des Absorptionskoeffizienten z. B. aus den auf dem Jungfraujoch und den auf dem Bodensee erhaltenen Zahlen noch verfrüht, da die Abweichungen der einzelnen Messungsresultate vom Mittelwert bis zu 50 Proz. gehen und auch die Voraussetzung der Rechnung, daß die Strahlen unter sich parallel und senkrecht zur Wasser- bzw. Eisoberfläche einfallen, noch rein hypothetisch ist. Ich gedenke aber diese Absorptionsversuche, die wichtigen Aufschluß versprechen, mit einem verbesserten Apparat in verschiedenen Höhen fortzusetzen.

Um ein Urteil über die Zuverlässigkeit der bei Ballonfahrten gemessenen Werte zu erhalten, scheint es mir nicht überflüssig hier die an verschiedenen Orten während meiner dreiwöchentlichen Reise gefundenen Eichungswerte des Wulfschen Strahlers zusammen zu stellen. In dem ausschließlich benutzten Intervall von 80—160 Skalenteilen stieg der Ausschlag stets geradlinig mit der Spannung an, und zwar entsprach in Freiburg vor der Reise:

1 Skalenteil	1,76 Volt
auf Hotel Jungfrau (2200 m) . .	1,50 „
Concordiaplatz	1,51 „
Hotel Jungfrau nach Rückkehr . .	1,40 „
Märjelensee	1,47 „
Freiburg nach Rückkehr	1,42 „
„ nach Ausgleich des Druckes	1,52 „ .

Eine das Resultat wesentlich beeinflussende Änderung der Empfindlichkeit ist also nur während des durch die Post bewirkten Transportes von Freiburg nach Hotel Jungfrau eingetreten.

Störender als diese Änderung ist im allgemeinen die oben besprochene Beeinflussung des Ausschlages durch die Temperatur, die nach den Angaben von Kolhörster bei seiner Neukonstruktion des Strahlungsapparates nicht mehr vorhanden ist.

Ich habe oben den Unterschied der Strahlung zwischen Land- und Wasseroberfläche, wie ich ihn bei verschiedenen Beobachtungen gefunden habe, zu 2—5 Ionen angegeben. Natürlich hängt diese Größe vollständig von der Bodenbeschaffenheit ab. Bewachsener Wiesenboden hat im allgemeinen eine weitaus geringere Strahlung als Fels. Während ich auf dem Aletschgletscher am Concordiaplatz im Mittel eine Ionisierungsstärke von 10,7 Ionen sec^{-1} cm^{-3} maß, erhielt ich auf den anstoßenden Gneisfelsen des Trugbergs 19,6 und in dem aus demselben Material erbauten, aber mit Holz ausgetäfelten Pavillon Cathrein 18,0 Ionen. Auf ähnlichem Glimmerschiefer maß ich am Eggishorn eine sekundliche Erzeugung von 16,8, unter einem überhängenden Fels von 20,0 und auf mit Rasen bewachsenen Gestein einige Meter von einer Felswand entfernt 19,0 und etwas näher am Fels 21,5 Ionen $\times cm^{-3}$.

Die stärkste Strahlung fand ich bis jetzt im Granit des Lötschbergtunnels mit einer sekundlichen Erzeugung von 30 Ionen im Kubikzentimeter. Bei dem Vergleich ist zu beachten, daß bei allen Messungen am Eggishorn und Aletschgletscher der Apparat mit Luft von 584 mm Druck gefüllt war. In Freiburg über Rasen in einem Garten beträgt die sekundliche Ionenerzeugung im Mittel $11,3 \cdot cm^{-3}$.

Aufschluß über die Natur der in Rede stehenden Strahlung könnte auch die Kenntnis von deren Schwankungen geben. Von vornherein ist aber die Wahrscheinlichkeit, mit den gebräuchlichen Apparaten solche Schwankungen sicher nachweisen zu können, nicht groß. Nach den Messungen im Bodensee werden in meinem Apparat höchstens 3 Ionen durch die von oben kommenden Strahlen erzeugt, von den 11,3, die hier auf Rasen gemessen werden. Eine Änderung der von oben kommenden Strahlung um 15 Proz. ändert die Gesamtstrahlung (Eigenstrahlung der Gefäßwände, Bodenstrahlung, aus der Atmosphäre kommende Strahlung) nur um etwa 5 Proz. Das ist eine Größe, die angesichts der Änderung des Ausschlages mit der Temperatur gerade noch mit Sicherheit festgestellt werden kann.

Man hat versucht die Störung durch Umhüllen des Apparates mit Watte auszuschließen. Man kann aber auch dadurch nicht verhindern, daß die Temperatur des Apparates im Laufe des Tages den Schwankungen der Lufttemperatur folgt, im Gegenteil durch die Watteumhüllung wird nur bewirkt, daß die einzelnen Teile des Apparates mit ungleicher Geschwindigkeit dem Gang der Lufttemperatur folgen, wodurch der Fehler vergrößert wird. Die Simultanmessungen mit verschiedenen Apparaten[1]) haben demnach auch ergeben, daß auch an demselben Ort verschiedene Apparate im Laufe eines Tages einen verschiedenen Gang aufweisen. Außerdem hat bis jetzt so ziemlich jeder Beobachter einen anderen täglichen Gang gefunden. Ich kann demnach auch die von Bergwitz[2]) gefundene tägliche Periode nicht für reell halten, zumal sie sich nur aus den Mittelwerten ergibt, während an den einzelnen Tagen, offenbar von den Zufälligkeiten der Bewölkung bzw. Sonnenstrahlung bedingt, der scheinbare tägliche Gang der durchdringenden Strahlung ein ganz verschiedener ist. Eigene Versuche, bei denen ich den Wulfschen Apparat gegen den Einfluß der Besonnung sorgfältig geschützt hatte, und besonders solche an Tagen mit bedecktem Himmel, lassen keine tägliche Schwankung der Strahlung erkennen[3]).

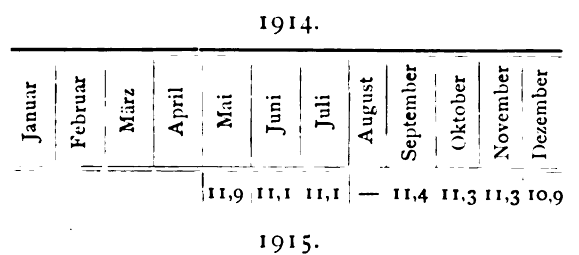
Um die Frage definitiv zu lösen, griff ich nach dem Vorgang Rutherfords auf das Quadrantelektrometer zurück. Die größere Kapazität desselben macht auch eine größere Ionisierungskammer notwendig. Die Verwendung einer solchen bringt aber dafür den Vorteil mit sich, daß die durch die Eigenstrahlung der Gefäßwände hervorgerufene Ionisierung zurücktritt gegenüber der von der durchdringenden Strahlung erzeugten. Als Elektrometer verwendete ich das Benndorfsche Registrierinstrument, als Ionisierungskammer ein zylindrisches Gefäß aus 1 mm starkem Zinkblech, von 120 cm Höhe und 50 cm Durchmesser, also 235 Liter Inhalt. Als innere Elektrode dient ein an einem Isolator aufgehängter Stab von 70 cm Länge und 1 cm Durchmesser. Durch ein kurzes, an das Gefäß angelötetes Rohrstück führt von dieser Elektrode ein dünner Draht zu der Klemme des unmittelbar neben dem Gefäß in einem Holzkasten aufgestellten Benndorfschen Elektrometers. Der ganze Apparat stand auf einem Rasenstück im Garten, und zwar auf einem Lattengestell 30 cm über dem Boden. Chlorkalzium hielt das Innere der Ionisierungskammer und des Elektrometerkastens trocken. Aufgeladen wurde auf etwa 400 Volt. Von der Güte der Isolation kann man sich beim Benndorfschen Elektrometer leicht überzeugen, wenn man dasselbe aufladet, ohne es mit der Ionisierungskammer zu verbinden. Die Isolation in letzterer konnte

1) Wulf, diese Zeitschr. **14**, 1141, 1913.
2) Bergwitz, l. c.
3) Gockel, diese Zeitschr. **14**, 1143, 1913.

durch Entfernung der inneren Elektrode ebenfalls geprüft werden. Über diese Registrierungen, die noch an anderen Orten fortgesetzt werden sollen, kann ich jetzt schon berichten, daß sie keine Spur einer täglichen Schwankung erkennen lassen. Während anhaltender Regen mußte die Registrierung unterbrochen werden, da es bei solchem Wetter nicht gelang die gute Isolation im Elektrometerkasten aufrecht zu erhalten. Die erhaltenen Kurven, die einen durchaus gleichmäßigen Abfall zeigen, sind also mit wenigen Ausnahmen an niederschlags- und nebelfreien Tagen aufgenommen worden. Zu demselben Resultate, daß nämlich eine tägliche Schwankung in einem nachweisbarem Maße nicht existiert, kam auch Kolhörster mit dem verbesserten Apparate.

Eine jährliche Schwankung kann schon nachgewiesen werden, auch wenn sie nicht so groß ist wie die tägliche, da die Tagesmittel natürlich mit größerer Sicherheit bestimmt werden können als die Stundenwerte. Eine große Wahrscheinlichkeit hatte auch die Existenz einer solchen nicht für sich, weil die Tagesmittel von zwei meteorologisch ganz verschiedenen Tagen oft auf 1 Proz. genau untereinander übereinstimmten. Von den zahlreichen Messungen, die ich anstellte, sollen hier nur die aus der Zeit von Mai 1914 bis Juli 1915 angeführt werden, weil in dieser Zeit am Apparate keine Veränderung vorgenommen wurde. Die Messungen wurden, soweit es die Zeit erlaubte, täglich gemacht. Der Apparat stand über Nacht im Zimmer, und wurde dort 8 a abgelesen, nachdem er 7^h aufgeladen war und nun auf ein Rasenstück im Garten gebracht, wo er bis 9 p blieb. Auch im Hochsommer war um diese Stunde der Beobachtungsplatz schon seit 2—3 Stunden im Schatten, so daß man wohl annehmen konnte, daß sowohl bei der Morgen- als auch bei der Abendablesung der Apparat in allen seinen Teilen die gleiche Temperatur besaß, daß also die Einstellung von der Temperatur unabhängig war.

Die Resultate sind:



	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember
1914.					11,9	11,1	11,1	—	11,4	11,3	11,3	10,9
1915.	10,7	10,6	11,1	11,3	11,7	12,2	12,0					

Die Zunahme der Strahlung in der wärmeren Jahreszeit ist unverkennbar. Auch Bergwitz[1], dessen Messungen sich nur über die 3 ersten Monate des Jahres erstrecken, fand eine Zunahme der Strahlung mit vorrückender Jahreszeit. Augenscheinlich handelt es sich hier um einen Einfluß der Temperatur auf den aus dem Boden kommenden Teil der Strahlung. Das beweist am besten der Unterschied der Strahlungswerte in dem verhältnismäßig kalten Juni 1914 (mittlere Temperatur 14,0°) und dem Juni 1915 (mittlere Temperatur 17,0°). Zu demselben Resultat führten auch frühere Beobachtungen. Ich führe hier nur noch eine kurze Reihe an, die mit einem Apparat von stärkerer Eigenstrahlung gewonnen wurde. Der Apparat stand auf einem 1,7 m hohen Lattengestell auf dem Rasenstück im Garten.

1912.			1913.	
Juli,	August,	September	Januar,	Februar
19,4	19,3	19,6	18,8	18,5.

Schon der Umstand, daß, wie ich oben angegeben habe, die Strahlung an aufeinander folgenden, meteorologisch ganz verschiedenen Tagen gleich bleibt, beweist, daß der Teil der Strahlung, dessen Schwankungen wir hier beobachten, nicht aus der Atmosphäre, sondern aus den obersten Schichten des Bodens kommt, die sich im Laufe der wärmeren Jahreszeit, infolge der stärkeren Bodenatmung stärker mit radioaktiven Induktionen anreichern. Daß dieser Einfluß in der Atmosphäre schon fast verschwindet, zeigt sich daraus, daß auf der Plattform eines 13 m hohen Turmes, auf welchem der Apparat durch Mauerwerk gegen die Bodenstrahlung geschützt ist, sich ein Unterschied in der Strahlung zwischen Sommer und Winter kaum mehr nachweisen ließ. Das Monatsmittel für den August 1912 war 18,5, für Februar 1913 18,3. Ein nach der oben gegebenen Erklärung zu erwartender Einfluß der Luftdruckschwankung in dem Sinne, daß bei fallendem Barometer die Emanation aus der Tiefe in die oberen Bodenschichten gesaugt, bei steigendem ihr Emportreten verlangsamt wird, die Strahlung also abnimmt, und umgekehrt zunimmt mit abnehmendem Luftdruck, ist von Berndt[2]) in Argentinien wirklich gefunden worden. Er tritt auch in meinen Beobachtungen in Freiburg zutage, jedoch nur im Mittel aus mehreren Monaten, im einzelnen wird der Einfluß der Luftdruckschwankung häufig durch andere Einflüsse, besonders Durchnässung des Bodens überdeckt, und es erscheint mir auch sehr wahrscheinlich,

1) Bergwitz, l. c. S. 589.

2) Berndt, Luftelektrische Beobachtungen in Argentinien. Berlin 1913.

daß die Zunahme der Bodenstrahlung in der warmen Jahreszeit in mindestens ebenso hohem Maße durch die abnehmende Bodenfeuchtigkeit wie durch die zunehmende Temperatur bedingt ist.

Ein Unterschied zwischen Frühjahr und Herbst, der eintreten müßte, wenn die Deklination der Sonne die durchdringende Strahlung merkbar beeinflußte, ist nicht vorhanden; das abweichende Resultat von Mache[1]) erklärt sich wohl dadurch, daß dieser Forscher mit einem nicht verschlossenen Apparat arbeitete. Etwas anders stellte sich die Sache am Eggishorn in 2200 m Höhe. Während, wie oben bemerkt, in der Ebene die Tagesmittel von aufeinander folgenden Tagen kaum voneinander abweichen, schwankten hier innerhalb der 14 Tage umfassenden Beobachtungsperiode die gemessenen Tagesmittel unregelmäßig zwischen 14,9 und 17,1 Ionen/$cm^3 \times sec^{-1}$. Wenn man auch aus einer so kurzen Messungsreihe noch keine weitgehenden Schlüsse ziehen darf, so hat es doch den Anschein, als ob in dieser Höhe bereits die Schwankungen des aus der Atmosphäre kommenden Anteils der durchdringenden Strahlung sich stärker bemerkbar machen. Daß der aus dem Boden kommende Anteil am Eggishorn stärkere Schwankungen als in der Ebene zeigt, ist wenig wahrscheinlich, da der Apparat auf festem, nur an der Oberfläche verwittertem Felsen stand.

Eine mindestens über ein Jahr sich erstreckende Beobachtungsreihe auf einem Bergobservatorium könnte interessante Aufschlüsse über die Natur der aus der Atmosphäre kommenden Strahlung geben, da auf einer Bergspitze der Einfluß des Bodens zurücktritt oder wenn dieselbe mit Eis oder Firn bedeckt ist, fast ganz verschwindet, während der aus der Atmosphäre kommende Anteil der Strahlung, wie die Ballon- und Gletscherbeobachtungen zeigen, von 2500 m Seehöhe an rasch zunimmt.

Ich fasse die Ergebnisse dieser Untersuchungen kurz zusammen:

1. Eine Wasserschicht von 3,5 m Dicke genügt noch nicht, um die ganze aus der Atmosphäre kommende (kosmische?) Strahlung zu absorbieren.
2. Die Beobachtungen auf Gletschern beweisen ebenso wie die im Ballon gemachten eine Zunahme der durchdringenden Strahlung mit der Höhe.
3. Auf festem kristallinischem Gestein ist die Strahlung intensiver als auf Kulturboden diluvialer Formationen.
4. Eine tägliche Schwankung der durchdringenden Strahlung ist in Freiburg (Schweiz) nicht nachweisbar.
5. Der aus dem Boden kommende Anteil der Strahlung ist stärker in der wärmeren Jahreszeit als in der kalten.
6. Schon in einer Höhe von 2200 m scheint auch der aus der Atmosphäre kommende Anteil von Tag zu Tag Schwankungen aufzuweisen. Weitere Untersuchungen auf Bergspitzen sind wünschenswert.

Eine Vermutung über die Quelle desjenigen Teiles der Strahlung auszusprechen, der nicht aus dem Boden kommt und in geringer Seehöhe etwa 2 Ionen sekundlich in Kubikzentimeter erzeugt, in 9 km Höhe nach Kolhörster aber 80, scheint auch jetzt noch gewagt. Gegen die Sonne als Strahlungsquelle spricht der Mangel eines Unterschieds von Tag und Nacht und die Resultate der Berechnungen v. Schweidlers[1]). Immerhin wäre es von hohem Interesse, durch Beobachtungen auf Bergstationen festzustellen, ob die Strahlung von der Ausdehnung der Sonnenflecken oder der Deklination der Sonne abhängig ist. Gegen die Sonne als Strahlungsquelle scheint mir auch der Umstand zu sprechen, daß weder Mc Lennan und Mc Leod[2]) auf ihrer Fahrt von England nach Kanada, noch Simpson und Wright[3]) auf einer Kreuzfahrt vom Atlantischen Ozean bis in die Südsee, solange sie weit vom Lande entfernt waren, örtliche und zeitliche Schwankungen der durchdringenden Strahlung, von einem gleich zu erwähnenden Einfluß des Barometerstandes abgesehen, nachweisen konnten. Der Umstand, daß Simpson und Wright auch auf hoher See einen Einfluß des Barometerstandes fanden, schwache Zunahme der Strahlung bei niederem Luftdruck, daß ferner er und Wright sowohl als auch Mc Lennan und Mc Leod eine starke Zunahme der Strahlung mit der Annäherung an das Land beobachteten, daß ferner Lassalle[4]) in Manila eine tägliche Schwankung der Strahlung im Betrag von mindestens 1 : 2 im Zusammenhang mit der Periode der Land- und Seewinde beobachtete, könnte Veranlassung geben, die aus der Atmosphäre kommende Strahlung als Strahlung eines in der Atmosphäre enthaltenen, bis jetzt noch unbekannten sehr leichten radioaktiven Gases aufzufassen, wobei dann allerdings auch noch manche Unstimmigkeiten aufzuklären wären. So stimmt die von Simpson

1) H. Mache, Wien. Ber. **119**, 55, 1910.

1) v. Schweidler, Elster und Geitel-Festschrift S. 419.
2) Mc Lennan und Mc Leod, Phil. Mag. **26**, 740, 1913.
3) G. C. Simpson u. C. S. Wright, Proc. Roy. Soc. **85**, 175, 1911.
4) L. J. Lassalle, Phys. Rev. **5**, 135, 1915.

und Wright beobachtete Abhängigkeit vom Barometerstand schlecht mit der aus den Kolhörsterschen Beobachtungen zu folgernden Annahme, daß sich dieses hypothetische Gas hauptsächlich in den oberen Luftschichten ansammelt, und anderes mehr.

Der Solvay-Stiftung, aus deren Mitteln das Registrierelektrometer, die große Ionisierungskammer und verschiedene Hilfsapparate angeschafft werden konnten, spreche ich für die gütige Unterstützung meiner Arbeiten den besten Dank aus.

Freiburg (Schweiz), September 1915.

(Eingegangen 17. September 1915.)

Zur Kenntnis der Spektren von Ruthenium, Niobium und Thulium.

Von Emil Paulson.

In einem früheren Aufsatz (Das Wellenzahlensystem des Rutheniums, diese Zeitschr. **16**, 81—84, 1915) habe ich eine Anordnung von 548 *Ru*-Linien gegeben, welche sich in 65 mehr oder weniger vollständigen Gruppen von je 18 Linien zusammenfassen lassen. Die Differenzen zwischen den Wellenzahlen entsprechender Linien sind dann für sämtliche Gruppen identisch und haben folgende Werte ($A-R$ bezeichnet die Wellenzahlen):

$$
\begin{array}{ll}
B-A=1408{,}78 & K-J=491{,}44 \\
C-B=2198{,}97 & L-K=40{,}48 \\
D-C=792{,}94 & M-L=560{,}67 \\
E-D=31{,}04 & N-M=938{,}29 \\
F-E=1440{,}29 & O-N=3832{,}68 \\
G-F=62{,}99 & P-O=621{,}86 \\
H-G=62{,}96 & Q-P=901{,}23 \\
I-H=286{,}79 & R-Q=1191{,}04 \\
J-I=195{,}54 &
\end{array}
$$

woraus man durch einfaches Addieren die Differenz der Wellenzahlen zweier beliebiger Linien innerhalb einer Gruppe erhält. Das ganze Intervall umfaßt also 15057,99 Wellen.

Als Ergänzung dieser Untersuchung führe ich hierunter (Tabelle I) noch 91 andere Linien an, die demselben System angehören. Von besonderem Interesse sind die drei ersten Gruppen,

Tabelle I.

		I	ν	(±) Δ
G_1	*B*	2	29 404,07	
	D	5	26 411,78	2992,29
	E	5	26 380,70	31,08
	G	2	24 877,48	1503,22
	J	0	24 332,08	545,40
	P	2	17 846,41	6485,67
	2	2	16 945,27	901,14
G_2	*A*	2	31 236,62	
	C	4	27 629,42	3607,20
	D	4	26 836,63	792,79
	E	7	26 805,41	31,22
	I	3	24 952,09	1853,32
	J	4	24 756,33	195,76
	K	2	24 265,07	491,26
	L	2	24 224,69	40,38
	P	2	18 271,34	5953,35
	2	3	17 370,22	901,12
G_2	*I*	1	25 494,08	
	J	5	25 298,20	195,88
	K	3	24 806,81	491,39
	N	8	23 267,23	1539,58
	P	2	18 812.84	4454,39
G_3	*D*	1	18 956,49	
	E	1	18 987,44	30,95
	F	1	20 427,05	1439,61
	H	1	20 553,93	126,88
	K	4	21 527,32	973,39
G_4	*D*	2	23 442,43	
	E	3	23 473,25	30,82
	F	2	24 913,62	1440,37
	L	0	26 053,74	1140,12
	N	1	27 553,14	1499,40
	O	4	31 385,74	3832,60
	P	4	32 007,37	621,63
G_5	*A*	1	21 916,51	
	B	4	23 325,20	1408,69
	E	0	26 348,17	3022,97
	L	4	28 928,74	2580,57
	M	2	29 489,48	560,74
	P	5	34 882,83	5393,35
G_6	*A*	1	22 570,92	
	B	2	23 979.56	1408,64
	C	2	26 178,70	2199,14
	E	2	27 002,65	823,95
	L	4	29 583,17	2580,52
G_7	*A*	2	23 152,06	
	B	2	24 560,61	1408,55
	D	1	27 553,14	2992,53
	E	5	27 583,54	30,40
	F	1	29 023,79	1440,25
	K	1	30 123,56	1099,77
	L	2	30 164,27	40,71
	M	4	30 725,08	560,81
	O	3	35 496,37	4771,29
G_8	*A*	4	23 538,83	
	B	2	24 947,49	1408,66
	C	1	27 146,40	2198,91
	H	2	29 536,77	2390,37
	I	2	29 822,97	286,20
	L	5	30 550,95	727,98
G_9	*A*	2	24 693,98	
	B	2	26 102,65	1408,67
	E	4	29 125,56	3022,91
	H	3	30 691,98	1566,42
	I	3	30 978,74	286,76
	L	4	31 706,48	727,74
	O	1	37 037,58	5331,10
G_{10}	*A*	2	24 868,51	
	B	2	26 277,28	1408,77
	E	3	29 300,16	3022,88
	F	1	30 740,47	1440,31
	H	3d	30 866,58	126,11
	J	3	31 349,54	482,96
	K	3	31 841,05	491,51
	L	3	31 881 05	40,00
	O	1	37 213,32	5332,27
	P	4	37 835,22	621,90
G_{11}	*A*	4	28 928,74	
	B	4	30 337,50	1408,76
	C	4	32 536,84	2199,34
	D	2	33 329,56	792,72
	E	2	33 360,69	31,13
	G	2	34 863,98	1503,29
	H	2	34 927,06	63,08
	L	1	35 941,36	1014,30
G_{12}	*A*	2	29 187,54	
	B	5	30 596,78	1408,94
	E	2	33 619,66	3022,88
	I	2	35 472,81	1853,15
	J	1	35 668,52	195,71
	L	2	36 200,41	531,89

da hier die Reihenfolge der Linien umgekehrt ist und die Differenzen (im früheren Sinn genommen) folglich als negative Größe anzusehen sind. Diese Erscheinung tritt übrigens auch in anderen Spektren auf.

In vorstehender Tabelle I geben die Buchstaben A—R den Platz jeder Linie innerhalb ihrer Gruppe an. I, ν und $\triangle$ bezeichnen die Intensitäten der Linien, die Wellenzahlen und die Differenzen der letzteren.

In bezug auf die Spektren von Niobium und Thulium habe ich nur vorläufige Untersuchungen vorgenommen. Es fehlt mir jedoch an Zeit diese jetzt zu vervollständigen, und so gebe ich hier die bisher erhaltenen Ergebnisse. In Niobium ist es mir gelungen, eine Gruppe von je 5 Linien herauszusondern, deren Wellenzahlendifferenz im Mittel $\triangle_1 = 720{,}25$, $\triangle_2 = 1027{,}02$, $\triangle_3 = 355{,}19$ und $\triangle_4 = 303{,}29$ sind. Sie werden in der folgenden Tabelle II zusammengestellt. Die Messungen rühren von Exner und Haschek her.

Tabelle II.

I	A	$\triangle_1=720{,}25$	I	B	$\triangle_2=1027{,}02$	I	C	$\triangle_3=355{,}19$	I	D	$\triangle_4=303{,}29$	I	E
			3	21 508,15	1027,52	20	22 535,67	354,86	8	22 890,53	303,30	8	23 193,83
2	20 876,09	720,83	2	21 596,92	1027,51	2	22 624,43	354,57	4	22 979,00			
			2	21 944,16	1026,23	2	22 970,39	355,18	4	23 325,57	303,30	4	23 628,87
4	21 238,32	720,35	3	21 958,67	1027,40	2	22 986,07				658,44	10	23 644,51
									20	23 707,14	303,56	15	24 010,70
			1	22 471,51	1026,61	5	23 498,12	355,53	10	23 853,65	303,40	3	24 157,05
2	21 855,34	720,01	3	22 575,35				1381,85	3	23 957,20			
						15	23 725,30	354,78	20	24 080,08	303,38	20	24 383,46
1	22 112,05	720,61	2	22 832,66	1027,48	20	23 860,14	355,28	8	24 215,42			
			2	23 128,66	1026,57	20	24 155,23	355,29	30	24 510,52			
3	23 102,16	719,95	2	23 822,11							1685,62	6	25 507,73
20	23 113,16	720,14	2	23 833,30	1026,76	1	24 860,06	355,27	4	25 215,33			
			5	24 094,47	1026,93	4	25 121,40	355,40	3	25 476,80	303,17	3	25 779,97
8	23 836,26	720,19	1	24 556,45							1685,86	10	26 272,31
						3	25 788,82	354,90	4	26 143,72	302,84	5	26 446,56
			2	24 825,60	1027,28	2	25 852,88	355,25	3	26 208,13	303,07	3	26 511.20
									20	26 294,13	303,53	10	26 597,66
			4	25 215,33	1026,98	10	26 242,31	355,35	10	26 597,66			
						5	26 353,31	354,81	3	26 708,12	303,51	1	27 011,63
						10	26 375,27	355,62	10	26 730,89			
50	24 635,76	720,31	5	25 356,07	1027,07	15	26 383,14	354,83	20	26 737,97	303,67	10	27 041,64
5													
			10	25 543,63	1026,54	3	26 570,17	355,48	3	26 925,65	303,17	2	27 228,82
2	25 183,59				1747,29	20	26 930,88	355,37	8	27 286,25			
1	25 221,69	720,33	2	25 942,02	1027,05	1	26 969,07	355,34	3	27 324,41	302,95	3	27 627,36
			3	26 416,73	1026,77	2	27 443,50	355,28	1	27 798,78			
									10	27 964,21	303,14	10	28 267,35
3	26 073,51	720,41	2	26 793,92							1685,56	2	28 479,48
6	26 182,69	719,57	8	26 902,26	1027,42	15	27,929,68	355,42	10	28 285,10	303,32	3	28 588,42
3	26 642,94	720,28	1	27 363,22				1381,99	5	28 745,21			

In Thulium habe ich nur das Vorkommen zahlreicher Paare mit der Wellenzahlendifferenz 237,00 feststellen können. Die nachfolgende Tabelle III enthält einige dieser Paare, deren Komponenten eine größere Intensität besitzen. Wie bekannt hat Auer gezeigt, daß Thulium kein einfaches Element ist, sondern aus wenigstens drei Komponenten besteht Tm_1, Tm_2 und Tm_3. Es zeigt sich auch, daß alle von den geordneten Linien, über deren Ursprung Angaben vorliegen, der Komponente Tm_2 angehören. Von den beiden Linien $\lambda = 4242$ ($\nu = 23\,572{,}12$) und $\lambda = 4200$ ($\nu = 23\,809{,}23$) rechnen Exner und Haschek die erste zu Erbium und die zweite zu Terbium. Sie gehören wahrscheinlich jedoch zu Thulium, da sie ein Paar mit der oben erwähnten Differenz bilden. Das

Tabelle III.

I	A	$\triangle = 237{,}00$	I	B
4	22 077,24	237,02	10	22 314,26
10	23 572,12	237,11	4	23 809,23
3	25 026,77	237,18	8	25 263,95
8	25 749,50	237,15	50	25 986,65
20	26 344,21	236,76	20	26 580,97
4	26 348,24	236,97	20	26 585,21
15	26 778,85	236,93	15	27 015,78
15	27 024,04	236,99	5	27 261,03
4	28 037,75	237,04	3	28 274,79
10	28 953,45	236,81	4	29 190,26
4	29 410,90	237,09	8	29 647,99
3	30 147,54	236,69	5	30 384,23
5	30 279,17	237,01	4	30 516,18
4	30 455,03	236,76	5	30 691,79
4	30 611,19	236,92	5	30 848,11
8	31 516,22	237,17	2	31 753,39
8	31 670,73	237,37	10	31 908,10

gleiche gilt für die Linie $\lambda = 3373$ ($\nu = 29647{,}99$), die sie auch Erbium zuschreiben.

Lund, 18. September 1915.

(Eingegangen 20. September 1915.)

Elektronentheorie der Metalle und Nernstsche Formel.

Von Karl F. Herzfeld.

Einleitung[1]).

Nach der Elektronentheorie der Metalle ist ein Teil der Atome in positive Ionen und Elektronen zerspalten. Ist nun das Metall in Kontakt mit irgendeinem andern Medium, so wird sich für alle 3 Teilchengattungen (Atome, Ionen, Elektronen) eine Gleichgewichtsverteilung zwischen den beiden Phasen (Metall und Umgebung) herstellen. Diese Gleichgewichtsverteilung ist für ein ideales Gas, als welches wir die Elektronen betrachten wollen, mit Hilfe des Boltzmannschen Theorems aus der Arbeit berechenbar, die zur Überführung aus einem Raum in den andern nötig ist. Bei den anderen Teilchen, die als fest gebunden betrachtet werden müssen, kommen noch Faktoren quantentheoretischer Natur dazu. Ist das zweite Medium Wasser, so werden sich also auch in diesem positive Ionen finden. Die Zahl dieser Ionen ist aber durch die Nernstsche Formel bestimmt, so daß ein inniger Zusammenhang zwischen dieser und den Verteilungsformeln besteht. Andererseits ist durch das experimentell gefundene Vorhandensein der positiven Metallionen im Wasser auch ihr Vorhandensein im Metall bewiesen. Die Existenz freier Elektronen ist damit allerdings noch nicht zwingend gezeigt, doch ergibt eine mit den folgenden Zahlen und Formeln durchgeführte Überschlagsrechnung, daß die Energie, die zum Lostrennen dieser eventuell gebundenen Elektronen nötig ist, nur eine geringe sein kann.

Wir werden die Elektronen im folgenden als frei betrachten.

Einwertige Metalle.

Wir untersuchen ein System, das aus dem Metall, angrenzender Lösung und darüber freiem Raum besteht. Zwischen Metall und Lösung bestehe die Potentialdifferenz ε. Wir bezeichnen alle Größen, die sich auf Atome beziehen, mit dem Index A, die sich auf positive Ionen beziehen, mit dem Index J, die sich auf Elektronen beziehen, mit dem Index E. Außerdem bekommen sie für das feste Metall den Index f, für den darüber befindlichen Dampf den Index D. Zwischen Metall und Dampf bestehe die Voltasche Spannungsdifferenz φ, so daß die Arbeit, die nötig ist, ein freies Elektron aus dem Metall in den Dampf zu schaffen, $-\varphi e$ ist. (e Absolutwert der Elektronenladung $=\frac{F}{N}$, $F = 96540$ Coulomb). Die Spannungsdifferenz ε verlegen wir an die Grenze Lösung —Dampf, so daß dort die Spannungsdifferenz $\varphi - \varepsilon$ besteht.

Nun wenden wir auf zwei Vorgänge in unserm System den 1. Hauptsatz an. Wir verdampfen[1]) 1 Atom (pro g-Atom geleistete Arbeit = Verdampfungswärme L), dissoziieren es im Dampfraum (Arbeit = Ionisationsarbeit J), schaffen erst das Ion in die Lösung und gewinnen dabei die Arbeit $A_0 + (\varphi - \varepsilon) F$, dann das Elektron und gewinnen dabei die Arbeit $E_0 - (\varphi - \varepsilon) F$. Hierbei bedeuten A_0 und E_0 die entsprechenden Arbeiten, wenn keine Potentialdifferenz zwischen Lösung und Dampf besteht. Das Elektron vereinigen wir mit einem Wasserstoffion, das entstandene Atom mit einem zweiten zu einem Wasserstoffmolekül und entfernen dieses aus dem Wasser. Die dabei im ganzen geleistete Arbeit ist $B + E_0$; $B = (B + E_0) - E_0$ ist also die Arbeit, die nötig ist, um 1 g Atom Wasserstoffionen in wässeriger Lösung durch Hineinschaffen eines Mols Elektronen in ein halbes Mol Wasserstoffgas zu verwandeln.

Das Endresultat ist die Ersetzung von 1 g Atom Wasserstoffionen durch 1 g Atom Metallionen. Dasselbe geschieht aber beim Auflösen des Metalls in verdünnten Säuren. Die gewonnene Energie muß also der Lösungswärme λ gleich sein.

$$\lambda = A_0 - L - J - B. \tag{A}$$

Als zweiten Prozeß benutzen wir folgenden.

Wir verdampfen und dissoziieren ein Atom, die dazu nötige Arbeit ist $L + J$. Dasselbe erreichen wir, wenn wir das Atom im Innern des Metalls dissoziieren (Arbeit A), dann das Elektron herausschaffen (Arbeit $-\varphi F$), zuletzt das Ion (Arbeit l[2]); hier ist der elektrische Teil der Arbeit an der Oberfläche inbegriffen.

Das gibt:

$$L + J = A - \varphi F + l. \tag{B}$$

1) Wenn die Literaturangaben sowie die zahlenmäßige Diskussion nicht mit der wünschenswerten Vollständigkeit durchgeführt sind, so bitte ich das mit den jetzigen Verhältnissen zu entschuldigen, da mir hier natürlich keine Bibliothek zur Verfügung steht. Herrn Privatdozent Dr. F. Paneth, Assistent am Radiuminstitut in Wien, bin ich für seine briefliche Unterstützung, die allein die Fertigstellung ermöglichte, zu größtem Dank verpflichtet.

1) Beim absoluten Nullpunkt der Temperatur.

2) Dieselbe muß durchaus nicht $= L + \varphi F$ sein.

Nun gehen wir zur Betrachtung der Gleichgewichte über.

Es bestehen folgende Gleichungen:

I. im Metall[1]) $C_{\mathfrak{J}f} C_{Ef} = C_{Af} [A] e^{-\frac{A}{RT}}$ [2]); (I)

II. im Dampf $C_{\mathfrak{J}D} C_{ED} = C_{AD} [J] e^{-\frac{\mathfrak{J}}{RT}}$; (II)

III. für das Gleichgewicht zwischen Dampf und Metall:

a) bei den Atomen die Dampfdruckformel

$$C_{AD} = C_{Af} [L] e^{-\frac{L}{RT}}; \quad \text{(IIIa)}$$

b) bei den Ionen $C_{\mathfrak{J}D} = C_{\mathfrak{J}f} [l] e^{-\frac{l}{RT}}$; (IIIb)

c) bei den freien Elektronen

$$C_{ED} = C_{Ef} e^{+\frac{\varphi F}{RT}}. \quad \text{(IIIc)}$$

Bei den freien Elektronen ist also angenommen, daß die Verteilung zwischen den beiden Räumen der klassischen kinetischen Theorie folgt.

IV. Für das Gleichgewicht zwischen den Ionen im Dampf und im Wasser (γ = Ionenkonzentration im Wasser)

$$C_{\mathfrak{J}D} = \gamma e^{-\frac{\Lambda_0 + (\varphi - \varepsilon) F}{RT}}. \quad \text{(IV)}$$

Hier wurde dieselbe Annahme gemacht wie unter (IIIc).

Diese Formel ist im wesentlichen identisch mit der Nernstschen, deren kinetische Bedeutung (im Fall des Gleichgewichtes) damit gegeben ist. Um die Beziehung auf den Dampf zu entfernen benutzen wir noch (IIIb)

$$C_{\mathfrak{J}f} = \frac{\gamma}{[l]} e^{-\frac{\Lambda_0 + \varphi F - l}{RT}} e^{+\frac{\varepsilon F}{RT}},$$

oder in der Form der Nernstschen Formel geschrieben

$$-\frac{\varepsilon F}{RT} = \lg \frac{\gamma}{C}, \quad \underline{C = C_{\mathfrak{J}f} [l] e^{\frac{\Lambda_0 + \varphi F - l}{RT}}}. \quad (1)$$

C ist bekanntlich

$$C = 10^{-3} e^{+\frac{\varepsilon_0 F}{RT}},$$

wo ε_0 die Zersetzungsspannung ist und der Faktor 10^{-3} daher rührt, daß wir $\frac{\text{Mol}}{\text{cm}^3}$, die Elektrochemiker aber $\frac{\text{Mol}}{\text{Liter}}$ benutzen. Im folgenden setzen wir $\varepsilon = 0$, benutzen also C; γ folgt dann aus der obigen Beziehung. Die Gleichungen für die Luft-Lösunggleichgewichte von Ionen und Elektronen geben nichts Neues von Interesse.

1) Daß diese Gleichung und nicht die früher (diese Zeitschr. **14**, 1120, 1913) von mir abgeleitete $C_{Ef} = [\mathfrak{J}] e^{-\frac{\mathfrak{J}}{RT}}$ richtig ist, wird gleich gezeigt.

2) $[A]$ usw. bedeuten quantentheoretische Ausdrücke, über die später gesprochen wird.

Nun setzen wir (III) in (II) ein und finden

$$C_{\mathfrak{J}f} C_{Ef} [l] e^{-\frac{l - \varphi F}{RT}} = C_{Af} [L] [J] e^{\frac{L + \mathfrak{J}}{RT}},$$

oder mit Benutzung von (B)

$$C_{\mathfrak{J}f} C_{Ef} [l] e^{\frac{A}{RT}} = C_{Af} [L] [J].$$

Dies zeigt, daß die seinerzeit gegebene Gleichung[1])

$$C_{Ef} = \frac{b}{a} C_{\mathfrak{J}f} = [A] e^{-\frac{A}{RT}},$$

falsch ist und die Elektronendissoziation im Metall eine bimolekulare Reaktion ist.

Setzt man (I) ein, so erhält man

$$[l][A] = [L][J].$$

Da die Temperaturabhängigkeit von $[l]$ und $[L]$ aus thermodynamischen Gründen gleich ist, setzen wir

$$K[l] = [L] \quad [A] = K[J]. \quad (2)$$

Sei nun der den Elektronen im Innern zur Verfügung stehende freie Raum a, der für die Ionen b (so daß die Zahl der Ionen $= N C_{\mathfrak{J}f} b$ ist), dann ist infolge der Neutralität des Metalls

$$a C_{Ef} = b C_{\mathfrak{J}f}. \quad \text{(V)}$$

Ferner ist $C_{Af} = \frac{d}{M} - b C_{\mathfrak{J}f}$, wo d die Dichte, M das Molekulargewicht ist.

Setzen wir (IV) in (II) ein, so wird

$$C_{ED} = \left(\frac{d}{M} - a C_{Ef}\right) \frac{[L][J]}{C} e^{\frac{\Lambda_0 - L - \mathfrak{J} + \varphi F}{RT}}.$$

Benutzen wir weiter (IIIc) und (A), so finden wir

$$C_{Ef} = \left(\frac{d}{M} - a C_{Ef}\right) \frac{[L][J]}{C} e^{\frac{\Lambda_0 - L - \mathfrak{J}}{RT}} =$$

$$= \left(\frac{d}{M} - a C_{Ef}\right) \frac{[L][J]}{C} e^{\frac{\lambda + B}{RT}},$$

oder

$$C_{Ef} = \frac{\frac{d}{M} \frac{[L][J]}{C} e^{\frac{\lambda + B}{RT}}}{1 + a \frac{[L][J]}{C} e^{\frac{\lambda + B}{RT}}}. \quad (3)$$

Für $C_{\mathfrak{J}f}$ erhalten wir aus (IV)

$$C_{\mathfrak{J}f} = K \frac{C}{[L]} e^{-\frac{\lambda + B + A}{RT}}. \quad (4)$$

Das in (V) eingesetzt, ergibt eine quadratische Gleichung für C mit der Lösung

1) Vgl. Anm. 1 der vorhergehenden Spalte.

$$C = \frac{d}{M}[L][J]\,e^{\frac{\lambda + B}{RT}}$$
$$\left(\sqrt{\frac{aM}{bd}\,\frac{1}{K}\,\frac{e^{\frac{A}{RT}}}{[J]} + \frac{a^2M^2}{4d}} - \frac{aM}{2d}\right). \tag{4'}$$

Zur Diskussion wollen wir unterscheiden, ob

$$\frac{ab}{4}\,\frac{1}{\frac{d}{M}}K[J]\,e^{-\frac{A}{RT}} \ll 1 \text{ oder } \gg 1.$$

Es ist klar, daß im ersten Fall die Dissoziation im Metall klein, im zweiten groß ist. Wir entwickeln in Reihen und finden im ersten Fall

$$C = \sqrt{\frac{a}{b}\,\frac{1}{K}\,\frac{d}{M}[L][J]}\;e^{\frac{2\lambda + 2B + A}{2RT}}$$
$$\left\{1 - \left(\frac{ab}{4}\frac{M}{d}K[J]\,e^{-\frac{A}{RT}}\right)^{1/2} + \right. \tag{5}$$
$$\left. + \frac{1}{2}\,\frac{ab}{4}\frac{M}{d}K[J]\,e^{-\frac{A}{RT}} - \frac{1}{8}\left(\frac{ab}{4}\frac{M}{d}K[J]\,e^{-\frac{A}{RT}}\right)^2 + \cdots\right\},$$

im zweiten

$$C = \frac{d}{Mb}\,\frac{1}{K}[L]\,e^{\frac{\lambda + B + A}{RT}}$$
$$\left\{1 - \frac{1}{ab}\,\frac{d}{M}\,\frac{e^{\frac{A}{RT}}}{K[J]} + 2\,\frac{d^2}{M^2}\,\frac{e^{\frac{2A}{RT}}}{K^2[J]^2} - \cdots\right\}, \tag{6}$$

(V) und (4) ergibt hieraus

$$C_{Ef} = \frac{b}{a}\,C_{\mathfrak{J}f} = \sqrt{\frac{b}{a}\,\frac{d}{M}}\,K[J]^{1/2}\,e^{-\frac{A}{2RT}} \tag{7}$$
$$\left\{1 - \left(\frac{ab}{4}\frac{M}{d}K[J]\,e^{-\frac{A}{RT}}\right)^{1/2} + \frac{1}{2}\,\frac{ab}{4}\frac{M}{d}K[J]\,e^{-\frac{A}{RT}} \cdots\right\},$$

im ersten Fall

$$C_{Ef} = \frac{b}{a}\,C_{\mathfrak{J}f} = \frac{1}{a}\,\frac{d}{M}$$
$$\left\{1 - \frac{1}{ab}\,\frac{d}{M}\,\frac{e^{\frac{A}{RT}}}{K[J]} + 2\,\frac{d^2}{M^2}\,\frac{e^{\frac{2A}{RT}}}{K^2[J]^2} - \right\}.$$

im zweiten Fall, in dem also der Bruchteil der Moleküle

$$\frac{1}{ab}\,\frac{d}{M}\,\frac{e^{\frac{A}{RT}}}{K[J]} - 2\,\frac{d^2}{M^2}\,\frac{e^{\frac{2A}{RT}}}{K^2[J]^2}, \tag{8}$$

unzersetzt bleibt.

Zweiwertige Metalle.

Hier sind von vornherein verschiedene Annahmen über die Art der zwei Dissoziationen möglich. Wir wollen als einfachsten Fall annehmen, daß zuerst ein bestimmtes Elektron (Arbeit A_1, J_1) und erst, wenn dieses schon den Atomverband verlassen hat, ein bestimmtes zweites (Arbeit A_2, J_2) abgetrennt werden kann. Daß die Reihenfolge dieser Vorgänge auch umgekehrt sein kann, ist unwahrscheinlich, da sonst zwei verschiedene Arten einfach geladener Ionen auftreten würden. Dagegen ist möglich, daß erst irgendeines der zwei Elektronen abgespalten wird, wozu die Arbeit A_1, J_1 nötig wäre, und dann das zweite. Das hätte eine Multiplikation der rechten Seiten von (I'), (II) mit 2 zur Folge. Dieser Faktor 2 wäre im weiteren überall dazuzusetzen, wo $e^{-\frac{A_1}{RT}}$, $e^{-\frac{\mathfrak{J}_1}{RT}}$ auftritt.

Die Gleichungen für die erste Dissoziation lauten wie für einwertige Stoffe

$$C_{1f}C_{Ef} = K_1\,C_{Af}[J]\,e^{-\frac{A_1}{RT}} =$$
$$= K_1\left\{\frac{d}{M} - b(C_{1f} + C_{2f})\right\}[J]\,e^{-\frac{A_1}{RT}}, \tag{I'}$$

$$C_{1D}\,C_{ED} = C_{AD}[J]\,e^{-\frac{\mathfrak{J}_1}{RT}} =$$
$$= \left\{\frac{d}{M} - b(C_{1f} + C_{2f})\right\}[J][L]\,e^{-\frac{L + \mathfrak{J}_1}{RT}}, \tag{II')IIIa'}$$

$$C_{1D} = C_{1f}\,\frac{[L]}{K_1}\,e^{-\frac{l_1}{RT}}, \tag{IIIb'}$$

$$C_{ED} = C_{Ef}\,e^{+\frac{\varphi F}{RT}}, \tag{IIIc'}$$

$$C_{1D} = C_1\,e^{-\frac{A_1 + \varphi F}{RT}} \tag{IV'}$$

$$\lambda_1 = A_1 - L - J_1 - B, \tag{A'}$$

$$L + J_1 = A_1 - \varphi F + l_1. \tag{B'}$$

Dazu kommen folgende analog gebaute für den zweiten Vorgang:

$$C_{2f}C_{Ef} = K_2\,C_{1f}[J]\,e^{-\frac{A_2}{RT}}, \tag{I''}$$

$$C_{2D}\,C_{ED} = C_{1D}[J]\,e^{-\frac{\mathfrak{J}_2}{RT}}, \tag{II''}$$

$$C_{2D} = C_{2f}\,\frac{[L]}{K_1K_2}\,e^{-\frac{l_2}{RT}}, \tag{IIIb''}$$

$$C_{2D} = C_2\,e^{-\frac{A_2 + 2\varphi F}{RT}}, \tag{IV''}$$

$$\lambda_2 = A_2 - L - J_1 - J_2 - 2B, \tag{A''}$$

$$L + J_1 + J_2 = A_1 + A_2 - 2\varphi F + l_2, \tag{B''}$$

$$aC_{Ef} = b(C_{1f} + 2C_{2f}). \tag{V'}$$

(IIIb') und (IV) ergeben wie früher mit (A'), (B')

$$C_{1f} = K_1\,\frac{C_1}{[L]}\,e^{-\frac{\lambda_1 + B + A_1}{RT}}. \tag{9}$$

Setzen wir dann die aus (V') folgende Gleichung

$$C_{1f} + C_{2f} = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}\,C_{Ef} + C_{1f}\right),$$

sowie obigen Wert für C_{1f} ein, so finden wir

$$C_{Ef}=\frac{K_1[J]e^{-\frac{A_1}{RT}}\left(\frac{d}{M}-\frac{b}{2}C_{1f}\right)}{C_{1f}+\frac{a}{2}K_1[J]e^{-\frac{A_1}{RT}}}=$$

$$=[J]\frac{\frac{d}{M}[L]e^{\frac{\lambda_1+B}{RT}}-\frac{b}{2}K_1C_1e^{-\frac{A_1}{RT}}}{C_1+\frac{a}{2}[L][J]e^{\frac{\lambda_1+B}{RT}}}. \qquad (10)$$

Nun können wir aus (I″), (9) und (10) C_{2f} finden

$$C_{2f}=\frac{K_1K_2}{[L]}C_1e^{-\frac{\lambda_1+B+A_1+A_2}{RT}}\frac{C_1+\frac{a}{2}[L][J]e^{\frac{\lambda_1+B}{RT}}}{\frac{d}{M}[L]e^{\frac{\lambda_1+B}{RT}}-\frac{b}{2}K_1C_1e^{-\frac{A_1}{RT}}}, \qquad (11)$$

(IIIb″), (IV″) und (A″), (B″) ergibt

$$C_{2f}=\frac{K_1K_2}{[L]}C_2e^{-\frac{\lambda_2+2B+A_1+A_2}{RT}}. \qquad (9')$$

So erhalten wir folgende Beziehung zwischen C_1 und C_2

$$C_2e^{-\frac{\lambda_2-2\lambda_1}{RT}}\frac{d}{M}[L]=$$

$$=C_1^2\frac{1+\frac{a}{2}[L][J]\frac{1}{C_1}e^{\frac{\lambda_1+B}{RT}}}{1-\frac{b}{2}K_1C_1\frac{M}{d}\frac{1}{[L]}e^{-\frac{\lambda_1+B+A_1}{RT}}}. \qquad (12)$$

Diese Gleichung werden wir später benutzen, um K_1 abzuschätzen.

Der Faktor von C_1^2

$$=\frac{\text{Gesamtzahl der Moleküle}}{\text{Zahl der zersetzten Moleküle}}$$

im Metall.

Um nun die Temperaturabhängigkeit der einzelnen Größen zu erhalten, berechnen wir aus (I′) und (V′)

$$C_{1f}=\frac{\frac{d}{M}-\frac{1}{2}aC_{Ef}}{C_{Ef}+\frac{1}{2}bK_1[J]e^{-\frac{A_1}{RT}}}K_1[J]e^{-\frac{A_1}{RT}}.$$

Dann multiplizieren wir (V′) mit C_{Ef} und benutzen (I″)

$$\frac{a}{b}C^2_{Ef}=C_{1f}C_{Ef}+2C_{2f}C_{Ef}=$$

$$C_{1f}\left(C_{Ef}+2K_2[J]e^{-\frac{A_2}{RT}}\right).$$

Das gibt nach Einsetzen von C_{1f} und Umformen

$$C^3_{Ef}+bK_1[J]e^{-\frac{A_1}{RT}}C^2_{Ef}-K_1[J]e^{-\frac{A_1}{RT}}\left(\frac{bd}{aM}-bK_2[J]e^{-\frac{A_2}{RT}}\right)C_{Ef}=2\frac{bd}{aM}K_1K_2[J]^2e^{-\frac{A_1+A_2}{RT}}. \qquad (13)$$

Hier sind je nach den Größenverhältnissen von K_1, K_2, $[J]$, A_1, A_2 verschiedene Reihenentwicklungen möglich, von denen wir folgende Grenzfälle anführen wollen.

Ist $K_1[J]e^{-\frac{A_1}{RT}}\ll 1$ und gleichzeitig $\frac{K_2^2}{K_1^2}e^{-2\frac{A_2-A_1}{RT}}\ll\frac{1}{K_1}[J]^{-1}e^{\frac{A_1}{RT}}$,

d. h. die erste Dissoziationskonstante klein und die zweite dagegen nicht sehr groß, so gilt

$$C_{Ef}=\sqrt{\frac{b}{a}\frac{d}{M}K_1[J]}\,e^{-\frac{A_1}{2RT}}$$

$$\left\{1+\sqrt{\frac{a}{b}\frac{M}{d}K_1[J]^{1/2}}\,e^{-\frac{A_1}{2RT}}\left(\frac{K_2}{K_1}e^{-\frac{A_2-A_1}{RT}}-\frac{b}{2}\right)+\frac{aM}{bd}K_1[J]e^{-\frac{A_1}{RT}}\left(\frac{b^2}{8}-\frac{3}{2}\frac{K_2^2}{K_1^2}e^{-2\frac{A_2-A_1}{RT}}\right)+\cdots\right\}. \qquad (14)$$

$$C_{1f}=\sqrt{\frac{a}{b}\frac{d}{M}K_1[J]}\,e^{-\frac{A_1}{2RT}}$$

$$\left\{1-\sqrt{\frac{a}{b}\frac{M}{d}K_1[J]^{1/2}}\,e^{-\frac{A_1}{2RT}}\left(\frac{K_2}{K_1}e^{-\frac{A_2-A_1}{RT}}+\frac{b}{2}\right)+\frac{a}{b}\frac{M}{d}K_1[J]e^{-\frac{A_1}{RT}}\left(\frac{5}{2}\frac{K_2^2}{K_1^2}e^{-2\frac{A_2-A_1}{RT}}+\frac{b^2}{8}\right)+\cdots\right\}. \qquad (15)$$

$$C_{2f}=\frac{a}{b}K_2[J]e^{-\frac{A_2}{RT}}$$

$$\left\{1-4\sqrt{\frac{aM}{bd}K_1[J]}\,e^{-\frac{A_1}{2RT}}\cdot\frac{K_2}{K_1}e^{-\frac{A_2-A_1}{RT}}+\cdots\right\}. \qquad (16)$$

Hier ist also nur wenig dissoziiert und die Hauptmenge hiervon nur einmal. Für C_1, C_2 erhalten wir

$$C_1=\sqrt{\frac{a}{b}\frac{d}{M}\frac{1}{K_1}[L][J]}\,e^{\frac{2\lambda_1+2B+A_1}{2RT}}\left\{1-\quad\right\}, \qquad (17)$$

$$C_2=\frac{a}{b}\frac{1}{K_1}[L][J]e^{\frac{\lambda_2+2B+A_1}{RT}}\left\{1-\quad\right\}, \qquad (18)$$

wo $\{\ \}$ die Ausdrücke in den entsprechenden Klammern von (15), (16) bedeutet.

Ist dagegen

$K_1[J]e^{-\frac{A_1}{RT}}\gg 1$ u. gleichzeitig $K_2[J]e^{-\frac{A_2}{RT}}\gg 1$,

d. h. sind beide Dissoziationskonstanten groß gegen 1, so ergibt sich

$$C_{Ef} = \frac{2}{a}\frac{d}{M}\left\{1 - \frac{1}{a}\frac{d}{M}\frac{1}{K_2}[J]^{-1} e^{\frac{A_2}{RT}} - \right.$$
$$\left. - \frac{4d^2}{a^2bM^2}\frac{1}{K_2^2}[J]^{-2} e^{\frac{2A}{RT}}\left(\frac{K_2}{K_1} e^{-\frac{A_2-A_1}{RT}} - \frac{3}{4}b\right) - \ldots\right\}, \tag{19}$$

$$C_{1f} = \frac{2}{ab}\frac{d^2}{M^2}\frac{1}{K_2}[J]^{-1} e^{+\frac{A}{RT}}$$
$$\left\{1 - \frac{3}{a}\frac{d}{M}\frac{1}{K_2}[J]^{-1} e^{\frac{A_2}{RT}} + \frac{4}{a^2}\frac{d^2}{M^2}\frac{1}{K_2^2}[J]^{-2} e^{\frac{2A_2}{RT}}\right.$$
$$\left.\left(\frac{11}{4} - \frac{2}{b}\frac{K_2}{K_1} e^{-\frac{A_2-A_1}{RT}}\right) - \ldots\right\}, \tag{20}$$

$$C_{2f} = \frac{1}{b}\frac{d}{M}\left\{1 - \frac{2}{a}\frac{d}{M}\frac{1}{K_2}[J]^{-1} e^{\frac{A_2}{RT}} - \right.$$
$$\left. - \frac{4d^2}{a^2bM^2}\frac{1}{K_2^2}[J]^{-2} e^{\frac{2A_2}{RT}}\left(\frac{K_2}{K_1} e^{-\frac{A_2-A_1}{RT}} - \frac{3}{2}b\right) - \ldots\right\}. \tag{21}$$

Es wird hier also fast alles zersetzt, und zwar großenteils zu zweiwertigen Ionen. Unzersetzt bleibt nur

$$C_{Af} = \frac{1}{a^2b}\frac{d^3}{M^3}\frac{1}{K_2^2}[J]^{-2} e^{\frac{2A_2}{RT}}$$
$$\left(4\frac{K_2}{K_1} e^{-\frac{A_2-A_1}{RT}} + 3b\right) + \ldots,$$

also eine Größe der zweiten Ordnung.

C_1 und C_2 werden

$$C_1 = \frac{2}{ab}\frac{d^2}{M^2}\frac{1}{K_1K_2}[L][J]^{-1} e^{\frac{\lambda_1+B+A_1+A_2}{RT}} \left\{1 - \qquad \right\}, \tag{22}$$

$$C_2 = \frac{1}{b}\frac{d}{M}\frac{1}{K_1K_2}[L] e^{\frac{\lambda_1+2B+A_1+A_2}{RT}} \left\{1 - \qquad \right\}, \tag{23}$$

wo die Klammern wieder die entsprechenden Reihen in (20) und (21) bedeuten.

Aus (22) und (23) finden wir

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{a}{2}\frac{M}{d}[J] e^{\frac{\lambda_1+B-\lambda_1}{RT}}$$
$$\left\{1 + \frac{1}{a}\frac{d}{M}\frac{1}{K_2}[J]^{-1} e^{\frac{A_2}{RT}} \ldots\right\}. \tag{24}$$

Die Größen $[L]$, $[J]$, B.

Die Größe $[L]$, die in der Dampfdruckformel auftritt, hat die Bedeutung[1])

$$[L] = \left(\frac{2\pi M}{RT}\right)^{3/2} \nu^3 \frac{M}{N}\frac{M}{d},$$

wobei ν die Schwingungszahl des verdampfenden Teilchens ist.

Die Gleichung (2)

$$[l] = \frac{1}{K}[L]$$

kann daher nur bedeuten, daß das Ion eine andere Schwingungszahl als das neutrale Atom hat

$$\nu_J{}^3 = \frac{\nu_A{}^3}{K},$$

was ja verständlich ist, da auf das Atom andere Kräfte wirken wie auf das Ion. Aus dieser Überlegung sieht man, daß K wohl von der Umgebung, also selbst wieder vom Dissoziationsgrad abhängt. In den Grenzfällen jedoch, die durch unsere Reihen dargestellt sind, können wir K konstant annehmen.

Zur Besprechung von $[J]$ haben wir zu beachten, daß die gebundenen Elektronen bei gewöhnlicher Temperatur keinen merklichen Beitrag zur spezifischen Wärme liefern.

Dann folgt Gleichung (I) aus der folgenden[1])

$$-\frac{Q_v + RT}{T} = dS = S_A - S_J - S_E + \Sigma,$$

wo S die Entropie, Σ die Entropieänderung bei der Dissoziation im festen Zustand beim absoluten Nullpunkt (nach dem Nernstschen Wärmetheorem $= 0$) ist. Ferner ist

$$Q_v = Q_0 + \frac{3}{2}RT$$

$$S = \frac{3}{2}R\ln T - R\ln e + \frac{5}{2}R + R\ln\left(\frac{2\pi mk}{Nh^3}\right)^{3/2}$$

Das ergibt die Gleichung (I) mit[2])

$$[J] = \left(\frac{2\pi m_E k}{Nh^3}\right)^{3/2} T^{5/2} e^{-\frac{\Sigma}{R}}$$

(m_E = Masse des Elektrons).

Das gibt mit

$$\left(\frac{e}{m}\right)_E = 1{,}77\cdot 10^7,\quad R = 8{,}31\cdot 10^7\ \frac{\text{erg}}{\text{grad}}$$

$$[J] = 3{,}725\cdot 10^{-9}\ T^{5/2} e^{-\frac{\Sigma}{R}}$$

und für $T = 15^0 C$ $[J] = 1{,}82\cdot 10^{-5} e^{-\frac{\Sigma}{R}}$,

Die gleiche Überlegung gilt auch bei der Dissoziation im Metall, nur tritt nach 2 der Faktor K infolge der Änderung der Schwingungsenergie auf.

Was die Größe B betrifft, so ist sie die

1) H. Tetrode, Ann. d. Phys. **38**, 414, 1912; O. Sackur, Ann. d. Phys. **40**, 67, 1913; O. Stern, diese Zeitschr. **14**, 629, 1913.

1) O. Stern, Ann. d. Phys. **44**, 499, 500, 1914.
2) Vgl. K. F. Herzfeld, diese Zeitschr. **14**, 1120, 1913.

Energie, die nötig ist, um 1 g Atom Wasserstoffionen in freies Wasserstoffgas durch Hineinschaffen von 1 g Atom Elektronen zu verwandeln. Man gewinnt sie aus der Gleichung

$$+B = \left(\varepsilon_H - T\frac{d\,\varepsilon_H}{dT}\right)F,$$

wo ε_H die Zersetzungsspannung von H_2 ist und sie hat nach Abegg[1]) den Wert -550 cal.

Hier spielt natürlich, ebenso wie bei C, die Lage des absoluten Potentialnullpunktes eine Rolle; da aber in der Formel stets nur

$$C e^{-\frac{B}{RT}} = 10^{-3} e^{+\frac{F}{RT}\left(\varepsilon - \varepsilon_H + T\frac{d\varepsilon_H}{dT}\right)}$$

und $C_2 e^{-\frac{2B}{RT}}$ vorkommen, sind unsere Zahlenrechnungen vollkommen davon unabhängig. Was die Temperaturabhängigkeit von B, λ betrifft (die ja für normale Temperaturen gegeben werden, während wir sie für $T_{abs} = 0$ brauchen), so folgt aus Gleichung (A)

$$\lambda + B = A_0 - L - J,$$

daß $\lambda + B$ annähernd temperaturunabhängig ist, da beim Auflösen von Gas in Lösung (A_0) keine Änderung der spezifischen Wärme eintritt, beim Verdampfen (L) eine Verminderung von $3\,R$ auf $\frac{3}{2}R$ (dies ist nur angenähert richtig), beim Dissoziieren (J) eine gleiche Vermehrung von $\frac{3}{2}R$ auf $2\cdot\frac{3}{2}R$.

Dagegen folgt aus (A'')

$$(\lambda_2 + 2\,B)_T = (\lambda_2 + 2\,B)_0 - \frac{3}{2}RT \quad \text{infolge } J_2.$$

Zahlenbeispiele und Diskussion.

Beginnen wir mit dem einwertigen Natrium. Hier haben wir die Zersetzungsspannung $\varepsilon = 2{,}53$ Volt[2]), $\lambda = 240$ Kilojoule, $M = 23$, $d = 0{,}6$[3]), $\beta\nu = 300$ ($\nu = 6{,}27\cdot 10^{12}$)[3]).

Zuerst wollen wir $\frac{a_{CEf}}{\frac{d}{M}}$, das Verhältnis der zersetzten Atome zur Gesamtzahl, aus (3) rechnen.

Wir finden für $\lg[L] = 3{,}85585$,

für $\lg \frac{1}{C} e^{\frac{\lambda + B}{RT}}$ 1,80936,

für $\lg[J]$ (mit $\Sigma = 0$) $0{,}26007 - 5$.

Das gibt $\frac{a_{CEf}}{\frac{d}{M}} = \frac{a\,8{,}42}{1 + a\,8{,}42}$.

1) Abegg, Handbuch für anorganische Chemie II₁, 60.
2) Tabelle der Bunsen-Gesellschaft.
3) Genaue Zahlen stehen mir leider nicht zur Verfügung.

Da a kaum von 1 sehr verschieden ist, wäre das nahe 1. In diesem Fall ist das gemessene λ aber nicht das in (A) gemeinte λ (Lösungswärme beim Lösen von neutralen Atomen), sondern es ist

$$\lambda\,\text{exp.} = \lambda + \frac{a_{CEf}}{\frac{d}{M}}\left(A + \frac{3}{2}RT\right).$$

Vernachlässigt man A und setzt $a = 1$, so erhält man angenähert

$$\frac{a_{Cef}}{\frac{d}{M}} \sim \frac{3}{4}.$$

Dies in (4') eingesetzt, ergibt

$$\frac{1}{K}[J]^{-1} e^{\frac{A}{RT}} \sim 5 + 13{,}8\,b$$

oder mit

$$b = 1 \quad K = 2{,}92\cdot 10^3 e^{\frac{A_1}{RT}}.$$

Dieses Resultat verursacht nun eine Schwierigkeit, abgesehen von der bekannten bezüglich der spezifischen Wärme der Elektronen.

Der Körper setzt sich zu $\frac{3}{4}$ aus Ionen mit der Schwingungszahl $\frac{\nu_A}{K^{1/3}} \sim \frac{\nu_A}{14}$ zusammen, zu $\frac{1}{4}$ aus Atomen der Schwingungszahl ν_A. Für die Verdampfung kommen aber nur $\frac{1}{4}$ der Teilchen, nämlich die Atome, in Betracht, bei höheren Temperaturen natürlich weniger. Bestimmt man das ν bei normaler Temperatur aus der Einsteinschen Formel und der spezifischen Wärme

$$C_v = 3\,R\left(1 - \frac{h\nu}{RT}\right),$$

so setzt sich das so bestimmte $\nu_{\text{spez.}}$ nach der Mischungsregel zusammen

$$\nu_{\text{spez.}} = \frac{3}{4}\frac{\nu_A}{14} + \frac{1}{4}\nu_A = \frac{17}{14}\frac{\nu_A}{4},$$

in der Verdampfungsformel steht aber

$$\frac{\nu_A{}^3}{4} = 8{,}94\,\nu_{\text{spez.}}{}^3.$$

Diese Differenz dürfte mit der Erfahrung nicht verträglich sein. Auch der Verlauf der spezifischen Wärme wäre ein anderer, indem von tiefen zu hohen Temperaturen $\nu_{\text{spez.}}$ von ν_A bis $\frac{\nu_A}{K^{1/3}}$ sinkt. Endlich werden wir bei den zweiatomigen Metallen bei Diskussion von (12) einen weiteren Grund gegen diese Auffassung, daß C_{Ef} nahe 1 ist, kennen lernen. Kleine C_{Ef} bedeuten

aber nach (3) kleine $[J]$; damit C unverändert bleibt, muß K klein werden. Wie klein, das können wir allerdings nicht sicher sagen. Da aber dann ein Ion im Metall von neutralen Atomen umgeben ist, würde man eher vermuten, daß es stärker wie ein gewöhnliches Atom gebunden ist, d. h. $\nu_J > \nu_A$, d. h. $K \leq 1$. Wäre $K = 1$, so dürfte $[J]$ nach (5) $1{,}34 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-\frac{A}{RT}}$ sein. Wenn aber A nicht beträchtlich ist (etwa >12 Kilojoule), dann reicht das nicht und man müßte $K < 1$ und $[J]$ dementsprechend kleiner wählen[1]), um $C_{Ef} << 1$ zu machen. Zur Bestimmung von A wäre die Kenntnis von $\frac{d\varepsilon}{dT}$ nötig, zur einwandfreien Entscheidung zwischen 5 und 6 die genauere Kenntnis der Temperaturabhängigkeit von ε.

Gehen wir nun zu zweiwertigen Metallen über, so wollen wir Cu untersuchen. Hierfür haben wir folgende Daten:

$\lambda_1 = -67 \cdot 10^{10}$ erg., $\lambda_2 = -66 \cdot 10^{10}$ erg., $\varepsilon_2 = -0{,}606$ Volt, für ε_1 zwei Angaben $\varepsilon_1 = -0{,}731$ Volt[2]) oder $-0{,}79$ Volt. $M = 63{,}6$, $d = 8$.

Als erstes berechnen wir Gleichung (12). Wir haben

$$\frac{10^{-3}}{10^{-6}} e^{+(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\frac{2F}{RT}} = \frac{1}{\frac{d}{M}[L]} e^{\frac{\lambda_2 - 2\lambda_1}{RT}} \frac{\text{Zahl der Teilchen}}{\text{Zahl der unzersetzten Moleküle.}}$$

Nennen wir den letzten Faktor, der stets >1 ist, D^{-1}, so wird mit $\lg\left(\frac{d}{M}[L]\right) = 2{,}92869$.

$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 0{,}205 - 0{,}058 \lg D$ Volt. Dabei ist noch zu beachten, daß für starkzersetzte Medien für λ_2

$$\lambda_{2\text{exp.}} - (A_1 + A_2 + 3RT)\frac{bC_{2f}}{\frac{d}{M}} - \left(A_1 + \frac{3}{2}RT\right)\frac{b_{C_1f}}{\frac{d}{M}},$$

für λ_1 $\lambda_{1\text{exp.}}$ weniger denselben Ausdruck gesetzt wird, für $\lambda_2 - 2\lambda_1$ derselbe Ausdruck addiert wird. Es wird also

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 0{,}205 - 0{,}058 \lg D + \left|[(A_1 + A_2) 0{,}01036 + 0{,}074]\frac{b_{C_2f}}{\frac{d}{M}} + [A_1\, 0{,}01036 + 0{,}037]\frac{b_{C_1f}}{\frac{d}{M}}\right|^{1)}.$$

Das Experiment gibt $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 0{,}123$ oder $0{,}18$ Volt, die Zahl scheint daher nicht sehr genau bestimmt, doch scheint $\frac{b_{C_1f}}{\frac{d}{M}} > 0{,}1$ wohl ausgeschlossen.

Nun betrachten wir die Temperaturabhängigkeit von ε_2. Wir logarithmieren (18) und differenzieren nach T. Das gibt

$$-\left(\varepsilon - T\frac{d\varepsilon}{dT}\right)2F = -(\lambda_2 + 2B + A_1)$$

$$-\left(\varepsilon - T\frac{d\varepsilon}{dT}\right)2F = 16600 \text{ cal} = 69{,}54 \text{ Kilojoule}^{2)}.$$

Das gibt

$$69{,}54 = 67 + 4{,}608 - A_1$$

oder

$$A_1 = 2{,}07 \text{ Kilojoule.}$$

Würde (23) gelten, so hätten wir

$$-\left(\varepsilon - T\frac{d\varepsilon}{dT}\right) \cdot 2F = -\frac{3}{2}RT - (\lambda_2 + 2B + A_1 + A_2) + (A_1 + A_2 + 3RT)\frac{b_{C_2f}}{\frac{d}{M}} +$$

$$\left(A_1 + \frac{3}{2}RT\right)\frac{b_{C_1f}}{\frac{d}{M}} = -(\lambda_2 + 2B) + \frac{3}{2}RT -$$

$$\left(A_1 + A_2 + \frac{3}{2}RT\right)\frac{3}{a}\frac{d}{M}\frac{1}{K_2}[J]^{-1}e^{\frac{A_2}{RT}} + \left(A_1 + \frac{3}{2}RT\right)\frac{2}{a}\frac{d}{M}\frac{1}{K_2}[J]^{-1}e^{\frac{A_1}{RT}}$$

oder

$$\left(A_1 + 3A_2 + \frac{3}{2}RT\right) = 5{,}63\frac{M}{d}K_2[J]e^{-\frac{A_1}{RT}}.$$

Nach (23) würde für $[J] = 1{,}82 \cdot 10^{-5}$ $\sqrt{K_1 K_2 b}\,[J] > 44$ sein, also ähnlich wie bei Na K sehr groß sein.

1) Auch wenn wir annehmen, daß wir C zu klein angesetzt haben, weil nur der freie Raum zwischen den Wassermolekülen in Betracht kommt (vgl. Nernst, Theor. Chemie, IV. Aufl., S. 251, 1909), so reicht das nicht, um $[J]$ auf den berechneten Wert zu bringen.

2) Abegg, Handbuch für anorg. Chemie II_1, S. 517.

1) A in Kilojoule.

2) Abegg, l. c. II_1, S. 504.

Nun berechnen wir noch (24).

Dann finden wir für $a[J]$, wenn wir für $\varepsilon_1 = -0{,}731$ Volt benutzen, $1{,}625 \cdot 10^{-9}$, für $\varepsilon_1 = -0{,}79$ Volt $1{,}902 \cdot 10^{-8}$, für $\varepsilon_1 = -(0{,}606 + 0{,}205) = -0{,}811$ Volt $4{,}093 \cdot 10^{-8}$, also stets Werte, die viel kleiner sind als das theoretisch berechnete $[J] = 1{,}82 \cdot 10^{-5}$, selbst wenn wir die Gleichungen (20) usw. benutzen. Wir nehmen also aus all diesen Gründen (18) als gültig an[1, 2]). Dann finden wir, wenn wir

$$[J] = J' \cdot 1{,}82 \cdot 10^{-5}$$

setzen,

$$\frac{a\,J'}{b\,K_1} = 6{,}24 \cdot 10^{-11}.$$

Diesen Wert setzen wir in (14) ein und bekommen

$$\frac{C_{Ef}}{\frac{d}{M}} = J' \sqrt{\frac{M}{d}} \sqrt{\frac{1{,}82 \cdot 10^{-5}}{6{,}24 \cdot 10^{-11}}}\, e^{-\frac{A_1}{2RT}}$$

oder

$$\lg \frac{C_{Ef}}{\frac{d}{M}} = \lg J' + 3{,}18630.$$

Damit $\frac{C_{Ef}}{\frac{d}{M}} << 1$ wird, was, wie wir gesehen haben, nötig ist, muß also $J' << 6{,}66 \cdot 10^{-4}$ sein. $\frac{b}{a} K_1$ wird dann $< 1{,}04 \cdot 10^{-7}$ und $\frac{\nu_J}{\nu_A} < 219$. Die Größe J' ist quantentheoretisch unverständlich. Wäre $J' > 1$, so gäbe es eine theoretische Erklärung[3]). Aber da $J' << 1$, scheint nur die Annahme übrig, daß die Entropiekonstante des „Elektronengases" sich nicht so berechnen läßt wie bei gewöhnlichen Gasen. Ob J' universell ist, kann man noch nicht sagen. Dadurch, daß es sich nicht von vornherein angeben läßt, verlieren unsere Betrachtungen stark an Wert. Vielleicht ist es möglich, K auf optischem Weg zu bestimmen, da ja nur die Ionen optisch reagieren und daher so ν_J gemessen wird, während die spezifische Wärme durch die in Überzahl vorhandenen Atome (ν_A) beherrscht wird. Wenn aber K_1 von 1 nicht stark verschieden ist, so wird J' sehr klein (wie wir sahen $\sim 10^{-10}$) und durch diese geringe Elektronenzahl und daraus folgende große Weglänge entstehen wieder Schwierigkeiten. Würde infolge Abweichens der Elektronen von den Gasgesetzen (IIId)

$$C_{ED} = C_{Ef}[E]\, e^{\frac{qF}{RT}}$$

lauten, so stünde in (2) $[A] = \frac{K}{[E]}[J]$ und in (3) bis (8) tritt überall $\frac{[J]}{[E]}$ an Stelle von $[J]$.

1) In diesem Fall gibt die Benutzung von $\frac{C_2}{C_1}$ nichts Neues.

2) Die Gültigkeit von (18) wird auch aus andern Resultaten (K. Herzfeld, Ann. d. Phys. **41**, 45, 1913) wahrscheinlich. Die dort auftretende Größe A^{-1} wäre also $\frac{3}{4}$. Der daraus für Cu folgende Wert ist

$$\frac{q}{A} R = \frac{A_1}{2} = 0{,}2.$$

Die Abweichung kann durch ungenaue Zahlenwerte in unsern Rechnungen verursacht sein.

3) Vgl. O. Stern, Ann. d. Phys. **44**, 508, 1914.

Zusammenfassung.

In vorliegender Arbeit wurden folgende Voraussetzungen gemacht.

I. Im festen Metall und im Metalldampf sind bloß die Valenzelektronen leicht abspaltbar, sie treten im festen Metall als freie Leitungselektronen auf, für die die klassischen Gasgesetze gelten.

II. Für die Verteilung der Ionen zwischen Wasser und Dampf gelten die klassischen Gasgesetze, d. h. das Boltzmannsche e-Theorem.

III. Die Sackur-Stern-Tetrodesche Dampfdruckformel ist richtig.

Ferner wurde eine Reihe von Erfahrungen (Gültigkeit der Debyeschen oder einer ähnlichen Formel, also fixes $\nu_{spez.}$ für die spezifischen Wärmen, kein Beitrag der gebundenen Elektronen zur spezifischen Wärme) benutzt. Für zweiwertige Metalle wurden zwei weitere Annahmen gemacht.

IV. Die Abspaltung der zwei Valenzelektronen findet in einer bestimmten Reihenfolge statt.

V. Der Faktor $[J]$ ist im Dampf für beide Dissoziationen gleich. Auf Grund dieser Voraussetzungen wird das Dissoziationsgleichgewicht im Metall bestimmt, ferner die Nernstsche Formel als Ionengleichgewicht zwischen Metall und Lösung in der Form

$$\frac{\gamma}{C_{\gamma f}} = \frac{[L]}{K}\, e^{-\frac{\pm \varepsilon F + \Phi}{RT}}$$

erhalten, wobei $+\varepsilon F$ den elektrischen, Φ den übrigen Teil der zur Überführung nötigen Arbeit bedeutet. Auf Grund der Formeln wird ein Zusammenhang zwischen Zersetzungsspannung und Elektronenzahl im Metall hergestellt. Die zahlenmäßige Diskussion ergibt, daß höchstwahrscheinlich die Zahl der Elektronen im Metall gering ist, die Atome bei mehrwertigen Metallen größtenteils nach der ersten Dissoziation nicht weiter zerfallen. Ferner zeigt sich, daß die Entropiekonstante des Elektronengases eine andere zu sein scheint, als die Quantentheorie vorauszusehen gestattet. Es findet eine viel schwächere Dissoziation statt als man erwarten sollte. Die neu auftretende Konstante

läßt sich nicht von vornherein berechnen. Zum endgültigen Beweise unserer Formeln wäre eine genaue Messung der Temperaturabhängigkeit der Zersetzungsspannung sowie die genaue Messung der Zersetzungsspannung von Cu zu $Cu^{\cdot}$ nötig.

Pola, 23. August 1915.

(Eingegangen 30. August 1915.)

Messung der Flächenenergie unabhängig vom Härtegrad.[1])

Von Th. Christen.

Strahlenmessungen werden oft dadurch ungenau, daß die Theorie des Meßapparates eine homogene Strahlung voraussetzt, während in Wirklichkeit die Strahlen nicht genügend homogen sind, um den Gebrauch des für homogene Strahlen gedachten Apparates zu rechtfertigen. Speziell bei den Röntgenstrahlen entstehen hierdurch manche Schwierigkeiten. Der Zweck des im folgenden beschriebenen Instrumentes ist die Ausschaltung dieser Fehlerquellen.

Dringt eine Strahlung zuerst durch eine absorbierende Schicht von bestimmter Form, dann in eine Ionisationskammer von ebenfalls bestimmter Form, so können diese beiden Formen so kombiniert werden, daß der Sättigungsstrom der Intensität und die entladene Elektrizitätsmenge der Flächenenergie[2]) proportional ist, und zwar innerhalb eines bestimmten Härtegebietes praktisch unabhängig vom Härtegrad. In Wirklichkeit muß ein kleiner Fehler in Kauf genommen werden; er kann aber durch geeignete Dimensionierung des Apparats unter einer gewollten Grenze gehalten werden und läßt sich überdies für jeden Härtegrad leicht berechnen. Der Apparat läßt sich in zwei Formen ausführen, je nachdem die absorbierende Schicht die Form eines Keiles oder eines Rotationskörpers hat.

A. Keilform. Die Aufgabe ist gelöst, wenn der Grundriß der Kammer die Form einer Parabel vom $p$ten Grad und das Profil des Keiles die Form einer Parabel vom $(p+1)$ten Grad hat.

$$y = \frac{x^p}{m^{p-1}} \quad (1) \qquad z = \frac{x^{p+1}}{n^p}. \quad (2)$$

Der Grad p bzw. $p+1$ der Parabeln kann willkürlich gewählt werden, ebenso die Parameter m und n.

Für das durch Fig. 1 dargestellte Beispiel wurde $p = 2$ gewählt, d. h. der Grundriß der

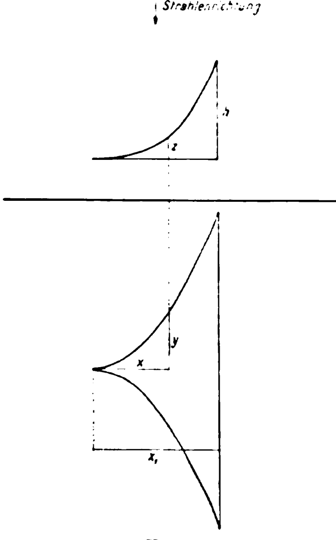


Fig. 1.

Ionisationskammer wird durch zwei Parabeln 2. Grades begrenzt, während das Profil des Absorptionskörpers eine Parabel 3. Grades ist.

Beweis: Wurde während der Zeit T der Apparat von der strahlenden Energie E getroffen, so ist zunächst auf der Oberfläche des Apparates die Intensität der Strahlung

$$I = \frac{E}{T \cdot \int y \cdot dx} = \frac{E}{T \cdot f}, \quad (3)$$

wobei f den Flächeninhalt des Grundrisses bedeutet.

Zerlegt man den Grundriß in lauter kleine Flächenelemente von der Größe $y \cdot dx$, so würde, wäre der absorbierende Teil nicht vorhanden, auf jedem derselben die Intensität I herrschen. Auf jedes dieser Elemente würde also in der Zeit T die Energie

$$dE = \frac{E \cdot y \cdot dx}{\int y \cdot dx} = \frac{E \cdot y \cdot dx}{f} \quad (4)$$

fallen. Nun findet aber in dem Keil eine Absorption statt nach der Gleichung

$$E_1 = E \cdot e^{-\alpha z}, \quad (5)$$

wobei E_1 die durch Absorption geschmälerte Energie bedeutet für eine homogene Strahlung, deren Absorptionskoeffizient in dem Material des Keiles gleich α ist.

Nun ist aber der durch Ionisation in der Kammer erreichte Sättigungsstrom proportional der in der Luft der Kammer absorbierten strahlenden Energie. Ist β der Absorptionskoeffizient der Luft, so absorbiert die Luft die gegebene Strahlung nach der Gleichung

$$E_2 = E_1 \cdot e^{-\beta z}. \quad (6)$$

Und die absorbierte Energie ist

$$E^* = -k \cdot \frac{dE_2}{dz} = k \cdot \beta \cdot E_1 \cdot e^{-\beta z}, \quad (7)$$

wobei k die Höhe der Kammer bedeutet.

1) Aus der Strahlenforschungsstelle der Reiniger, Gebbert & Schall A.-G.

2) „Flächenenergie" ist diejenige Menge strahlender Energie, welche auf die Flächeneinheit fällt.

Nun ist bei der Luft für Röntgenstrahlen β stets so klein, daß $e^{-\beta z} = 1$ gesetzt werden kann, so daß

$$E^* = k \cdot \beta \cdot E_1 = k \cdot \beta \cdot E \cdot e^{-\alpha z} \quad (8)$$

und für das Flächenelement $y \cdot dx$ wird der Sättigungsstrom

$$di = \frac{c \cdot E^* \cdot y \cdot dx}{T \cdot f} = \frac{c \cdot k \cdot \beta \cdot E \cdot e^{-\alpha z} \cdot y \cdot dx}{T \cdot f}, \quad (9)$$

wobei c eine Konstante bedeutet, die für die folgenden Entwicklungen weiter keine Bedeutung hat.

Die Sättigungsströme aller dieser Kammerelemente sind parallel geschaltet, so daß der gesamte Sättigungsstrom, i, einfach gleich deren Summe ist. Die entladene Elektrizitätsmenge ist dann

$$i \cdot T = \frac{c \cdot k \cdot E \cdot \beta}{f} \cdot \int_0^{x_1} e^{-\alpha z} \cdot y \cdot dx. \quad (10)$$

x_1 muß dabei so gewählt werden, daß der unvermeidliche Fehler vernachlässigt werden kann.

Wählt man als absorbierendes Material ein solches **ohne** selektive Absorption, so ist, soviel wir heute wissen, β ungefähr proportional α, $\frac{\beta}{\alpha}$ ist eine Konstante und Gleichung (10) geht über in

$$i \cdot T = \frac{C \cdot E}{f} \cdot \alpha \cdot \int_0^{x_1} e^{-\alpha z} \cdot y \cdot dx, \quad (11)$$

wobei $C = c \cdot k \cdot \frac{\beta}{\alpha}$.

Setzen wir jetzt, wie oben vermerkt,

$$y = \frac{x^p}{m^{p-1}} \quad \text{und} \quad z = \frac{x^{p+1}}{n^p}$$

und nehmen als Höhe des Keiles $z = h = \frac{x_1^{p+1}}{n^p}$, so wird

$$x = \frac{z^{\frac{1}{p+1}}}{n^{\frac{p}{p+1}}}, \qquad dx = \frac{z^{-\frac{p}{p+1}}}{p+1} \cdot dz,$$

$$y = \frac{z^{\frac{p}{p+1}}}{m^{p-1} \cdot n^{\frac{p^2}{p+1}}},$$

wodurch dann

$$y \cdot dx = \frac{dz}{(p+1) \cdot m^{p-1} \cdot n^{\frac{p^2}{p+1}}},$$

und somit geht Gleichung (11) in

$$\left. \begin{aligned} i \cdot T &= \frac{C' \cdot E}{f} \cdot \alpha \cdot \int_0^h e^{-\alpha z} \cdot dz = \\ &= \frac{C' \cdot E}{f} \cdot \{1 - e^{-\alpha h}\}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

wobei

$$C' = \frac{C}{(p+1) \cdot m^{p-1} \cdot n^{\frac{p^2}{p+1}}}.$$

Eine restlose, fehlerfreie Lösung der Aufgabe würde verlangen, daß $iT = \frac{C' \cdot E}{f}$ wäre, was nur durch Fortsetzung der Parabeln ins ∞ zu erreichen wäre.

Man sieht aus Gleichung (12), daß die Entladung iT die gesuchte Flächenenergie $\frac{E}{f}$ zu klein mißt, wobei der prozentuale Fehler $e^{-\alpha h}$ beträgt.

Man wird daher die Höhe des Keiles, h, so wählen, daß der Fehler $e^{-\alpha h}$ unter das gewollte Maß sinkt.

Praktisch am einfachsten ist die Lösung, wenn man die Parabeln vom niedrigsten Grad wählt, indem man

$$p = 0$$

setzt. Es wird dann $y = m$ und $z = \frac{h}{x_1} \cdot x$.

Die Ionisationskammer ist ein Rechteck von den Seitenlängen x_1 und m (die übrigens ganz beliebig gewählt werden können) und der absorbierende Keil ist eben, d. h. sein Profil (Fläche x, z) ist eine gerade Linie (s. Fig. 2).

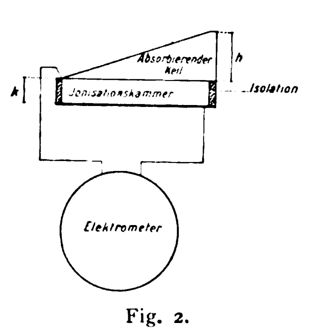


Fig. 2.

B. Rotationskörper. Hat die absorbierende Schicht die Form eines Rotationskörpers, so muß der Grundriß der Kammer in schmale, kreisringförmige Elemente von der Breite dr zerlegt werden. In der Entfernung r vom Mittelpunkt hat jeder dieser Ringe die Fläche

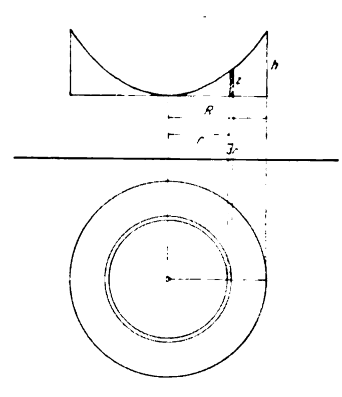


Fig. 3.

$$2\pi \cdot r \cdot dr.$$

Über jedem dieser Ringe steht ein Zylinder von der Höhe z, welcher die strahlende Energie dE verringert auf

$$dE_1 = dE \cdot e^{-\alpha z}. \quad (13)$$

In jedem dieser ringförmigen Kammerelemente entsteht durch Ionisation ein Sättigungsstrom

$$di = \frac{c \cdot k \cdot E}{f \cdot T} \cdot \beta \cdot e^{-\alpha z} \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr,$$

und wenn wir wieder $\frac{\beta}{\alpha}$ als konstant voraussetzen können und die Abkürzung gebrauchen

$$C = 2\pi \cdot c \cdot k \cdot \frac{\beta}{\alpha}, \quad (14)$$

so geht die Gleichung (15) über in

$$di = \frac{C \cdot E}{f \cdot T} \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha z} \cdot r \cdot dr, \quad (15)$$

und wenn wir alle Partialströme summieren

$$i \cdot T = \frac{C \cdot E}{f} \cdot \alpha \cdot \int_0^R e^{-\alpha z} \cdot r \cdot dr. \quad (16)$$

Auch dieses Integral kann eine für unsere Zwecke brauchbare Form erhalten, wenn wir nämlich für den Meridian des Absorptionskörpers eine Parabel zweiten Grades wählen:

$$r^2 = 2p \cdot z. \quad (17)$$

Der Parameter p dieser Parabel ist bestimmt aus dem Halbmesser R der Kammer und der Höhe h am Rande des absorbierenden Körpers:

$$R^2 = 2p\,h$$

$$\frac{z}{h} = \left(\frac{r}{R}\right)^2. \quad (18)$$

Daraus wird

$$\frac{R^2}{2} \cdot \frac{dz}{h} = r \cdot dr$$

und Gleichung (16) geht über in

$$i \cdot T = \frac{C \cdot E}{f} \cdot \frac{R^2}{2h} \cdot \alpha \cdot \int_0^h e^{-\alpha z} \cdot dz, \quad (19)$$

und wenn man alle Konstanten in eine einzige vereinigt:

$$C' = \frac{R^2 \cdot C}{2h}, \quad (20)$$

so kommt

$$i \cdot T = \frac{C' \cdot E}{f} \cdot \{1 - e^{-\alpha h}\}. \quad (21)$$

Diese Gleichung stimmt völlig mit der Gleichung (12) überein. Auch hier ist also die Aufgabe gelöst bis an einen prozentualen Fehler von

$$e^{-\alpha h},$$

d. h. für alle Strahlenquantitäten, welche den prozentualen Fehler $e^{-\alpha h}$ nicht über ein gewolltes Maß steigern, ist die gesuchte Flächenenergie $\frac{E}{f}$ der Entladung $i \cdot T$ proportional.

Die mit diesem Apparat vorgenommenen Messungen sind also nicht nur für homogene Strahlen gültig, sondern für beliebige Strahlengemische, deren Komponenten den genannten Grenzwert des Härtegrades nicht überschreiten.

Theoretisch möglich ist auch eine Umkehrung der Parabel entsprechend Fig. 4; aber nur wenn ihre Scheitelhöhe, d. h. die in der Mitte gelegene höchste Dicke der absorbierenden Schicht, gleich dem halben Radius der Ionisationskammer ist, erhält die Parabel folgende Form:

$$z = \frac{4h^2 - r^2}{4h}, \quad (22)$$

woraus

$$\alpha \cdot \int_0^R e^{-\alpha z} \cdot r \cdot dr = 2h \cdot \alpha \cdot \int_0^h e^{-\alpha z} \cdot dz = 2h \cdot (1 - e^{-\alpha h}), \quad (23)$$

so daß also auch hier wieder der prozentuale Fehler gleich $e^{-\alpha h}$ ist.

Konstruktiv aber ist die erste Form der Parabel vorzuziehen.

Der Apparat verliert auch dann seinen Wert nicht, wenn spätere Forschungsergebnisse zeigen sollten, daß das Verhältnis der Absorptionskoeffizienten α und β keine Konstante wäre. Es wäre dann β als Funktion von α aufzufassen

$$\beta = \varphi(\alpha)$$

und die Entladung würde

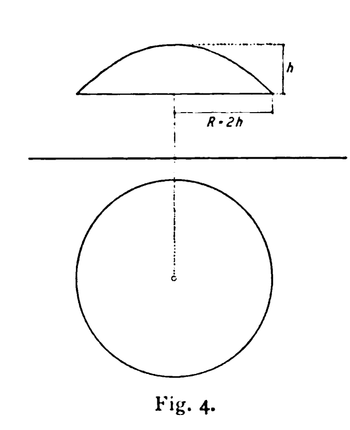


Fig. 4.

$$i \cdot T = \frac{C \cdot E}{f} \cdot \varphi(\alpha) \cdot \int_{z=0}^{z=h} e^{-\alpha z} \cdot df, \qquad (24)$$

wobei, je nach der Form der Kammer,

$$df = \begin{cases} y \cdot dx \\ 2\pi \cdot r \cdot dr \end{cases};$$

y und z müssen dann so als Funktionen von x, bzw. z als Funktion von r bestimmt werden, daß das Integral

$$\varphi(\alpha) \cdot \int_{z=0}^{z=h} e^{-\alpha z} \cdot df$$

praktisch konstant, d. h. von α hinreichend unabhängig ist.

Ja selbst wenn es sich zeigen sollte, daß der Sättigungsstrom nicht nur der absorbierten Energie, sondern außerdem noch einer Funktion der Härte, z. B. $\psi(\alpha)$, proportional sein sollte, so würde der Apparat immer noch seine Bedeutung behalten, nur müßten dann y und z als Funktionen von x, bzw. z als Funktion von r so bestimmt werden, daß das Integral

$$\varphi(\alpha) \cdot \psi(\alpha) \cdot \int_{z=0}^{z=h} e^{-\alpha z} \cdot df$$

praktisch konstant, d. h. von α hinreichend unabhängig ist. Diese veränderte Form der Funktionen $y(x)$ und $z(x)$ bzw. $z(x)$ ist gegeben, sobald fernere Forschungen die Funktionen $\varphi(\alpha)$ und $\psi(\alpha)$ bekannt gemacht haben.

Mit dieser Methode ist auch die Messung der strahlenden Energie in absolutem Maß sehr einfach: Fällt auf den Apparat die strahlende Energie E, so dringt hiervon in die Kammer[1]) die Menge

$$E_1 = \frac{E}{f} \cdot \int_0^{x_1} e^{-\alpha z} \cdot y \cdot dx = \frac{E}{\alpha \cdot h} \cdot (1 - e^{-\alpha h}). \quad (25)$$

Die in der Luft der Kammer absorbierte Energie ist

$$E_1^* = k \cdot \beta \cdot E_1, \qquad (26)$$

wobei, wie oben, k die Höhe der Kammer und β den Absorptionskoeffizienten der Luft bedeutet, oder nach Gleichung (25)

$$E = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{h}{k} \cdot E^* \cdot \{1 + e^{-\alpha h}\}, \qquad (27)$$

d. h. die gesuchte strahlende Energie ist gleich der gemessenen Ionisationsarbeit, multipliziert mit dem Faktor $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{h}{k}$, wobei ein prozentualer Fehler von der Größe $e^{-\alpha h}$ in den Kauf zu nehmen ist. Abgesehen von diesem (hiernach zahlenmäßig bestimmbaren) Fehler ist die Messung vom Härtegrad unabhängig und gilt also ebensogut für Strahlengemische wie für homogene Strahlen.

1) Für die folgende Rechnung wird die rechteckige Kammer mit ebenem Keil zugrunde gelegt. Die anderen Formen ergeben selbstverständlich das gleiche Resultat.

(Eingegangen 20. September 1915.)

BESPRECHUNGEN.

R. H. Weber und R. Gans, Repertorium der Physik. Erster Band: Mechanik und Wärme; erster Teil: Mechanik, Elastizität, Hydrodynamik und Akustik, bearbeitet von R. Gans und F. A. Schulze. IV u. 434 S. mit 126 Figuren. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1915. In Leinwand gebund. M. 8.—

Ein vortreffliches und eigenartiges Werk! Es ist dazu bestimmt, dem selbständig Forschenden einen Überblick über die Literatur zu geben und ihm die Stelle zu zeigen, wo neu auzusetzen ist. Nicht aber ist das Buch für den Anfänger bestimmt; dazu ist es zu schwierig und zu kurz. Was für den Fortgeschrittenen ein Vorteil ist, würde den Anfänger gerade abschrecken. Die Mechanik, Elastizität und Hydrodynamik hat Gans, die Akustik F. A. Schulze bearbeitet. Es ist auch fernerhin beabsichtigt, jedes größere Kapitel von einem Spezialisten auf diesem Gebiete bearbeiten zu lassen. Wenn auch die Homogenität darunter vielleicht leidet, so gewinnt das Buch, wie die Herausgeber sehr richtig betonen, dadurch an wissenschaftlichem Wert und an Zuverlässigkeit. Aufgefallen ist mir im einzelnen die knappe klare Behandlung der Variationsprinzipien der Mechanik, die freilich wieder

nur für den Fortgeschrittenen bestimmt ist, wie dies ja auch im Plane des Buches liegt, ferner die Darstellung des Einflusses der Erdrotation auf die Erscheinungen, die durch das Relativitätsprinzip wieder neues Interesse gewonnen haben, ferner die Behandlung der Turbulenz, um nur einiges hervorzuheben. Auch in der Akustik merkt man auf jeder Seite den sachkundigen Verfasser, und man kann sich leicht überzeugen, daß das Werk auch hier die neuesten Untersuchungen berücksichtigt, z. B. auf dem umstrittenen Gebiete der Kombinations- und Variationstöne.

So kann das Buch allen denen, für die es bestimmt ist, warm empfohlen werden.

C. Schaefer.

K. Arndt, Handbuch der physikalisch-chemischen Technik. Lex. 8⁰. XVI u. 830 S. mit 644 Abbildungen. Stuttgart, Ferdinand Enke. 1915. M. 28.—, geb. M. 30.—

Das vorliegende Werk gliedert sich im wesentlichen in drei Teile: einen allgemeinen Teil und je einen Teil über Hilfs- bzw. Meßgeräte und ihren Gebrauch. Der erste Teil handelt auf etwa 25 Seiten von Handfertigkeiten u. dgl., wie Glasbehandlung, Löten usw. Im zweiten Teile von etwa 125 Seiten werden Hilfsgeräte, wie z. B. Pumpen und Thermostaten und deren Gebrauch beschrieben. Die sechsundzwanzig Kapitel des dritten Teiles sind nach den verschiedenen Messungsarten: Wägen, Längen-, Dichte-, Druck-, Widerstandsmessungen usw. bezeichnet und geben Beschreibungen von Instrumenten und Methoden, sowie Literatur. Ein Schlußkapitel gibt Anleitungen zur zweckmäßigen Wiedergabe von Versuchsergebnissen. Die Darstellung ist meist ausführlich, stellenweise vielleicht zu ausführlich gehalten, und durch gute Figuren unterstützt. Literaturangaben sind auch den nur kurz erwähnten Methoden beigefügt. — Als Ganzes betrachtet stellt das Werk größtenteils eine Sammlung von Musterbeispielen physikalisch-chemischer Messungen dar, die zweifellos in der vorliegenden Darstellung dem Experimentator Nutzen und speziell Zeitersparnis bieten wird, wo sie das Nachschlagen der Originalabhandlungen entbehrlich macht. Wiederum bringt aber die gewählte Behandlungsweise Nachteile mit sich, durch ihre notwendige Unvollständigkeit einerseits, durch Behandlung prinzipiell gleichartiger Dinge an verschiedenen Stellen anderseits. — Im allgemeinen wird jeder Untersuchungsaufgabe eine spezielle Apparatur entsprechen. Oftmals wird es möglich sein, eine vorhandene Methode dem jeweiligen Zweck anzupassen, aber die Hauptschwierigkeit wird hierbei weniger in der Beschaffung des Fundaments, als vielmehr gerade in der Anpassung liegen. Hierfür übersichtlich prinzipielle Richtlinien zu geben, erscheint dem Referenten für ein Handbuch der physikalisch-chemischen Technik sehr wünschenswert. Als Beispiele für eine solche prinzipielle Behandlung seien nur die Fragen des Materials und der Dichtung von Apparaturen erwähnt. In solchen Kapiteln ließen sich viele sonst verstreute Angaben zusammenstellen und der Experimentator könnte aus ihnen ohne weiteres die wichtigsten Gesichtspunkte für die Anpassung seiner Apparatur, beispielsweise an hohe Druckanforderungen, entnehmen. Ohne die Schwierigkeiten einer derartigen Darstellung zu verkennen, würde sie doch auch manche Vereinfachung ergeben, und wäre auch als Erweiterung und Vertiefung des ersten Teils des vorliegenden Werkes durchaus denkbar. Gleichwohl ist dieses auch in seiner gegenwärtigen Form eine recht nützliche Ergänzung zu den bekannten Hilfsbüchern des Physikochemikers.

S. K.

P. Sabatier, Die Katalyse in der organischen Chemie. Aus dem Französischen übersetzt von H. Finkelstein. gr. 8⁰. VIII u. 243 S. Leipzig, Akadem. Verlagsgesellsch. m. b. H. 1914. M. 10.—, geb. M. 11.50

Der Verf. gibt in dieser Monographie eine Zusammenstellung der zahlreichen Anwendungen von Katalysatoren in der organisch-chemischen Praxis. Einigen allgemeinen und historischen Bemerkungen über die Katalyse folgt eine systematische Aufzählung der Katalysatoren mit Angabe ihrer Anwendung. Die einzelnen Anwendungen werden fernerhin systematisch zusammengefaßt und in den Kapiteln über Oxydation, Einführung verschiedener Atome und Gruppen in organische Moleküle, Hydrierung, Umlagerungen, Polymerisationen und Kondensationen behandelt. Hierauf folgen mehrere Kapitel über die verschiedenen Spaltungsreaktionen. Im Schlußkapitel werden die über den Mechanismus der Katalyse bekannten Tatsachen zusammengefaßt und der Versuch gemacht, die katalytischen Vorgänge vom Standpunkte der Theorie des Auftretens von Zwischenreaktionen allgemein zu deuten. Ohne sich den Mängeln dieser Theorie zu verschließen, betont der Verf. ihre Verdienste als Arbeitshypothese bei der Erforschung des Gebietes. Der Rolle entsprechend, die die Katalyse in der organischen Chemie spielt, verdient das Buch das Interesse der Chemiker, die darin auch manche praktisch nützliche Bemerkung von berufenster Seite vorfinden werden. Dem Physikochemiker, den die theoretischen Probleme der Katalyse interessieren, gewährt das Buch einen guten Überblick über ein ausgedehntes Anwendungsgebiet. S. K.

L. Chaumont, Recherches expérimentales sur le phénomène électro-optique de Kerr et sur les méthodes servant à l'étude de la lumière polarisée elliptiquement. 8. 212 S. Thèse, Paris, Gauthiers-Villars et Co. 1914.

Der Titel dieser ausführlichen Arbeit entspricht nicht ganz dem Inhalt, denn es handelt sich, was die Beobachtungen angeht, eigentlich nur um eine mit besten Hilfsmitteln ausgeführte neue Bestimmung der Kerrschen Konstante für Schwefelkohlenstoff bei den Wellenlängen 546 und 578 $\mu\mu$, während die polarimetrischen Untersuchungen sich ganz wesentlich nur auf die Theorie der verschiedenen Meßmethoden beschränken. Die Abhandlung ist darum aber nicht weniger wertvoll.

Eine ausführliche Einleitung beschäftigt sich mit der historischen Entwicklung des Problems der elektrischen Doppelbrechung, welche eine sehr übersichtliche Darstellung findet. Vermißt hat der Referent eine ausreichende Erörterung der wichtigen Rolle, die bei dem Phänomen die Elektrostriktion spielt; ebenso auch eine Schilderung der an Kristallen angestellten Beobachtungen, die doch für die ganze Auffassung der Erscheinung eine sehr beträchtliche Bedeutung besitzen. Der Schluß der Einleitung gibt eine graphische Darstellung der bisher für die Kerr-Konstante von Schwefelkohlenstoff innerhalb des sichtbaren Spektrums von verschiedenen Beobachtern gefundenen Zahlwerte, welche die geringe Sicherheit veranschaulicht, mit der diese Konstante (bzw. diese Funktion der Wellenlänge) bislang bekannt war.

Der erste Teil der eigentlichen Arbeit bringt eine tief eindringende theoretische Untersuchung über die verschiedenen Systeme elliptischer Analysatoren, die

sich dadurch von früheren ähnlichen Betrachtungen methodisch unterscheidet, daß sie sich durchaus der eleganten Poincaréschen Darstellung der Polarisationszustände in einer komplexen Hilfsebene oder auf einer mit jener stereographisch verknüpften Kugel bedient. Dies gibt ihr ein eigenes Interesse, wenn auch die erhaltenen Resultate zum großen Teil nicht neu sind und überdies für das eigentliche Problem der Arbeit kaum Bedeutung haben; ist doch im Falle der elektrischen Doppelbrechung die Analyse der Schwingungen dadurch zur Hälfte im voraus erledigt, daß das Verhältnis der Amplituden parallel und normal zum Felde experimentell vorgegeben ist. Die Untersuchung gipfelt in der Aufstellung von Regeln für die Konstruktion eines möglichst vollkommenen elliptischen Analysators, bestehend aus einer $^1/_4\,\lambda$-Glimmerplatte als Kompensator und einem Halbschattensystem, bestehend aus einer $\pm\,^1/_2\,\lambda$-Quarzplatte, die so mit einer $^1/_4\,\lambda$-Glimmerplatte kombiniert ist, daß vier Quadranten mit Verzögerungen o, $^1/_2\,\lambda$, $\pm\,^1/_4\,\lambda$ entstehen, dazu der Analysator-Nicol. Eine besondere Untersuchung findet der Einfluß der Reflexion des Lichtes an den Grenzflächen der Kristallpräparate, den zu eliminieren die kompensierende $^1/_4\,\lambda$-Platte in einen prismatischen Trog, gefüllt mit einer geeignet gewählten Flüssigkeit und begrenzt durch prismatische Glasdeckplatten, angebracht wird. Das System ist so bestimmt, daß es die einfallenden Strahlen merklich unabgelenkt hindurchläßt, während die an den Grenzen Glas—Luft und Glas—Flüssigkeit reflektierten genügend abgelenkt werden, um nicht zu stören. Die Reflexion an der Grenze Flüssigkeit — $^1/_4\,\lambda$-Glimmer kann durch Wahl der Flüssigkeit zur Unmerklichkeit herabgedrückt werden.

Im zweiten Teil findet zunächst die bekannte Theorie der Randkorrektion für einen ebenen Kondensator mit Hilfe konformer Abbildung ausführliche Darstellung; dann werden die Einzelheiten der Beobachtungen an und mit den benutzten Kondensatoren behandelt. Den Schluß bildet die Beschreibung der Messung der Kerr-Konstante B für Schwefelkohlenstoff, wobei auch ein Nachweis für die Gültigkeit des Kerrschen Gesetzes (Proportionalität der Doppelbrechung mit dem Quadrat der Feldstärke) und für die merkliche Unabhängigkeit der Konstante von geringen Verunreinigungen der Flüssigkeit erbracht wird. Der Autor erhält für sorgsamst gereinigten Schwefelkohlenstoff bei 17° C und

$$\lambda = 546\,\mu\mu \qquad B = 3{,}6315 \cdot 10^{-7},$$
$$\lambda = 578\,\mu\mu \qquad B = 3{,}3580 \cdot 10^{-7}$$

(gewöhnliche käufliche Substanz lieferte statt des letzteren $B = 3{,}3543$). Durch Extrapolation mit Hilfe anderweit bestätigter Beziehungen findet er als für 20° C gültig bei

$$\lambda = 589\,\mu\mu \qquad B = 3{,}226 \cdot 10^{-7}.$$

Diese Zahlen dürften die sichersten bisher gewonnenen Werte darstellen. Voigt.

Nachtrag zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

Joh. Baerwald, Dr., Privatdozent für Physik und Assistent am Physikalischen Institut der Technischen Hochschule zu Darmstadt, ist am 5. März 1915 als Kriegsfreiwilliger bei einer Feldflieger-Abteilung eingetreten und ist jetzt einer Versuchstruppe für Flieger-Beschießung bei einem Armee-Oberkommando zugeteilt.

E. Schreiber, Dr., Assistent am Physikalischen Institut der Technischen Hochschule zu Darmstadt, wurde Anfang März einberufen und bei dem Landwehr-Regiment Nr. 118 und später in Darmstadt ausgebildet, stand von Mitte Juni ab bei einer Feldflieger-Abteilung und ist seit Anfang August einer Versuchstruppe für Flieger-Beschießung bei einem Armee-Oberkommando zugeteilt.

E. Wilckens, Dr., Assistent am Physikalischen Institut der Technischen Hochschule zu Darmstadt, wurde von Oktober 1914 an im Ersatzbataillon des Reserve-Infanterieregiments Nr. 118 ausgebildet, dann dem Reserve-Infanterieregiment Nr. 209 zugeteilt und ist jetzt in einem Pionierregiment als Meteorologe tätig. Er erhielt Ende April das Eiserne Kreuz 2. Klasse und wurde zum Vizefeldwebel und Offizierstellvertreter befördert

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Physiker Dr. Alfred Cruse zum Kaiserlichen Regierungsrat und Mitglied des Patentamts in Berlin, der Privatdozent für angewandte Physik an der Universität Basel Dr. Hans Zickendraht zum a.o. Professor ebendaselbst, der Assistent bei der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Dr. Alfred Werner zum ständigen Mitarbeiter daselbst.

Berufen: Der Privatdozent an der Universität Breslau Dr. Fritz Arndt zum ord. Professor für anorganische Chemie an der Universität Konstantinopel, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Straßburg Dr. Georg Faber in gleicher Eigenschaft an die Technische Hochschule München.

Ehrung: Der emer. Professor der Experimentalphysik an der Universität Wien Hofrat Dr. Viktor Edler v. Lang wurde zum Präsidenten der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien gewählt.

Gestorben: Der frühere Vorsteher der analytischen Abteilung am I. Chemischen Laboratorium der Universität Leipzig Hofrat Dr. M. Guthzeit in Königsberg.

Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1915/16.

Universität Innsbruck.

v. Schweidler: Experimentalphysik I, 5; Ausgewählte Teile der Elektrizitätslehre, für Vorgeschrittene, 2 *g*; Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten, 6, für Mediziner, 3. — **Tumlirz**: Theoretische Mechanik, 5; Übungen im mathematisch-physikalischen Seminar, 2 *g*. — **v. Lerch**: Physik für Pharmazeuten, 5. — **Hammerl**: Elektrische Energieverteilung: Licht und Kraft, Niederspannungs- und Hochspannungsanlagen, 2 *g*. — **Exner**: Geophysik, 3; Praktische Meteorologie und Klimatologie einschließlich Wettervorhersage, 1; Erdmagnetismus (theoretisch), 1. —

Brunner: Allgemeine Chemie I: Anorganische Chemie, 5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium für Chemiker und Pharmazeuten, tägl. außer Sonnabend, für Lehramtskandidaten, halbtägig; eventl. Chemische Übungen für Mediziner, 6. — **Hopfgartner**: Elektrochemie, 2; Elektroanalyse, 1; Thermochemie, 1. — **Zehenter**: Chemische Technologie der organischen Stoffe I: Technologie der pflanzlichen Rohstoffe, 2 *g*. —

Gmeiner: Algebra, 3; Differentialgeometrie: Raumkurven und Flächen, 2; Übungen im mathematischen Seminar, 2 *g*. — **Zindler**: Differential- und Integralrechnung, mit Übungen, 6; Seminar: Studium ausgewählter mathematischer Abhandlungen, 1 *g*. — **Menger**: Elemente der projektiven Geometrie, 2 *g*; Zeichenübungen, 1 *g*. — **Prey**: Grundlagen der Astronomie, 3; Der Fixsternhimmel, 2. —

Universität Prag.

Lampa: Experimentalphysik I: Allgemeiner Teil, 5; Physikalisches Praktikum I, 6 bzw. 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. *g*. — **Frank**: Kinetische und thermodynamische Theorie der Wärme, 5; Höhere Mechanik, 2 *g*. —

Meyer: Anorganische Chemie, 5; Chemische Übungen

tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, halbtägig; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen, für Vorgeschrittene, tägl. *g*; Übungen in der Ausführung von Vorlesungsexperimenten, 2. — **Rothmund**: Physikalische Chemie I, 4; Geschichte der chemischen Theorien, 1; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, für Vorgeschrittene, tägl. — **Wagner**: Physikalisch-chemische Meßmethoden, 1. — **Kirpal**: Pharmazeutische Chemie, 4. — **Hönigschmid**: Analytische Chemie, 3. — **Herzog**: Ausgewählte Kapitel der Biochemie, nach Vereinbarung. — **Sigmund**: Biochemie der Alkaloide, Glukoside und Gerbstoffe, 1. — **Fortner**: Chemie der Nahrungsmittel, mit praktischen Übungen in der Untersuchung, 3. —

Pick: Analytische Geometrie, 4, Übungen, 1; Mathematisches Seminar: Übungen, 2 *g*. — **Kowalewski**: Differential- und Integralrechnung, 4, Übungen 2. — **Scheller**: Grundzüge der Astrophysik, 2. — **Spitaler**: Kosmische Physik, 4; Geophysikalische Probleme, 1. —

Technische Hochschule Prag.

Tuma: Experimentalphysik: Metrologie, Fundamentalsätze der Mechanik, Mechanik physikalischer Körper, Hydrostatik und Hydrodynamik, Aerostatik und Aerodynamik, Wellenlehre, Akustik, Optik, Wärmelehre, Molekulartheorie, 5, für Kulturingenieure und Geodäten, 3; Physikalisches Praktikum, 6. — **Puluj**: Allgemeine Elektrotechnik, 4, Praktische Übungen, 4; Ausgewählte Kapitel der Wechselstrom-Elektrotechnik, 2. —

Hönigschmid: Anorganische Chemie, 4; Analytische Chemie (anorganisch, qualitativ), 2; Übungen im anorganisch-chemischen und analytischen Laboratorium I und II, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen für Geübtere, tägl. außer Sonnabend. — **N. N.**: Organische Chemie, 2; Analytische und synthetische Methoden der organischen Chemie, 1; Ausgewählte Kapitel aus der organischen Chemie, 2; Übungen im organisch-chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, für Vorgeschrittene, tägl. — **Storch**: Chemie der Metalle und technische Metallgewinnung: II. und III. Gruppe des periodischen Systems, 2; Die wissenschaftlichen Grundlagen der Maßanalyse, 1; Physikalische Chemie I: Chemische Statik und Dynamik, 2, IV: Elektrochemie, 3; Kleines physikalisch-chemisches Praktikum (zugleich Physikalische Methoden der Untersuchung von Nahrungsmitteln), 1; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, 15. — **Ditz**: Chemische Technologie anorganischer Stoffe I: Chemische Großindustrie, 6; Übungen im anorganisch-technologischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **v. Georgievics**: Chemische Technologie organischer Stoffe I, 5; Übungen im organisch-technologischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **v. Gintl**: Enzyklopädie der technischen Chemie, 2; Chemie der Nahrungs- und Genußmittel und Untersuchung von Rohstoffen und Gebrauchsgegenständen, 3, Übungen, 8; Methoden der quantitativen Mineralanalyse, 2; Praktische Metallographie, 2, Übungen, 1 Nachmittag. — **Außerwinkler**: Photographie, 1, Übungen, 4. — **Herzog**: Agrikulturchemie, 3; Technische Mykologie, 2; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen für Vorgeschrittene, tägl. — **Siegmund**: Biochemie der Alkaloide, Glukoside und Gerbstoffe, 1. —

Carda: Mathematik I, 6, Übungen, 2; Elemente der höheren Mathematik, 6 und 5, Übungen, 1; Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2; Ausgewählte Kapitel der Differential- und Integralrechnung, Kartenprojektion, 2. — **N. N.**: Mathematik II, 6, Übungen, 2, für Handelslehrkandidaten, 3; Ausgewählte Kapitel der höheren Mathematik, 2. — **Rosmanith**: Versicherungsmathematik I, 4, II a, 2, II b, 2; Politische Arithmetik, 2; Darstellende Geometrie, 5, Konstruktive Übungen, 7 und 6, Übungen für Vorgeschrittene, 6; Geometrie der Lage, 3, Konstruktive Übungen, 4. — **Grünwald**: Ausgewählte Abschnitte aus der Bewegungslehre starrer Körper, 2. — **Pöschl**: Allgemeine Mechanik, 3, Repetitorium, 1, Graphische Übungen, 2; Besondere Probleme aus dem Gesamtgebiete der Mechanik, 2. — **Geßner**: Enzyklopädie der Mechanik, 3. — **Haerpfer**: Elemente der niederen Geodäsie, 3, Übungen, 2; Theorie der Kartenprojektionen, 1. — **Adamczik**: Niedere Geodäsie $4^1/_2$, Übungen, 2; Höhere Geodäsie, 3, Übungen, 2; Geodätisches Rechnen I, 2, II, 2. —

Universität Wien.

Lecher: Experimentalphysik für Lehramtskandidaten und Mediziner, 5, Demonstrationspraktikum, 1; Physikalische Demonstrationen für Mittelschulen, 6; Anleitung für wissenschaftliche Arbeiten, tägl. — **Exner**: Experimentalphysik, 5; Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten, Chemiker und Naturhistoriker, 6; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. — **Meyer**: Radioaktivität, 3; Elemente der theoretischen Physik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5. — **Haschek**: Optik mit besonderer Berücksichtigung der Spektralerscheinungen, 3. — **Mache**: Ausgewählte Kapitel der Wärmelehre, 2. — **Kohl**: Thermodynamik und thermodynamisches Potential, 2. — **Sirk**: Moderne Atomistik, 1, Übungen, 1. — **Defant**: Zyklonen und Antizyklonen, Beobachtungstatsachen und Theorie, 2. — **Hinterberger**: Photographisches Praktikum, 12 *g*; Praktischer Kurs über Mikrophotographie, 20 *g*. —

Wegscheider: Experimentalchemie I: Anorganische Chemie, 5; Physikalisch-chemisches Kolloquium, 1 *g*; Chemische Übungen für Anfänger, tägl. außer Sonnabend; Arbeiten im I. chemischen Laboratorium für Vorgeschrittene, tägl. — **Herzig**: Chemie der Benzolderivate, 5; Übungen aus pharmazeutischer Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Wenzel**: Chemische Technologie, Anorganische Großindustrie, 3. — **Franke**: Anleitung zur Ausführung chemisch-wissenschaftlicher Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Maßanalyse, 2; Übungen in der Ausführung chemischer Schulversuche, 2; Chemische Übungen für Anfänger und Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4, im Anschluß: Analytische Chemie, 1. — **Schacherl**: Ausgewählte Kapitel der Chemie und Technologie der Nahrungsmittel, 2. — **Vortmann**: Arbeiten für Vorgeschrittene. — **M. Kohn**: Die synthetischen Methoden der organischen Chemie, 1. — **Abel**: Katalyse, 2. — **Zellner**: Chemie der vegetabilischen Fette, mit Rücksicht auf die chemische Technologie derselben, 2. —

Escherich: Bestimmte Integrale, 5; Proseminar für Mathematik, 1 *g*; Seminar für Mathematik, 2 *g*; Elementarmathematik, 1 *g*. — **Wirtinger**: Übungen zur Elementarmathematik, 1 *g*; Mathematisches Seminar, 2 *g*; Mathematisches Proseminar, 1 *g*. — **Mack**: Mathematisches Seminar: Kurs über darstellende Geometrie, 3 *g*. — **Furtwängler**: Differential- und Integralrechnung, 5, Übungen, 1 *g*; Proseminar, 1 *g*; Seminar, 2 *g*. — **G. Kohn**: Analytische Geometrie, 4, Übungen, 1 *g*; Nichteuklidische Geometrie, 2. — **Tauber**: Versicherungsmathematik I, 4. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik I, 3. — **Hanni**: Die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen, 1. — **Roth**: Mehrdimensionale Geometrie, 2. — **Groß**: Integralgleichungen, 3; Übungen zu Bestimmte Integrale. — **Radon**: Differentialgeometrie im vierdimensionalen Raume, 2. — **Hepperger**: Bahnbestimmung der Planeten und Kometen, 4. — **Oppenheim**: Neuere Methoden in der Mechanik des Himmels, 3; Theorie der Gestalt der Himmelskörper, 2, Übungen, 1 *g*. —

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 20. | 15. Oktober 1915. | 16. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 21 am 30. Oktober 1915.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Theorie der Berechnung der Steig- und Fallversuche an Teilchen mit Brownscher Bewegung.

(Ein Beitrag zur Frage der Existenz des Elementarquantums der Elektrizität im Anschlusse an die Abhandlung v. E. Schrödinger.[1])

Von D. Konstantinowsky.

F. Ehrenhaft[2]) hat eine Methode zur Bestimmung sehr kleiner Kräfte — 10^{-9} bis 10^{-12} Dyne — angegeben und 1909 zur Bestimmung von Radien und Ladungen submikroskopischer Partikeln verwendet, die er im widerstehenden Mittel bewegte.

Denn ließ er beispielsweise als Kräfte einmal das Gewicht der Partikeln, dann wieder der Schwere entgegenwirkende elektrische Kräfte angreifen, so ergab sich, wenn a der Radius, s das spez. Gew. der als Kugeln des verwendeten Zerstäubungsmaterials vorausgesetzten Partikeln ist[3]), ferner μ der Reibungskoeffizient des Mediums, l die mittlere molekulare Weglänge der Molekeln desselben, v_f die unter der Einwirkung der Schwerkraft erreichte Stationärgeschwindigkeit, v_e jene, welche bei einem elektrostatischen Felde $\mathfrak{E}$ entgegen der Schwere durch die der Kugel anhaftende Ladung e erzielt wurde:

$$\frac{4}{3} a^3 \pi s g = \frac{6\pi\mu a v_f}{1 + \dfrac{1{,}63\,\dfrac{l}{a}}{2 - f}} \qquad (1)$$

$$e\mathfrak{E} = \frac{6\pi\mu a (v_e + v_f)}{1 + \dfrac{1{,}63\,\dfrac{l}{a}}{2 - f}} \qquad 0 < f < 1. \qquad (2)$$

Mit Hilfe der vorstehend verwendeten Widerstandsformeln von Stokes-Cunningham können aus den beobachteten v_e und v_f, a und e gerechnet werden.

Eine zweite Berechnungsart gestattet nach Einstein-de Broglie-Weiß[1]) unter Zugrundelegung der Steig- und Fallgeschwindigkeiten des Partikels aus den Abweichungen der Passagezeiten t_i von der — gedachten — wahren Passagezeit t_w über eine bestimmte Beobachtungsstrecke l, Masse und Ladung der beobachteten Partikel anzugeben; unter wahrer Passagezeit t_w ist dann jene Zeit gemeint, in welcher das Partikel die Strecke l ohne Störung durch die Brownsche Bewegung, wie sie durch die sich nicht mehr kompensierenden Molekelstöße des Mediums hervorgerufen werden, zurücklegen würde.

$$mg = \frac{2RT}{N\cdot\lambda^2}\, v_f, \qquad (3)$$

$$e\mathfrak{E} = \frac{2RT}{N\cdot\lambda^2}\,(v_f + v_e), \qquad (4)$$

1) E. Schrödinger, diese Zeitschr. **16**, 289, 1915.
2) F. Ehrenhaft, Wien. Ber. **118**, IIa, März 1909; diese Zeitschr. **11**, 619, 940, 1910; **12**, 94, 261, 1911; **15**, 952, 1914; **16**, 227, 1915.
3) Bezüglich des Nachweises hierfür vgl. F. Ehrenhaft, l. c.; ferner Wien. Ber. **119**, IIa, Mai 1910; C. R. t. 158, 1071; Wien. Ber. **123**, IIa, 1914; D. Konstantinowsky, Wien. Ber. **123**, IIa, 1724, 1914; R. Gans, Ann. d. Phys. **37**, 881, 1912; **47**, 270, 1915.

1) de Broglie, diese Zeitschr. **11**, 33, 1910; E. Weiß, Wien. Ber. **120**, IIa, 1021, 1911; K. Przibram, diese Zeitschr. **13**, 106, 1912; H. Fletcher, Phys. Review **33**, 82, 1911, August Nr. 2.

$$\overline{\lambda^2} = v^2 \frac{1}{n} \sum_1^n i \frac{(t_w - t_i)^2}{t_i}, \qquad (5)$$

$$v = \frac{l}{t_w}. \qquad (6)$$

Dabei bedeuten: N die Loschmidtsche Konstante, R die Gaskonstante, T die absolute Temperatur, n die Zahl der beobachteten Passagezeiten t_i, $\overline{\lambda^2}$ eine die Brownsche Bewegung des Partikels charakterisierende Konstante, das mittlere sekundliche Verschiebungsquadrat. In diesem Falle ist eine Voraussetzung über Form und Dichte der beobachteten Partikeln nicht eingeführt.

Für t_w, jene gedachte Fall- bzw. Steigzeit, je nach dem Einflusse des bloßen Gewichts mg oder der senkrecht nach oben wirkenden elektrischen Kräfte $e\mathfrak{E}$, nimmt E. Weiß[1]):

$$t_w = t_m$$

$$t_m = \frac{1}{n} \sum_1^n i\, t_i, \qquad (7)$$

während H. Fletcher[2])

$$t_w + \frac{t_w^2 \overline{\lambda^2}}{2 l^2} = t_m \qquad (8)$$

angibt.

Eine zweite Methode zur Bestimmung der Größenordnung eines solchen kleinen Partikels hat neuerdings F. Ehrenhaft[3]) aus der Farbe des bei der Dunkelfeldbeleuchtung senkrecht zum Inzidenzstrahle des beleuchtenden Systems abgebeugten Lichtes, also auf rein optischer Grundlage entwickelt; diese stellt zugleich ein Kriterium für die Richtigkeit und Gültigkeit der beiden erwähnten Rechenwege insofern dar, als sie in den Größenordnungen 10^{-5} bis 10^{-6} cm Radius, in welchen die beiden vorerwähnten Rechenwege bereits Differenzen aufweisen, mit dem Widerstandsgesetze von Stokes-Cunningham gut übereinstimmt, also dieses bestätigt, während der Weg nach der Brownschen Bewegung zu große Resultate liefert, eine Tatsache, die sich bereits von anderen Gesichtspunkten aus ergeben hatte[4]). Damit wird ein neuerlicher Nachweis der Richtigkeit der von den Widerstandsgesetzen geforderten Voraussetzungen zu den bereits früher gefundenen Belegen hinzugefügt.

Da aber in früherer Zeit die Ansicht vielfach verbreitet war, daß die Ladungen, welche aus den Widerstandsgesetzen errechnet werden und welche das sogenannte Elementarquantum der Elektrizität (um 4 bis $5 \cdot 10^{-10}$ elektrost. Einh.) vielfach um Größenordnungen unterschritten, sich nach der Berechnung aus der Brownschen Bewegung mit dem Elektron in Einklang bringen lassen würden[1]); da ferner auch H. Fletcher, auf der Grundlage dieses zweiten Weges mit der von ihm abgeleiteten Korrektur (8) rechnend, tatsächlich derartige Resultate publizierte[2]), schien es mir in meiner Abhandlung Wien. Ber. **123**, IIa, 1714 wichtig, trotz der erwiesenen Anwendbarkeit der Widerstandsgesetze, auch nach der Brownschen Bewegung zu rechnen. Dabei mußte ich aus den erwähnten Gründen auch die Fletchersche Korrektur zugrunde legen, obwohl sich mir bereits bestimmte Anhaltspunkte für deren Unrichtigkeit ergeben hatten, in der Absicht, eine vollständige Theorie der Zeitenverteilung des geschilderten Experiments zu rechnen[3]), bzw. eine Verbesserung der Fletcherschen Korrektur vorzunehmen, woran ich durch die seitdem eingetretene Mobilisierung gehindert wurde. Durch die aber inzwischen erschienenen eleganten Rechnungen E. Schrödingers[4]), welchem es gelungen ist, das erwähnte Problem zu lösen, bin ich dieser Aufgabe nunmehr enthoben.

Die Korrektur H. Fletchers schien mir damals aus folgender Überlegung als unrichtig. Ein Partikel habe unter dem Einfluß einer bestimmten Kraft K die Geschwindigkeit

$$v = \frac{l}{t_w} \qquad (9)$$

erreicht; dann ist der von der Kraft K zu überwindende Widerstand:

$$K = \frac{2RT}{N \cdot \overline{\lambda^2}} v. \qquad (10)$$

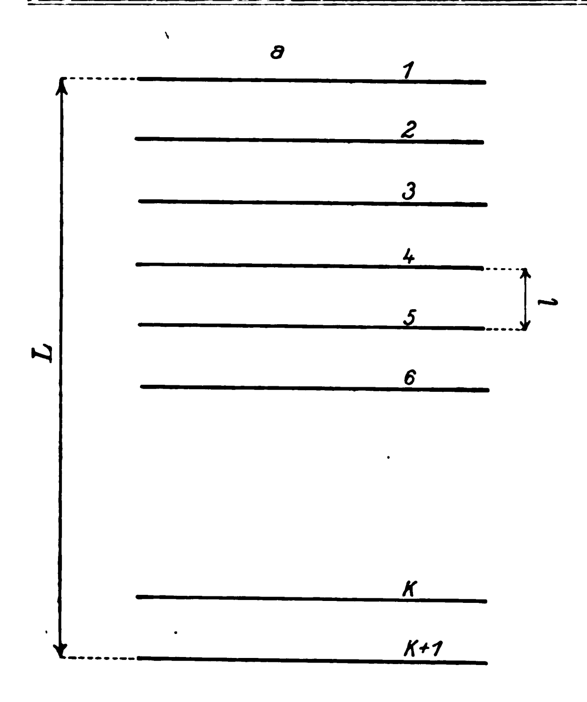
Die geschilderte Bewegung des Partikels wird demnach durch die Angabe von $\overline{\lambda^2}$, der für die Brownsche Bewegung charakteristischen Größe, und v bzw. durch die Angabe eines t_w zu einer bestimmten Strecke l gegeben sein. Es wird demnach auch die mittlere Passagezeit t_m [vgl. (7)] als Funktion dieser Parameter der Bewegung ausdrückbar sein:

$$t_m = f(t_w, l, \overline{\lambda^2}). \qquad (11)$$

---

1) l. c.
2) l. c.
3) F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **15**, 952, 1914.
4) F. Ehrenhaft, l. c.; D. Konstantinowsky, l. c.; historisch von Interesse F. Ehrenhaft, Wien. Ber. CXVI, IIa, 1175, 1907.

1) J. Perrin, C. R. t. 152. 1166; E. Weiß, Wien. Ber. **120**, IIa, 1021; vgl. den Bericht der Réunion tenue à Bruxelles sous les auspices de M. Solvay 1911: La théorie du rayonnement et les quanta; erschienen bei Gauthiers-Villars, Paris, p. 249. (Deutsch von A. Eucken, Halle 1914.)
2) l. c. Vgl. hierzu F. Zerner, diese Zeitschr. **16**, 10, 1915, welcher aus den Versuchsdaten Fletchers namhafte Unterschreitungen des Elektronenwertes rechnet.
3) Vgl. Anm. 1 der zitierten Arbeit, Wien. Ber. **123**, IIa, 1719.
4) E. Schrödinger, diese Zeitschr. l. c.



Das Teilchen werde über eine Strecke L (Figur) bewegt und am Registrierstreifen die Zeitpunkte festgehalten, in welchen das Teilchen, von a kommend, die Marke 1, dann die Marke 2 usw. bis $k+1$ zum erstenmal berühre. Die Zeit zwischen der ersten und letzten Registrierung ist offenbar eine Passagezeit T_i über die Strecke L; werden die Marken äquidistant gedacht, so stellen die einzelnen Zwischenzeiten Passagezeiten über die Strecke $l = \frac{L}{k}$ dar. Denkt man sich viele — n — solcher Messungen ausgeführt, so ist:

$$T_m = \frac{1}{n}\sum_1^n {}_i\, T_i = \frac{1}{n}\sum_1^n {}_i \sum_1^k {}_s\, t_{i,s} = \sum_1^k {}_i\, t_m = k t_m,$$

denn alle Passagezeiten t werden unter den gleichen Bedingungen gemessen. Nach (9) und (11) ist folglich:

$$k t_m = f\,(k t_w,\ k l,\ \overline{\lambda^2}),$$

d. h. t_m eine homogene lineare Funktion von t_w und l; es muß daher

$$t_m = t_w\, \varphi\,(v, \overline{\lambda^2}) \qquad (12)$$

sein; da die Fletchersche Korrekur (8) dieser Gleichung nicht genügt, kann sie nicht richtig sein.

Damit auf beiden Seiten von (12) auch Dimensionsgleichheit herrsche, muß $\varphi\,(v, \overline{\lambda^2})$ eine dimensionslose Konstante der betrachteten Bewegung sein. Da nun v die Dimension $[l \cdot t^{-1}]$, $\overline{\lambda^2}$ aber $[l^2 \cdot t^{-1}]$ hat, ist es nicht möglich, aus beiden einen physikalischen Ausdruck zu bilden, der dimensionslos wäre; es muß also φ eine von der speziellen Bewegung unabhängige Konstante c sein:

$$t_m = c\, t_w. \qquad (13)$$

Für makroskopisch große Kugeln, d. i. bei $\overline{\lambda^2}$ nahezu gleich 0, ist $t_m = t_w$, also muß allgemein:

$$t_m = t_w \qquad (14)$$

sein; damit ist zugleich die Richtigkeit der Einstein-de Broglie-Weißschen Formeln 3—7 erwiesen.

E. Schrödinger kam in der vorzitierten Abhandlung unter anderem in seinen Formeln 23 bis 25 zu dem gleichen Resultate[1]); seine Berechnungen stellen aber auch insofern eine Grundlage der Rechenmethode nach der Brownschen Bewegung dar, als sie die Möglichkeit bieten, die Fehler, welche den beobachteten Parametern $\overline{\lambda^2}$ und v im Mittel anhaften, zu bestimmen.

Für die nach den Formeln (5), (6) und (8) ausgeführten Berechnungen H. Fletchers, F. Zerners und die meinen ergeben sich folgende Gesichtspunkte[2]):

Aus (6), (7) und (9) ist ersichtlich, daß die Geschwindigkeiten v nach Schrödinger-Weiß kleiner werden als nach der falschen Formel Fletchers. Demnach werden Radius und Ladung nach (1) und (2) aus den Widerstandsgesetzen noch kleiner; die Unterschreitungen des Elektronenwertes werden also, allerdings nur um unbedeutende Beträge, weitgehender.

Der Gang der Resultate aus der Brownschen Bewegung ist im voraus aus den Formeln (3) bis (5) nicht sicher zu übersehen; die Durchrechnung ergibt die Resultate der Tabelle:

Protokoll-Nr.	Widerstandsgesetz		Brownsche Bewegung	
	Radius $a \cdot 10^6$ cm	Ladung $e \cdot 10^{+10}$ elektrost. Einh.	Ladung $e \cdot 10^{+10}$ elektrost. Einh.	Mittl. Fehler der Ladung 10^{+10} elektrost. Einh.
Au I	4,6	0,09	2,2	+ 0,6
„ II	3,7	0,07	1,2	+ 0,5
„ III	9,3	0,73	2,3	± 0,5
„ IV	6,0	0,14	0,90	+ 0,2
„ V	8,6	0,26	1,8	+ 0,6
„ VI	3,7	0,21	4,0	± 0,4
„ VII	10,8	0,055	0,50	+00,8
„ VIII	6,2	0,06	3,60	+ 0,5
„ IX	3,3	0,58	—	—
„ X	3,6	—	—	—
„ XI	3,8	1,0	—	—
„ XII	6,3	1,65	3,8	± 0,6
„ a	3,9	0,06	—	—
Hg I	7,0	1,1	3,2	± 0,6
„ II	2,0	0,1	2,9	± 0,5

1) Aus der Formel (5) dieser Abhandlung gelangt man durch eine einfache Umformung zur entsprechenden (23) Schrödingers.

2) F. Ehrenhaft hatte sich bekanntlich der korrekten Berechnungsart angeschlossen und die Fletchersche Korrektur nicht in Erwägung gezogen; aber auch die auf

welche zeigt, daß die Brownsche Bewegung auch im allgemeinen noch kleinere Resultate für die Ladungen ergibt, als die l. c. publizierten.

Die Erkenntnis der Unterschreitung des Elektronenwertes ist aber insofern wieder um einen Schritt vorwärts gekommen, als es nunmehr nach E. Schrödinger gelingt, die mittleren Fehler der Resultate abzuschätzen. Aus der entsprechenden Kolonne der Tabelle kann man die Bedeutungslosigkeit der Fehler für die oben erwähnte meritorische Frage entnehmen.

Es ergeben sich demnach als Schlußfolgerungen:

1. Für die bereits früher von allen übrigen Autoren zur Berechnung der Konstanten der Brownschen Bewegung aus der Passagezeitenbeobachtung über eine bestimmte Strecke angewandte Formel wird ein einfacher Beweis gegeben; die von Fletcher vorgenommene Korrektur an der Berechnungsart ergibt sich übereinstimmend mit Schrödinger als unrichtig[1]).

2. Wendet man diese neuerdings auf ein theoretisch gesichertes Fundament gestellten Formeln auf die Beobachtungen in Wien. Ber. **133**, IIa, 1714 an, so ergeben sich im wesentlichen dieselben namhaften Unterschreitungen des Wertes des Elektrons bis in die Ordnung 10^{-11} elektrost. Einh., selbst wenn man die zu große Werte liefernde Brownsche Bewegung zugrunde legt.

3. Bestimmt man ferner nach Schrödinger als Maßstab der erzielten Genauigkeit der Resultate den mittleren Fehler derselben unter Zugrundelegung der Formeln 29 und 30 seiner zitierten Abhandlung, so ersieht man, daß die Genauigkeit groß genug ist, um die unter 2. erwähnten Unterschreitungen vollkommen sicherzustellen.

4. Die nach allen Erfahrungen richtigen und auch mit dem optischen Wege F. Ehrenhafts übereinstimmenden Resultate aus den Widerstandsgesetzen ergeben Unterschreitungen bis zum 80. Teile des Elektrons; die sich in diesem Falle errechnenden mittleren Fehler kommen gegenüber dem Inhalt der Resultate nicht in Betracht.

diese Art sich errechnenden Ladungen blieben weit unter denjenigen des Elektrons.

1) Anmerkung bei der Korrektur: vgl. auch die in Heft 17/18 1915 dieser Zeitschrift neuerdings erschienene Arbeit von M. v. Smoluchowski.

(Aus dem I. phys. Institute der Univ. Wien.) derz. Scheinwerferabteilung.

(Eingegangen 22. September 1915.)

Über die Eigenschaften kleiner Tröpfchen aus reinem Quecksilber.

(Bemerkungen zu Prof. Ehrenhafts Abhandlung „Über kleinste Quecksilberkugeln".)

Von A. Schidlof.

In einer letzthin veröffentlichten Abhandlung[1]) ist Herr Prof. Ehrenhaft auf den vor einiger Zeit entstandenen Widerspruch zwischen seinen Anschauungen und unseren Versuchsergebnissen[2]) zurückgekommen. Da gewisse in dieser Abhandlung enthaltene Bemerkungen bei den Herren Fachgenossen falsche Vorstellungen erwecken könnten, muß ich nun auch meinerseits mich nochmals mit dieser Frage beschäftigen.

Herr Prof. Ehrenhaft ist gegenwärtig mir gegenüber insofern im Vorteil, als eine ausführliche Beschreibung unserer Versuche bisher noch nicht veröffentlicht worden ist. Diese Lücke wird nun in der allernächsten Zeit durch eine von Herrn Targonski in den Archives des sciences physiques et naturelles (Genf) erscheinende Abhandlung ausgefüllt werden. Auf diese Arbeit, sowie auf die ungefähr gleichzeitig zu veröffentlichenden Berichte über unsere Beobachtungen an sehr kleinen Öltröpfchen und an Quecksilberkügelchen möchte ich vor allem hier aufmerksam machen. Ferner muß ich Prof. Ehrenhafts Angaben über meinen Standpunkt zu dieser Frage berichtigen. Die Behauptung, daß der Gedankenaustausch zwischen Prof. Ehrenhaft und mir ursprünglich auf eine viel breitere Basis gestellt war, als dies aus der letzten Abhandlung ersichtlich ist, muß auf einem Mißverständnis beruhen. Um weiteren Mißverständnissen vorzubeugen, will ich zunächst meine Meinung kurz und klar aussprechen. Meines Erachtens haben sowohl Prof. Ehrenhaft als auch Herr Konstantinowsky ihre Beobachtungsresultate unrichtig gedeutet.

Diese Vermutung ist für mich durch die neuerliche Feststellung, daß die Eigenschaften des mechanisch zerstäubten Quecksilbers von denen des elektrisch zerstäubten vollkommen verschieden sind, zur Gewißheit geworden.

Im Nachfolgenden soll nun zunächst diese Ansicht begründet werden. Weiterhin werde ich mich noch mit gewissen, in Prof. Ehrenhafts letzter Abhandlung erörterten Eigenschaften unserer Versuchsanordnung beschäftigen.

1) F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **16**, 227, 1915.

2) A. Schidlof und A. Karpowicz, C. R. **158**, 1992, 1914; diese Zeitschr. **16**, 42, 1915.



§ 1. Der Unterschied zwischen mechanisch und elektrisch zerstäubtem Quecksilber.

Es fehlt hier der Platz über die von Herrn Targonski ausgeführten Untersuchungen der Eigenschaften von Tröpfchen aus reinem und aus amalgamiertem Quecksilber zu berichten. Diesbezüglich muß ich auf die schon oben erwähnte Originalabhandlung verweisen. Ich muß mich auch auf die bloße Erwähnung der Tatsache beschränken, daß es Herrn Targonski gelungen ist, sehr bedeutende Unterschreitungen der Elementarladung dadurch festzustellen, daß er Quecksilber nach der Ehrenhaftschen Methode (elektrisch) zerstäubte. So bekam er Partikeln von unveränderlicher Masse, die, nach den von Prof. Ehrenhaft aufgestellten Grundsätzen berechnet, Subelektronen ergaben. Da diese durch elektrische Zerstäubung erzeugten Teilchen sämtliche von Prof. Ehrenhaft beschriebenen Eigenschaften zeigten, kann wohl kein Zweifel bestehen, daß sie mit den Ehrenhaftschen „kleinsten Quecksilberkugeln" identisch sind. Zu ihrer Beobachtung braucht man aber kein Mikroskop und keine größeren Aperturen als die, welche uns hier zur Verfügung stehen.

Die wichtigsten Ergebnisse dieser Untersuchung sind in der nachfolgenden Tabelle, welche der Abhandlung des Herrn Targonski entlehnt ist, zusammengestellt.

Quecksilber

mechanisch zerstäubt.	elektrisch zerstäubt.
1. Berechnetes Elementarquantum der Elektrizität: $4{,}68 \cdot 10^{-10}$ elektrostat. E. (A. Targonski).	1. Subelektronen (F. Ehrenhaft, A. Targonski).
2. Die kleinste Ladung ist konstant, hängt also nicht von den Dimensionen der Partikeln ab.	2. Die kleinste Ladung nimmt mit den Dimensionen der Partikeln ab.
3. Die nach dem Stokes-Cunninghamschen Gesetze unter der Annahme der Dichte des Quecksilbers berechneten Halbmesser stimmen mit den nach der Brownschen Bewegung berechneten ungefähr überein.	3. Es besteht keinerlei Übereinstimmung zwischen den nach dem Stokes-Cunninghamschen Gesetze einerseits unter Annahme der Dichte des Quecksilbers anderseits nach der Brownschen Bewegung berechneten Halbmesser.
4. Veränderliche Masse und in gewissen Fällen veränderliche Dichte (oder Gestalt).	4. Unveränderliche Masse, Dichte und Gestalt.
5. Die Beweglichkeit der Teilchen wächst, wenn der (nach Stokes-Cunningham) berechnete Halbmesser abnimmt.	5. Die Beweglichkeit der Teilchen nimmt mit dem (nach Stokes-Cunningham) berechneten Halbmesser ab.

§ 2. Über die Unwahrscheinlichkeit einer beim mechanischen Zerstäuben auftretenden Wasserkondensation.

Der Ausgangspunkt meiner Besprechung der Schlußfolgerungen Prof. Ehrenhafts war die Annahme, daß die Ehrenhaftschen Partikeln nicht die Dichte des Quecksilbers haben dürften. Der Unterschied zwischen den mechanisch zerstäubten und den im Lichtbogen hergestellten Partikeln ist so handgreiflich, daß gar kein Zweifel über die Verschiedenheit ihrer Zusammensetzung bestehen kann. Da nun Prof. Ehrenhafts Überzeugung von der Reinheit seines Materials unerschütterlich feststeht, so muß er logisch konsequent folgern, daß die beim mechanischen Zerstäuben beobachteten, veränderlichen Teilchen nicht Quecksilbertröpfchen sein können. Allerdings ergibt sich daraus auch weiter, daß die von Millikan, Fletcher und anderen Beobachtern in der gleichen Weise hergestellten Tröpfchen nicht die von diesen Autoren vorausgesetzte Zusammensetzung haben können. Da nun Herr Prof. Ehrenhaft sich nicht entschlossen hat, diese Folgerung zu ziehen, drängt sich mir die Vermutung auf, daß er seine Annahme, mechanisches Zerstäuben bewirke Wasserkondensation, nicht ganz ernst nimmt.

Für Prof. Ehrenhaft kamen allerdings in erster Linie die von uns beschriebenen Quecksilbertröpfchen in Betracht, und es galt, ihre Existenz in irgendwelcher Weise problematisch zu machen. Woraus können flüchtige Tröpfchen, die beim Zerstäuben von Quecksilber beobachtet werden, bestehen? Erwägt man diese Frage ohne jede Voreingenommenheit, so kann keine andere flüchtige Flüssigkeit in Betracht kommen als die, welche eben zerstäubt wird, also Quecksilber. Dennoch behauptet Prof. Ehrenhaft, wir hätten Wassertröpfchen beobachtet.

Wie wenig Wahrscheinlichkeit diese An-

nahme hat, geht aus nachfolgendem einfachen Versuch hervor: Während wir Quecksilber zerstäubten, brachten wir ein Thermometer mit ganz kleinem Behälter nahe an die Öffnung des Zerstäubers in den Strahl der Quecksilbertröpfchen oder auch daneben. Dabei konnten wir nicht die geringste Temperaturänderung bemerken. Da nun in unseren Laboratoriumsräumen der Feuchtigkeitsgrad der Luft niemals größer ist als 0,5, meistens aber bedeutend kleiner, scheinen Wasserkondensationen, denen lokale Temperaturdifferenzen von mehr als 10 Grad entsprechen würden, ganz unmöglich. Sollten sie aber doch auftreten, so würden die Wassertröpfchen oder die Kondensationsnebel den Kondensator nie erreichen.

Die bloße Annahme von Kondensationsnebeln ist übrigens für Prof. Ehrenhafts Zweck unzureichend. Es handelt sich darum zu beweisen, daß wir niemals Quecksilbertröpfchen beobachtet haben, während Quecksilber in großen Mengen zerstäubt wurde und sich im Kondensator ansammelte. Daß man bei Prof. Millikans Quecksilbertröpfchen die Flüchtigkeit nicht im gleichen Maße bemerkt, wie bei den unseren, beweist nichts, weil diese Tropfen viel zu groß waren, als daß die Erscheinung während der kurzen Dauer der Versuche erkennbar werden konnte. So große Tropfen konnten wir mit der uns zur Verfügung stehenden Batteriespannung gar nicht halten. Prof. Millikan macht übrigens[1]) die Anmerkung, daß die meisten von ihm zerstäubten Flüssigkeiten flüchtig waren. Um völlig unveränderliche Öltropfen zu erzeugen, benutzte er eine ganz besondere Art zähen Maschinenöls. In welcher Hinsicht unsere Angaben denen aller anderen Autoren (von Herrn Prof. Ehrenhaft abgesehen) widersprechen, sehe ich nicht ein.[2])

Daß die von uns beobachteten Partikeln tatsächlich Quecksilbertröpfchen sind, geht daraus hervor, daß die Berechnung der Beobachtungsresultate unter Annahme der Dichte des Quecksilbers richtige Werte für die elektrische Elementarladung ergibt, und daß der unter Annahme der Dichte des Quecksilbers berechnete Halbmesser der Tröpfchen mit dem aus der Brownschen Bewegung abgeleiteten übereinstimmt.

Prof. Ehrenhaft wird allerdings die Gültigkeit dieser Argumente nicht anerkennen. Vielleicht finden sich aber andere Physiker, deren Glaube an die Existenz des Elektrons und die wenigstens angenäherte Gültigkeit der Einsteinschen Theorie der Brownschen Bewegung noch nicht erschüttert ist. Diese werden wohl geneigt sein, Prof. Ehrenhafts Annahme von Wassernebelbildung beim mechanischen Zerstäuben als eine haltlose Vermutung anzusehen.

1) R. A. Millikan, Phys. Rev. **32**, 349, 1911.

2) Das von Millikan (loc. cit.) angegebene *Hg*-Tröpfchen, für das die Beobachtungsdaten in der Tab. XVI zusammengestellt sind, ist entschieden flüchtig. Die Falldauern zeigen zwar keine Zunahme, was bei der kurzen Beobachtungsdauer (es wurden bloß 3 Beobachtungen gemacht) auch nicht möglich ist. Dagegen nehmen die Steigdauern im elektrischen Felde systematisch ganz regelmäßig ab, was mit Sicherheit auf eine stetige Massenabnahme des Tröpfchens schließen läßt.

§ 3. Über die bei unseren Versuchen benützte Optik.

Es kommt mir ferner darauf an, Prof. Ehrenhafts Angaben über unsere optische Anordnung zu widerlegen. Vor allem ist zu bemerken, daß seine Annahmen über die von uns benützten Aperturen willkürlich und tatsächlich unrichtig sind. Prof. Ehrenhaft setzt voraus, daß wir kreisförmige Fenster haben, deren Halbmesser 0,25 cm beträgt. In Wirklichkeit ist unser Kondensator mit rechteckigen Öffnungen versehen, deren Höhe 0,5 cm und deren Breite 3 cm beträgt. Allerdings kann die ganze Breite der Öffnungen nicht ausgenützt werden. Das die Lichtstrahlen sammelnde Objektiv hat nämlich einen Durchmesser von bloß 2,5 cm und steht 8 cm vom Kondensatormittelpunkt ab. Berechnet man nach diesen Angaben die mittlere Beleuchtungsapertur, so findet man 0,1, also zweimal mehr als Prof. Ehrenhaft annimmt.

Was die Beobachtungsapertur betrifft, so ist sie wegen des 25 cm weit von den beobachteten Körperchen abstehenden Fernrohrobjektivs nur um weniges größer als Prof. Ehrenhaft angesetzt hat. Lassen wir aber auch seine diesbezügliche Annahme gelten, so ist doch sein Endresultat auf alle Fälle zweimal zu groß.

Zu seiner Rechnung benützt Prof. Ehrenhaft eine Formel von Siedentopf und Zsigmondy[1]), nach welcher der Halbmesser r eines ultramikroskopisch gerade noch wahrnehmbaren kugelförmigen Teilchens ausgedrückt ist durch:

$$r = \frac{n}{2 a_1 a_2} \sqrt{\frac{2g}{\pi \cdot k}}.$$

Es bedeuten in dieser Formel n den Brechungsexponenten des Mediums (hier gleich 1), a_1 und a_2 die zur Beleuchtung und zur Beobachtung verwendeten Aperturen, g die mittlere Empfindlichkeitsgrenze des Auges, k die spezifische Intensität der Strahlung des gleichsam selbstleuchtend gedachten Teilchens. Für g und k nimmt Prof. Ehrenhaft, dem Beispiel der Autoren folgend, $g = 10^{-8}$ Meterkerzen und $k = 10^5$ Meterkerzen/cm².

1) Ann. d. Phys. **10**, 1, 1903.

Berechnet man nun r nach der oben stehenden Formel mit den richtigen Werten der Aperturen $a_1 = 0{,}1$ und $a_2 = 0{,}05$, so findet man $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ cm in genügender Übereinstimmung mit unserer Angabe, daß die verdampfenden Teilchen bei einem Halbmesser von $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ cm unsichtbar wurden.

Man kann dieser Übereinstimmung keine große Bedeutung beimessen. Die Siedentopf-Zsigmondysche Formel ist unter äußerst vereinfachenden Annahmen, welche dem Charakter der Beugungserscheinungen in keiner Weise Rechnung tragen, abgeleitet worden. Daß sie nicht für alle Aperturen gilt, geht schon daraus hervor, daß Sonnenstäubchen nach dieser Gleichung unsichtbar sein müßten, weil sie unter dem Öffnungswinkel Null beleuchtet werden.

Siedentopf und Zsigmondy haben die Gleichung dazu benützt, um die äußersten Grenzen der Leistungsfähigkeit der ultramikroskopischen Methode bei großen Aperturen festzustellen. Die Anwendung, welche Prof. Ehrenhaft von dieser Formel macht, scheint mir ganz unzulässig.

Auf alle Fälle können aus einer Beziehung, in welche der Schwellenwert der Empfindlichkeit des Auges eingeht, keine zwingenden Schlüsse gezogen werden.

Während in unserer letzten Abhandlung bloß behauptet wurde, daß wir Teilchen bis zum Halbmesser von $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ cm herunter beobachten konnten, ist es seither Herrn Targonski gelungen, verdampfende Tröpfchen bis zum Radius von $7 \cdot 10^{-6}$ cm zu verfolgen. Dieser Wert dürfte tatsächlich die untere Grenze von dem, was unser „Fernrohrsystem" leisten kann, darstellen. Obwohl er fast viermal kleiner ist, als der aus der obigen Formel berechnete Wert, kann doch kein Zweifel bestehen, daß er richtig ist. Der Radius wurde nämlich nach zwei voneinander unabhängigen Methoden, nach der Stokes-Cunninghamschen Formel unter Annahme der Dichte des Quecksilbers, und aus der Brownschen Bewegung unter Annahme des Wertes des elektrischen Elementarquantums, übereinstimmend berechnet.

Prof. Ehrenhaft hat meines Erachtens unrecht, auf das „Fernrohrsystem" verächtlich herabzusehen. So großartig auch die bei Prof. Ehrenhafts Untersuchungen angewendeten optischen Hilfsmittel sein mögen, ich habe nicht den Eindruck, daß die Vorteile des „Mikroskopsystems" bei diesen Experimenten zur Geltung gelangen können. Dagegen hat das eng begrenzte Gesichtsfeld entschieden große Nachteile.

Das Auflösungsvermögen des optischen Systems kommt ja hier überhaupt nicht in Betracht, da bloß einzelne Partikeln beobachtet werden, und über Gestalt, Größe und Dichte ultramikroskopischer Körperchen klärt uns auch das leistungsfähigste Mikroskop nicht auf.

Aus diesem Grunde scheint mir die Beweiskraft der zahlreichen schönen Mikrophotographien, die Prof. Ehrenhaft bei verschiedenen Gelegenheiten reproduziert hat, gering.

Zum Schlusse will ich bemerken, daß ich auf die weitere Fortsetzung dieses Federstreites verzichte. Nachdem ich den Herren Fachgenossen die vorangehenden ergänzenden Darlegungen über meinen Standpunkt zu dieser Frage sowie über die hier benutzte Versuchsanordnung gegeben habe, will ich nun gerne Herrn Prof. Ehrenhaft das letzte Wort lassen. Jetzt, da die wichtigsten Punkte klar gestellt sind, wird sich jeder, den der Gegenstand interessiert, durch Wiederholung der Versuche und Erwägung der Ergebnisse eine Meinung bilden können.

Physikal. Institut der Universität Genf.
September 1915.

(Eingegangen 22. September 1915.)

Nachtrag zur Notiz über die Berechnung der Brownschen Molekularbewegung bei der Ehrenhaft-Millikanschen Versuchsanordnung[1]).

Von M. v. Smoluchowski.

Nachträglich bemerke ich in No. 16 dieser Zeitschrift E. Schrödingers Arbeit (S. 289) „Zur Theorie der Fall- und Steigversuche an Teilchen mit Brownscher Bewegung", in welcher der Verfasser Resultate entwickelt, die mit den meinigen im wesentlichen übereinstimmen. Hätte ich von diesen, um einige Wochen früheren Berechnungen Schrödingers gewußt, so wäre meine Notiz wohl ungeschrieben geblieben; immerhin mögen aber die Unterschiede des Ausgangspunktes und der Darstellungsweise einiges Interesse bieten. Vielleicht können solche merkwürdige Koinzidenzen auch als Anzeichen einer Zwangsläufigkeit der wissenschaftlichen Entwicklung angesehen werden.

1) Diese Zeitschrift **16**, 318, 1915.

(Eingegangen 30. September 1915.)



Die Spannungen im elektromagnetischen Felde.

Von Karl Uller.

Einleitung. Die Begriffe von Wellenausbreitung und Wellenbau, die sich vor langer Zeit in der Physik festgesetzt hatten, sind eng und schief, wie ich in einer Folge von Abhandlungen[1]) zunächst an den wichtigsten Punkten habe nachweisen können. Sie hatten sich an einfachen Wellen entwickelt, waren aber dann unbesehen auf Wellen verwickelterer Form übertragen worden, anstatt daß man sie aus der Wellengleichung, d. i. einer Beziehung zwischen den zeitlichen und räumlichen Ableitungen des Feldvektors, und dem Energiebegriff logisch abgeleitet hätte. Nach letzterem allein zulässigen, deduktiven Verfahren erweisen sich nun, wie meine Untersuchungen lehren, Wellengeschwindigkeit und Wellenlänge keineswegs als Konstanten, als Größen, die durch die Schwingungsform der Welle und durch die Konstanten des Mediums vorgegeben sind, sondern als abgeleitete Begriffe, indem sie auch von der Spreizung des Wellennormalenpaares und auch vom Polarisationszustand der Welle, also von der Ausbreitungsform und dem Wellenbau abhängig sind!

Eine der Folgen ist, daß es im allgemeinen keinen „Brechungsexponenten" und keinen „Extinktionskoeffizienten" gibt. Diese sind nicht Naturkonstanten, sondern nur ad hoc definierte Abkürzungen, die bloß bei gestreckter Lage des Wellennormalenpaares, also bei normalem spreizlosen Einfall und im Snelliusschen Gebiet zugelassen werden können, Gebiete, die verhältnismäßig recht eng sind. Es sind somit Größen, die einen besonderen Wellenbau und einen besonderen Ausbreitungsvorgang, wie es die Brechung ist, zur Voraussetzung haben. Überdies sind es Abkürzungen, die einer theoretischen Ausdeutung schwer oder gar nicht zugänglich sind. Als Naturkonstanten des Körpers gegenüber der Welle treten zwei andere Größen auf, die ich als erste und zweite Wellenkonstante bezeichne, Größen, die in jeder Welle von bestimmter Frequenz und Dämpfung als konstant und vorgegeben zu betrachten sind und aus der Wellengleichung fließen. Sie können von Richtungen abhängen, nämlich in Körpern mit Struktur, auch können in ihnen weitere Körperkonstanten zusammentreten, wie z. B. bei elastischen sowie gewöhnlichen elektromagnetischen Wellen.

Eine vektorielle Planwelle von elementarer Schwingungsform hat die Gestalt

$$\mathfrak{E} = {}^1/_2 \cdot \{\mathfrak{e} \cdot e^{i(\nu t - (\mathfrak{w}\mathfrak{r}))} + \mathfrak{e}^* \cdot e^{-i(\nu^* t - (\mathfrak{w}^*\mathfrak{r}))}\}; \quad (1)$$

jede komplexe Größe $\mathfrak{g}$ schreibe ich durchweg in der Form $\mathfrak{g}' + i\mathfrak{g}''$ und kennzeichne mit einem Sternchen die konjugiert komplexe Größe. Der Vektor $\mathfrak{e}$ heiße der Wellenvektor und $\mathfrak{w}$ das Wellennormalenpaar; beide sind in einer Planwelle konstant. In ν bezeichnet ν' die Frequenz und ν'' die (positive oder negative) Dämpfung der Welle; letztere sei so klein, daß man noch von einer elliptischen Schwingung reden kann. In einem homogenen Medium liefert die Wellengleichung, der die Welle (1) gemäß der jeweilig zugrunde liegenden Feldtheorie zu genügen hat, stets die Beziehung

$$\mathfrak{w}^2 = a, \quad (2)$$

worin a von der Frequenz und Dämpfung der Welle sowie von Körperkonstanten und etwaigen Strukturachsen abhängig ist. Die beiden Wellenkonstanten, a' und a'', bestimmen im Verein mit dem Spreizwinkel des Wellennormalenpaares die Beträge des Wellennormalenpaares, also das Phasen- und Amplitudengefälle. Während die erste Wellenkonstante a', die ich mitunter auch Mitschwingungskonstante nenne, keiner Beschränkung unterworfen ist, also zwischen $-\infty$ und $+\infty$ liegen kann, schließt das Energieprinzip positive Werte der zweiten Wellenkonstante a'', die ich gelegentlich auch Schwächungskonstante nenne, aus. Insbesondere auf elektromagnetischem Gebiete geben die verschiedenen Dispersionstheorien, von dem erhöhten Gesichtspunkt aus neu entwickelt, wohl Rechenschaft von möglichen negativen Werten der a' und a''.

Berechnet man an Hand neuer Formeln auf Grund experimenteller Daten, also unabhängig von besonderen Theorien, die beiden elektromagnetischen Wellenkonstanten — wie ich es getan habe —, so macht man die erstaunliche und folgenschwere Entdeckung, daß tatsächlich negative Werte von a' vorkommen, nämlich bei Metallen und Metalloiden in gewissen Bereichen der Temperaturen und Frequenzen!

Ein anderes physikalisches Dogma lautet: Jede Lichtwelle, die auf einen Körper auffällt, übt auf ihn einen Druck aus. Auch dieses, so allgemein ausgesprochen, ist nicht haltbar. Als logische Folge der Existenz negativer erster elektromagnetischer Wellenkonstanten ergibt sich nämlich, daß auch Zug auftreten kann! Auch gibt es Fälle, wo in Flächenelementen senkrecht zur Strahlung überhaupt keine Kräfte wirksam sind!

1) K. Uller, Die kinematische, die physikalische Welle (Jahrb. d. drahtlosen Telegraphie 1915); K. Uller, Eine Wellenstudie (Elster-Geitel-Festschrift 1915); K. Uller, Eine Bestimmung elm. Wellenkonstanten (demnächst in den Annalen).

Im folgenden soll nun diese zweite Entdeckung entwickelt werden. Dabei finde ich Gelegenheit, auch sonstiges noch Unbekanntes anzuführen.

§ 1. Die mittleren Spannungen in einem homogenen isotropen und nicht drehenden Körper.

Für die Flächenkräfte elektrischen und magnetischen Ursprungs in einer (unendlich kleinen) Flächeneinheit mit der Einheitsnormale $\mathfrak{n}$ in einem abgeschlossenen Felde machen wir die üblichen Annahmen

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{T}_e &= (\mathfrak{D}_e\mathfrak{n})\,\mathfrak{E} - (\mathfrak{D}_e\mathfrak{E})\,\mathfrak{n}/2 \\ \mathfrak{T}_m &= (\mathfrak{D}_m\mathfrak{n})\,\mathfrak{M} - (\mathfrak{D}_m\mathfrak{M})\,\mathfrak{n}/2,\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

die wir auch für nichtstationäre Zustände als gültig ansehen, obgleich dann wahrscheinlich noch Zusatzglieder anzufügen sind. Bei elementarer Schwingungsform des elektromagnetischen Feldes ist die elektrische Feldstärke von der Form

$$\mathfrak{E} = {}^1/_2 \cdot \{E \cdot e^{i\nu t} + E^* \cdot e^{-i\nu^* t}\}$$

und die elektrische Erregung von der Form

$$\mathfrak{D}_e = {}^1/_2 \cdot \{D_e \cdot e^{i\nu t} + D_e^* \cdot e^{-i\nu^* t}\};$$

entsprechende Ausdrücke für die magnetische Feldstärke $\mathfrak{M}$ und die magnetische Erregung $\mathfrak{D}_m$. Die Abhängigkeiten der Erregungen von den Feldstärken müssen durch atomistische Betrachtungen gewonnen werden. Selbst noch bei ziemlich tief eindringenden kommt man in homogenen isotropen und nicht drehenden Körpern bekanntlich zu Ergebnissen von der Form

$$\left.\begin{aligned}D_e &= \varepsilon E \\ D_m &= \mu M.\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Der elektrische Erregungskoeffizient ε fällt im allgemeinen komplex aus, wir wollen das der Allgemeinheit halber auch für den magnetischen Erregungskoeffizienten μ annehmen, obgleich uns Absorption von magnetischer Energie bisher merklich nicht entgegengetreten ist.

Mit den Beziehungen (2) erhalten wir nun

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{T}_e = e^{-i(\nu-\nu^*)t}/_4 \cdot \{&\varepsilon(E\mathfrak{n})E^* + \varepsilon^*(E^*\mathfrak{n})E \\ &- {}^1/_2\cdot(\varepsilon+\varepsilon^*)(EE^*)\mathfrak{n}\} \\ + {}^1/_4 \cdot \{&\varepsilon(E\mathfrak{n})E\cdot e^{i2\nu t} + \\ &\varepsilon^*(E^*\mathfrak{n})E^*\cdot e^{-i2\nu^* t}\} \\ - {}^1/_8 \cdot \{&\varepsilon(EE)\cdot e^{i2\nu t} + \\ &\varepsilon^*(E^*E^*)\cdot e^{-i2\nu^* t}\}\,\mathfrak{n};\end{aligned}\right| \quad (3)$$

einen entsprechenden Ausdruck für $\mathfrak{T}_m$.

Lösen wir die zweite und dritte geschweifte Klammer auf, so zeigt sich, daß die Momentanspannung sich nicht additiv zusammensetzt aus den beiden geradlinigen Schwingungen, in welche die Elementarschwingung des Feldes zerlegt gedacht werden kann, wohl aber der bei rein und fast rein periodischer Schwingungsform bildbare im Raume feststehende Tensor der mittleren elektrischen Spannung:

$$\left.\begin{aligned}\overline{\mathfrak{T}}_e = e^{-2\nu'' t}/_4 \cdot \{&\varepsilon(E\mathfrak{n})E^* + \varepsilon^*(E^*\mathfrak{n})E \\ &- {}^1/_2\cdot(\varepsilon+\varepsilon^*)(EE^*)\mathfrak{n}\},\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

sowie der Tensor der mittleren magnetischen Spannung:

$$\left.\begin{aligned}\overline{\mathfrak{T}}_m = e^{-2\nu'' t}/_4 \cdot \{&\mu(M\mathfrak{n})M^* + \mu^*(M^*\mathfrak{n})M \\ &- {}^1/_2\cdot(\mu+\mu^*)(MM^*)\mathfrak{n}\},\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

die wir aus (3) erhalten, indem wir die zweite und dritte geschweifte Klammer streichen, da sie bei der zeitlichen Mittelwertsbildung keinen Beitrag geben.

In bezug auf das betrachtete Flächenelement ($\mathfrak{n}$) haben wir als Normalkomponente bzw. Tangentialkomponente von $\overline{\mathfrak{T}}_e$

$$\left.\begin{aligned}(\overline{\mathfrak{T}}_e\mathfrak{n})\mathfrak{n} = e^{-2\nu'' t}/_4 \cdot \varepsilon' \{&2(E\mathfrak{n})(E^*\mathfrak{n}) \\ &-(EE^*)\}\,\mathfrak{n}\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

$$\left.\begin{aligned}\overline{\mathfrak{T}}_e - (\overline{\mathfrak{T}}_e\mathfrak{n})\mathfrak{n} &= e^{-2\nu'' t}/_4 \cdot \{\varepsilon(E\mathfrak{n})E^* + \\ &\quad \varepsilon^*(E^*\mathfrak{n})E - (\varepsilon+\varepsilon^*)(E\mathfrak{n})(E^*\mathfrak{n})\mathfrak{n}\} \\ &= e^{-2\nu'' t}/_4 \cdot \{\varepsilon(E\mathfrak{n})E_t^* + \varepsilon^*(E^*\mathfrak{n})E_t\},\end{aligned}\right| \quad (7)$$

wenn wir mit dem Zeiger t die Projektion von E auf das Flächenelement ($\mathfrak{n}$) andeuten.

Die Normalkomponente ist somit von ε'' explizite unabhängig, die Tangentialkomponente nur dann, wenn $\mathfrak{E}$ geradlinig schwingt.

An Unstetigkeitsflächen der Körperkonstanten ε' oder ε'' ist in jedem Flächenelement ($\mathfrak{n}$) die Tangentialkomponente (7) stetig.

Die Lagen der Hauptachsen der beiden Tensorellipsoide ergeben sich aus der Erwägung, daß in ihnen die Schubspannungen $[\overline{\mathfrak{T}}_e\mathfrak{n}]$ bzw. $[\overline{\mathfrak{T}}_m\mathfrak{n}]$ verschwinden müssen, was für das elektrische Spannungsellipsoid auf die Bedingungsgleichung

$$\varepsilon(E\mathfrak{n})[E^*\mathfrak{n}] + \varepsilon^*(E^*\mathfrak{n})[E\mathfrak{n}] = 0 \quad (8)$$

führt.

Setzen wir dann die hieraus ermittelten drei Hauptrichtungen ($\mathfrak{n}_1, \mathfrak{n}_2, \mathfrak{n}_3$) in den Ausdruck (6) ein, den wir auch schreiben können

$$\left.\begin{aligned}(\overline{\mathfrak{T}}_e\mathfrak{n}) = e^{-2\nu'' t}/_4 \cdot \varepsilon' \{&2(\mathfrak{E}_{\max}\mathfrak{n})^2 + 2(\mathfrak{E}_{\min}\mathfrak{n})^2 \\ &- \mathfrak{E}_{\max}^2 - \mathfrak{E}_{\min}^2\},\end{aligned}\right\} \quad (6')$$

so bekommen wir die Hauptwerte des Tensors $\overline{\mathfrak{T}}_e$; entsprechendes gilt natürlich auch für $\overline{\mathfrak{T}}_m$.

Ist das elektrische Feld strichpolarisiert, so ist das Tensorellipsoid von $\overline{\mathfrak{T}}_e$ eine Kugel, mit Zug in Richtung der Schwingung und Druck senkrecht dazu, vorausgesetzt daß ε' positiv ist; ist ε' negativ, so kehren sich die Vorzeichen der Hauptwerte um.

Ist das elektrische Feld kreispolarisiert, so ist das Tensorellipsoid von $\overline{\mathfrak{T}}_e$ in eine Strecke entartet, die parallel der Rotationsachse

von $\mathfrak{E}$ liegt, und zwar haben wir Druck bzw. Zug, je nachdem $\varepsilon' \gtrless 0$ ist.

Für beliebige Elliptizitäten des elektrischen Feldes hat (8) die drei Lösungen

1) $\mathfrak{n}$ proportional $[E\, E^*]$, als $\mathfrak{n} = \mathfrak{n}_1$ parallel der Rotationsachse von $\mathfrak{E}$.

2) und 3) $(\mathfrak{n}[E\, E^*]) = 0$, $\mathfrak{n}$ also komplanar mit E' und E'',

somit von der Form

$$\mathfrak{n} = \alpha E + \beta E^*, \tag{9}$$

worin α und β Größen sind, die sich folgendermaßen bestimmen lassen. Geht man mit dem Ansatz (9) in die Bedingungsgleichung (8) ein, so kommt

$$\beta/\alpha = \lambda_{\varepsilon''} + \lambda;\; \lambda_{\varepsilon''} = \frac{1}{2}\,\frac{\varepsilon - \varepsilon^*}{\varepsilon^*}\,\frac{(E\, E^*)}{(E^* E^*)}$$

$$\lambda = \sqrt[2]{\frac{(\varepsilon - \varepsilon^*)^2 (E\, E^*)^2 + 4\varepsilon\varepsilon^*(E\, E)(E^* E^*)}{4\varepsilon^{*2}(E^* E^*)^2}}. \tag{10}$$

Durch Quadrierung von (9) und Benutzung von (10) erhält man weiter α. Das Ergebnis für $\mathfrak{n}_2$ und $\mathfrak{n}_3$ ist im allgemeinen verwickelt. Einfach fällt es aus, wenn ε reell ist.

Es sei also $\varepsilon'' = 0$. Dann ist $\lambda_{\varepsilon''} = 0$ und $\lambda = \Pi^{*2} = \sqrt[2]{(E\, E)/(E^* E^*)}$. Die Größe α erhalten wir jetzt einfacher durch skalare Multiplikation des Ansatzes (9) mit $\mathfrak{n}$. So kommt

$$\mathfrak{n} = \frac{\Pi E \pm \Pi^* E^*}{\Pi(E\mathfrak{n}) \pm \Pi^*(E^*\mathfrak{n})}, \quad \text{also}$$

$$\mathfrak{n} = \mathfrak{n}_2 = \mathfrak{E}_{max}/|\mathfrak{E}_{max}| \text{ für das obere Zeichen,} \tag{11}$$

$$\mathfrak{n} = \mathfrak{n}_3 = \mathfrak{E}_{min}/|\mathfrak{E}_{min}| \text{ für das untere Zeichen.} \tag{12}$$

Mit diesen drei Hauptrichtungen erhalten wir aus (6')

$$\left.\begin{array}{l}
\mathfrak{n}_1 \perp \mathfrak{E}_{min}^{max}:\ (\overline{\mathfrak{T}}_e\mathfrak{n}) = -\varepsilon'/_4 \cdot \{\mathfrak{E}_{max}{}^2 + \mathfrak{E}_{min}{}^2\} \\
\text{also falls } \varepsilon' > 0\text{: Druck, falls } \varepsilon' < 0\text{: Zug,} \\
\mathfrak{n}_2 \parallel \mathfrak{E}_{max}:\ (\overline{\mathfrak{T}}_e\mathfrak{n}) = +\varepsilon'/_4 \cdot \{\mathfrak{E}_{max}{}^2 - \mathfrak{E}_{min}{}^2\} \\
\text{also falls } \varepsilon' > 0\text{: Zug, falls } \varepsilon' < 0\text{: Druck,} \\
\mathfrak{n}_3 \parallel \mathfrak{E}_{min}:\ (\overline{\mathfrak{T}}_e\mathfrak{n}) = -\varepsilon'/_4 \cdot \{\mathfrak{E}_{max}{}^2 - \mathfrak{E}_{min}{}^2\} \\
\text{also falls } \varepsilon' > 0\text{: Druck, falls } \varepsilon' < 0\text{: Zug.}
\end{array}\right| \tag{13}$$

Die Tensorinvariante hat den Wert $-\varepsilon'/_4 \cdot \{\mathfrak{E}_{max}{}^2 + \mathfrak{E}_{min}{}^2\}$.

Bei der Bewegung von $\mathfrak{n}$ bleibt also der Endpunkt des Tensors $\overline{\mathfrak{T}}_e$ ständig in der Oberfläche eines verlängerten Rotationsellipsoids, dessen größte Achse mit der Rotationsachse der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$ zusammenfällt. Hälftet $\mathfrak{n}$ den Winkel zwischen $\mathfrak{E}_{max}$ und $\mathfrak{E}_{min}$, so verschwindet nach (8) die Normalkomponente von $\overline{\mathfrak{T}}_e$.

Es sei $\varepsilon'' \neq 0$. Auch dann fällt $\mathfrak{n}_1$ mit der Rotationsachse von $\mathfrak{E}$ zusammen, und ist der zugehörige Hauptwert von $\overline{\mathfrak{T}}_e$ der unter (13) angegebene. Die zweite und die dritte Hauptachse, $\mathfrak{n}_2$ und $\mathfrak{n}_3$, liegen zwar noch in der Schwingungsebene von $\mathfrak{E}$, fallen aber nicht mehr mit $\mathfrak{E}_{max}$ bzw. $\mathfrak{E}_{min}$ zusammen, und zwar deshalb nicht, weil die elektrische Erregung der elektrischen Feldstärke in der Phase nacheilt. Sie bilden jetzt einen gewissen Winkel χ mit $\mathfrak{E}_{max}$ bzw. $\mathfrak{E}_{min}$, der auch auf den zweiten und dritten Hauptwert von $\overline{\mathfrak{T}}_e$ einwirkt: man erhält sie, wenn man die unter (13) angegebenen mit $\cos 2\chi$ multipliziert; der Winkel χ berechnet sich aus $\varepsilon''/\varepsilon' \cdot |\mathfrak{E}_{min}|/|\mathfrak{E}_{max}| \cdot \mathrm{tg}^2\chi - \{1 - |\mathfrak{E}_{min}|/|\mathfrak{E}_{max}|\}\, \mathrm{tg}\,\chi + \varepsilon''/\varepsilon' = 0$.

Elektrische Extinktion vergrößert also die Elliptizität der das Rotationsellipsoid von $\overline{\mathfrak{T}}_e$ erzeugenden Ellipse. Für Flächenelemente, die zur Schwingungsebene des elektrischen Feldes senkrecht stehen, sind somit durch Extinktion die Spannungen verringert gegenüber solchen, die in jener Schwingungsebene liegen.

Bemerkenswert ist noch der Satz: In einem Körper mit negativer erster elektrischer Wellenkonstante haben die elektrischen Normalspannungen das entgegengesetzte Vorzeichen derjenigen in Körpern mit gleichgroßer positiver erster Wellenkonstante; ist sie gleich null, so sind nach unseren Ansätzen (1) und (2) nur elektrische Schubspannungen möglich.

Für eine elektromagnetische Planwelle ($\mathfrak{w}$; $\mathfrak{e}$; $\mathfrak{m}$) gehen die Ausdrücke (4) und (5) über in

$$\left.\begin{array}{l}
\overline{\mathfrak{T}}_e = e^{-2\langle\nu''t - (\mathfrak{w}''\mathfrak{r})\rangle}/_4 \cdot \{\varepsilon(\mathfrak{e}\mathfrak{n})\mathfrak{e}^* + \varepsilon^*(\mathfrak{e}^*\mathfrak{n})\mathfrak{e} \\
\qquad - {}^1/_2 \cdot (\varepsilon + \varepsilon^*)(\mathfrak{e}\mathfrak{e}^*)\mathfrak{n}\},
\end{array}\right\} \tag{14}$$

$$\left.\begin{array}{l}
\overline{\mathfrak{T}}_m = e^{-2\langle\nu''t - (\mathfrak{w}''\mathfrak{r})\rangle}/_4 \cdot \{\mu(\mathfrak{m}\mathfrak{n})\mathfrak{m}^* + \\
\quad \mu^*(\mathfrak{m}^*\mathfrak{n})\mathfrak{m} - {}^1/_2 \cdot (\mu + \mu^*)(\mathfrak{m}\mathfrak{m}^*)\mathfrak{n}\},
\end{array}\right\} \tag{15}$$

$$\left.\begin{array}{l}
\text{mit } \mathfrak{m} = {}^1/a_m \cdot [\mathfrak{w}\,\mathfrak{e}];\ (\mathfrak{e}\,\mathfrak{w}) = 0; \\
a_e = \varepsilon\nu/c;\ a_m = \mu\nu/c;\ a_e \cdot a_m = a.
\end{array}\right\} \tag{16}$$

Wir wollen die Gesamtspannungen analysieren für den Fall einer einfachen Welle. Nach früheren Erörterungen ist das eine Welle, in welcher die Komponenten des Wellennormalenpaares in einer Linie liegen, infolgedessen die Strahlung $\mathfrak{S}$ und das Wellennormalenpaar $\mathfrak{w}$ zusammenfallen, sowie die elektrische und magnetische Schwingung — gleiche Elliptizität aufweisend — rechtwinklig zueinander und senkrecht zu $\mathfrak{w}$ orientiert sind.

Für ein Flächenelement, dessen Normale $\mathfrak{n}_1$ parallel $\mathfrak{w}$ zeigt, bekommen wir aus (14) bis (16)

$$\left.\begin{array}{l}
\overline{\mathfrak{T}}_e + \overline{\mathfrak{T}}_m = -\{\mathfrak{E}_{max}{}^2 + \mathfrak{E}_{min}{}^2\}\, {}^1/_4 \cdot \\
\qquad \cdot \{\varepsilon' + \mu'\sqrt{a_e a_e^*/a_m a_m^*}\}\, \mathfrak{n}_1.
\end{array}\right\} \tag{17}$$

Bei permanenten Schwingungen ($\nu'' = 0$)

und Abwesenheit von magnetischer Energieabsorption ($\mu'' = 0$) kann man statt dessen auch schreiben

$$\left.\begin{aligned}\overline{\mathfrak{T}}_e + \overline{\mathfrak{T}}_m = -\{\mathfrak{E}_{max}^2 + \mathfrak{E}_{min}^2\}\cdot \\ V/4\nu \cdot \{a_e' + \sqrt{a_e'^2 + a_e''^2}\}\,\mathfrak{n}_1.\end{aligned}\right\} \quad (18)$$

In einer einfachen Welle herrscht bei permanenten Schwingungen in Flächenelementen senkrecht zur Strahlung stets Druck, auch bei negativer erster elektrischer Wellenkonstante, der dann aber bei schwacher Extinktion verschwindend klein ist.

Wir berechnen weiter die Spannungen in Flächenelementen, deren Normalen $\mathfrak{n}_2$ bzw. $\mathfrak{n}_3$ parallel $\mathfrak{E}_{max}$ bzw. $\mathfrak{E}_{min}$ liegen, unter der ferneren Beschränkung, daß die Extinktion durch elektrische Energiezerstreuung unmerklich sei. Dann können wir die Formeln (13) für $\overline{\mathfrak{T}}_e$ und entsprechende für $\overline{\mathfrak{T}}_m$ verwenden.

Da $\mathfrak{E}_{max}$ und $\mathfrak{M}_{max}$ sich dann rechtwinklig kreuzen, wirken jetzt die elektrischen und magnetischen Spannungen einander entgegengesetzt. Indem wir die aus (16) folgende allgemeine Beziehung

$$a_m|\{\mathfrak{M}_{max}^2 - \mathfrak{M}_{min}^2\} = |a_e|\{\mathfrak{E}_{max}^2 - \mathfrak{E}_{min}^2\} \quad (19)$$

verwerten, kommt für $\mathfrak{n}_2 \parallel \mathfrak{E}_{max}$:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{T}_e + \overline{\mathfrak{T}}_m = \{\mathfrak{E}_{max}^2 - \mathfrak{E}_{min}^2\} V/4\nu\cdot \\ \{a_e' - \sqrt{a_e'^2 + a_e''^2}\}\,\mathfrak{n}_2,\end{aligned}\right\} \quad (20)$$

und für $\mathfrak{n}_3 \parallel \mathfrak{M}_{max}$

$$\left.\begin{aligned}\overline{\mathfrak{T}}_e + \overline{\mathfrak{T}}_m = -\{\mathfrak{E}_{max}^2 - \mathfrak{E}_{min}^2\} V/4\nu\cdot \\ \{a_e' - \sqrt{a_e'^2 + a_e''^2}\}\,\mathfrak{n}_3.\end{aligned}\right\} \quad (21)$$

Die elektromagnetische Spannung in einem Flächenelement ($\mathfrak{n}_2 \parallel \mathfrak{E}_{max}$) ist stets negativ, also ein Druck.

Die elektromagnetische Spannung in einem Flächenelement ($\mathfrak{n}_3 \parallel \mathfrak{M}_{max}$) ist stets positiv, also ein Zug.

Beide Spannungen sind von gleichem Betrage.

Ist die erste elektrische Wellenkonstante a_e' positiv, so sind diese beiden Spannungen fast null; ist sie negativ, so sind sie verhältnismäßig groß.

Ist die einfache Welle kreispolarisiert, so besteht in ihr nur ein Druck, und zwar nur in Flächenelementen senkrecht zur Strahlung. Ist die einfache Welle strichpolarisiert, so besteht in ihr ein Druck in Flächenelementen, die senkrecht zur Strahlung oder zu $\mathfrak{E}_{max}$ liegen, dagegen ein Zug in solchen, die senkrecht zu $\mathfrak{M}_{max}$ orientiert sind.

Vielleicht bietet die letztgenannte Gegensätzlichkeit sowie die wesentlich verschiedene Stärke der Flächenkräfte je nach dem Vorzeichen der ersten elektrischen Wellenkonstante uns ein Mittel, die Lage des magnetischen und des elektrischen Feldes in einer strichpolarisierten Lichtwelle durch Messung von Kräften festzustellen.

Als Beispiel der Verhältnisse in nicht einfachen Wellen wollen wir das Spannungssystem betrachten, das der Wellenzustand in einem elektrisch erregungslosen Körper[1]) hervorruft. Elektrische Spannungen können nach unseren Ansätzen (1) und (2) in einem solchen nicht auftreten. Für die magnetischen Spannungen ist das magnetische Feld maßgebend, das je nach der Spreizung des Wellennormalenpaares in zwei verschiedenen Formen bestehen kann: a) Ist die Spreizung eine gestreckte, so existiert keine Wellennormale und infolgedessen kein magnetisches Feld, also existieren auch keine magnetischen Spannungen. Das zeitlich schwankende, quasielektrostatische Feld ist spannungsfrei. b) Ist die Spreizung eine nicht gestreckte, so kann der Spreizwinkel nur ein rechter Winkel sein. Dann schwingt das magnetische Feld kreisförmig in der Ebene des Wellennormalenpaares und das magnetische Tensorellipsoid ist eine Strecke, dessen Hälfte den Betrag $-e^{-2\nu''t}\cdot\mu'/2\cdot\mathfrak{M}_{max}^2$ hat; Schubspannungen fehlen.

Nur Flächenelemente, die in der Ebene des Wellennormalenpaares liegen, erfahren Kräfte, und zwar bei positiven μ' Drucke. Diese stehen senkrecht zur Strahlung, die in der Ebene des Wellennormalenpaares verläuft.

Die Spannungen dienen dazu, um die Gesamtkraft $\overline{\mathfrak{K}}$ zu berechnen, die das elektromagnetische Feld auf die Elektronen eines begrenzten Gebietes ausübt. Bezeichnet df eines seiner Oberflächenelemente mit nach außen gerichteter Normale, so ist bei ungedämpften oder fast ungedämpften Schwingungen

$$\overline{\mathfrak{K}} = \int df\,\{\overline{\mathfrak{T}}_e + \overline{\mathfrak{T}}_m\}_a\,, \quad (22)$$

indem zusätzliche, von der veränderlichen Strahlung abhängige Volumkräfte infolge der Periodizität der Schwingungen im Zeitmittel verschwinden. Der Zeiger a verlangt die Werte auf der Außenseite. Zur Ermittelung von $\overline{\mathfrak{K}}$ braucht man also nur die Flächenkräfte an der Außenseite der Begrenzungsfläche zu kennen.

§ 2. Die elektromagnetische Kraft auf Unstetigkeitsflächen.

Eine Unstetigkeitsfläche von ε', ε'', μ' oder μ'' bewirkt Unstetigkeiten der Spannungen in doppelter Hinsicht: einmal insofern die genannten

1) K. Uller, Der Wellenzustand im elektrisch erregungslosen Körper. (In Veröffentlichung begriffen.)

Erregungskoeffizienten explizite auftreten, dann insofern das Feld durch sie unstetig wird. Diese Unstetigkeiten spielen eine Rolle in der Berechnung der Kraft $\overline{\mathfrak{K}}$, die das Feld auf die (unendlich kleine) Flächeneinheit einer dieser Unstetigkeitsflächen ausübt an einer Stelle, wo nicht gerade zwei solcher Unstetigkeitsflächen sich schneiden. Als begrenztes Gebiet im Sinne des vorigen Abschnittes nehmen wir einen unendlich flachen Zylinder, dessen Querschnitt das betrachtete Flächenelement ist; die Normale $\mathfrak{k}$ wählen wir vom Medium (1) nach dem Medium (2) zu gerichtet. Wegen der Stetigkeiten der Tangentialkomponenten der Spannungen muß $\overline{\mathfrak{K}}$ eine Normalkraft sein. Beschränken wir uns auf den allermeist vorkommenden Fall, daß der magnetische Erregungskoeffizient μ nicht merklich unstetig ist, dann liefern die magnetischen Spannungen wegen ihrer Stetigkeit keinen Beitrag zu $\overline{\mathfrak{K}}$, es bleibt nach der letzten Formel des vorangehenden Paragraphen

$$\overline{\mathfrak{K}} = (\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k})\mathfrak{k} = (\overline{\mathfrak{T}}_{e1}\mathfrak{n}_1)\mathfrak{n}_1 + (\overline{\mathfrak{T}}_{e2}\mathfrak{n}_2)\mathfrak{n}_2 \qquad (1)$$

mit $\mathfrak{n}_1 = -\mathfrak{k}$ und $\mathfrak{n}_2 = +\mathfrak{k}$. Mit Gl. (6) § 1 wird hieraus bei Benutzung der Feldstetigkeiten

$$\left.\begin{array}{l} E - (E\mathfrak{k})\mathfrak{k} = E_t \text{ stetig;} \\ a_e(E\mathfrak{k}) = \varepsilon\nu/\nu\cdot(E\mathfrak{k}) \text{ stetig} \end{array}\right\} \quad (2)$$

$$\left.\begin{array}{l} (\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k}) = \left\{\dfrac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_2\varepsilon_2^*} - \dfrac{\varepsilon_1'}{\varepsilon_1\varepsilon_1^*}\right\}\dfrac{\varepsilon\varepsilon^*}{4}e^{-2\nu''t}(E\mathfrak{k})(E^*\mathfrak{k}) \\ \quad - \{\varepsilon_2' - \varepsilon_1'\}\, e^{-2\nu''t}/_4\cdot(E_t E_t^*) \\ = \varepsilon_2'\left\{1 - \dfrac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1'}\dfrac{1+(\varepsilon_2''/\varepsilon_2')^2}{1+(\varepsilon_1''/\varepsilon_1')^2}\right\}e^{-2\nu''t}/_4\cdot \\ (E_2\mathfrak{k})(E_2^*\mathfrak{k}) - \varepsilon_2'\{1 - \varepsilon_1'/\varepsilon_2'\}\, e^{-2\nu''t}/_4\cdot \\ (E_{2t}\cdot E_{2t}^*). \end{array}\right\} \quad (3)$$

Je nach den Verhältnissen $\varepsilon_2'/\varepsilon_1'$, $(\varepsilon_2''/\varepsilon_2')^2$, $(\varepsilon_1''/\varepsilon_1')^2$ kann das Vorzeichen beider Glieder gleich oder entgegengesetzt sein. Über die Richtung von $\overline{\mathfrak{K}}$ läßt sich daher von vornherein nur in folgenden Unterfällen eine Aussage machen.

Ist $\varepsilon_2'/\varepsilon_1' > 0$ und $(\varepsilon_2''/\varepsilon_2')^2 = (\varepsilon_1''/\varepsilon_1')^2$, oder schwingt das elektrische Feld parallel der Unstetigkeitsfläche, dann ist $\overline{\mathfrak{K}}$ nach dem Medium mit kleinerem ε' zu gerichtet.

Verschwindet E_t — was bei einer einzigen Welle der Fall ist, wenn $(\mathfrak{w}\mathfrak{k}) = 0$ und $(\mathfrak{e}[\mathfrak{w}\mathfrak{k}]) = 0 = (\mathfrak{m}\mathfrak{k})$ erfüllt ist, also wenn das Wellennormalenpaar und das magnetische Feld tangential liegen —, dann läßt sich über die Richtung von $\overline{\mathfrak{K}}$ folgendes sagen: Ist $\varepsilon_2' < 0$ und $\varepsilon_1' > 0$, oder ist $\varepsilon_2' > 0$ und neben $\varepsilon_1' > 0$ noch $\varepsilon_2'\{1 + (\varepsilon_2''/\varepsilon_2')^2\} > \varepsilon_1'\{1 + (\varepsilon_1''/\varepsilon_1')^2\}$, dann ist $\overline{\mathfrak{K}}$ nach dem Medium (1) zu gerichtet. Man sieht, daß die elektromagnetische Kraft nach Richtung und Größe wesentlich von den Vorzeichen der ersten elektrischen Wellenkonstanten beeinflußt ist!

Bei Gasen und Flüssigkeiten kann jedes Element der Unstetigkeitsfläche der auf es wirkenden elektromagnetischen Kraft folgen. In glühenden und leuchtenden Gasen sind vermutlich bei größeren Dichten die ersten elektrischen Wellenkonstanten negativ. Wenn dem so unter Umständen ist, müssen in Lichtbogen, Kugelblitzen und Sonnen unter Umständen nach der Mitte zu gerichtete elektromagnetische Kräfte wirksam sein und Zusammenziehung der begrenzten Gasmasse verursachen. Mangels fester Unterlagen sind aber zurzeit Betrachtungen und Rechnungen noch verfrüht.

§ 3. Die elektromagnetische Kraft, die eine einfallende Welle auf einen festen Körper ausübt.

Im ersten Medium falle eine seitlich begrenzte einfarbige Planwelle ($\mathfrak{w}_i$; $\mathfrak{e}_i$), ein elektromagnetischer Strahl, gegen das zweite Medium ein. Die glatte Trefffläche f sei eben, ihr Flächenlot $\mathfrak{k}$ von (1) nach (2) gerichtet. Die Unstetigkeit der Körperkonstanten daselbst ist die Ursache der Auslösung von Sekundärwellen durch die einfallende Welle und zugleich der Unstetigkeiten in den Spannungssystemen.

Für diesen Wellenzustand suchen wir die Kraft $\overline{\mathfrak{K}}$ auf den Körper (2) unter der Annahme, daß außerhalb f nirgendwo an der Begrenzung dieses Körpers ein Feld bestehe. Diese Annahme ist erfüllt bei Totalreflexion, wobei im zweiten Medium kein Feld besteht, oder wenn bei Strahlumbiegung oder bei Extinktion der Körper hinreichend dick ist. Wir setzen $f = 1$.

Für die Normalkomponente von $\overline{\mathfrak{K}}$ in bezug auf die Richtung $\mathfrak{k}$ erhalten wir mit Gl. (22) sowie mit (4), (5) und (6) des § 1

$$(\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k})\mathfrak{k} = \{(\mathfrak{T}_{e1}\mathfrak{k}) + (\mathfrak{T}_{m1}\mathfrak{k})\}\mathfrak{k} \text{ mit } \mathfrak{n}_1 = -\mathfrak{k}, \qquad (1)$$

also

$$(\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k}) = e^{-2\langle\nu''t - (\mathfrak{w}_i''\mathfrak{r})\rangle}/_4\cdot\varepsilon_1'\{(\mathfrak{e}_{1t}\mathfrak{e}_{1t}^*) - (\mathfrak{e}_1\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_1^*\mathfrak{k})\}$$
$$+ e^{-2\langle\nu''t - (\mathfrak{w}_i''\mathfrak{r})\rangle}/_4\cdot\mu_1'\{(\mathfrak{m}_{1t}\mathfrak{m}_{1t}^*) - (\mathfrak{m}_1\mathfrak{k})(\mathfrak{m}_1^*\mathfrak{k})\},$$

wenn wir noch $(\mathfrak{e}_1\mathfrak{e}_1^*)$ und $(\mathfrak{m}_1\mathfrak{m}_1^*)$ in ihre tangentielle und normale Glieder zerlegen. Des weiteren ist es bequem, das Feld in (1) durch das in (2) auszudrücken, was mit Hilfe der Grenzbedingungen

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{e}_{1t} = \mathfrak{e}_{2t}; \quad \mathfrak{m}_{1t} = \mathfrak{m}_{2t} \\ a_{e1}(\mathfrak{e}_1\mathfrak{k}) = a_{e2}(\mathfrak{e}_2\mathfrak{k}); \; a_{m1}(\mathfrak{m}_1\mathfrak{k}) = a_{m2}(\mathfrak{m}_2\mathfrak{k}) \end{array}\right\} \quad (2)$$

liefert:

$$\left.\begin{array}{l} (\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k}) = e^{-2\langle\nu''t - (\mathfrak{w}_i''\mathfrak{r})\rangle}/_4\cdot\varepsilon_1'\{(\mathfrak{e}_{2t}\mathfrak{e}_{2t}^*) - \\ \qquad a_{e2}a_{e2}^*/a_{e1}a_{e1}^*\cdot(\mathfrak{e}_2\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_2^*\mathfrak{k})\} \\ \quad + e^{-2\langle\nu''t - (\mathfrak{w}_i''\mathfrak{r})\rangle}/_4\cdot\mu_1'\{(\mathfrak{m}_{2t}\mathfrak{m}_{2t}^*) - \\ \qquad a_{m2}a_{m2}^*/a_{m1}a_{m1}^*\cdot(\mathfrak{m}_2\mathfrak{k})(\mathfrak{m}_2^*\mathfrak{k})\}; \end{array}\right\} \quad (3)$$

dabei ist nach (16) § 1

$$a_{m2} a_{m2}^* (\mathfrak{m}_2 \mathfrak{k})(\mathfrak{m}_2^* \mathfrak{k}) = (\mathfrak{e}_2 [\mathfrak{w}_2 \mathfrak{k}])(\mathfrak{e}_2^* [\mathfrak{w}_2^* \mathfrak{k}]); \quad (4)$$

$$a_{m2} a_{m2}^* (\mathfrak{m}_{2t} \mathfrak{m}_{2t}^*) = (\mathfrak{w}_2\mathfrak{k})(\mathfrak{w}_2^*\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_{2t}\mathfrak{e}_{2t}^*) + 2(\mathfrak{w}_2\mathfrak{k})(\mathfrak{w}_2^*\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_2\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_2^*\mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})(\mathfrak{w}_i^*\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_2\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_2^*\mathfrak{k}) + (\mathfrak{w}_i\mathfrak{w}_i^*)(\mathfrak{e}_2\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_2^*\mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_2\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_2^*\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_2\mathfrak{w}_2^*) - (\mathfrak{w}_2^*\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_2\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_2^*\mathfrak{w}_2); \quad (5)$$

ferner nach früheren Veröffentlichungen[1])

$$\begin{aligned} \mathfrak{e}_2 &= A_{e2}\mathfrak{e}_i + B_{e2}(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k})\mathfrak{w}_i + C_{e2}(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k})\mathfrak{k}, \\ \text{mit } A_{e2} &= \frac{2a_{m2}(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})}{a_{m2}(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) + a_{m1}(\mathfrak{w}_2\mathfrak{k})} \\ B_{e2} &= (a_2 - a_1)A_{e2}/a_{m2}N_m \\ C_{e2} &= (a_{m1} - a_{m2})a_{e1}\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_2\mathfrak{k})\}\cdot A_{e2}/a_{m2}N_m \\ (\mathfrak{w}_2\mathfrak{k}) &= \sqrt{a_2 - a_1 + (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})^2} \\ N_m &= -\{a_{e2}(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) + a_{e1}(\mathfrak{w}_2\mathfrak{k})\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Wir wollen folgende Unterfälle herausheben:

a) Im Falle: $(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) = 0$, wenn also das einfallende Wellennormalenpaar parallel der Treffebene liegt, verschwinden die A_{e2}, B_{e2}, C_{e2}, das zweite Medium ist dann also feldfrei. Dann findet Totalreflexion der Energie statt und $(\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k})$ hat nach (3) den Wert Null.

b) Im Falle: $[\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}] = 0$ fällt das einfallende Wellennormalenpaar in das Flächenlot. Dann folgt aus der Divergenzlosigkeit der elektrischen und magnetischen Welle, daß $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{M}$ parallel der Treffebene schwingen müssen. Da dann $(\mathfrak{w}_2\mathfrak{k})^2 = a_2$, so wird nach (5) $(\mathfrak{m}_{2t}\mathfrak{m}_{2t}^*) = \sqrt{a_{e2}a_{e2}^*/a_{m2}a_{m2}^*}\cdot(\mathfrak{n}_{2t}\mathfrak{n}_{2t}^*)$, so daß

$$(\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k}) = e^{-2\langle\nu'' t - (\mathfrak{w}_i''\mathfrak{r})\rangle}/4 \cdot (\mathfrak{e}_i\mathfrak{e}_i^*)A_{e2}A_{e2}^* \cdot \{\varepsilon_1' + \mu_1'|\varepsilon_2|/|\mu_2|\}. \quad (7)$$

Ist $\varepsilon_1' > 0$, so haben wir stets einen Druck auf den Körper (2)! Ist dagegen $\varepsilon_1' < 0$, so kann ein Zug auftreten, nämlich wenn $|\varepsilon_1'| > \mu_1'|\varepsilon_2|/|\mu_2|$ ausfällt!

c) Im Falle: $(\mathfrak{w}_2\mathfrak{k}) = 0$ liegt das gebrochene Wellennormalenpaar parallel der Treffebene, was eintritt, wenn $(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})^2 = a_1 - a_2$ ist. Ist außerdem

α) $(\mathfrak{m}_2\mathfrak{k}) = 0 = (\mathfrak{e}_2[\mathfrak{w}_2\mathfrak{k}])$,

dann verschwindet $\mathfrak{e}_{2t}$ und es kommt

$$(\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k}) = e^{-2\langle\nu'' t - (\mathfrak{w}_i''\mathfrak{r})\rangle}/4 \cdot (\mathfrak{e}_i\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_i^*\mathfrak{k})A_{m2}A_{m2}^* \cdot \left\{-\varepsilon_1' + \frac{\mu_1}{a_{m2}a_{m2}^*}\cdot\frac{a_{e1}a_{e1}^*}{a_{e2}a_{e2}^*}\cdot[(\mathfrak{w}_i\mathfrak{w}_i^*) - (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})(\mathfrak{w}_i^*\mathfrak{k})]\right\}; \quad (8)$$

A_{m2} erhält man aus A_{e2} unter (6), wenn man a_{m2} durch a_{e2} ersetzt.

Wenn $\varepsilon_1' < 0$ ist, haben wir stets einen Druck auf den Körper (2); denn $(\mathfrak{w}_i\mathfrak{w}_i^*) - (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})(\mathfrak{w}_i^*\mathfrak{k}) = ([\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}][\mathfrak{w}_i^*\mathfrak{k}])$ ist stets positiv.

Ist außerdem

β) $(\mathfrak{e}_2\mathfrak{k}) = 0 = (\mathfrak{m}_2[\mathfrak{w}_2\mathfrak{k}])$,

dann verschwindet $\mathfrak{m}_{2t}$ und es kommt

$$(\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k}) = e^{-2\langle\nu'' t - (\mathfrak{w}_i''\mathfrak{r})\rangle}/4 \cdot (\mathfrak{m}_i\mathfrak{k})(\mathfrak{m}_i^*\mathfrak{k})A_{e2}A_{e2}^* \cdot \left\{-\mu_1' + \frac{\varepsilon_1}{a_{e2}a_{e2}^*}\cdot\frac{a_{m1}a_{m1}^*}{a_{m2}a_{m2}^*}\cdot[(\mathfrak{w}_i\mathfrak{w}_i^*) - (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})(\mathfrak{w}_i^*\mathfrak{k})]\right\}. \quad (9)$$

Wenn $\varepsilon_1' < 0$, haben wir stets einen Zug auf den Körper (2)!

Für eine einfache einfallende Welle und für $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$, dem Werte im Vakuum, ist

$$(\mathfrak{w}_i\mathfrak{w}_i^*) = \mu_0\sqrt{a_{e1}a_{e1}^*}; \quad (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})(\mathfrak{w}_i^*\mathfrak{k}) = \mu_0\sqrt{(a_{e1} - a_{e2})(a_{e1}^* - a_{e2}^*)}.$$

Damit vereinfachen sich (8) und (9) zu

$$(\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k}) = e^{-2\langle\nu'' t - (\mathfrak{w}_i''\mathfrak{r})\rangle}/4 \cdot (\mathfrak{e}_i\mathfrak{k})(\mathfrak{e}_i^*\mathfrak{k})A_{m2}A_{m2}^* \cdot \{-\varepsilon_1' + [\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_1^*} - \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(\varepsilon_1^* - \varepsilon_2^*)}] \cdot \varepsilon_1\varepsilon_1^*/\varepsilon_2\varepsilon_2^*\} \quad (8')$$

und

$$(\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k}) = e^{-2\langle\nu'' t - (\mathfrak{w}_i''\mathfrak{r})\rangle}/4 \cdot (\mathfrak{m}_i\mathfrak{k})(\mathfrak{m}_i^*\mathfrak{k})A_{e2}A_{e2}^*\mu_0 \cdot \{-1 + [\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_1^*} - \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(\varepsilon_1^* - \varepsilon_2^*)}] \cdot \varepsilon_1'/\varepsilon_2\varepsilon_2^*\}. \quad (9')$$

Für die Schubkraft $\overline{\mathfrak{K}}_t = \overline{\mathfrak{K}} - (\overline{\mathfrak{K}}\mathfrak{k})\mathfrak{k}$ haben wir nach Gl. (7) § 1

$$\begin{aligned} \overline{\mathfrak{K}}_t &= -e^{-2\langle\nu'' t - (\mathfrak{w}_i''\mathfrak{r})\rangle}/4 \cdot \{\varepsilon_2(\mathfrak{e}_2\mathfrak{k})\mathfrak{e}_{2t}^* + \varepsilon_2^*(\mathfrak{e}_2^*\mathfrak{k})\mathfrak{e}_{2t} + \mu_2(\mathfrak{m}_2\mathfrak{k})\mathfrak{m}_{2t}^* + \mu_2^*(\mathfrak{m}_2^*\mathfrak{k})\mathfrak{m}_{2t}\} \\ &\text{mit } (\mathfrak{m}_2\mathfrak{k}) = -1/a_{m2}(\mathfrak{e}_2[\mathfrak{w}_2\mathfrak{k}]); \\ \mathfrak{m}_{2t} &= 1/a_{m2}\cdot\{(\mathfrak{w}_2\mathfrak{k})[\mathfrak{e}_2\mathfrak{k}] - (\mathfrak{e}_2\mathfrak{k})[\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}]\}. \end{aligned} \quad (10)$$

In den vorhin erwähnten Unterfällen (a) bis (c) tritt keine Schubkraft auf.

Die Kräfte auf bewegte Körper werde ich später geben.

Gießen, Phys. Inst., Ende September 1915.

(Eingegangen 1. Oktober 1915.)

1) K. Uller, Brechung und Zurückwerfung elektromagnetischer Wellen (Verhdl. d. D. Phys. Ges. **16**, 875, 1914).

Über das Dopplersche Prinzip.

Von W. Voigt[1]).

Die Differentialgleichungen für die Oszilla-

1) Die Geburtstagsfeier des Relativitätsprinzips veranlaßt die Redaktion den Lesern der Phys. Ztschr. anbei einen gelegentlich in Vergessenheit geratenen, sehr frühzeitigen Vorläufer desselben vorzulegen. Tatsächlich wird in dieser, aus den Nachr. d. Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Sitzung vom 8. Januar 1887 stammenden Notiz die grundlegende Transformation der optischen Differentialgleichung schon klar formuliert. Nur die durch Einklammerung kenntlich gemachten Zusätze wurden gelegentlich des jetzigen Neudrucks von dem Herrn Verfasser hinzugefügt.

tionen eines elastischen inkompressibeln Mediums sind bekanntlich:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \omega^2 \Delta u, \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \omega^2 \Delta v, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \omega^2 \Delta w, \end{aligned} \qquad (1)$$

worin ω die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Oszillationen — genauer die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ebener Wellen mit konstanter Amplitude — bezeichnet. Dabei ist vorausgesetzt, daß u, v, w die Relation erfüllen:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \qquad (1')$$

Es seien nun $u = U$, $v = V$, $w = W$ Lösungen dieser Gleichungen, welche an einer gegebenen Oberfläche $f(x, y, z) = 0$ gegebene von der Zeit abhängige Werte U, V, W annehmen, so kann man sagen, daß diese Funktionen U, V, W das Gesetz darstellen, nach welchem die Oberfläche $f = 0$ leuchtet.

Vertauscht man in U, V, W resp.

$$\begin{aligned} x \text{ mit } \xi &= x m_1 + y n_1 + z p_1 - \alpha t \\ y \text{ mit } \eta &= x m_2 + y n_2 + z p_2 - \beta t \\ z \text{ mit } \zeta &= x m_3 + y n_3 + z p_3 - \gamma t \\ t \text{ mit } \tau &= t - (a x + b y + c z) \end{aligned} \qquad (2)$$

und bezeichnet die so erhaltenen Funktionen resp. mit (U), (V), (W), so läßt sich durch $u = (U)$, $v = (V)$, $w = (W)$ ebenfalls den Gleichungen (1) genügen.[1])

Denn man erhält z. B. für die erste von ihnen:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 (U)}{\partial \tau^2} (1 - \omega^2 (a^2 + b^2 + c^2)) \\ &= \omega^2 \Big\{ \frac{\partial^2 (U)}{\partial \xi^2} \Big(m_1^2 + n_1^2 + p_1^2 - \frac{\alpha^2}{\omega^2} \Big) \\ &+ \frac{\partial^2 (U)}{\partial \eta^2} \Big(m_2^2 + n_2^2 + p_2^2 - \frac{\beta^2}{\omega^2} \Big) \\ &+ \frac{\partial^2 (U)}{\partial \zeta^2} \Big(m_3^2 + n_3^2 + p_3^2 - \frac{\gamma^2}{\omega^2} \Big) \\ &+ 2 \frac{\partial^2 (U)}{\partial \eta \partial \zeta} \Big(m_2 m_3 + n_2 n_3 + p_2 p_3 - \frac{\beta\gamma}{\omega^2} \Big) \\ &+ 2 \frac{\partial^2 (U)}{\partial \zeta \partial \xi} \Big(m_3 m_1 + n_3 n_1 + p_3 p_1 - \frac{\gamma\alpha}{\omega^2} \Big) \\ &+ 2 \frac{\partial^2 (U)}{\partial \xi \partial \eta} \Big(m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2 - \frac{\alpha\beta}{\omega^2} \Big) \\ &- 2 \frac{\partial^2 (U)}{\partial \tau \partial \xi} \Big(a m_1 + b n_1 + c p_1 - \frac{\alpha}{\omega^2} \Big) \\ &- 2 \frac{\partial^2 (U)}{\partial \tau \partial \eta} \Big(a m_2 + b n_2 + e p_2 - \frac{\beta}{\omega^2} \Big) \\ &- 2 \frac{\partial^2 (U)}{\partial \tau \partial \zeta} \Big(a m_3 + b n_3 + c p_3 - \frac{\gamma}{\omega^2} \Big) \Big\} \end{aligned}$$

und diese ist, da ja sein soll:

$$\frac{\partial^2 (U)}{\partial \tau^2} = \omega^2 \Big(\frac{\partial^2 (U)}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 (U)}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 (U)}{\partial \zeta^2} \Big),$$

erfüllt, wenn folgende neun Gleichungen bestehen:

$$\begin{aligned} 1 - \omega^2 (a^2 + b^2 + c^2) &= m_1^2 + n_1^2 + p_1^2 - \frac{\alpha^2}{\omega^2}, \\ &= m_2^2 + n_2^2 + p_2^2 - \frac{\beta^2}{\omega^2}, \\ &= m_3^2 + n_3^2 + p_3^2 - \frac{\gamma^2}{\omega^2}, \end{aligned} \qquad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\beta\gamma}{\omega^2} &= m_2 m_3 + n_2 n_3 + p_2 p_3, \\ \frac{\gamma\alpha}{\omega^2} &= m_3 m_1 + n_3 n_1 + p_3 p_1, \\ \frac{\alpha\beta}{\omega^2} &= m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2, \end{aligned} \qquad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{\omega^2} &= a m_1 + b n_1 + c p_1, \\ \frac{\beta}{\omega^2} &= a m_2 + b n_2 + c p_2, \\ \frac{\gamma}{\omega^2} &= a m_3 + b n_3 + c p_3. \end{aligned} \qquad (5)$$

Nimmt man $\alpha\beta\gamma$ als gegeben an, so hat man 12 verfügbare Konstanten, kann also über drei von ihnen willkürlich verfügen.

Die Auflösung erfolgt am bequemsten, wenn man vorübergehend ein Koordinatensystem X_1, Y_1, Z_1 benutzt, für welches in den Gleichungen (2) β und γ verschwinden, α gleich $\varkappa$ wird; d. h. ein solches, dessen X_1-Achse in die Richtung fällt, deren Richtungskosinus gegen X, Y, Z mit α, β, γ proportional sind.

Es sei ferner gesetzt

$$\begin{gathered} m_h^2 + n_h^2 + p_h^2 = q_h^2, \quad m_h / q_h = \mu_h, \\ n_h / q_h = \nu_h, \quad p_h / q_h = \pi_h \\ a^2 + b^2 + c^2 = d^2, \quad a/d = \mu, \\ b/d = \nu, \quad c/d = \pi, \end{gathered}$$

dann sind die μ, ν, π die Richtungskosinus von 4 Richtungen, die wir durch δ_1, δ_2, δ_3 und δ bezeichnen wollen, gegen das System X_1, Y_1, Z_1.

Durch diese Einführungen werden unsere Gleichungen (3), (4) und (5):

$$1 - \omega^2 d^2 = q_1^2 - \frac{\varkappa^2}{\omega^2} = q_2^2 = q_3^2, \qquad (3')$$

1) [Wegen der gleichen Ordnung aller Glieder der Gleichung (1) können die rechten Seiten der Substitutionsformeln (2) mit einem gemeinsamen Faktor multipliziert werden, ohne daß sich an den Resultaten etwas ändert. (Zusatz von 1915)].

$$\mu_2\mu_3 + \nu_2\nu_3 + \pi_2\pi_3 = \mu_3\mu_1 + \nu_3\nu_1 + \pi_3\pi_1$$
$$= \mu_1\mu_2 + \nu_1\nu_2 + \pi_1\pi_2 = 0,$$

d. h. $\cos(\delta_2,\delta_3) = \cos(\delta_3,\delta_1) = \cos(\delta_1,\delta_2) = 0$, (4')

$$\mu\mu_1 + \nu\nu_1 + \pi\pi_1 = \frac{\varkappa}{\omega^2 q_1 d},$$
$$\mu\mu_2 + \nu\nu_2 + \pi\pi_2 = \mu\mu_3 + \nu\nu_3 + \pi\pi_3 = 0$$

$$\text{d. h. } \cos(\delta,\delta_1) = \frac{\varkappa}{\omega^2 q_1 d},$$
$$\cos(\delta,\delta_2) = \cos(\delta,\delta_3) = 0. \qquad (5')$$

Nach (4') stehen die drei Richtungen δ_1, δ_2, δ_3 zueinander senkrecht, nach (5') fällt δ_1 mit δ zusammen, es muß also sein:

$$\mu = \mu_1,\ \nu = \nu_1,\ \pi = \pi_1 \text{ und } \frac{\varkappa}{\omega^2 q_1 d} = 1. \qquad (6)$$

Dies in (3') eingesetzt bestimmt d und $q_1\ q_2\ q_3$.

Man erhält zunächst, da nur positive Zeichen einen Sinn geben:

$$q_1 = 1 \text{ oder } \frac{\varkappa}{\omega},$$
$$d = \frac{\varkappa}{\omega^2} \text{ oder } \frac{1}{\omega}.$$

Ich werde nur die erste Lösung benutzen, da die zweite kein Interesse bietet[1]); aus ihr folgt:

$$d = \frac{\varkappa}{\omega^2},\ q_1 = 1,$$
$$q_2 = q_3 = \sqrt{1 - \frac{\varkappa^2}{\omega^2}} = q. \qquad (7)$$

Hiernach können wir die Gleichungen (2) schreiben:

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= x_1\mu_1 + y_1\nu_1 + z_1\pi_1 - \varkappa t = a_1 - \varkappa t \\
\eta_1 &= (x_1\mu_2 + y_1\nu_2 + z_1\pi_2)q \quad = b_1 q \\
\zeta_1 &= (x_1\mu_3 + y_1\nu_3 + z_1\pi_3)q \quad = c_1 q \qquad (8) \\
\tau &= t - \frac{\varkappa}{\omega^2}(\mu_1 x + \nu_1 y + \pi_1 z) = t - \frac{\varkappa a_1}{\omega^2},
\end{aligned}$$

wo für μ_h, ν_h, π_h keine weiteren Bedingungen mehr gelten, als die aus ihrer Bedeutung als Richtungskosinus von drei aufeinander normalen, aber sonst ganz beliebigen Richtungen hervorgehenden.

Es können daher die mit a_1, b_1, c_1 bezeichneten Aggregate als die Koordinaten der Stelle x_1, y_1, z_1 in bezug auf ein mit den Richtungen δ_1, δ_2, δ_3 zusammenfallendes Koordinatensystem ABC angesehen werden.

Jedes derartige System μ_h, ν_h, π_h gibt eine Lösung $(U), (V), (W)$ aus gegebenen U, V, W. Nahmen U, V, W an einer Oberfläche $f(x, y, z) = 0$ gegebene Werte $\overline{U}, \overline{V}, \overline{W}$ an, so $(U), (V), (W)$ aus jenen ableitbare $(\overline{U}), (\overline{V}), (\overline{W})$ an der Oberfläche $(f) = f(\overline{\xi}_1, \overline{\eta}_1, \overline{\zeta}_1) = 0$, welche wegen der Werte von ξ_1, η_1, ζ_1 die Eigenschaft hat, sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit $\varkappa$ parallel der durch die Richtungskosinus $\mu_1\ \nu_1\ \pi_1$ gegebenen Richtung δ_1 oder A fortzuschieben. Die Lösungen $(U), (V), (W)$ geben also die Gesetze, nach welchen gewisse in fortschreitender Bewegung begriffene Oberflächen leuchten, wenn sie nur noch der Bedingung

$$\frac{\partial(U)}{\partial x} + \frac{\partial(V)}{\partial y} + \frac{\partial(W)}{dz} = 0$$

genügen. Die beiden Oberflächen $f = 0$ und $(f) = 0$ sind der Form nach nur identisch, wenn $q = 1$, d. h. $\varkappa$ so klein gegen ω ist, daß $\varkappa^2$ neben ω^2 vernachlässigt werden kann. Ist dies der Fall, so sind sie nur durch ihre Lage gegen die Koordinatenachsen verschieden. Durch geeignete Verfügungen über die willkürlichen Konstanten und die Funktionen U, V, W kann man anschauliche spezielle Fälle erhalten. Durch Transformation der Koordinaten gelangt man dann zu dem wenigstens formell allgemeineren Falle, daß die Verschiebung der Fläche nicht der A-Achse parallel, sondern beliebig gerichtet ist.

Wir verfolgen den speziellen Fall, daß die drei Richtungen δ_1, δ_2, δ_3 in die drei Koordinatenachsen X_1, Y_1, Z_1 fallen, d. h.

$$\mu_1 = \nu_2 = \pi_3 = 1,$$
$$\mu_2 = \mu_3 = \nu_1 = \nu_3 = \pi_1 = \pi_2 = 0 \text{ ist.} \qquad (9)$$

Dann wird sehr einfach, der Form nach naturgemäß mit (8) identisch:

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= x_1 - \varkappa t \\
\eta_1 &= y_1 q \\
\zeta_1 &= z_1 q \qquad (10) \\
\tau &= t - \frac{\varkappa x_1}{\omega^2}, \text{ wobei } q = \sqrt{1 - \frac{\varkappa^2}{\omega^2}} \text{ ist.}
\end{aligned}$$
[1])

Die Bedingung (1') lautet in diesem Falle

$$(1 - q)\frac{\partial(U)}{\partial \xi} = \frac{\varkappa}{\omega^2}\frac{\partial(U)}{\partial \tau}$$

was sich ohne weiteres vertauschen läßt mit

$$(1 - q)\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\varkappa}{\omega^2}\frac{\partial U}{\partial t}. \qquad (10')$$

Dies sagt aus, daß in U die Argumente x und t nur in der Verbindung $(1-q)\,t + \frac{\varkappa x}{\omega^2}$ oder gar nicht vorkommen dürfen. Letzteres ist u. a. der Fall, wenn $U = 0$ ist, d. h. wenn die fortgepflanzten Schwingungen überall normal zur Translationsrichtung der leuchtenden Oberfläche stehen.

---

1) Aus ihr folgt $q_2 = q_3 = 0$ also auch m_2, n_2, p_2, m_3, n_3, p_3 und hiernach $\zeta = \eta = 0$.

1) [Dies ist bis auf den für die Anwendungen irrelevanten Faktor q genau die Lorentz-Transformation vom Jahre 1904.]

Geht man von dem vorausgesetzten speziellen Koordinatensystem X_1, Y_1, Z_1 zu dem allgemeinen X, Y, Z über, welches durch die Relationen

$$\begin{aligned} x_1 &= x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1, \\ y_1 &= x\alpha_2 + y\beta_2 + z\gamma_2, \\ z_1 &= x\alpha_3 + y\beta_3 + z\gamma_3 \end{aligned} \tag{11}$$

mit dem ersteren zusammenhängen möge, so erhält man schließlich

$$\begin{aligned} \xi &= xq + (x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1)\,\alpha_1\,(1-q) - \varkappa\alpha_1 t, \\ \eta &= yq + (x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1)\,\beta_1\,(1-q) - \varkappa\beta_1 t, \\ \zeta &= zq + (x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1)\,\gamma_1\,(1-q) - \varkappa\gamma_1 t, \\ \tau &= t - \frac{\varkappa}{\omega^2}(x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1). \end{aligned} \tag{12}$$

Das ist die allgemeine Form (2), von der wir ausgegangen sind, aber mit vollständig durch $\varkappa$, α_1, β_1, γ_1 bestimmten Konstanten, sie enthält das, was man gewöhnlich unter dem Dopplerschen Prinzip versteht, soweit dasselbe richtig ist.

Kann man hierin $\varkappa^2$ neben ω^2 vernachlässigen, so ist $q = 1$ und man erhält sehr einfach:

$$\begin{aligned} \xi &= x - \varkappa\alpha_1 t \\ \eta &= y - \varkappa\beta_1 t \\ \zeta &= z - \varkappa g_1 t \\ \tau &= t - \frac{\varkappa}{\omega^2}(x\alpha_1 + y\beta_1 + z\gamma_1). \end{aligned} \tag{13}$$

Die Bedingung (1') lautet hierbei:

$$0 = \frac{\varkappa}{\omega^2}\frac{\partial}{\partial t}(U\alpha_1 + V\beta + W\gamma_1) \tag{13'}$$

und ist bei den angenommenen Vernachlässigungen nur soweit zu erfüllen nötig, daß das in $\frac{\varkappa}{\omega}$ multiplizierte Glied von erster Ordnung wird.

Bewegt sich außer der leuchtenden Oberfläche auch der Beobachter, etwa mit der konstanten Geschwindigkeit $\varkappa'$ in einer durch die Richtungskosinus α', β', γ' gegebenen Richtung, so sind die Verschiebungen u, v, w, nur auf ein mit dem Beschauer bewegtes Koordinatensystem X', Y', Z' zu beziehen, also in (12) oder (13) x mit $x' + \varkappa'\alpha' t$, y mit $y' + \varkappa'\beta' t$, z mit $z' + \varkappa'\gamma' t$ zu vertauschen.

Wir machen von dem Gefundenen einige Anwendungen.

1) Sei eine Ebene parallel der YZ-Ebene in Schwingungen versetzt nach dem Gesetz

$$W = A \sin \frac{2\pi t}{T},$$

so ist die nach der positiven X-Achse fortgepflanzte Bewegung gegeben durch:

$$W = A \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{\omega}\right).$$

Machen wir hierin die Substitution [ξ, η, ζ, τ für x, y, z, t] nach (10) so ergibt sich:

$$(W) = A \sin \frac{2\pi}{T}\left(1 + \frac{\varkappa}{\omega}\right)\left(t - \frac{x}{\omega}\right).$$

Dies gibt für $x = \varkappa t$:

$$(W) = A \sin \frac{2\pi t}{T}\left(1 - \frac{\varkappa^2}{\omega^2}\right) = A \sin \frac{2\pi t}{T'}, \tag{14'}$$

wir haben also eine mit der (nur um eine Größe zweiter Ordnung von T verschiedenen) Schwingungsdauer $T' = T\left(1 - \frac{\varkappa^2}{\omega^2}\right)$ schwingende und dabei mit der Geschwindigkeit $\varkappa$ parallel der X-Achse fortschreitende (leuchtende) Ebene. Die fortgepflanzte Schwingung läßt sich schreiben:

$$(W) = A \sin \frac{2\pi}{T\left(1 - \frac{\varkappa}{\omega}\right)}\left(t - \frac{x}{\omega}\right). \tag{14}$$

Wir erhalten also in der fortgepflanzten Welle eine im Verhältnis $\left(1 - \frac{\varkappa}{\omega}\right)/1$ verringerte Schwingungsdauer.

Bewegt sich auch noch der Beobachter, so gilt:

$$\begin{aligned} (W') &= A \sin \frac{2\pi}{T\left(1 - \frac{\varkappa}{\omega}\right)}\left(t - \frac{x' + \varkappa' t}{\omega}\right) \\ &= A \sin 2\pi\left(t\,\frac{(\omega - \varkappa')}{T(\omega - \varkappa)} - \frac{x'}{T(\omega - \varkappa)}\right). \end{aligned}$$

Diese Formel gibt das Dopplersche Prinzip für ebene Wellen. Aber sie ist keineswegs gültig, sondern setzt ganz wesentlich eine Wellenebene mit durchweg konstanter Amplitude voraus.

2) Sei dieselbe Ebene versetzt in Schwingungen nach dem Gesetz:

$$\overline{W} = A\, e^{(\mu y + \nu z)\frac{2\pi}{T\omega}} \sin \frac{2\pi t}{T}$$

— wie es ähnlich auftritt, wenn eine Welle mit ursprünglich konstanter Amplitude durch ein Prisma aus einer absorbierenden Substanz gegangen ist —, dann gilt für die fortgepflanzte Welle:

$$W = A\, e^{\frac{2\pi(\mu y + \nu z)}{T\omega}} \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x\sigma}{\omega}\right),$$

worin $\sigma = \sqrt{1 + \mu^2 + \nu^2}$ ist.

Nimmt man hier die Substitution gemäß (10) vor, so kommt, falls $\sqrt{1 - \frac{\varkappa^2}{\omega^2}} = q$ gesetzt wird:

$$(W) =$$
$$A\,e^{\frac{2\pi(\mu y+\nu z)q}{T\omega}} \sin\frac{2\pi}{T}\left[t\left(1+\frac{\varkappa\sigma}{\omega}\right)-x\left(\frac{\sigma}{\omega}+\frac{\varkappa}{\omega^2}\right)\right].$$

Dies gibt für $x = \varkappa t$, falls man $\frac{\mu}{q} = \mu'$, $\frac{\nu}{q} = \nu'$ schreibt:

$$(\overline{W}) = A\,e^{\frac{2\pi(\mu' y+\nu' z)}{T'\omega}} \sin\frac{2\pi t}{T'},$$

wo wiederum $T' = \dfrac{T}{1-\dfrac{\varkappa^2}{\omega^2}}$ ist,

also eine schwingende und zugleich fortschreitende Ebene; die fortgepflanzte Verrückung aber schreibt sich:

$$(W) =$$
$$A\,e^{\frac{2\pi(\mu' y+\nu' z)}{T'\omega}} \sin\frac{2\pi}{T}\left(t\,\frac{1+\dfrac{\varkappa\sigma}{\omega}}{1-\dfrac{\varkappa^2}{\omega^2}} - x\,\frac{\dfrac{\sigma}{\omega}+\dfrac{\varkappa}{\omega^2}}{1-\dfrac{\varkappa^2}{\omega^2}}\right), \tag{15}$$

worin jetzt $\sigma = \sqrt{1+(\mu'^2+\nu'^2)q^2}$ ist.

Man bemerkt, daß hier ganz andere Gesetze gelten als durch das Dopplersche Prinzip gegeben sind, selbst wenn man sich auf die erste Annäherung beschränkt und $\varkappa^2/\omega^2$ neben 1 vernachlässigt.

3) Ist die leuchtende Oberfläche eine sehr kleine[1]) Kugel vom Radius R, welche nach dem Gesetz für den Drehungswinkel

$$\overline{\psi} = A \sin\frac{2\pi t}{T}$$

um die X-Achse oszilliert, so sind in der Entfernung $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ vom Kugelmittelpunkt die fortgepflanzten Drehungen ψ gegeben durch:[2])

$$\begin{aligned}\psi &= \frac{R^3 A}{r^3}\left[\sin\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{r-R}{\omega}\right)\right.\\ &\quad\left.+\frac{2\pi(r-R)}{T\omega}\cos\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{r-R}{\omega}\right)\right]\\ &= \frac{R^3 A}{r^3}\sqrt{1+\left(\frac{2\pi(r-R)}{T\omega}\right)^2}\\ &\quad\cos\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{r-R}{\omega}-\eta\right),\end{aligned} \tag{16}$$

1) [Dies wird später genauer dahin präzisiert, daß der Radius klein gegen die Wellenlänge sein soll. Die Formeln (16) und (17) setzen diese Annahme aber nicht voraus.]

2) W. Voigt, Crelles Journ. Bd. 89, 298. [Ebenda finden sich auch die Gesetze für die Emission einer geradlinig oszillierenden Kugel, die eine gleiche Verwertung gestatten.]

worin

$$\frac{2\pi(r-R)}{T\omega} = \operatorname{ctg}\frac{2\pi\eta}{T}$$

gesetzt ist. Es wird also $\eta = \frac{1}{4}T$ für $r = R$ und $\eta = 0$, wenn r sehr groß gegen die Wellenlänge $T\omega$ ist.

Die fortgepflanzten Verrückungen folgen aus ψ durch:

$$U = 0,\quad V = -\psi z,\quad W = \psi y;$$

wir setzen kurz:

$$U = 0,\quad V = MC,\quad W = NC.$$

Setzt man hierin für x, y, z die Werte ξ, η, ζ nach (10), so [ist die Bedingung (10') erfüllt und] wird der periodische Teil C:

$$\begin{aligned}(C) &= \cos\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{\varkappa x}{\omega^2}-\right.\\ &\left.-\frac{1}{\omega}\left(\sqrt{(x-\varkappa t)^2+y^2+z^2}-R\right)-(\eta)\right),\end{aligned} \tag{17}$$

$$\text{falls } \operatorname{cotg}\frac{2\pi(\eta)}{T}$$
$$= \frac{2\pi}{T\omega}\left(\sqrt{(x-\varkappa t)^2+y^2+z^2}-R\right) \text{ ist.}$$

Für $(x-\varkappa t)^2+y^2+z^2 = R^2$, d. h. an der Oberfläche einer mit der Geschwindigkeit $\varkappa$ parallel der X-Achse verschobenen Kugel, wird dies

$$(C) = \sin\frac{2\pi}{T}\left(t\left(1-\frac{\varkappa^2}{\omega^2}\right)-\frac{\varkappa}{\omega^2}\sqrt{R^2-y^2-z^2}\right)$$

also, da nach der Annahme $\frac{\varkappa^2}{\omega^2}$ und $\frac{\varkappa R}{\omega^2 T}$ zweiter Ordnung sind:

$$(\overline{C}) = \sin\frac{2\pi t}{T}.$$

(M) und (N) haben denselben Wert, als ob die kleine Kugel um die zur Zeit t erreichte Position $x_0 = \varkappa t$ als Gleichgewichtslage oszillierte. Wir erhalten demnach durch (U), (V), (W) die von einem in fortschreitender Geschwindigkeit $\varkappa$ parallel der Richtung der Rotationsachse befindlichen, durch Rotation „leuchtendem Punkte" ausgesandte Bewegung gegeben.

Die fortgepflanzten Wellenflächen beurteilen sich nach dem Wert (17) für (C), der sich unter Einführung der relativen Koordinaten gegen den bewegten leuchtenden Punkt $\xi = x - \varkappa t$, $y = \eta$, $z = \zeta$ schreiben läßt bei Vernachlässigung von $\frac{\varkappa^2}{\omega^2}$ neben 1 und für gegen $T\omega$ großes r:

$$(C) = \cos\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{\varkappa\xi}{\omega^2} - \frac{1}{\omega}\left(\sqrt{\xi^2+\eta^2+\zeta^2} - R\right)\right).$$

Die Wellenflächen sind also Kugeln, aber nicht um den leuchtenden Punkt, sondern eine um den $\frac{\varkappa}{\omega}$ten Teil ihrer Radien nach der der Bewegung entgegengesetzten Richtung von ihm abliegende Stelle als Zentrum zu konstruieren.

Ein ruhender Beobachter würde also, da die Normale auf der Wellenfläche durch die Beobachtungsstelle die Richtung angibt, in welcher die Lichtquelle wahrzunehmen ist, den leuchtenden Punkt an der Stelle sehen, an welcher er sich vor der Zeit $\frac{r}{\omega}$ befand, oder anders ausgedrückt: er würde, falls sein Radiusvektor r mit der Bewegungsrichtung den Winkel φ einschließt, eine „Aberration" von der Größe $\frac{\varkappa}{\omega}\sin\varphi$, in der der Bewegung des Punktes entgegengesetzten Richtung wahrnehmen.

Was die fortgepflanzten Amplituden (M) und (N) angeht, so haben sie an der Stelle $x\ y\ z$ nach dem Obigen zur Zeit t diejenigen Werte, als ob der leuchtende Punkt sich dauernd an der zu dieser Zeit t erreichten Stelle befunden hätte, während doch die Wellenfläche in $x\ y\ z$ die Form hat, als verharrte der leuchtende Punkt an der zur Zeit $t - \frac{r}{\omega}$ erreichten Stelle. Es gehören also Wellenfläche und Amplitude nicht in dem Sinne, wie bei einem ruhenden leuchtenden Punkte zusammen; letztere ist von der augenblicklichen, erstere von einer verlassenen Position des leuchtenden Punktes abhängig.

So gibt sich das eigentümliche Resultat, daß ein Beobachter einen so bewegten leuchtenden Punkt konstanter Intensität, der sich zur Zeit t in der Entfernung r von ihm befindet, in derjenigen Lage sieht, welche er vor der Zeit $\frac{r}{\omega}$ hatte, aber mit der Intensität, wie sie der augenblicklichen (größeren oder kleineren) Entfernung entspricht.[1])

Die Anwendbarkeit der obigen allgemeinen Betrachtungen auf Probleme der Optik ist beschränkt durch die Nebenbedingung (1'), die auf die Formeln (10') resp. (13') geführt hat.

Eine solche Beschränkung findet bei den analogen Problemen der Akustik von Flüssigkeiten nicht statt. Denn für die fortgepflanzte Dilatation δ gilt hier die einzige Bedingung

$$\frac{\partial^2\delta}{\partial t^2} = \omega^2\Delta\delta.$$

Es gibt daher, wenn durch die Nebenbedingungen δ längs einer gegebenen Oberfläche als beliebige Funktion der Zeit vorgeschrieben ist, die Einführung einer der Substitutionen (10), (12) oder (13) stets den Übergang von der Wirkung einer ruhenden Schallquelle zu derjenigen, welche sie in fortschreitender Bewegung begriffen ausübt.

Ist z. B. an einer sehr kleinen Kugel vom Radius R gegeben $\delta = f(t)$, so gibt sich die fortgepflanzte Dilatation:

$$\delta = \frac{R}{r} f\left(t - \frac{r-R}{\omega}\right).$$

Die Substitution (10) gibt den Einfluß einer Translation der „tönenden" Kugel parallel der X-Achse. Die Diskussion des Resultates ist der unter (3) angestellten analog.

1) [Die weitere Verfolgung derartiger Probleme ist s. Z. unterblieben wegen der physikalischen Schwierigkeit einer vollständigen Realisierung der Voraussetzungen der Arbeit — Translation oszillierender Flächen oder Körper innerhalb des die Schwingungen fortpflanzenden Mediums — im Gebiete der Elastizität. Jene Schwierigkeit existiert nicht im Gebiete der Lorentzschen Elektrodynamik, welche den Äther durch alle ponderabelen Körper hindurch erstreckt und letztere innerhalb des ersteren frei beweglich annimmt; jene ist demgemäß der Anwendung der oben auseinander gesetzten Methode viel günstiger. In der Tat haben die oben an einem Beispiele dargelegten Kugelprobleme die nächste Beziehung zu dem Problem des oszillierenden und zugleich fortschreitenden Elektrons, das viele Jahre nach der obigen Arbeit aktuell geworden ist.]

(Eingegangen 8. Oktober 1915.)

BESPRECHUNGEN.

A. Föppl, Vorlesungen über Technische Mechanik. III. Bd. Festigkeitslehre. gr. 8. 5. Auflage. XVIII u. 438 S. mit 100 Abbildungen. Leipzig, B. G. Teubner. 1914. Gebunden M. 12.–

Es zeugt von der allgemeinen Beliebtheit und weitgehenden Brauchbarkeit des Föpplschen Lehrbuches der Festigkeitslehre, daß in verhältnismäßig kurzer Zeit eine sachlich nur wenig geänderte Auflage nötig wurde. Wie schon bei der früheren Besprechung dieses Bandes (diese Zeitschr. **12**, 784, 1911) hervorgehoben wurde, findet der Techniker fast alles, was er braucht in diesem Band III. Einige neue Aufgaben sind in der 5. Auflage hinzugefügt worden, hauptsächlich solche, die sich zur Erläuterung statisch unbestimmter Belastungsfälle eignen. Sehr zu begrüßen ist es, daß nunmehr der zusammengesetzten Beanspruchung auf Biegung und Verdrehung ein besonderer Paragraph gewidmet ist, in dem auch die verschiedenen in Literatur und Praxis üblichen Formeln nebst den zugrundeliegenden Anschauungen klar auseinandergehalten und kritisiert werden. — Für weitgehende Ansprüche und für die theoretische Untersuchung gewisser schwieriger Probleme wird man freilich des 5. Bandes (Die wichtigsten Lehren der höheren Elastizitätslehre) nicht entraten können. A. Pröll.

A. L. Hughes, Die Lichtelektrizität. Deutsch von M. Iklé. gr. 8. VI u. 152 S. mit 40 Fig. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1915. Geheftet M. 5,60, gebunden M. 6,40.

Mehrere zusammenfassende deutsche Werke über Lichtelektrizität sind in letzter Zeit erschienen oder angekündigt[1]) worden.

Dies sei vorausgeschickt, um auch an dieser Stelle den Leser zunächst auf das Erscheinen der deutschen Monographien zu verweisen. — Neben ihnen aber wird auch das Hughessche Buch in Deutschland seine Freunde finden. Es beginnt mit kurzer historischer Einleitung (I), dann folgt eine, die wesentlichste Literatur bis Ende 1913 voll berücksichtigende, systematische, sehr klare Behandlung des Stoffes in neun weiteren Kapiteln mit den Überschriften: II. Die Ionisation von Gasen und Dämpfen, III. Die Emissionsgeschwindigkeit der Lichtelektronen, IV. Der lichtelektrische Gesamteffekt, V. Der lichtelektrische Effekt als Funktion der Schwingungszahl und des Polarisationszustandes des Lichtes, VI. Lichtelektrische Eigenschaften dünner Metallschichten, VII. Lichtelektrische Effekte nichtmetallischer Elemente und anorganischer Verbindungen, VIII. Lichtelektrische Effekte von Farbstoffen, fluoreszierenden und phosphoreszierenden Substanzen, IX. Durch Licht erzeugte positive Strahlen, X. Lichtquellen verschiedener Substanzen, Lichtfilter.

In der gesamten Darstellung sind die deutschen Arbeiten vollinhaltlich in gleicher Weise wie die englischen von Hughes verarbeitet. Nur in historischem Zusammenhang ist von Wichtigkeit, daß Lenards klassische Arbeit über die Befreiung der Kathodenstrahlen, in ihrem ersten Abdruck in den Wiener Berichten bereits 1899, zeitlich vor J. J. Thomsons, den gleichen Gegenstand behandelnden Veröffentlichung, erschienen ist.

1) W. Hallwachs, diese Zeitschr. **16**, 96, 1915.

Die objektive, anziehende Darstellungsweise und die gute Übersetzung des Herrn Iklé führen den Leser schnell in die Tiefen des vielbearbeiteten Gebiets.

Erich Marx.

G. Bruhat, Recherches expérimentales et théoriques sur les corps possédant une dispersion anomale du pouvoir rotatoire moléculaire. 8. 136 S. Thèse. Paris, Gauthier-Villars et Co. 1914.

Die Untersuchung bezieht sich auf das Verhalten der natürlichen Drehung der Polarisationsebene und des zirkularen Dichroismus in der Umgebung von Absorptionsstreifen und bildet somit die Fortsetzung von Beobachtungen, die zuerst Cotton und später Olmstead in den Jahren 1896 und 1912 ausgeführt hat. Der Verfasser hat sich das besondere Ziel gesteckt, die bez. Erscheinungen bei einfachen wohl definierten Körpern nachzuweisen, wo die physikalischen Verhältnisse eine Vergleichung mit der Theorie aussichtsreich erscheinen lassen. Die durchgeführten Messungen, die im wesentlichen geläufige Methoden benutzen (also auch auf den Dichroismus aus der die Drehung der Schwingungen begleitenden Elliptizität schließen), beziehen sich in erster Linie auf Tartrate von Kupfer, Nickel, Uran, sodann auch Diphenylbornylimidoxanthid und geben zum Teil sehr deutliche Wirkungen der einzelnen Absorptionsstreifen auf Drehung und Elliptizität. Der Vergleichung mit der Theorie werden die von Drude in seiner Optik entwickelten Formeln zugrunde gelegt. Die Übereinstimmung ist sowohl bezüglich des Verlaufes von Drehung und Elliptizität, wie auch von Brechungs- und Absorptionsindex durchaus befriedigend.

Schließlich untersucht der Verfasser, ob die bereits von Biot entdeckte anomale Rotationsdispersion in Lösungen von Weinsteinsäure (nämlich Maxima und Zeichenwechsel der Drehung für von Lösung zu Lösung wechselnde Wellenlängen) von zirkularem Dichroismus begleitet sei und kommt zu einem negativen Resultat. Er sucht die Erklärung der bez. Anomalie in einem komplizierten chemischen Verhalten der Lösungen und hält für wahrscheinlich, daß in ihnen (wie auch in der Schmelze der Substanz) neben dem normalen Molekül isomere vorhanden sind und diese beiden zur Drehung Anteile von entgegengesetztem Vorzeichen und verschiedener Dispersion liefern. Dies hat viel Einleuchtendes: nur ist der Mangel eines zirkularen Dichroismus gewiß kein vollständiger, denn soweit die allgemeine Theorie der natürlich aktiven Körper begründet ist, kommt streng genommen ohne Dichroismus eine Drehung der Polarisationsebene überhaupt nicht zustande. W. Voigt.

Nachtrag zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

F. Jentzsch, Dr., Privatdozent in Gießen, vor dem Kriege wissenschaftlicher Mitarbeiter von E. Leitz in Wetzlar, wurde als ungedienter Landsturm Kanonier im Fußartillerie-Reg. Nr. 8 in Metz, später zum Luftschifferbataillon I versetzt und befindet sich jetzt als Vizefeldwebel auf der Feldwetterstation 9 in Ostende.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der deutschen Universität Prag Dr. Paul Funk für Mathematik, an der deutschen Technischen Hochschule in Brünn Dr. Oskar Srnka für elektrische Fernmeldetechnik.

Verliehen: Den Privatdozenten der Chemie Dr. Fritz Mayer und der Physik Dr. Max Seddig an der Universität Frankfurt a. M., sowie dem Privatdozenten der Experimentalphysik an der Universität Göttingen Dr. Adolf Bestelmeyer der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der ord. Professor für Agrikulturchemie an der Universität Königsberg Geh. Regierungsrat Dr. Albert Stutzer (zum Ende des Wintersemesters).

Gestorben: Der ord. Professor der Pharmazie und angewandten Chemie an der Universität Würzburg Dr. Ludwig Medicus, der ord. Professor der Theoretischen Physik an der Universität Wien Dr. Friedrich Hasenöhrl, der frühere Herausgeber des „Naturforscher" und „Naturwissenschaftlichen Rundschau" Professor Dr. Wilhelm Sklarek, der emer. ord. Professor für angewandte medizinische Chemie an der Universität Wien K. K. Hofrat und Obersanitätsrat Dr. Ernst Ludwig, das Vorstandsmitglied der Hartmann & Braun A.-G. und des Physikalischen Vereins in Frankfurt a. M. Professor Dr.-Ing. h. c. Eugen Hartmann.

Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1915/16.

Technische Hochschule Dresden.

Hallwachs: Experimentalphysik I, 5; Physikalisches Praktikum I, 6 oder 3, II, einschließlich Laboratoriumstechnik, für Fortgeschrittene, 9; Praktikum für größere physikalische Arbeiten, 20; Physikalisches Kolloquium, Referate über neue Arbeiten (mit Helm und Toepler), 14tägig, 1 *g*. — **Luther:** Photographisches Praktikum, für Anfänger und Vorgeschrittene, 4 und 8; Selbständige Arbeiten im wissenschaftlich-photographischen Institut, 2 und 4, ferner ganz- und halbtägig. — **Toepler:** Theoretische Physik II: Wärme, 4, Übungen, 1 *g*. — **Görges:** Allgemeine Elektrotechnik II, 2; Theorie des Wechselstromes II, 4; Starkstromanlagen II, mit seminaristischen Übungen, 2; Elektrotechnische Übungen für Geübtere, 8; Elektrotechnisches Praktikum für Ingenieure und Chemiker, 4; Größere elektrotechnische Spezialarbeiten, 20. — **Kübler:** Elektromaschinenbau II, 2, IV, 2, Übungen, für Elektroingenieure, 12, für Maschinen- und Betriebsingenieure, 4; Heizer- und Maschinistenkursus für Studierende, nach Verabredung. — **Barkhausen:** Telephonie und Telegraphie: Wissenschaftliche Grundlagen, 2; Praktikum für Schwachstromtechnik, insbesondere drahtlose Telegraphie I und II, 14tägig, 1½; Selbständige Arbeiten im Institut für Schwachstromtechnik, 10 oder 20. —

F. Foerster: Ausgewählte Kapitel aus der speziellen anorganischen Chemie, 1; Anorganisch-chemisches Praktikum: Qualitative Analyse, 12, Gewichts-, Maß- und Gas-Analyse, Präparate, Übungen, ganztägig, tägl. außer Sonnabend; Elektrochemie, ihre Theorie und technische Anwendung, 2; Physikalische (theoretische) Chemie, 3; Praktikum für Elektrochemie, 8; Praktikum für größere Arbeiten auf dem Gebiete der Elektrochemie und physikalischen Chemie, ganztägig. — **W. Hempel:** Metallurgie, 2; Chemische Großindustrie, 2. — **v. Meyer:** Organische Chemie, 5; Organisch-chemisches Praktikum, halb- und ganztägig, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Farbenchemie (mit v. Walther), 8; Praktikum für größere Arbeiten auf dem Gebiete der Farbenchemie bzw. Färbereitechnik (mit v. Walther), ganztägig. — **König:** Chemie der Textilindustrie: Gewinnung der Spinnfasern und ihre Veredelung durch Bleicherei, Färberei, Zeugdruck und Appretur, 2. — **v. Walther:** Chemie und Technologie der Riechstoffe, 2; Chemie des Steinkohlenteers: Die Rohmaterialien und Zwischenprodukte für die Industrie der organischen Farbstoffe, 2. — **Dietz:** Chemische Technologie der Tonwaren, 1. —

Krause: Höhere Mathematik II, 4, Übungen, 2; Höhere Mathematik für die Hochbau- und Chemische Abteilung, 2; Theorie der reellen Funktionen, 4; Mathematisches Seminar, 1 *g*; Seminaristische Übungen für Physiker (mit Naetsch), 1 *g*. — **Helm:** Höhere Mathematik IV, 3, Seminaristische Übungen für Mathematiker (mit Naetsch), 1; Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2; Ergänzungen und Übungen zur Potentialtheorie, 2 *g*. — **Ludwig:** Darstellende Geometrie II, 3, Übungen, 4, Perspektive, mit Übungen, 1; Theorie der Raumkurven und Flächen, 4; Seminaristische Übungen über höhere Geometrie, 1 *g*. — **Naetsch:** Analytische Geometrie der Flächen zweiten Grades, 3; Elementare Algebra und Analysis, 2; Differentialgleichungen und Transformationsgruppen, 2. — **Pattenhausen:** Geodäsie I, 2, Übungen, 2, II, 3, Übungen, 2; Höhere Geodäsie II, 2, Übungen, 2; Einführung in die Kenntnis des Fixsternhimmels, mit Beobachtungen, 1; Geodätische Ausarbeitungen für Bauingenieure, 2; Graphische Ausarbeitungen für Vermessungsingenieure, 2; Geodätische Rechenübungen, 2; Skizzieren geodätischer Instrumente, 2; Katastervermessung, 2; Planzeichnen I, 2. —

Technische Hochschule Graz.

v. Ettingshausen: Physik: Mechanik der festen, flüssigen und gasförmigen Körper, Wärme, Elemente der mechanischen Wärmetheorie, Magnetismus, Elektrostatik, Galvanismus, Elektromagnetismus, Induktion, 5; Elektrotechnik, 3½, Elektrotechnische Übungen, 8; Enzyklopädie der Elektrotechnik, 2. — **Streintz:** Physik für technische Chemiker: Mechanik, Optik und Wärmelehre, 5, für Geodäten: Mechanik und geometrische Optik, 5. —

Emich: Anorganische Chemie, 7; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten im chemischen Laboratorium, für Vorgeschrittene; Anleitung zur mikrochemischen Analyse, für Vorgeschrittene, nach Verabredung. — **Andreasch:** Qualitative chemische Analyse I, 2, Laboratoriumsunterricht und Übungen, 14; Chemische Technologie der organischen Stoffe: Technologie der Kohlenhydrate und Gärungsgewerbe, 4; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der Darstellung organisch-chemischer Präparate, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der organischen Chemie und der chemischen Technologie organischer Stoffe, für Vorgeschrittene. — **B. Reinitzer:** Quantitative chemische Analyse I: Gewichtsanalyse, 1, Laboratoriumsunterricht und Übungen, 20; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der anorganisch-technisch-chemischen Analyse, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der anorganischen Chemie und der chemischen Technologie anorganischer Stoffe, für Vorgeschrittene, nach Verabredung. — **v. Cordier:** Ausgewählte Kapitel aus der Stereochemie, 1. — **Kremann:** Ausgewählte Kapitel aus der physikalischen Chemie I, 2. — **v. Hemmelmayr:** Enzyklopädie der technischen Chemie, 2. — **Fuhrmann:** Photographie: Negativ- und Positivprozeß in Theorie und Praxis, einschließlich Apparatenkunde, 1. —

Hocevar: Mathematik I: Algebra und Analysis und Analytische Geometrie, 6, Übungen (mit Weitzenböck), 2. — **Weitzenböck:** Elemente der höheren Mathematik, 4; Einführung in die Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichsrechnung, 1. — **v. Peithner:** Mathematik II: a) Geometrie, b) Integralrechnung, c) Differentialgleichungen, 4, Übungen (mit Weitzenböck), 2. — **Schüssler:** Darstellende Geometrie, 5, Repetitorium, 2, Übungen, 6, Seminarübungen, 2; Projektive Geometrie I, 3, Übungen, 3; Die Durchdringung von Flächen zweiten Grades, 2, Konstruktionsübungen, 2. — **Wittenbauer:** Allgemeine Mechanik, einschließlich der Elemente der graphischen Statik I, 4, Übungen, 3 und 2; Die Mechanik auf Grund der Vektorenrechnung, 2; Technische Mechanik I, 4. — **Klingatsch:** Niedere Geodäsie, 4; Elemente der niederen Geodäsie, 4; Geodätische Zimmerübungen, 1½ und 2; Höhere Geodäsie, 4; Geodätisches Seminar, 6. —

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 21. | 1. November 1915. Redaktionsschluß für No. 22 am 13. November 1915. | 16. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Photographische Härtemessung von Röntgenstrahlen.

Von J. K. A. Wertheim-Salomonson.

In Nr. 16 dieser Zeitschrift (**16**, 306, 1915) wird von Herrn F. Voltz die photographische Härtemessung von Röntgenstrahlen erörtert und auf Grund seiner Versuche kommt er zu dem Schluß, daß dieselbe ungenau und unzuverlässig sei. Es scheint mir jedoch, daß dieser Schluß nicht genügend begründet ist, und zwar darum, weil die gestellte Prämisse nicht ganz einwandfrei ist.

Herr Voltz mißt die Klemmenspannung an der Röntgenröhre mit einem elektrostatischen Voltmesser von Hartmann & Braun, und zwar nicht in absolutem Maße, sondern in willkürlichen Einheiten — denn er schaltet vor dem Voltmesser einen Kondensator. Ich habe bei früheren Versuchen dasselbe Verfahren angewendet und habe dabei die Schwierigkeit gehabt, daß bisweilen die Kondensatoren sowie die sekundäre Spule des Induktors eine nicht unbeträchtliche statische Ladung erhielten, wodurch die Ausschläge des elektrostatischen Voltmeters zu hoch gerieten. Die Abhilfe war leicht zu schaffen, indem die beiden Klemmen des Induktors durch einen großen Schieferwiderstand, dessen Mitte geerdet wurde, verbunden wurden. Bei den 4 ersten Versuchen in Tabelle II aus der oben angeführten Arbeit bleibt die elektrostatische Spannung dieselbe, während die photographisch gemessene Härte herabsinkt. Das ist geradezu charakteristisch für das Auftreten einer statischen Ladung des Kondensators. Auch in den Versuchsreihen 6 bis 9 ist etwas Derartiges zu sehen.

Es ist sehr wohl möglich, daß dieser Fehler nicht bestanden hat — aber dies kann nur behauptet werden, wenn tatsächlich darauf geachtet wurde.

Ich habe jedoch noch verschiedene andere Bedenken gegen die Versuchsanordnung des Herrn Voltz. Es wurde nämlich ein elektrostatisches Voltmeter mit einem Meßbereich bis 5000 Volt benutzt. Bei diesen Instrumenten liegt 3000 Volt in der Mitte der Teilung, und an dieser Stelle sind die Teilstriche sogar weiter auseinander als an irgendwelcher anderen Stelle der Skala. Hier ist eine sehr genaue Ablesung möglich. Aber nach 2000 Volt zu rücken die Striche bedenklich zusammen. Zwischen 1500 und 2000 ist die Skala nicht geteilt, und in dem etwa 1 cm langen Zwischenraum ist die Ablesung auf 100 Volt ziemlich willkürlich. Und das Mittel aus mehreren schlechten Ablesungen kann, aber braucht nicht besser zu sein als jede einzelne Ablesung für sich.

Wenn also hintereinander zweimal 3000 Volt abgelesen wird, so dürfte allerdings die Genauigkeit der Ablesung etwa 1 Proz. erreichen. Bei der Angabe von 1800 Volt erreicht diese gewiß nicht 7 bis 8 Proz. — Da bei den gebräuchlichen Milliamperemetern für Röntgenzwecke, die meistens 5 Milliampere umfassen, in der Nähe von 2 Milliampere eine Genauigkeit von etwa 5 Proz. zu erreichen ist, dürfte die Genauigkeit einer einzelnen Versuchsreihe auf nicht viel mehr als 10 Proz. anzuschlagen sein. Ein Unterschied von 10 Proz. entspricht jedoch schon fast einer halben Nummer der Wehnelt-Skala.

Selbst für den Fall, daß die Voltzschen Versuche eine viel größere Genauigkeit aufweisen, als ich vermutete, daß erreicht wurde, glaube ich doch, daß dieselben nichts beweisen. Und hierfür bestehen zwei Gründe, die ich nacheinander betrachten werde.

I. In den Voltzschen Versuchsreihen wird ein elektrostatisches Voltmeter gebraucht, um die mittlere Klemmenspannung an der Röhre zu messen. Hierbei wird bekanntlich vorausgesetzt, daß die Kathodenstrahlengeschwindigkeit der Quadratwurzel der Spannung propor-



tional ist. Da die Strahlenhärte abhängig ist von der Kathodenstrahlgeschwindigkeit, haben wir tatsächlich das beste Maß für die Strahlenhärte in der Klemmenspannung, durch welche die Elektronen fortgeschleudert werden. Wird also die Röhre mit einem konstanten Gleichstrom betrieben, z. B. von einer Hochspannungsbatterie oder durch die Krönckesche Anordnung, dann ist die elektrostatische Messungsmethode, wenn auch nicht ganz einwandfrei, jedenfalls die beste, die es gibt. Ein möglicher Einwand besteht darin, daß sogar eine mit konstantem Gleichstrom betriebene Röhre neben einer völlig homogenen Hauptstrahlung auch noch einige charakteristische Strahlungen abgibt von der Antikathode, sowie eine sekundäre Strahlung von der Glaswand. Das Resultat ist ein Strahlengemisch, bei dem die Hauptstrahlung zwar überwiegt, aber welches dennoch abhängig ist von der Zusammenstellung der Antikathoden-Oberfläche und von der Glaswand.

Sobald aber pulsierende Ströme zum Betrieb verwendet werden, ändert sich die Sache. Dann hängt es ab von dem Spannungsmesser, ob wir ein richtiges Bild der mittleren Härte bekommen. Die meisten elektrostatischen Instrumente geben einen quadratischen Mittelwert, so auch die von Hartmann & Braun angefertigten elektrostatischen Voltmeter. Bei dem photographischen Härtemesser wird wahrscheinlich ein arithmetischer Mittelwert registriert, obgleich dies nicht absolut festgestellt worden ist. Jedenfalls sind mir keine Tatsachen bekannt, die auf ein anderes Verhalten hinweisen. Ich muß also annehmen, daß eine vergleichende Härtemessung mit einem elektrostatischen Voltmeter (in der gebräuchlichen „quadratischen" Schaltung!) und mit einer Benoist- oder Wehnelt-Skala dieselbe Bedeutung hat als die vergleichende Messung eines pulsierenden Gleichstromes mit einem Hitzdraht- und einem Weston-Instrumente. Hier ist nie Übereinstimmung zu erwarten und jede Änderung der Kurvenform des Gleichstromes hat eine ungleiche Wirkung auf die beiden Instrumente. Dasselbe ist zu erwarten bei dem elektrostatischen Voltmeter und dem photographischen Härtemesser.

II. Ein Grund von vielleicht noch größerer Bedeutung für die Unzulänglichkeit und Unzuverlässigkeit des elektrostatischen Voltmeters als Härtemesser bei Induktorbetrieb der Röhre liegt in der Eigenart der sekundären Entladungen des Induktors. Ich besitze eine größere Reihe Oszillogramme von sekundären Entladungen durch Widerstände von 0,1 bis 20 Meßohm, durch Röhren der verschiedensten Härte — von den weichesten bis zu den härtesten Therapieröhren mit einer parallelen Funkenstrecke bis 40 cm. — Dieselben wurden aufgenommen mit einem Hochfrequenz-Oszillographen von Siemens & Halske und werden hoffentlich später veröffentlicht werden. Mit diesen Oszillogrammen läßt sich zeigen, daß am Ende der Entladungen eine ganze Reihe starker Oszillationen auftreten. Diese entsprechen jedoch keinem Stromdurchgang, sondern stellen oszillierende Ladungserscheinungen der beiden in die Röhre führenden Elektroden dar. Diese Oszillationen treten um so deutlicher hervor, je härter die Röhre ist. Dieselben üben einen erheblichen Einfluß auf das elektrostatische Voltmeter, dessen Angaben sie in unberechenbarer und unvorhersehbarer Weise erhöhen, aus. In zwei unmittelbar nacheinander, unter möglichst gleichen Bedingungen aufgenommenen Oszillogrammen können sie erheblich differieren. Besonders bei härteren Röhren ist ihre Bedeutung so groß, daß die absolute Größe der mittleren Spannung während des Stromdurchganges in keinem konstanten Verhältnisse steht zu der abzulesenden Spannung. Und diese Beschwerden kommen nicht nur beim Induktorbetrieb, sondern auch beim Betrieb mit dem Hochspannungsgleichrichter vor. Wer sich von dieser Tatsache überzeugen will, braucht nur einen Blick zu werfen in die Arbeit von Herrn A. Wehnelt, welche in dem Heft 16 der Annalen der Physik, Bd. 47, 1915, S. 1112 veröffentlicht wurde. Hier werden Spannungskurven von Röntgenröhren veröffentlicht, welche mit der größten Deutlichkeit zeigen, daß die Spannung vor und nach der eigentlichen Entladung außerordentlich hoch ist — viel höher als die Arbeitsspannung während des Stromdurchgangs. Das statische Voltmeter mißt aber auch diese Durchbruchspannung sowie die Spannung nach der Entladung mit. Da diese Anfangs- und Endspannungen erheblich in ihrem absoluten Betrage wechseln, so scheint mir das elektrostatische Voltmeter nicht geeignet, ein zuverlässiges Maß zu gewähren für die Röntgenröhrenhärte.

Ich glaube also, daß aus der Arbeit des Herrn Voltz hervorgeht, daß es wahrscheinlich ist, daß die Angaben des elektrostatischen Voltmeters nicht immer gleichen Schritt halten mit den photographischen Messungsergebnissen.

Es bleibt aber dann noch immer die offene Frage nach der Zuverlässigkeit der photographischen Methode. Persönlich bin ich geneigt dieselbe sehr hoch anzuschlagen, und betrachte sie als die beste bis jetzt bekannte Methode. Sogar die verschiedenen auf Ionisierung fußende Meßmethoden sind mit so viel Fehlerquellen behaftet, daß sie nur den Händen eines vorsichtigen und kritischen Physikers anvertraut werden sollten.

Schließlich möchte ich bemerken, daß ich selber auch Versuche angestellt habe, um zu untersuchen, ob der Gebrauch verschiedener Plattensorten irgendwelchen Einfluß haben könnte auf den abzulesenden Härtegrad. Ich gebrauchte dazu einen Keil aus reinem Aluminium gearbeitet, neben welchem an jeder Seite eine von zwei genau gleich dicken Silberplatten angeordnet waren. Es wurden jetzt eine frisch durchgeschnittene Agfa-Röntgenplatte und eine eben solche Imperial Rapid-Platte unmittelbar nebeneinander unter den Keil gelegt, in der Weise, daß sich über jeder Platte die ganze Keillänge in der halben Keilbreite sowie je eine Silberplatte befanden. Jetzt wurde exponiert und beide Platten entweder separat oder zusammen entwickelt. Dieselben ergaben immer bis auf 0,1° Benoist übereinstimmende Nummern. Ich möchte noch bemerken, daß der Keil auf 10 cm Länge 10 mm in Dicke zunahm, wodurch jedes Millimeter in der Länge 0,1° Benoist entspricht. Bei Härtegraden über 5° Benoist ist eine Ablesung nur auf 0,2° Benoist möglich.

Bei einer anderen Versuchsreihe wurden Lanternplatten mit Agfa-Röntgenplatten verglichen, wobei 2 Chabaudsche Benoist-Härteskalen verwendet wurden und die Lanternplatten in etwa $^2/_5$ der Distanz der Agfa-Röntgenplatten exponiert wurden. Jeder Versuch wurde wiederholt mit Verwechslung der Härteskalen und Umdrehung der Röhre. Hierdurch wurde Ungleichmäßigkeit der Röhrenwand und Ungleichheit der beiden Skalen eliminiert. Ungleichheit der Skalen war jedoch nicht zu finden. Die bei diesen Versuchen abgelesenen Zahlen stimmten vollständig überein.

Ich habe keine Veranlassung gefunden auch den Entwickler zu ändern, weil in meinem Institut ausschließlich mit dem sehr gleichmäßig arbeitenden Hydrochinonentwickler gearbeitet wird.

Zusammenfassung.

1. Die Härtemessung mit direkt zeigenden elektrostatischen Voltmetern ist nur angängig, wenn bleibende statische Ladungen vermieden werden, und wenn mit nicht unterbrochenem Gleichstrom mit nur mäßigen Schwankungen durch die Röhre gearbeitet wird.

2. Für praktische Zwecke ist die photographische Härtemessung, die sich durch einfache und bequeme Technik auszeichnet, vollständig genügend. Zurzeit muß sie als die zuverlässigste Methode der Härtemessung betrachtet werden.

Amsterdam, Röntgeninstitut der Universität. 18. September 1915.

(Eingegangen 21. September 1915.)

Über günstige Entladungsform der Röntgenapparate.

(Aus dem Laboratorium der Veifa-Werke; Direktor Friedrich Dessauer, Frankfurt a. M. Mitteilung Nr. 3.)[1])

Von B. Winawer.

1. Zum Betriebe der Röntgenröhren werden in der Technik fast alle bekannten Hochspannungsquellen benutzt. Der Funkeninduktor, mit Gleichstrom und Unterbrecher betrieben, wird am häufigsten angewandt und bildet das sogenannte klassische System. Aber auch Wechselstromtransformatoren mit geschlossenem und offenem Eisenkern finden oft Verwendung. Bei diesen wird der sekundäre Wechselstrom mit Hilfe besonderer Vorrichtungen gleichgerichtet. Den verschiedenen Apparaten und Systemen werden nicht nur praktische Vorteile nachgerühmt, sondern meistens auch ein günstiger Einfluß auf das Strahlengemisch, Qualität und besonders Quantität der Strahlen.

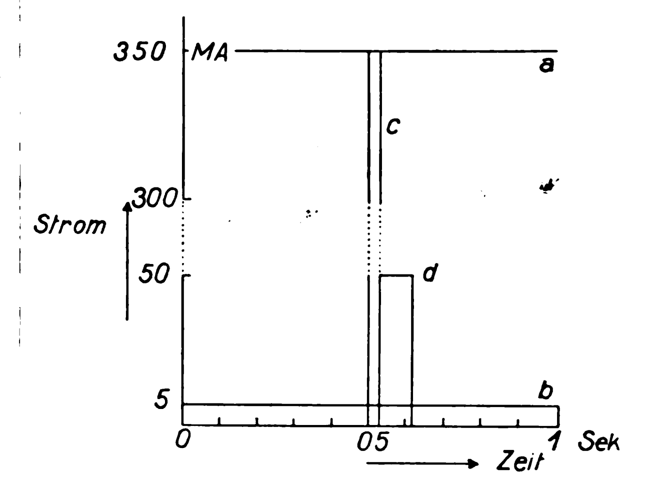
Es drängt sich die Frage auf, inwieweit die Röntgenstrahlung von der Art der Stromquelle abhängig ist und wie die für den Betrieb günstigste Hochspannungsquelle beschaffen werden müßte. Die Frage läßt sich unter gewissen Voraussetzungen beantworten, und die vorliegende Mitteilung soll zeigen, daß man auf Grund der Arbeiten von Carter, Seitz, Whiddington u. a.[2]) Bedingungen aufstellen kann, denen die Stromkurve eines Apparates genügen muß, um möglichst große Ausbeute an Röntgenstrahlen zu liefern. Es erweist sich, daß die Stromquelle für den Dauerbetrieb der Röhre dann am günstigsten ist, wenn sie eine möglichst schmale Stromkurve besitzt, d. h. wenn sie sich in kurzdauernden Stromstößen durch die Röhre entlädt. Diese Bedingung ist den Konstrukteuren wohlbekannt, findet sich in vielen technischen Arbeiten vor[3]), ist aber, wie es scheint, nie genügend begründet gewesen. Sie kann auch, wie im folgenden gezeigt werden soll, durch eine präziser gefaßte ersetzt werden.

Der folgende § 2 enthält die Ableitung der günstigsten Entladungsform, § 3 die Versuche, welche zur Prüfung der theoretischen Betrachtung angestellt waren. Es sei hervorgehoben, daß die Betrachtungen des § 2 sich auf gewöhnliche, auf selbständiger Entladung beruhende, Röhren beziehen. Es wird auch vorausgesetzt, daß die

1) Nr. 2: diese Zeitschr. **16**, 258, 1915.
2) Carter, Ann. d. Phys. **21**, 955, 1906; Seitz, diese Zeitschr. **7**, 689, 1906.
3) S. z. B. Boas, Dessauer, Koch, Archiv f. phys. Medizin Bd. II. III, 1907 u. 1908; Rosenthal, Verhandl. der D. Röntgen Ges. **4**, 67, 1908.

Röhre „mittelhart" ist, längere Zeit betrieben werden soll und dabei möglichst große Ausbeute an X-Strahlen liefern muß — Bedingungen, welche in der Praxis etwa bei Röntgentherapie erfüllt werden müssen.

2. In der dritten Mitteilung Röntgens über die Eigenschaften der X-Strahlen wird bereits auf die wichtige Rolle der Entladungsform bei der Erzeugung der Röntgenstrahlen hingewiesen (S. 34ff. der „Grundlegenden Abh." Würzburg 1915, zuerst Berl. Ber. 1897).[1]) Auf Grund der Versuche von Carter kann der Einfluß der Stromkurve näher erläutert werden. Die Cartersche Arbeit enthält die wichtige Feststellung, daß der Nutzeffekt bei Erzeugung der Röntgenstrahlen (das Verhältnis der Röntgenstrahlenenergie E_R zu der Kathodenstrahlenenergie E_K) proportional der Entladungsspannung wächst. Es wird in dieser Arbeit die Röntgenröhre als eine Maschine betrachtet und der Wirkungsgrad dieser Maschine wächst, wie die Versuche zeigen, mit der Entladungsspannung. Es würde daraus folgen, daß die für den Betrieb einer Röhre günstigste Stromquelle diejenige wäre, welche die größten Elektrizitätsmengen bei möglichst hoher Spannung ständig liefern könnte. Würde man aber mit einer solchen Idealstromquelle eine Röntgenröhre betreiben, so würde man, da der Strom hier sehr rasch mit der Spannung wächst[2]), auch ganz beträchtliche Ströme durch die Röhre schicken müssen. So hat z. B. Déguisne[3]) in einer mittelharten Röhre Ströme bis zu 350 Milliampère gemessen. Einen derartigen Strom würde keine der gebräuchlichen Röhren auf die Dauer aushalten können. Erfahrungsgemäß kann eine besonders gut gekühlte Röhre bei Dauerbetrieb eine Belastung von 5—6 Milliampère vertragen, ohne sich stark zu verändern. Will man diese zulässige mittlere Belastung einhalten, ohne gleichzeitig die Entladungsspannung zu erniedrigen, so bleibt nur ein Weg offen. Man muß die erwähnte ideale Hochspannungsquelle auf kurze Momente anschließen, mit anderen Worten eine Anzahl kurzdauernder starker Stromstöße durch die Röhre leiten. Bezeichnet man den maximalen, in der Röhre erzeugbaren Strom mit $I_{\max}$, den bei längerem Betrieb der Röhre zulässigen mit i_z, so läßt sich leicht zeigen, daß die ideale Hochspannungsquelle innerhalb jeder Sekunde nur auf die kurze Dauer $\left(\frac{i_z}{I_{\max}}\right)$ Sek. angeschlossen werden dürfte. Die nachstehende schematische Zeichnung (Figur) wird das näher erläutern. In der Figur stellt a diejenige



Stromkurve dar, die sich mit einer ständig auf hoher Spannung gehaltenen Stromquelle hoher Kapazität ergeben würde. b ist die zulässige Stromkurve. Als $I_{\max}$ sind 350, als i_z 5 Milliampère angenommen. Ist die Basis des Rechtecks c im Verhältnis $\frac{350}{5}$ mal kleiner als die Basis von b, so ergibt c dieselbe mittlere (elektrolytisch gemessene) Belastung wie die Kurve b, es fließt in beiden Fällen dieselbe Elektrizitätsmenge sekundlich durch die Röhre, im Falle c aber vollzieht sich die Entladung bei höchster Spannung, während sie bei b bei niedriger Spannung stattfindet. Die Kurve c ist die günstigste, b die ungünstigste für den Betrieb einer Röntgenröhre. Das Rechteck c kann man sich weiter in äquidistant verteilte engere Streifen zerlegt denken. Wenn ihre Gesamtbreite derjenigen des Rechtecks c gleich ist, bleibt die Stromkurve theoretisch der Kurve c gleichwertig. Nur das Verhältnis der Stromdauer zu dem Intervall zwischen zwei Entladungen ist maßgebend. Dieses Verhältnis wird auch im folgenden als die Strombreite bezeichnet. Man kann die einfachen Betrachtungen noch mehr ausdehnen und die Breite der günstigsten Kurve berechnen. Sie ist gleich $\frac{i_z}{I_{\max}}$; nach den über den maximalen und zulässigen Strom gemachten Annahmen würde sie etwa $^1/_{70}$ betragen $\left(\frac{5}{350}\right)$. Der Wert des optimalen Ver-

1) „Wenn man die für das Zustandekommen der X-Strahlen nötige Entladungsform in irgendeiner Weise herzustellen vermag, so können auch X-Strahlen erhalten werden, selbst bei relativ hohen Drucken."

2) Das ist nur bei Selbstentladung der Fall. Auf die neuen Glühionenröhren (Lilienfeld, Coolidge), bei welchen die Spannung und die Stromstärke unabhängig voneinander variiert werden können, haben die Erörterungen keine Anwendung.

3) Diese Zeitschr. **15**, 630, 1914.

hältnisses $\frac{\text{Stromdauer}}{\text{Intervall}}$ ändert sich, wenn man für den maximalen Strom einen anderen Wert einsetzt, oder wenn man annimmt, daß das Cartersche Gesetz bei sehr hohen Spannungen nicht mehr in seiner einfachen Form gilt. Bei einer mittelharten Röhre ist das erwähnte Verhältnis (und somit die günstigste Strombreite) jedenfalls klein. Daraus folgt, daß auch die Dauer des einzelnen Stromstoßes kurz sein muß, unter den gemachten Annahmen und bei 20 Entladungen pro Sekunde etwa $\frac{1}{1400}$ Sek. Im allgemeinen ist bei m Entladungen pro Sek. die günstigste Dauer des Stromstoßes

$$\Delta t_{\text{opt.}} = \frac{1}{m} \cdot \frac{i_z}{I_{\max}}.$$

Es ergibt sich aus diesen Betrachtungen die Forderung 1: Die günstigste Stromquelle ist diejenige, bei welcher eine bestimmte zulässige Belastung in einer kleinen Anzahl möglichst kurzdauernder Stromstöße erreicht wird, oder diejenige, bei welcher eine bestimmte Belastung mittels einer möglichst **schmalen** Stromkurve erreicht wird.

Dieser Satz kann auch in eine andere, für experimentelle Prüfung besser geeignete Form gebracht werden. Die Kurve b (die ungünstigste) ist die Kurve des Gleichstromes: hier ist der arithmetisch (elektrolytisch) gemessene Mittelwert dem effektiven Wert des Stromes gleich. Bei Kurve c dagegen unterscheiden sich die beiden Werte des Stromes stark voneinander, wie sich das leicht zeigen läßt. Bezeichnen wir im Falle c die Stromdauer mit Δt, die Pause mit $n\Delta t$, die Amplitude des Stromes während der Zeit Δt mit i_c, so ist der elektrolytische Mittelwert des Stromes $i_m = i_c \cdot \frac{\Delta t}{(n+1)\Delta t}$ und der effektive $i_e = i_c \sqrt{\frac{1}{n+1}}$[1]). Das Verhältnis der beiden Werte ist $\frac{i_e}{i_m} = \sqrt{n+1}$. Da bei der günstigsten Stromkurve $n+1$ möglichst groß sein muß $\left(\frac{1}{n+1}\text{ ist die Strombreite}\right)$, so folgt daraus auch Forderung 1a: Von verschiedenen Strömen, welche denselben arithmetischen Mittelwert ergeben, ist derjenige am günstigsten, dessen effektiver Wert am größten ist.

1) Folgt aus der Beziehung $i_e^2 \cdot (n+1)\Delta t = i_c^2 \cdot \Delta t$.

Man kann die günstigste Stromquelle noch präziser kennzeichnen. Es ist nach Carter[1])

$$\frac{E_R}{E_K} = a \cdot V,$$

wobei V die Entladungsspannung, E_K die Energie der Kathodenstrahlen, E_R der erzeugten Röntgenstrahlen bedeutet. E_K ist dem Quadrat der Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen proportional. Bezeichnet man diese Geschwindigkeit mit v, so ist für ein Elektron

$$V = \frac{1}{2}\frac{m}{e}v^2 \text{ und } E_K = eV = \frac{1}{2}mv^2$$

(e Ladung, m Masse des Elektrons).

Daraus folgt, daß $E_R = a_1 \cdot v^4$ (a_1 eine Konstante). Die Gleichung ist auch auf theoretischem Wege von J. J. Thomson abgeleitet worden.[2]) Ergeben zwei Stromquellen (z. B. diejenige, welche durch Kurve c charakterisiert ist, und diejenige, welcher Kurve b entspricht) dieselbe mittlere Belastung, so ist auch die Anzahl (N) der Elektronen, welche pro Sekunde auf die Antikathode der Röhre aufprallen, bei beiden Apparaten die gleiche. Die Erwärmung der Antikathode bei dem Apparat c ist

$$E_K = \frac{1}{2} N m v_c^2.$$

Die Energie der Röntgenstrahlen ist

$$E_R = a\, v_c^4.$$

Bei dem Apparat b muß in den Formeln v_c durch v_b ersetzt werden, und soll der Apparat c bei derselben Belastung günstiger wirken, so muß die Entladung bei höherer Spannung stattfinden, dementsprechend v_c größer als v_b sein. Es ergibt sich, daß bei dem Apparat c die Erwärmung E_K größer ist, daß aber auch die Energie der Röntgenstrahlen größer ist, und zwar im Verhältnis der Quadrate der Erwärmungen. Es ergibt sich somit die Forderung 2: Von zwei verschiedenen Stromquellen ist diejenige für den Betrieb der Röhren als günstiger zu bezeichnen, welche bei derselben Belastung die größere Erwärmung der Antikathode verursacht.

Ist bei zwei verschiedenen Apparaten bei derselben Belastung das Verhältnis der Erwärmungen oder Energien E_K festgestellt, so kann auch das Verhältnis der Röntgenstrahlenenergien berechnet werden. Es ist gleich dem Quadrate des Verhältnisses der Kathodenstrahlenenergien:

1) Vgl. Pohl, Physik der Röntgenstrahlen, 8 ff., 1912.
2) J. J. Thomson, Phil. Mag. **14**, 216, 1907; R. Whiddington, Proc. Roy. Soc., A, **85**, 323, 1911. In einer neuerdings publizierten Arbeit von Rutherford und Barnes (Phil. Mag. **30**, 361, 1915) wird die Beziehung bei Spannungen bis zu 96000 Volt geprüft und bestätigt gefunden.

$$\frac{E_{R1}}{E_{R2}} = \left|\frac{E_{K1}}{E_{K2}}\right|^2.$$

Um die hier abgeleiteten Sätze zu prüfen, sind Versuche unternommen worden, und zwar in folgender Weise: Eine mittelharte Röhre, die sich besonders gut für kalorimetrische Messungen eignete (es war eine sogenannte Müller-Röhre, deren Wasserbehälter aus Silber bestand), wurde mit drei verschiedenen Apparaten betrieben. Apparat A war ein mit Gleichrichter versehener Wechselstromtransformator. Als Apparat B wird derselbe Transformator bezeichnet, bei dem nur durch eine besondere Schaltungsanordnung statt 25 50 Impulse durch die Röhre hindurchgeleitet wurden und die Strombreite etwa 2,5 mal größer gemacht werden konnte. Als Apparat C wird schließlich ein von beiden abweichend konstruierter Apparat bezeichnet. Man verfügte bei diesen drei Apparaten über verschiedene Entladungskurven, deren Breiten sich ungefähr wie 1 : 7 : 16 verhielten. Die Versuche wurden in der Weise geführt, daß zuerst das Verhältnis der von zwei Apparaten erzeugten Röntgenstrahlenenergien elektroskopisch festgestellt (und zwar bei derselben Belastung der Röhre), dann das Verhältnis der Erwärmungen E_K und schließlich das Verhältnis der Stromkurvenbreiten (mit Hilfe der Glimmlichtröhre und des rotierenden Spiegels) geschätzt wurde. Als Stromzeiger diente ein Deprez-Instrument für Hochspannung. Kontrollversuche ergaben, daß es sich bei nicht zu hohen Schlagzahlen und Belastungen angenähert auf den Mittelwert des Stromes einstellte. Die Resultate der Versuche sind in § 3 zusammengestellt.

3. Versuch 1. Es werden die Apparate A und B verglichen. Belastung bei beiden Apparaten 1,7 Milliampère. Das Verhältnis der Stromkurvenbreiten ist: Breite A : Breite $B = 1 : 2{,}3$. Das Verhältnis der Röntgenstrahlenenergien wird elektroskopisch bestimmt. Es ergibt sich für die durch 2 mm Aluminium filtrierten Strahlen

$$\frac{E_R(A)}{E_R(B)} = 1{,}5,$$

für die unfiltrierten (durch das Glas der Röhre hinaustretenden) Strahlen

$$\frac{E_R'(A)}{E_R'(B)} = 1{,}4.$$

Man ersieht daraus, daß der Apparat A, welcher die Belastung 1,7 Milliampère mittels schmälerer Kurve ergibt, auch eine größere Ausbeute an Röntgenstrahlen liefert. Die Forderung 1 wird somit bestätigt.

Versuch 2. Der Apparat A wird mit dem Apparat C verglichen. Belastung 1,5 Milliampère. Verhältnis der Strombreiten

$$\frac{\text{Breite } i_C}{\text{Breite } i_A} = \text{ca. } \frac{1}{7}.$$

Verhältnis der Röntgenstrahlenenergien:

filtrierte Strahlen

$$\frac{E_R(C)}{E_R(A)} = 6{,}6,$$

unfiltrierte Strahlen

$$\frac{E_R'(C)}{E_R'(A)} = 5{,}5.$$

Auch hier wird die Forderung 1 bestätigt. Ist die Stromkurve bei derselben Belastung 7 mal breiter, so ist die Ausbeute an Röntgenstrahlen 6,6 bis 5,5 mal kleiner[1]).

Um die Forderung 1a zu prüfen, nach welcher bei der günstigsten Stromform der Effektivwert i_e im Verhältnis zum Mittelwert i_m möglichst groß sein muß, wurde der Sekundärstrom bei den Apparaten A, B und C gleichzeitig mit einem Dynamometer von Hartmann & Braun (Bereich 0—12 Milliampère) und mit dem Deprez-Instrument gemessen. Es erwies sich, in Übereinstimmung mit 1a, daß das Verhältnis $\frac{i_e}{i_m}$ bei dem Apparat C am größten (ca. 8,0), bei dem Apparat B am kleinsten (ca. 2,4) war.

Es sei hervorgehoben, daß nach der im § 2 abgeleiteten Formel das Verhältnis $\frac{i_e}{i_m} = \sqrt{n+1}$ ist, wobei $n+1$ die Strombreite (n — das Verhältnis der Stromdauer zur Strompause) bedeutet. Man kann also, eine einfache (Figur) Kurvenform vorausgesetzt, aus dem Verhältnis der Ausschläge eines Dynamometers und eines Deprez-Instrumentes die Strombreite und somit auch, wenn die Anzahl der Entladungen pro Sek. bekannt ist, die mittlere Dauer des Stromstoßes (des Aufleuchtens der Röhre) berechnen.

So wäre z. B. beim Apparat B:

die Strombreite $= 2{,}4^2 = 5{,}8$,

die Dauer des Aufleuchtens der Röhre, da der Apparat B 50 Impulse pro Sek. liefert:

$$= \frac{1}{50 \cdot 5{,}8} = \frac{1}{290} \text{ Sek.}^{2)}$$

Versuch 3. Es wird der Apparat A mit dem Apparat C verglichen. Belastung 1,6 Milliampère. Die Erwärmung der Antikathode (Ener-

1) Es sei hier eine interessante Arbeit von Wertheim-Salomonson (Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. **16**, 291, 1910) zitiert, in welcher auch ein deutlicher Einfluß der Entladungsform konstatiert wird. S. a. dieselbe Zeitschr. Kreß **21**, 692, 1913; Wendt **21**, 687, 1913.

2) Ist $n+1$ bestimmt, so läßt sich auch die maximale Stromamplitude i_c berechnen:

$$i_c = (n+1)\, i_m, \text{ oder } = \left|\frac{i_e}{i_m}\right|^2 i_m.$$

gie E_K) wird gemessen, um die Forderung 2 zu prüfen. Verhältnis der Kurvenbreiten:

$$\frac{\text{Breite } i_C}{\text{Breite } i_A} = \text{ca. } {}^1/_6.$$

Verhältnis der Röntgenstrahlenenergien:

filtrierte Strahlen

$$\frac{E_R(C)}{E_R(A)} = 6{,}2,$$

unfiltrierte Strahlen

$$\frac{E_R'(C)}{E_R'(A)} = 4{,}2.$$

Verhältnis der Erwärmungen:

$$\frac{E_K(C)}{E_K(A)} = 1{,}9.$$

Die Forderung 2 wird bestätigt. Der günstigere Apparat ergibt, bei derselben Belastung, eine größere Erwärmung der Antikathode. Das Verhältnis der Energien E_K ist 1,9, das Quadrat dieser Zahl (3,6) sollte das Verhältnis der Röntgenstrahlenenergien ergeben.

Mit guter Übereinstimmung damit wird dieses Verhältnis elektroskopisch zu 4,2 bestimmt.

Die Versuche 1, 2 und 3 sind oft mit denselben, nur innerhalb der Fehlergrenzen schwankenden Resultaten wiederholt worden.

Versuch 4. Die Apparate A und C (s. Versuch 3) werden so eingestellt, daß bei beiden angenähert dieselbe Erwärmung E_K beobachtet wird.

$$E_K(A) = 7{,}6 \text{ kal/Sek.}$$
$$E_K(C) = 9{,}4 \quad \text{„} \quad .$$

Belastung bei (A) 2 Milliampère,
„ „ (C) 1,2 „ .

Verhältnis der Röntgenstrahlenenergien:

filtrierte Strahlen

$$\frac{E_R(C)}{E_R(A)} = 3{,}1,$$

unfiltrierte Strahlen

$$\frac{E_R'(C)}{E_R'(A)} = 2{,}1.$$

Auch hier ist, wie im Versuch 3, der Apparat C im Vergleich zu A etwa zweimal besser, wenn man unfiltrierte Strahlen berücksichtigt, und dreimal, wenn schwach filtrierte Strahlen gemessen werden.

Die Forderung 2 und die Versuche 3 und 4 ergeben eine einfache Methode zur Prüfung der Röntgenapparate. Zur Prüfung genügt eine passende Röhre, ein geeigneter, am besten elektrolytischer Stromzeiger[1]) und ein Thermometer.

Versuch 5. Der Induktor C wird mit einem anderen Induktor D unter ganz gleichen Bedingungen verglichen (derselbe Unterbrecher, dieselbe Schlagzahl, Röhre usw.). Die sekundäre Belastung bei beiden Apparaten 1,6 Milliampère. Die Forderungen 1, 1a und 2 werden bestätigt gefunden. Beim Induktor D ist das Verhältnis $\frac{i_e}{i_m}$ kleiner (die Strombreite größer), die Erwärmung der Antikathode geringer (1,4 mal), die Ausbeute an unfiltrierten Röntgenstrahlen 2,5 mal kleiner.

Zusammenfassung.

In der vorliegenden Mitteilung wird der Versuch gemacht, die für den Dauerbetrieb der Röntgenröhren günstigste Entladungsform einer Stromquelle näher zu kennzeichnen. Es werden zwei Forderungen abgeleitet, welchen die Stromquelle genügen muß. Diese Forderungen werden experimentell geprüft und bestätigt.

1) Bei Deprez-Instrumenten muß kontrolliert werden, ob sie den Mittelwert und nicht (wie es bei großen Frequenzen und Strombreiten vorkommt) den Scheitelwert des Stromes anzeigen. Die verkehrten (Schließungs-)Impulse müssen vermieden werden.

(Eingegangen 9. Oktober 1915.)

Das Bohrsche Atommodell und die Maxwellschen Gleichungen.

Von C. W. Oseen.

1. Daß die Maxwellschen Gleichungen im Innern eines Atoms keine Gültigkeit haben, darüber scheint man nun allgemein einig zu sein. Dagegen scheint man ihre Gültigkeit außerhalb des Atoms immer noch anerkennen zu wollen. Daß der Spielraum für die Hypothesenbildung dabei weit beschränkter ist, als man im ersten Moment glauben sollte, habe ich früher nachgewiesen. Ich konnte nämlich beweisen, daß die Annahme, ein Resonator könne Energie absorbieren ohne zugleich Energie zu emittieren, gleichbedeutend ist mit der Annahme, die Maxwellschen Gleichungen seien im ganzen Raum ungültig — die Wörter Absorption und Emission hier in der gewöhnlichen Bedeutung genommen und die Emission nach dem Poyntingschen Satze berechnet. In diesem Aufsatz untersuche ich in analoger Weise, ob das Bohrsche Atommodell mit der Annahme vereinbar ist, daß die Maxwellschen Gleichungen außerhalb eines Atoms gültig seien.

Ich leite zunächst Formeln ab, die es möglich machen die Werte für $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{H}$ in einem beliebigen Punkte außerhalb einer geschlossenen Fläche zu berechnen, wenn man annimmt, daß außerhalb dieser Fläche die Maxwellschen Glei-

chungen für das Vakuum gelten und wenn die Werte für $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{H}$ auf dieser Fläche bekannt sind. Die Anwendung dieser Formeln auf das Bohrsche Atommodell führt zu folgendem Resultat: die Annahmen, die Bohr seiner Theorie zugrunde legt, sind unvereinbar mit der Hypothese, daß die Maxwellschen Gleichungen für das Vakuum außerhalb einer Kugel, die ein Wasserstoffmolekül umgibt, und einen Radius von der Größenordnung 10^{-4} cm hat, gültig sind. Ich führe Gründe an, die es meiner Meinung nach notwendig machen die Maxwellschen Gleichungen unter diesen Umständen auch für den leeren Raum aufzugeben, wenn man das Bohrsche Atommodell akzeptieren will.

Ich unterwerfe ferner die Debye-Sommerfeldsche[1]) Theorie für die Dispersion des Lichtes einer Kritik. Ich weise nach, daß für diese Theorie die Hauptaufgabe noch zu lösen ist, nämlich zu beweisen, daß die Fortpflanzung des Lichtes in einem Gase von einer Differentialgleichung des bekannten Typus beherrscht wird, und daß die Verhältnisse an den Oberflächen den bekannten, von der Erfahrung bestätigten Gesetzen gehorchen.

Die Absicht dieses Aufsatzes ist, wie aus dem Obigen hervorgeht, rein logischer Art. Er will keine Streitschrift gegen die Bohrsche Theorie sein. Nur einen Standpunkt will er bekämpfen, denjenigen, der sich auf Voraussetzungen stützt, die sich gegenseitig widersprechen.

2. Wir nehmen an, daß außerhalb einer geschlossenen Fläche F die Maxwell-Lorentzschen Gleichungen für das Vakuum gelten. Wir stellen uns die Aufgabe unter dieser Voraussetzung das elektromagnetische Feld zu berechnen, das sich von der Fläche F aus ausbreitet, wenn auf dieser Fläche $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{H}$ bestimmte Werte haben.

Außerhalb von F gelten nach unseren Annahmen die Gleichungen:

$$\text{rot}\,\boldsymbol{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}, \quad \text{rot}\,\boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, \qquad \text{(I)}$$
$$\text{div}\,\boldsymbol{E} = 0, \quad \text{div}\,\boldsymbol{H} = 0.$$

Wir setzen:

$$\boldsymbol{E}' = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{A}'}{\partial t} - \text{grad}\,\varphi', \quad \boldsymbol{H} = \text{rot}\,\boldsymbol{A}',$$

wo für $t < \tau - \frac{r}{c}$:

$$\boldsymbol{A}' = \frac{\boldsymbol{a}}{r}\left(\tau - t - \frac{r}{c}\right)^2$$

und:

$$\varphi' = \frac{1}{3}(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{r})\frac{c}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left\{\frac{1}{r}\left(\tau - t - \frac{r}{c}\right)^3\right\},$$

während für $t > \tau - \frac{r}{c}$: $\boldsymbol{A}' = \varphi' = 0$ ist. $-\boldsymbol{r}$ ist hier der Vektor $P_0 \to P$. P_0 ist ein fester Punkt im Raume, der im Momente τ außerhalb von F liegt. $\boldsymbol{a}$ ist ein beliebiger Vektor. — Außerhalb einer Kugel $r = r_0$, wo r_0 beliebig klein ist, sind $\boldsymbol{E}'$ und $\boldsymbol{H}'$ stetige und stetig differenzierbare Vektorfunktionen von P und t und genügen dem System (I). Außerhalb der beiden Flächen $r = r_0$ und F haben wir also:

$$\boldsymbol{E}' \times \text{rot}\,\boldsymbol{H} - \boldsymbol{H} \times \text{rot}\,\boldsymbol{E}' + \boldsymbol{E} \times \text{rot}\,\boldsymbol{H}'$$
$$-\boldsymbol{H}' \times \text{rot}\,\boldsymbol{E} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{E}' + \boldsymbol{H} \times \boldsymbol{H}')$$

oder:

$$\text{div}(\boldsymbol{H} \wedge \boldsymbol{E}' - \boldsymbol{E} \wedge \boldsymbol{H}') =$$
$$= \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{E}' + \boldsymbol{H} \times \boldsymbol{H}').$$

Wir wollen diese Gleichung über den ganzen Raum Ω, außerhalb der beiden Flächen $r = r_0$ und F und zwischen den Grenzen $t = t_0$ und $t = \tau - \frac{r_0}{c}$ $\left(t_0 < \tau - \frac{r_0}{c}\right)$ integrieren. Wir haben:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_\Omega (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{E}' + \boldsymbol{H} \times \boldsymbol{H}')\,d\omega =$$
$$= \int_\Omega \frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{E}' + \boldsymbol{H} \times \boldsymbol{H}')\,d\omega -$$
$$-\int_F (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{E}' + \boldsymbol{H} \times \boldsymbol{H}') \cdot \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{n}\,dS,$$

wenn $\boldsymbol{v}$ die Geschwindigkeit des Flächenelementes dS und $\boldsymbol{n}$ ein nach außen gezogener, zu dS senkrecht stehender Einheitsvektor ist. Wir bekommen also:

$$\frac{1}{c}\Big[\int_\Omega (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{E}' + \boldsymbol{H} \times \boldsymbol{H}')\,d\omega\Big]_{t=t_0}^{t=\tau-\frac{r_0}{c}} +$$
$$+\frac{1}{c}\int_{t_0}^{\tau-\frac{r_0}{c}} dt \int_F (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{E}' + \boldsymbol{H} \times \boldsymbol{H}') \cdot \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{n} \cdot dS +$$
$$+\int_{t_0}^{\tau-\frac{r_0}{c}} dt \int_{r=r_0} (\boldsymbol{H} \wedge \boldsymbol{E}' - \boldsymbol{E} \wedge \boldsymbol{H}') \times \boldsymbol{n}\,dS +$$

---

1) A. Sommerfeld, Die allgemeine Dispersionsformel nach dem Bohrschen Modell, Elster- und Geitel-Festschrift 1915. Herrn Debyes Arbeit war mir nicht zugänglich.

$$+\int_{t_0}^{\tau-\frac{r_0}{c}} dt \int_F (H \wedge E' - E \wedge H') \times n\, dS = 0.$$

Folglich:

$$\int_{t_0}^{\tau-\frac{r_0}{c}} dt \int_{r=r_0} (H \wedge E' - E \wedge H') \times n\, dS =$$

$$= \frac{1}{c}\int_{\Omega(t_0)} (E \times E' + H \times H')_{t_0}\, d\omega -$$

$$-\int_{t_0}^{\tau-\frac{r_0}{c}} dt \int_F (A \times E' + B \times H')\, dS,$$

wenn:

$$A = -H \wedge n + \frac{1}{c} v \times n \cdot E =$$

$$= \frac{1}{c} E \times n \cdot v - (H - \frac{1}{c} v \wedge E) \wedge n,$$

$$B = E \wedge n + \frac{1}{c} v \times n \cdot H =$$

$$= \frac{1}{c} H \times n \cdot v + (E + \frac{1}{c} v \wedge H) \wedge n.$$

Wir wollen in unserer Gleichung den Grenzübergang $r_0 = 0$ ausführen. Wir haben:

$$E' = \left\{\frac{c}{3r^3}\left(\tau - t - \frac{r}{c}\right)^3 + \frac{1}{r^2}\left(\tau - t - \frac{r}{c}\right)^2\right\}$$

$$\left\{a - 3(a \times r)\frac{r}{r^2}\right\} + \frac{2}{cr}\left(\tau - t - \frac{r}{c}\right)$$

$$\left\{a - (a \times r)\frac{r}{r^2}\right\},$$

$$H' = \left\{\frac{1}{r^3}\left(\tau - t - \frac{r}{c}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{cr^2}\left(\tau - t - \frac{r}{c}\right)\right\}(a \wedge r).$$

Folglich;

$$E \wedge H' = \{E \times r \cdot a - E \times a \cdot r\}$$

$$\left\{\frac{1}{r^3}\left(\tau - t - \frac{r}{c}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\tau - t - \frac{r}{c}\right)\right\}.$$

Wir haben, wenn r_0 sehr klein ist:

$$\frac{1}{r_0^3}\int_{r=r_0} E \times r \cdot a \times n \cdot dS = \frac{4\pi}{3}(E \times a)_{P_0},$$

$$\frac{1}{r_0^3}\int_{r=r_0} E \times a \cdot r \times n \cdot dS = 4\pi(E \times a)_{P_0}.$$

Also:

$$\lim_{r_0=0}\int_{r=r_0} E \wedge H' \times n \cdot dS =$$

$$= -\frac{8\pi}{3}(E \times a)_{P_0}(\tau - t)^2.$$

Man hat ebenso:

$$\lim_{r_0=0}\frac{1}{r_0^3}\int_{r=r_0} H \wedge a \times n \cdot dS =$$

$$= \lim_{r_0=0}\frac{1}{r_0^3} a \times \int_{r=r_0} n \wedge H \cdot dS = \frac{4\pi}{3}(\mathrm{rot}\, H \times a)_{P_0},$$

während:

$$\lim_{r_0=0}\frac{1}{r_0^5}\int_{r=r_0} a \times r \cdot H \wedge r \times n \cdot dS$$

ersichtlich den Wert Null hat, weil $r \wedge n = 0$. Der Grenzübergang ergibt also links:

$$\frac{8\pi}{3}\int_{t_0}^{\tau} (E \times a)_{P_0, t}(\tau - t)^2\, dt +$$

$$+ \frac{4\pi c}{9}\int_{t_0}^{\tau} (\mathrm{rot}\, H \times a)_{P_0, t}(\tau - t)^3\, dt.$$

Das letzte Glied können wir auch:

$$\frac{4\pi}{9}\int_{t_0}^{\tau}\left(\frac{\partial E}{\partial t} \times a\right)_{P_0, t}(\tau - t)^3\, dt =$$

$$= -\frac{4\pi}{9}(E \times a)_{P_0, t_0}(\tau - t_0)^3 +$$

$$+ \frac{4\pi}{3}\int_{t_0}^{\tau} (E \times a)_{P_0, t}(\tau - t)^2\, dt$$

schreiben. Wir bekommen also:

$$4\pi\int_{t_0}^{\tau} (E \times a)_{P_0, t}(\tau - t)^2\, dt =$$

$$= \frac{4\pi}{9}(E \times a)_{P_0, t_0}(\tau - t_0)^3 +$$

$$+ \lim_{r_0=0}\frac{1}{c}\int_{\Omega(t_0)} (E \times E' + H \times H')_{t_0}\, d\omega -$$

$$-\int_{t_0}^{\tau} dt \int_F (A \times E' + B \times H')\, dS.$$

Wir hatten:

$$E' = -\frac{1}{c}\frac{\partial A'}{\partial t} - \mathrm{grad}\, \varphi'.$$

Wir betrachten:

$$\lim_{r_0=0}\frac{1}{c}\int_{\Omega(t_0)} E \times \mathrm{grad}\, \varphi' \cdot d\omega =$$

$$= -\frac{1}{c}\lim_{r_0=0}\int_{r=r_0} \varphi' \cdot E \times n \cdot dS -$$

$$-\frac{1}{c}\int\limits_F \varphi'\cdot \boldsymbol{E}\times \boldsymbol{n}\cdot dS.$$

Wenn r klein ist, so haben wir annähernd:

$$\varphi' = -\frac{c}{3r^3}\cdot \boldsymbol{a}\times \boldsymbol{r}\cdot(\tau - t)^3.$$

Wir bekommen also:

$$-\frac{1}{c}\lim_{r_0=0}\int\limits_{r=r_0}\varphi'\cdot \boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\cdot dS =$$

$$= \lim_{r_0=0}\frac{(\tau-t)^3}{3r_0^2}\int\limits_{r=r_0}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{n}\cdot dS =$$

$$\frac{4\pi}{9}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{a}\cdot(\tau-t)^3.$$

Wir haben also:

$$4\pi\int\limits_{t_0}^{\tau}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{a})_{P_0,\tau}(\tau-t)^2 dt =$$

$$= \frac{1}{c}\int\limits_{F,t_0}\varphi'(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n})\,ds +$$

$$+\frac{1}{c}\int\limits_{\Omega(t_0)}\left(\boldsymbol{H}\times \operatorname{rot}\boldsymbol{A}' - \frac{1}{c}\boldsymbol{E}\times\frac{\partial \boldsymbol{A}'}{\partial t}\right)_{t=t_0} d\omega -$$

$$-\int\limits_{t_0}^{\tau}dt\int\limits_F(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{E}' + \boldsymbol{B}\times\boldsymbol{H}')\,dS.$$

Wir differenzieren diese Gleichung dreimal in bezug auf τ. Links erhalten wir:

$$8\pi(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{a})_{P_0,\tau}.$$

Rechts ergibt das erste Glied:

$$-2\int\limits_{F,t_0}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{r}\frac{dS}{r^3};$$

das zweite:

$$\frac{2}{c}\frac{d}{d\tau}\int\limits_{r=c(\tau-t_0)}\left(\boldsymbol{E}-\frac{1}{r}\boldsymbol{H}\wedge\boldsymbol{r}\right)\times\boldsymbol{a}\frac{dS}{r} -$$

$$-2\int\limits_{r=c(\tau-t_0)}\boldsymbol{H}\wedge\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{a}\frac{dS}{r^3}$$

und das dritte:

$$-2c\iint\limits_{t_0<t<\bar t}\left\{\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{a}-\frac{3}{r^2}\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{r}\right\}\frac{dS\,dt}{r^3} -$$

$$-2\frac{d}{d\tau}\iint\limits_{t_0<t<\bar t}\left\{\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{a}-\frac{3}{r^2}\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{r} -\right.$$

$$\left.-\frac{1}{r}\boldsymbol{B}\wedge\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{a}\right\}\frac{dS\,dt}{r^2} - \frac{2}{c}\frac{d^2}{d\tau^2}\iint\limits_{t_0<t<\bar t}\left\{\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{a} -\right.$$

$$\left.-\frac{1}{r^2}\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{r} - \frac{1}{r}\boldsymbol{B}\wedge\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{a}\right\}\frac{dS\,dt}{r}.$$

Unter $\bar t$ verstehen wir hier denjenigen t-Wert, der für ein bestimmtes Flächenelement dS der Bedingung:

$$\tau - \bar t = \frac{1}{c}r(P_0, dS, \bar t)$$

genügt. Wir haben also:

$$d\tau = d\bar t\left(1 + \frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)_{\bar t}$$

oder:

$$\frac{d\bar t}{d\tau} = \frac{1}{\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)_{\bar t}}.$$

Aus dem Ausdruck für $(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{a})_{P_0,\tau}$, den wir auf diese Weise erhalten, können wir leicht den Wert von $\boldsymbol{E}(P_0,\tau)$ ablesen. Wir bekommen:

$$\boldsymbol{E}(P_0,\tau) = -\frac{1}{4\pi}\int\limits_{F(t_0)}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\cdot\frac{\boldsymbol{r}\,dS}{r^3} +$$

$$+\frac{1}{4\pi c}\frac{d}{d\tau}\int\limits_{r=c(\tau-t_0)}\left(\boldsymbol{E}-\frac{1}{r}\boldsymbol{H}\wedge\boldsymbol{r}\right)\frac{dS}{r} -$$

$$-\frac{1}{4\pi}\int\limits_{r=c(\tau-t_0)}\boldsymbol{H}\wedge\boldsymbol{r}\cdot\frac{dS}{r^3} -$$

$$-\frac{c}{4\pi}\iint\limits_{t_0<t<\bar t}\left\{\boldsymbol{A}-\frac{3}{r^2}\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r}\right\}\frac{dS\,dt}{r^3} -$$

$$-\frac{1}{4\pi}\int\left[\left\{\boldsymbol{A}-\frac{3}{r^2}\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r} -\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{r}\boldsymbol{B}\wedge\boldsymbol{r}\right\}\frac{dS}{r^2\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar t} -$$

$$-\frac{1}{4\pi c}\frac{d}{d\tau}\int\left[\left\{\boldsymbol{A}-\frac{1}{r^2}\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r} -\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{r}\boldsymbol{B}\wedge\boldsymbol{r}\right\}\frac{dS}{r\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar t}.$$

Man findet in derselben Weise:

$$\boldsymbol{H}(P_0,\tau) = -\frac{1}{4\pi}\int\limits_{F(t_0)}\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{n}\cdot\frac{\boldsymbol{r}\,dS}{r^3} +$$

$$+\frac{1}{4\pi c}\frac{d}{d\tau}\int\limits_{r=c(t-t_0)}\left(\boldsymbol{H}+\frac{1}{r}\boldsymbol{E}\wedge\boldsymbol{r}\right)\frac{dS}{r} +$$

$$+\frac{1}{4\pi}\int\limits_{r=c(\tau-t_0)}\boldsymbol{E}\wedge\boldsymbol{r}\frac{dS}{r^3} -$$

$$-\frac{c}{4\pi}\iint\limits_{t_0<t<\bar t}\left\{\boldsymbol{B}-\frac{3}{r^2}\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r}\right\}\frac{dS\,dt}{r^3} -$$

$$-\frac{1}{4\pi}\int\left[\left\{\boldsymbol{B}-\frac{3}{r^2}\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r}+\frac{1}{r}\boldsymbol{A}\wedge\boldsymbol{r}\right\}\frac{dS}{r^2\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar t}-$$

$$-\frac{1}{4\pi c}\frac{d}{d\tau}\int\left[\left\{\boldsymbol{B}-\frac{1}{r^2}\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r}+\frac{1}{r}\boldsymbol{A}\wedge\boldsymbol{r}\right\}\frac{dS}{r\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar t}.$$

3. Wir wollen jetzt die Lorentzsche Annahme einführen, wonach keine Energiezufuhr vom unendlich Fernen stattfindet. Wir wollen etwa annehmen, daß für $t < T$ im ganzen Raume ein elektrostatisches Feld herrscht, das von im Endlichen gelegenen Massen herrührt. Unter diesen Umständen bleiben für jedes t die Vektoren:

$$r^2\boldsymbol{E} \text{ und } r^2\boldsymbol{H}$$

bei wachsendem r unterhalb einer endlichen Grenze, und wir haben:

$$\lim_{t_0=-\infty}\int\left(\boldsymbol{E}-\frac{1}{r}\boldsymbol{H}\wedge\boldsymbol{r}\right)\frac{dS}{r}=0 \text{ usw.}$$

$\bar t_{\min}$ sei der kleinste $\bar t$-Wert, der, bei festgehaltenen P_0 und τ, einem Flächenelemente dS zukommt. t_1 sei ein beliebiger t-Wert, der den Bedingungen: $t_0 < t_1 < \bar t_{\min}$ genügt. Ich behaupte, daß dann:

$$\int\limits_{F(t_0)}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\cdot\frac{\boldsymbol{r}\,dS}{r^3}+c\int\limits_{t_0}^{t_1}dt\int\limits_{F(t)}\left\{\boldsymbol{A}-\frac{3}{r^2}\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r}\right\}\frac{dS}{r^3}=$$
$$=\int\limits_{F(t_1)}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\cdot\frac{\boldsymbol{r}\,dS}{r^3}.$$

Wir können das linke Glied dieser Gleichung auch folgendermaßen schreiben:

$$\operatorname{grad}_{P_0}\int\limits_{F(t_0)}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\cdot\frac{dS}{r}-c\operatorname{grad}_{P_0}\operatorname{div}_{P_0}\int\limits_{t_0}^{t_1}dt\int\frac{\boldsymbol{A}\,dS}{r}.$$

Wir hatten:

$$\boldsymbol{A}=-\boldsymbol{H}\wedge\boldsymbol{n}+\frac{1}{c}\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{E}.$$

Wir betrachten das Integral:

$$\int\limits_{F}\boldsymbol{H}\wedge\frac{\boldsymbol{n}\,dS}{r}=\int\operatorname{rot}_P\frac{\boldsymbol{H}}{r}\,d\omega,$$

wo die Integration rechts sich über den ganzen Raum außerhalb von F erstreckt. Wir haben:

$$\operatorname{rot}_P\frac{\boldsymbol{H}}{r}=\frac{\operatorname{rot}\boldsymbol{H}}{r}+\boldsymbol{H}\wedge\operatorname{grad}_{P_0}\frac{1}{r}$$

und folglich, wie man leicht sieht:

$$\operatorname{div}_{P_0}\int\limits_{t_0}^{t_1}dt\int\frac{\boldsymbol{H}\wedge\boldsymbol{n}\,dS}{r}=\frac{1}{c}\operatorname{div}_{P_0}\int\limits_{t_0}^{t_1}dt\int\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}\,d\omega.$$

Also:

$$-\operatorname{div}_{P_0}\int\limits_{t_0}^{t_1}dt\int\frac{\boldsymbol{A}\,dS}{r}=$$
$$=\frac{1}{c}\operatorname{div}_{P_0}\int\limits_{t_0}^{t_1}dt\left\{\int\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}\frac{d\omega}{r}-\int\limits_{F(\cdot)}\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{E}\cdot\frac{dS}{r}\right\}=$$
$$=\frac{1}{c}\operatorname{div}_{P_0}\int\limits_{t_0}^{t_1}\frac{d}{dt}\int\boldsymbol{E}\frac{d\omega}{r}=$$
$$=\frac{1}{c}\operatorname{div}_{P_0}\left\{\int\limits_{F(t_1)}\boldsymbol{E}\frac{d\omega}{r}-\int\limits_{F(t_0)}\boldsymbol{E}\frac{d\omega}{r}\right\}=$$
$$=\frac{1}{c}\int\limits_{F(t_1)}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\frac{dS}{r}-\frac{1}{c}\int\limits_{F(t_0)}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\cdot\frac{dS}{r}.$$

Also schließlich:

$$\operatorname{grad}_{P_0}\int\limits_{F(t_0)}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\frac{dS}{r}-c\operatorname{grad}_{P_0}\operatorname{div}_{P_0}\int\limits_{t_0}^{t_1}dt\int\frac{\boldsymbol{A}\,dS}{r}=$$
$$=\operatorname{grad}_{P_0}\int\limits_{F(t_1)}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\cdot\frac{dS}{r}.$$

Man hat natürlich ebenso:

$$\operatorname{grad}_{P_0}\int\limits_{F(t_0)}\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{n}\frac{dS}{r}-c\operatorname{grad}_{P_0}\operatorname{div}_{P_0}\int\limits_{t_0}^{t_1}dt\int\frac{\boldsymbol{B}\,dS}{r}=$$
$$=\operatorname{grad}_{P_0}\int\limits_{F(t_1)}\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{n}\cdot\frac{dS}{r}$$

Wir können unseren Gleichungen für $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{H}$ also auch die folgende Form geben:

$$\boldsymbol{E}(P_0,\tau)=-\frac{1}{4\pi}\int\limits_{F(\bar t_{\min})}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{n}\cdot\frac{\boldsymbol{r}\,dS}{r^3}-$$
$$-\frac{c}{4\pi}\int\limits_{\bar t_{\min}<t<\bar t}\int\left\{\boldsymbol{A}-\frac{3}{r^2}\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r}\right\}\frac{dS\,dt}{r^3}-$$
$$-\frac{1}{4\pi}\int\left[\left\{\boldsymbol{A}-\frac{3}{r^2}\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r}-\frac{1}{r}\boldsymbol{B}\wedge\boldsymbol{r}\right\}\frac{dS}{r^2\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar t}- \qquad \text{(II)}$$
$$-\frac{1}{4\pi c}\frac{d}{d\tau}\int\left[\left\{\boldsymbol{A}-\frac{1}{r^2}\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r}-\frac{1}{r}\boldsymbol{B}\wedge\boldsymbol{r}\right\}\frac{dS}{r\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar t},$$

$$H(P_0,\tau) = -\frac{1}{4\pi}\int\limits_{F(\bar{t}_{\min})} H \times n \cdot \frac{r\,dS}{r^3} -$$

$$-\frac{c}{4\pi}\iint\limits_{\bar{t}_{\min}<t<\bar{t}}\left\{B - \frac{3}{r^2}B\times r\cdot r\right\}\frac{dS\,dt}{r^3} -$$

$$-\frac{1}{4\pi}\int\left[\left\{B - \frac{3}{r^2}B\times r\cdot r + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{r}A\wedge r\right\}\frac{dS}{r^2\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar{t}} - \quad \text{(III)}$$

$$-\frac{1}{4\pi c}\frac{d}{d\tau}\int\left[\left\{B - \frac{1}{r^2}B\times r\cdot r + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{r}A\wedge r\right\}\frac{dS}{r\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar{t}}.$$

Wenn man in diesen Gleichungen rechts für E und H bestimmte Vektorfunktionen einsetzt, so genügen die so bestimmten Vektorfunktionen $E(P_0,\tau)$, $H(P_0,\tau)$ den Maxwellschen Gleichungen. Dagegen nehmen sie im allgemeinen auf der Fläche F nicht die dort angenommenen Werte an.

4. P_1 sei ein beliebiger Punkt innerhalb von F. Wir nehmen in diesem Paragraphen an, daß man in den obigen Formeln für solche Punkte P_0, deren Entfernungen von F im Verhältnis zu den Abmessungen dieser Fläche groß sind, ohne merklichen Fehler $\bar{t}$ mit $\bar{t}_{P_1}$ ersetzen kann, wo $\bar{t}_{P_1}$ der durch die Beziehung:

$$\bar{t}_{P_1} = \tau - \frac{1}{c}r(P, P_1, \bar{t}_{P_1})$$

gekennzeichnete t-Wert ist. Wenn d der größte Durchmesser der Fläche F ist, so nehmen wir also an, daß die Abänderungen, die $\mathfrak{r}$, r, E und H in einem Punkte der Fläche F während der Zeit $\frac{d}{c}$ erleiden, vernachlässigt werden können. Überdies nehmen wir an, daß man das zweite Glied in dem Ausdruck für $E(P_0,\tau)$ und ebenso das zweite Glied in dem Ausdruck für $H(P_0,\tau)$ vernachlässigen kann. Endlich nehmen wir an, daß v annähernd denselben Wert für alle dS hat. — Wir setzen:

$$\int\limits_{F(\bar{t}_{P_1})} A\,dS = a,\quad \int\limits_{F(\bar{t}_{P_1})} B\,dS = b,\quad \int\limits_{F(\bar{t}_{P_1})} E\times n\,dS = e,$$

$$\int\limits_{F(\bar{t}_{P_1})} H\times n\cdot dS = 0$$

und erhalten dann annähernd:

$$E(P_0,\tau) = -\frac{e}{4\pi}\left[\frac{r}{r^3}\right]_{\bar{t}_{P_1}} - \frac{1}{4\pi}\left[\left\{a - \right.\right.$$

$$\left.\left. -\frac{3}{r^2}a\times r\cdot r - \frac{1}{r}b\wedge r\right\}\frac{1}{r^2\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar{t}_{P_1}} - \quad \text{(IV)}$$

$$-\frac{1}{4\pi c}\frac{d}{d\tau}\left[\left\{a - \frac{1}{r^2}a\times r\cdot r - \right.\right.$$

$$\left.\left. -\frac{1}{r}b\wedge r\right\}\frac{1}{r\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar{t}_{P_1}},$$

$$H(P_0,\tau) = -\frac{1}{4\pi}\left[\left\{b - \frac{3}{r^2}b\times r\cdot r + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{r}a\wedge r\right\}\frac{1}{r^2\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar{t}_{P_1}} - \quad \text{(V)}$$

$$-\frac{1}{4\pi c}\frac{d}{d\tau}\left[\left\{b - \frac{1}{r^2}b\times r\cdot r + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{r}a\wedge r\right\}\frac{1}{r\left(1+\frac{1}{c}\frac{\partial r}{\partial t}\right)}\right]_{\bar{t}_{P_1}}.$$

Wenn man in diesen Formeln $a = \frac{e}{c}\mathfrak{r}$, $b = 0$ setzt, so gehen sie in die gewöhnlichen Liénard-Wiechertschen Formeln über. Betreffs der Wirkung eines Elektrons nach außen sind also die Annahmen, die die gewöhnliche Elektronentheorie außer den hier eingeführten macht, damit gleichbedeutend, daß für eine das Elektron umschließende und begleitende Fläche F die Integrale:

$$\int\limits_{F(\bar{t}_{P_1})}\left(H - \frac{1}{c}v\wedge E\right)dS,\quad \int\limits_{F(\bar{t}_{P_1})}\left(E + \frac{1}{c}v\wedge H\right)dS$$

verschwinden sollen.

Für die Energieausstrahlung, die von der Fläche F aus stattfindet, sind die Vektoren:

$$\frac{d}{d\tau}\left[(a - a\times l\cdot l - b\wedge l)\frac{1}{1+\frac{1}{c}(\mathfrak{r}\times l)}\right]_{\bar{t}_{P_1}}$$

maßgebend. l ist hier ein beliebiger Einheitsvektor. Die Bedingung dafür, daß keine Energieausstrahlung stattfinden soll, ist, daß diese Vektoren, bei beliebigem l, verschwinden.

Wir betrachten unsere Fläche F in einem beliebigen Momente t. Durch eine Lorentz-Transformation können wir bewirken, daß die Geschwindigkeit v in diesem Momente ver-

schwindet, und daß die Beschleunigung $\boldsymbol{v}'$, von welcher wir annehmen wollen, daß sie nicht verschwindet, längs der x-Achse fällt. Die Bedingung für das Verschwinden der Ausstrahlung läßt sich unter diesen Umständen folgendermaßen schreiben:

$$\boldsymbol{l} \wedge (\boldsymbol{l} \wedge \boldsymbol{a}') + \boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{l} - \boldsymbol{l} \wedge \left(\boldsymbol{l} \wedge \frac{1}{c}(\boldsymbol{v}' \times \boldsymbol{l})\,\boldsymbol{a}\right) - \\ - \frac{1}{c}\boldsymbol{v}' \times \boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{l} = 0$$

bei beliebigem $\boldsymbol{l}$. Diese Bedingung kann nur dann erfüllt sein, wenn jede Komponente unseres Ausdruckes den Faktor $l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 - 1$ enthält. Dies kann wiederum nur dann der Fall sein, wenn die Glieder dritten Grades in l_x, l_y, l_z den Faktor $l_x^2 + l_y^2 + l_z^2$ enthalten. Wir müssen also:

$$\boldsymbol{v}' \times \boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{l} = \varphi \boldsymbol{l} \times \boldsymbol{l}$$

haben, wo $v'_y = v'_z = 0$. Das ist nur dann möglich, wenn $\boldsymbol{a} = \varphi = 0$. Indem man die Glieder zweiten Grades in derselben Weise behandelt, findet man: $\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b}' = 0$. Wir sehen also, daß die Ausstrahlung von einer beschleunigten Fläche F dann und nur dann dauernd verschwindet, wenn in jedem Augenblick, auf ein mitbewegtes Koordinatensystem bezogen, die Vektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a}'$, $\boldsymbol{b}'$ den Wert Null haben.

Wenn die Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ konstant ist, so können wir stets $\boldsymbol{v} = 0$ annehmen. Als Bedingung dafür, daß keine Ausstrahlung stattfindet, ergibt sich zunächst, wenn die quasistationäre Berechnungsweise gestattet ist:

$$\left[\frac{d\boldsymbol{a}}{dt} - \frac{d\boldsymbol{a}}{dt} \times \boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{l} - \frac{d\boldsymbol{b}}{dt} \wedge \boldsymbol{l}\right]_{t_{P_1}} = 0$$

für jeden Einheitsvektor $\boldsymbol{l}$. Aus dieser Gleichung folgt, wenn wir $\boldsymbol{l}$ parallel $\frac{d\boldsymbol{a}}{dt}$ wählen:

$$\frac{d\boldsymbol{b}}{dt} \wedge \frac{d\boldsymbol{a}}{dt} = 0;$$

wenn dagegen:

$$\frac{d\boldsymbol{a}}{dt} \times \boldsymbol{l} = 0:$$

$$\frac{d\boldsymbol{a}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{b}}{dt} \wedge \boldsymbol{l}.$$

$\frac{d\boldsymbol{a}}{dt}$ muß also sowohl parallel mit $\frac{d\boldsymbol{b}}{dt}$ wie senkrecht zu diesem Vektor sein. Es folgt hieraus, daß:

$$\frac{d\boldsymbol{a}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{b}}{dt} = 0$$

und also:

$$\boldsymbol{a} = \text{Konst.},\ \boldsymbol{b} = \text{Konst.}$$

Wenn $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{H}$ auf F periodische Funktionen von t sind, so folgt ferner: $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} = 0$. Wir haben in der Tat oben bewiesen, daß:

$$\int_F (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{n})_{t_1} \frac{dS}{r} - \int (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{n})_{t_0} \frac{dS}{r} = \\ = -c \int_{t_0}^{t_1} \operatorname{div}_{P_0} \int \frac{\boldsymbol{A}\, dS}{r}\, dt,$$

wenn $t_0 < t_1 < \overline{t}_{\min}$. Rechts haben wir in dieser Gleichung annähernd:

$$-c\,(t_1 - t_0)\operatorname{div}_{P_0} \frac{\boldsymbol{a}}{r},$$

während wir links eine periodische Funktion von t_1 haben. Die Gleichung kann also nur dann bestehen, wenn (bis auf Größen von der Ordnung $\frac{1}{r^3}$):

$$\int_F (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{n})_{t_1} \frac{dS}{r} = \int_F (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{n})_{t_0} \frac{dS}{r}$$

und:

$$\boldsymbol{a} = 0.$$

Man zeigt in derselben Weise, daß $\boldsymbol{b} = 0$.

Wir haben in diesen Betrachtungen in keiner Weise von der Annahme Gebrauch gemacht, daß die zweiten Glieder rechts in den Ausdrücken für $\boldsymbol{E}(P_0, \tau)$ und $\boldsymbol{H}(P_0, \tau)$ klein sind. Unsere Resultate bleiben also bestehen, wenn man diese Annahme fallen läßt. Dagegen beruhen sie, wie unmittelbar ersichtlich ist, wesentlich auf der Annahme, daß eine quasi-stationäre Berechnungsweise erlaubt ist. Wir werden im nächsten Paragraphen sehen, welche Vorsicht in diesem Punkt geboten ist, zumal wenn $\boldsymbol{a}$ oder $\boldsymbol{b}$ verschwindet.

5. Gemäß der Bohrschen Theorie besteht ein Wasserstoffatom aus einer positiven Elementarladung, um welche sich ein Elektron in einer kreisförmigen Bahn bewegt. Es soll keine Energieausstrahlung stattfinden, wenn die Masse des Elektrons m, der Bahnradius R und die Winkelgeschwindigkeit w die Bedingung erfüllen

$$m R^2 w = \frac{hn}{2\pi},$$

wobei n eine beliebige ganze Zahl ist. Wendet man die gewöhnlichen dynamischen Gesetze an und nimmt man an, daß zwischen dem positiven Kern und dem Elektron die gewöhnliche elektrostatische Kraft wirkt, so erhält man weiter:

$$m R w^2 = \frac{e^2}{R^2},$$

wobei e die elektrostatisch gemessene Elementarladung ist. Daraus ergibt sich

$$R = \frac{h^2 n^2}{4\pi^2 e^2 m}.$$

Jeder Linie in der sog. ersten Nebenserie des Wasserstoffs entspricht ein gewisser ganzzahliger Wert $n \geq 3$. Die Werte für n, die auf diese Weise sozusagen experimentell bekannt sind, sind 3, 4 .... 31, wozu der für diese Serie grundlegende Wert $n = 2$ kommt.

Um den Mittelpunkt eines Wasserstoffatoms legen wir eine Kugel S mit dem Radius R_0. Wir nehmen an, daß die Maxwellschen Gleichungen für das Vakuum außerhalb und auf der Kugel S gültig sind. Unter dieser Voraussetzung wollen wir die davon ausgestrahlte Energie berechnen. Gemäß unsern allgemeinen Formeln haben wir für diesen Zweck nur das Integral zu berechnen:

$$\int\limits_S \{\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{l} - \boldsymbol{B} \wedge \boldsymbol{l}\}_{\bar{t}}\, dS,$$

wobei $\boldsymbol{l}$ ein beliebiger Einheitsvektor ist, oder auch der dem absoluten Betrage nach damit gleichgroße Vektor

$$\int\limits_S \{\boldsymbol{B} - \boldsymbol{B} \times \boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{l} + \boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{l}\}_{\bar{t}}\, dS.$$

Wir haben mit andern Worten die beiden Vektoren zu berechnen:

$$\int\limits_S \boldsymbol{A}_{\bar{t}}\, dS \quad \text{und} \quad \int\limits_S \boldsymbol{B}_{\bar{t}}\, dS.$$

Wir untersuchen zunächst, unter welchen Verhältnissen wir eine quasi-stationäre Berechnungsart anwenden können. Die Zeit, die eine Lichtwelle im Vakuum brauchen würde, um über die Kugel S zu passieren, ist $\frac{2R_0}{c}$. Während dieser Zeit bewegt sich das Elektron in einem Winkel $\frac{2R_0 w}{c}$ um den positiven Kern und führt dabei sein ganzes elektromagnetisches Feld mit sich. Die Veränderung, die z. B. $\boldsymbol{E}$ während dieser Zeit erleidet, ist dieselbe, die man erhält, wenn man sich in einem gewissen bestimmten Zeitmoment ein Stück von höchstens $\frac{2R_0^2 w}{c}$ auf S fortbewegt. Wenn wir mit Bohr annehmen, daß das Elektron die gewöhnliche elektrostatische Kraft ausübt, so können wir setzen:

$$\boldsymbol{E} = -e\frac{\boldsymbol{r}}{r^3},$$

wobei $\boldsymbol{r}$ der Vektor ist, der vom Elektron zu den betrachteten Punkten des Feldes geht. Man hat also:

$$|\boldsymbol{E}| = \frac{e}{r^2}.$$

Man ersieht leicht, daß die fragliche Änderung $\triangle \boldsymbol{E}$ die Ungleichung

$$|\triangle \boldsymbol{E}| < \frac{2\sqrt{6}R_0^2 we}{cr^3}$$

erfüllt, und also:

$$\frac{|\triangle \boldsymbol{E}|}{|E|} \leqq \frac{2\sqrt{6}R_0^2 w}{cr} \leqq \frac{2\sqrt{6}R_0^2 w}{c(R_0 - R)}.$$

Der Wert des letztgenannten Bruches ist, wenn $n = 30$ und $R_0 = 10^{-4}$ cm ungefähr $2 \cdot 10^{-2}$. Man sieht also, daß, sofern nicht das von $\boldsymbol{E}_{\bar{t}_1}$ selbst herrührende Glied in unserem Integral:

$$\int\limits_S \boldsymbol{B}_{\bar{t}}\, dS$$

verschwindet, für $n = 30$ eine quasi-stationäre Berechnungsart noch für $R_0 = 10^{-4}$ cm erlaubt ist. Zu einem ähnlichen Resultat kommt man betreffend $\boldsymbol{H}$, wenn man setzt:

$$\boldsymbol{H} = -\frac{e}{cr^3} \cdot \boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{r},$$

($\boldsymbol{v}$ = Geschwindigkeit des Elektrons).

Die elektrischen und magnetischen Kräfte, mit welchen Bohr in seinem Atommodell rechnet, sind gerade die obengenannte elektrostatische Kraft $\boldsymbol{E}$ und die dazugehörige magnetische Kraft $\boldsymbol{H}$.

Wir können nun leicht den Wert des Integrals

$$\int\limits_S \boldsymbol{A}_{\bar{t}}\, dS$$

berechnen. Eine quasi-stationäre Berechnungsweise ist unter den oben angegebenen Umständen erlaubt, und weiter können wir $\frac{R}{R_0}$ neben 1 vernachlässigen. Man erhält so

$$\frac{e}{c}\int (\boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{R}_0) \wedge \boldsymbol{n} \frac{dS}{R_0^3} = -\frac{8\pi e}{3c}\boldsymbol{v}.$$

Bei der Berechnung von

$$\int\limits_S \boldsymbol{B}_{\bar{t}}\, dS = \int\limits_S (\boldsymbol{E} \wedge \boldsymbol{n})_{\bar{t}}\, dS$$

trifft der Fall ein, daß das Glied, das wir erhalten, wenn t durch einen konstanten t-Wert ersetzt wird, verschwindet. Wir müssen also hier die Approximation einen Schritt weiter treiben. Wir setzen:

$$\bar{t} = \bar{t}_1 + \frac{\boldsymbol{R}_0 \times \boldsymbol{l}}{c}$$

und

$$\boldsymbol{E}_{\bar{t}} = \boldsymbol{E}_{\bar{t}_1} + \frac{\boldsymbol{R}_0 \times \boldsymbol{l}}{c}\left(\frac{\delta \boldsymbol{E}}{\delta t}\right)_{\bar{t}_1} =$$

$$= -\frac{c\boldsymbol{R}_0}{R_0^3} - \frac{c}{cR_0^3} \cdot \boldsymbol{R}_0 \times \boldsymbol{l}\left(\boldsymbol{v} - \frac{3}{R_0^2}\boldsymbol{R}_0 \times \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{R}_0\right),$$

indem wir wiederum $\frac{R}{R_0}$ neben 1 vernachlässigen und also setzen:

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{R}_0$$

für einen Punkt auf S. Wir erhalten daraus:

$$\int_S \boldsymbol{B}_i \, dS = -\frac{e}{c R_0^3} \int_S \boldsymbol{R}_0 \times \boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{n} \, dS =$$

$$= \frac{4\pi e}{3c} \cdot \boldsymbol{l} \wedge \boldsymbol{v}.$$

Man bekommt also:

$$\int_S \{\boldsymbol{A} - \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{l} - \boldsymbol{B} \wedge \boldsymbol{l}\}_i \, dS =$$

$$= 4\pi e \cdot \boldsymbol{l} \wedge \left(\boldsymbol{l} \wedge \frac{\boldsymbol{v}}{c}\right).$$

Die daraus berechnete Ausstrahlung ist genau dieselbe, wie die gewöhnliche aus den Liénard-Wiechertschen Formeln gewonnene, ein Resultat, das von vornherein zu erwarten war. — Wir haben also gefunden: Wenn man ein Bohrsches Wasserstoffatom mit einer solchen Kugel umgeben will, daß die Maxwellschen Gleichungen außerhalb desselben als gültig angesehen werden können, und wenn die Kräfte, die ein Elektron im Atom ausübt, sich auf die elektrostatische und die dazugehörige magnetische Kraft beschränken, so muß der Radius dieser Kugel größer als 10^{-4} cm sein. Sehen wir zunächst, welche Schlüsse gezogen werden können, wenn man annimmt, daß sich das in Wirklichkeit so verhält. In einer Wasserstoffatmosphäre hat ein Wasserstoffmolekül bei gewöhnlichem Druck und Temperatur einen Umkreis zur Verfügung, dessen Durchmesser im Durchschnitt von der Größenordnung 10^{-6} cm ist. Wenn die Maxwellschen Gleichungen für das Vakuum in einer Kugel mit dem Radius 10^{-4} um jedes Molekül ungültig sind, so findet sich überhaupt kein einziger Punkt im Raum, wo diese Gleichungen gültig sind. Dasselbe wird der Fall mit jedem Gas, jedem flüssigen oder festen Körper, dessen Atome nach Bohrs Schema gebaut sind. Die Lorentzsche Elektronentheorie, die sich auf der Annahme aufbaut, daß die Maxwellschen Gleichungen für das Vakuum in den Zwischenräumen zwischen allen Elektronen und positiven Kernen gelten, ist dann gerade in ihrem Prinzip unrichtig. Alle ihre Resultate müssen verworfen werden. Einen Grund, die Maxwellschen Gleichungen unter diesen Umständen als für das Vakuum gültig beizubehalten, kann ich nicht finden.

Wir müssen nun untersuchen, welche Möglichkeiten sich bieten, um diesem destruktiven Schlußsatz zu entgehen. Zunächst kann angemerkt werden, daß aus dem oben Angeführten durchaus nicht folgt, daß die Maxwellschen Gleichungen im ganzen Umkreis, der von der Sphäre S umschlossen wird, unrichtig sein müssen. — Diese Bemerkung wäre sehr wichtig, wenn man mit Herrn Gehrcke annehmen dürfte, die Maxwellschen Gleichungen seien nur in kleinen Gebieten um die strahlungsfreien Elektronbahnen ungültig. Aber das ist unmöglich. Kann eine Kugel um das Atom gelagert werden, die durchaus in dem Gebiete verläuft, in dem die Maxwellschen Gleichungen gültig sind, so kann unser Beweis angewendet werden. Man muß also annehmen, daß jede Kugel um das Atom, deren Radius kleiner ist als 10^{-4}, in das Gebiet einschneidet, in dem die Maxwellschen Gleichungen ungültig sind. Natürlich kann man sich dieses Gebiet in Gestalt einer dünnen Scheibe denken. Abgesehen von der Schwierigkeit, sich einen Kern mit dieser Aelotropie zu denken, so ist mit dieser Annahme wenig oder nichts gewonnen. Man hätte dann allerdings in einer Wasserstoffatmosphäre Stellen, in denen die Maxwellschen Gleichungen angewendet werden dürften. Aber diese wären umgeben von Gebieten, in denen sie ungültig wären. Die Lorentzsche Elektronentheorie wäre in ihrem Prinzip nichtsdestoweniger unrichtig.

Mehr verspricht eine andere Möglichkeit. Wir haben angenommen, daß die Kräfte, die das Elektron ausübt, sich beschränken auf die elektrostatische Kraft und die damit nach der Relativitätstheorie zusammengekoppelte magnetische Kraft. Nach den Liénard-Wiechertschen Formeln gehen von dem Elektron auch andere Kräfte aus. Freilich üben sie keinen Einfluß auf die Ausstrahlung aus, aber man kann sich denken, daß sie in Wirklichkeit gegen andere ausgetauscht werden müssen, die einen solchen Einfluß haben können. Es ist dabei zu beachten, daß diese Kräfte durchaus nicht nur von der Lage und Geschwindigkeit des Elektrons abhängig sein müssen; sie können auch von $\boldsymbol{v}'$, $\boldsymbol{v}''$ usw. abhängig sein, und das könnte die Erklärung sein dafür, daß sie sich nur bei stark gekrümmten Bahnen bemerkbar machen. Man könnte sich nun denken, daß die Forderung, daß keine Ausstrahlung stattfinden soll, die Quelle für eine Anzahl von Bedingungen für R und w ergeben würde, und daß diese nur von den von Bohr angenommenen Werten erfüllt würden. Wäre das möglich, so hätte man eine wie mir scheint vollkommen befriedigende Theorie erhalten. — Bei näherem Zusehen zeigen sich indessen große Schwierigkeiten. Die Forderung, daß keine Ausstrahlung statthaben soll, soll nicht nur für einen Radius R_0, sondern, innerhalb eines gewissen Gebietes, für alle Radien R_0 erfüllt sein. Daraus folgt, daß auch die Kräfte, die rücksichtlich der Ausstrahlung die von uns oben angenommenen

Kräfte kompensieren sollten, umgekehrt proportional mit dem Quadrat des Abstandes von den Elektronen abnehmen müssen. Sie müßten also einen merkbaren Einfluß auf das magnetische Feld nicht bloß in relativ großem Abstand von dem Elektron, das wir betrachteten, sondern auch in unmittelbarer Nähe des Elektrons ausüben. Nun hängt die Masse eines Elektrons wesentlich von dem Felde ab, das es um sich ausbreitet. Wenn ein Elektron in einem Atom von einem Feld von wesentlich anderer Struktur umgeben wäre, als ein Elektron in einem Kathodenstrahlenbündel, so würde seine Masse notwendig eine andere sein als die des letzteren. Aber die stärkste Stütze für die Bohrsche Hypothese ist die numerische Übereinstimmung, die er bei Anwendung des gewöhnlichen Wertes für m findet. Es scheint mir aus diesem Grunde unmöglich, auf dem genannten Wege der Schwierigkeit zu entgehen.

Es muß schließlich hervorgehoben werden, daß man sich natürlich auch denken kann, daß die Maxwellschen Gleichungen innerhalb eines Atoms für die Kräfte, die von dem positiven Kern und den Elektronen dieses Atoms herrühren, ungültig, für die Kräfte aber, die von andern Atomen herrühren, gültig sind. Was diese Hypothese betrifft, dürfte es genügen, darauf aufmerksam zu machen, daß sie gegen das Prinzip streitet, das seit einem halben Jahrhundert der Entwicklung der theoretischen Physik zugrunde lag: das Prinzip der Nahwirkung.

Der Schlußsatz, zu dem ich gelange, ist daher folgender: das Bohrsche Atommodell läßt sich auf keine Weise mit den Hauptannahmen der Lorentzschen Elektronentheorie vereinigen. Zwischen diesen beiden Theorien muß man wählen. Eine der beiden kann richtig sein, aber nicht beide. Eine Theorie, die sich sowohl auf Bohrs Hypothese, wie auf die Lorentzsche Elektronentheorie stützt, muß an inneren Widersprüchen leiden.

Eine solche Theorie ist die Debye-Sommerfeldsche Theorie der Dispersion des Lichtes. Es scheint mir nicht unwichtig zu sein, nachzuweisen, wo sich diese innern Widersprüche finden.

6. Es dürfte angebracht sein, zuerst einen Blick auf die Lorentzsche Theorie der Dispersion des Lichtes zu werfen. Nach Lorentz soll diese auf der Wechselwirkung zwischen den Elektronen eines Körpers beruhen. Aus der von diesen herrührenden in physikalisch kleinen Gebieten stark variierenden elektrischen Kraft bildet Lorentz einen gewissen Mittelwert. Die Summe dieses Mittelwertes und der von außen kommenden elektrischen Kraft wird die elektrische Kraft im Körper genannt, und für diese Kraft wird nachgewiesen, daß sie den Maxwellschen Gleichungen für einen Körper genügt, in dem die Dielektrizitätskonstante mit einer gewissen, im allgemeinen komplexen Funktion der Frequenz ersetzt wird. Diese Lorentzsche Theorie gehört meiner Meinung nach zum Schönsten in der theoretischen Physik. Dennoch scheinen mir zwei begründete Einwände gegen diese Theorie gemacht werden zu können. Jeder Lösung des ursprünglich vorliegenden Problems der Bewegungen der Elektronen entspricht (mit gewissen Vorbehalten) eine Lösung der partiellen Differentialgleichungen. Aber entspricht umgekehrt jeder Lösung derselben eine Lösung des Bewegungsproblems? Wie bekannt, ist das von Ritz bestritten worden. Weiter enthält die Lorentzsche elektrische Kraft im Körper einen Bestandteil, die von außen gekommene Kraft, die den Maxwellschen Gleichungen für das Vakuum genügt, und die deshalb unmöglich den für den Körper geltenden Gleichungen genügen kann. Es muß sich also so verhalten, daß die von den Elektronen herrührende Kraft in zwei Teile aufgeteilt werden kann, von denen der eine die von außen kommende Kraft genau aufhebt, während der andere übrig bleibt und derjenige ist, der faktisch auf ein Elektron wirkt. Diese Aufteilung ist von Lorentz nicht vorgenommen worden. Ich glaube, daß die Unklarheit, die daraus folgte, schuld an dem Umstand ist, daß so außerordentlich häufig der logische Fehler begangen wurde, die auf ein Elektron im Körper wirkende Kraft mit der elektrischen Kraft im Körper gleich zu setzen. Ich glaube auch, daß diese Unklarheit schuld daran ist, daß ein Forscher wie Wood in seiner Optik sich genötigt sieht, Rechenschaft zu geben über Helmholtz' elastische Theorie der Dispersion des Lichtes, um seinen Lesern eine klare Vorstellung über ihr Wesen zu geben. Da ich mich kürzlich mit einer Theorie über die Drehung der Polarisationsebene in Kristallen und Flüssigkeiten beschäftigte, suchte ich aus diesem Grunde die oben besprochene Aufteilung der von den Elektronen im Körper herrührenden Kraft durchzuführen. Es zeigte sich, daß sich das leicht tun läßt. Die fragliche Kraft zerfällt in einen Teil, der den Maxwellschen Gesetzen für das Vakuum gehorcht, und dargestellt werden kann als eine von der Oberfläche des Körpers herrührende Kraft, und in einen Teil, der nur auf der Polarisation des Punktes beruht, an dem die Kraft wirkt. Nimmt man an, daß die erstgenannte und die äußere Kraft einander aufheben, so erhält man die bekannten Gesetze für die Dispersion des Lichtes. Ich bin in meiner Abhandlung[1]) nicht auf die Frage eingegangen.

1) C. W. Oseen, Über die Wechselwirkung zwischen

was die genannte Annahme bedeutet. Man findet indessen leicht, daß sie gleichbedeutend ist mit der Forderung, daß die gewöhnlichen Grenzbedingungen auf der Oberfläche des Körpers erfüllt sein müssen. Man kann diese also ableiten, ohne anzunehmen, daß die Maxwellschen Gleichungen in der Grenzschicht des Körpers gelten. Sie sind die Bedingungen dafür, daß die Lösung der Differentialgleichungen auch einer Lösung des Bewegungsproblems der Elektronen entspricht. Da die Lorentzschen Betrachtungen faktisch nicht auf die Grenzschicht angewendet werden können, scheint mir das ein unbestreitbarer Vorteil zu sein[1]).

Betrachten wir nun die Debye-Sommerfeldsche Theorie! Auch nach dieser soll die Dispersion des Lichtes auf der Wechselwirkung zwischen den Elektronen beruhen. Aber die von den Elektronen aus wirkenden Kräfte sollen nun andere sein, indem die Glieder, die eine Ausstrahlung bedingen, nicht mehr vorhanden sind. Es wird also angenommen, daß ein Elektron in einem Molekül Energie absorbieren kann, ohne Energie zu emittieren. Nach meinem in der Einleitung angeführten Satz bedeutet diese Annahme, daß die Maxwellschen Gleichungen im ganzen Raum unrichtig sind. Herr Sommerfeld denkt sich indessen offenbar wie vorher Herr Lorentz, daß eine von außen kommende Welle in den Körper eindringt, so daß die dort wirkende Kraft zum Teil von außen herrührt, obwohl dieser Teil nun den Maxwellschen Gleichungen für den leeren Raum nicht gehorchen kann. Wenn ich Herrn Sommerfeld richtig verstehe, bildet er weiter, wie vorher Lorentz, einen Mittelwert der von den Elektronen im Körper herrührenden Kraft und setzt die Summe der beiden genannten Kräfte $= \boldsymbol{E}$. Hier treffen wir nun auf die Schwierigkeit: die beiden Voraussetzungen, auf welchen Lorentz seinen Beweis gründet, daß $\boldsymbol{E}$ einem System partieller Differentialgleichungen genügt, sind nicht mehr erfüllt. Die von außen kommende Kraft genügt den Maxwellschen Gleichungen für den leeren Raum nicht mehr; die vom Körper selbst herrührende Kraft ist nicht mehr dieselbe wie vorher. Ob $\boldsymbol{E}$ unter diesen Verhältnissen einer Gleichung des Schwingungstypus entspricht, ist ganz unsicher. Man weiß nichts über das Gesetz von der Ausbreitung der Energie.

Ein anderer Gesichtspunkt: in Lorentz' Theorie wird die von außen kommende Kraft von einem Bestandteil der vom Körper herrührenden Kraft aufgehoben. Ist das hier auch der Fall? Darüber fehlt jede Auseinandersetzung. Wenn das nicht der Fall ist, so ist es unmöglich, daß $\boldsymbol{E}$ einer Gleichung des Schwingungstypus genügen kann.

Schließlich: in der Lorentzschen Theorie ist die Kraft, die auf ein Elektron wirkt, nicht $\boldsymbol{E}$, sondern $\boldsymbol{E} + a\boldsymbol{P}$. Das letzte Glied beruht auf der elektrostatischen Kraft der nächstgelegenen Elektronen. Da Herrn Sommerfelds Rechnungen als Spezialfall auch den Fall umfassen, daß die Elektronen um eine Gleichgewichtslage schwingen, so sollte ein entsprechendes Glied auch bei Herrn Sommerfeld vorkommen.

Diese Einwände beabsichtigen weder das Interesse an der schönen von Herrn Debye gefundenen numerischen Übereinstimmung noch den Wert der eleganten Rechnungen Herrn Sommerfelds herabzusetzen. Aber es schien mir notwendig darauf hinzuweisen, daß es noch zu früh ist, von einer neuen Theorie der Dispersion zu sprechen. Es ist noch nicht bewiesen, daß man mit Hilfe des Bohrschen Atommodells auch nur qualitativ die gröbsten Züge der hierhergehörigen Phänomene erklären kann.

Uppsala, 3. Oktober 1915.

(Eingegangen 8. Oktober 1915.)

zwei elektrischen Dipolen und über die Drehung der Polarisationsebene in Kristallen und Flüssigkeiten. Ann. d. Phys. **48**, 1915.

1) Anm. bei der Korrektur: Aus dem soeben erschienenen Buch „Dynamik der Kristallgitter" von Max Born (Leipzig, B. G. Teubner) ersehe ich, daß Herr Ewald sich schon 1912 mit dieser Frage beschäftigt hat.

Verbesserungen am Kadmiumphotometer für ultraviolettes Licht.

Von J. Elster und H. Geitel.

In einer früheren Mitteilung[1]) in dieser Zeitschrift haben wir auf die Vorzüge der lichtelektrischen Zellen mit Kadmium- und Zinkkathoden bei photometrischen Messungen im Ultraviolett hingewiesen; der wesentliche Vorteil gegenüber den Alkalimetallzellen liegt darin, daß sie bei unzerlegtem Lichte den sichtbaren Anteil von selbst ganz oder fast ganz ausscheiden. Beim Zink besteht ein meßbarer Photoeffekt noch im Violett bis gegen Blau, während die lichtelektrische Empfindlichkeit des Kadmiums erst bei dem alleräußersten Violett ($370\,\mu\mu$) beginnt, dessen physiologische Wirkung sehr gering ist.

Daß Intensitätsmessungen in diesem Spektralbereiche erwünscht sind, braucht kaum des Näheren ausgeführt zu werden, es genüge an die zunehmende Verwendung des Quecksilberbogenlichts zu erinnern und an gewisse geophysikalische Fragen, die auf die ultraviolette Strahlung der Sonne Bezug nehmen.

Nun bestand nach der vorigen Mitteilung bei den Kadmiumzellen noch eine gewisse Un-

1) J. Elster u. H. Geitel, diese Zeitschr. 15, 1, 1914.

bequemlichkeit, die durch die verhältnismäßig geringe Empfindlichkeit dieses Kathodenmetalls bedingt war; zu Messungen im Sonnenlicht reichte dle für die übrigen Arten von Zellen von uns angegebene Galvanometerempfindlichkeit (1 Skt. $\sim 10^{-9}$ Amp.) — besonders bei niedrigem Sonnenstand — nicht aus. Wenngleich durch Kombination eines empfindlichen Elektrometers mit einem hohen konstanten Widerstande sich in bekannter Weise jede gewünschte Empfindlichkeit der Strommessung herstellen läßt, so bietet doch die galvanometrische Meßmethode den Vorteil, daß sie von der immerhin fraglichen Konstanz eines hohen Widerstandes unabhängig ist. Außerdem ist es bequemer, wenn alle photometrischen Messungen mit Hilfe desselben Instrumentes ausführbar sind.

Es ist auf unsre Anregung hin die Firma Hartmann & Braun in Frankfurt a. M. zu der probeweisen Konstruktion eines hochempfindlichen Drehspulgalvanometers bereit gewesen und hat ein Instrument von einer Empfindlichkeit von $4{,}4 \cdot 10^{-11}$ Amp. für 1 mm Ausschlag bei 1 m Skalenabstand hergestellt. Die Schwingungsdauer beträgt 17 Sekunden und die Dämpfung, durch einen als Nebenschluß wirkenden Graphitwiderstand von $5 \cdot 10^5\ \Omega$ erzielt, ist völlig befriedigend ebenso wie die Unveränderlichkeit der Nullage.

Wegen der hohen Stromempfindlichkeit ist eine gute Isolation unumgänglich, sie wird durch Bernsteinträger für die Zuleitungen und durch Trocknung des Innenraumes mittelst metallischen Natriums erreicht.

Die Schnelligkeit, mit der das Instrument aufzustellen ist, die Unabhängigkeit von magnetischen Einflüssen machen es zu Messungen der Sonnenstrahlung und der Intensität von Quecksilberbogenlampen durchaus geeignet. Erschütterungsfreie Aufstellung ist natürlich erforderlich.

Eine Vergleichung der ultravioletten Strahlung der Sonne mit der der Quecksilberlampe (ohne spektrale Zerlegung) in der Meinung, die erstere in Quecksilberlichteinheiten ausdrücken zu wollen, ist bei der durchaus verschiedenen Energieverteilung in den ultravioletten Spektren beider Lichtquellen nicht möglich. Dagegen kann die Quecksilberbogenlampe, solange sie mit demselben Strom betrieben wird und dabei dieselbe Klemmenspannung zeigt, nach Erreichung des stationären Dampfdrucks im Innern des Quarzrohres als befriedigend konstante Lichtquelle angesehen werden, eine Prüfung für die sichtbare Strahlung ist mittelst Alkalimetallzellen stets möglich.

Vergleicht man nun die Intensität des ultravioletten Sonnenlichts mit Hilfe einer Kadmiumzelle mit der einer Quecksilberlampe, die in unveränderlicher Entfernung von der Zelle aufgestellt ist, so geben die erhaltenen Verhältniszahlen zwar nicht die Sonnenstrahlung in „Quecksilberkerzen" an, wohl aber stellen sie ein von etwaigen Empfindlichkeitsänderungen der Zelle im wesentlichen unabhängiges Maß der Sonnenstrahlung dar.

Wir haben eine solche Vergleichung probeweise ausgeführt. Die Zelle befand sich in 4 m Abstand von der Quecksilberlampe (größere Form, von Heraeus bezogen), die ihre Längsachse der Zelle zuwandte. Durch Regulierung eines Vorschaltwiderstandes wurde die Klemmenspannung auf 155 Volt eingestellt, die Stromstärke betrug dann 3,5 Amp. Die Messungen begannen erst 15′ nach der Zündung der Lampe.

An die Kadmiumzelle wurden in bekannter Weise beschleunigende Potentiale mit Hilfe einer Akkumulatorenbatterie aus kleinen Elementen angelegt. Die Spannung läßt sich hier nicht mit genügender Genauigkeit auf einen bestimmten Betrag einregulieren, daher war zunächst die Charakteristik der Zelle, d. h. der Zusammenhang zwischen der Stärke des Photostroms und der beschleunigenden Spannung bei konstanter Belichtung festzustellen. Da der Photostrom der Lichtstärke proportional ist, so ließ sich für jede angelegte Spannung der Betrag eines Skalenteiles in Bruchteilen der auf die Zelle einwirkenden Beleuchtungsintensität ausdrücken. Setzen wir diese unter den angegebenen Bedingungen gleich 100, so ergab sich folgende Zusammenstellung für das in Betracht kommende Spannungsintervall:

Belastung der Zelle in Volt	Wert eines Skalenteiles
114	5,53
154	3,35
194	2,16

Aus der graphischen Darstellung der Charakteristik mittelst der drei gefundenen Punkte läßt sich zu jeder zwischenliegenden Voltbelastung der zugehörige „Lichtwert" eines Skalenteiles finden.

Es wurden nun bei Sonnenlicht (Sonnenhöhe $\sim 45^0$) mit derselben Kadmiumzelle unter verschiedener Voltbelastung zwei Messungen hintereinander vorgenommen. Diese ergaben:

Belastung der Zelle in Volt	Galvanometerausschlag in Sk.	Wert eines Skalenteiles (graphisch interpoliert)
147	35,5	3,75
184	54,0	2,46

Würde man hiernach die Stärke der ultravioletten Sonnenstrahlung in Hundertsteln der

Beleuchtung durch die *Hg*-Lampe bei 4 m Abstand ausdrücken, so erhielte man

	133,1
	132,8
Mittel	133,0

Wie bemerkt, hat die Zahl allerdings nicht die Bedeutung, daß die ultraviolette Strahlung der Sonne gleich dem 1,33 fachen der *Hg*-Lampe in 4 m Abstand war, wohl aber würde diese Zahl ein von der Empfindlichkeit der Zelle und der angelegten Spannung unabhängiges Maß darstellen. Allerdings ist noch vorausgesetzt, daß eine etwaige Empfindlichkeitsänderung der Zelle nicht in auswählender Weise, d. h. im ungleichen Verhältnisse für verschiedene Wellenlängen eintritt, sonst würde nämlich, bei der Verschiedenheit der ultravioletten Spektren des Sonnen- und des *Hg*-Lichtes eine Kontrolle durch letzteres hinfällig werden. Da aber Empfindlichkeitsänderungen an Vakuumzellen mit Argonfüllung (die stets anzuwenden ist) überhaupt nicht wahrscheinlich sind und jedenfalls nur langsam erfolgen, so dürfte das letztere Bedenken kaum in Frage kommen.

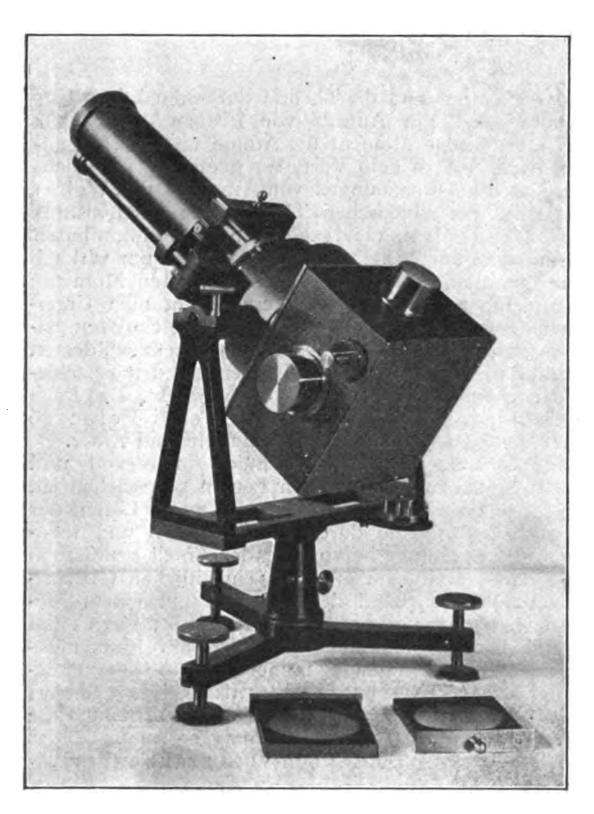


Fig. 1.

Vergleichende Messungen der genannten Art können von Interesse sein, wenn sie in einem günstigen Klima bei immer derselben Sonnenhöhe täglich vorgenommen würden; ein Einfluß der Rotationsdauer der Sonne auf ihre ultraviolette Strahlung ist, zumal bei lebhafter Fleckentätigkeit, durchaus wahrscheinlich und auf diesem Wege voraussichtlich auch nachweisbar.

Will man den benachbarten Teil des sichtbaren Sonnenspektrums bis gegen Blau mit in die Messungen einbeziehen, so hat man die Kadmiumzelle durch eine solche mit Zinkkathode zu ersetzen. Sehr bequem zu diesem Verfahren ist das Sonnenphotometer mit auswechselbarer Zellenkapsel, dessen Einrichtung aus untenstehender Figur 2 ohne weiteres verständlich ist. Hat man außer für die *Zn*- und *Cd*-Zelle noch eine besondere Kapsel für eine Alkalimetallzelle bereit, so kann man leicht nacheinander das sichtbare, das violette mit Einschluß des ultravioletten und das ultraviolette Gebiet des Sonnenspektrums für sich, jedesmal in besonderem von dem Empfindlichkeitsbereiche der Zelle abhängigen Maße photometrieren. Durch geeignete Lichtfilter (Fig, 1, unten), die unmittelbar vor der Zelle eingeschoben werden, lassen sich die Spektralbereiche einseitig gegen die kürzeren Wellenlängen hin mit einiger Genauigkeit begrenzen.

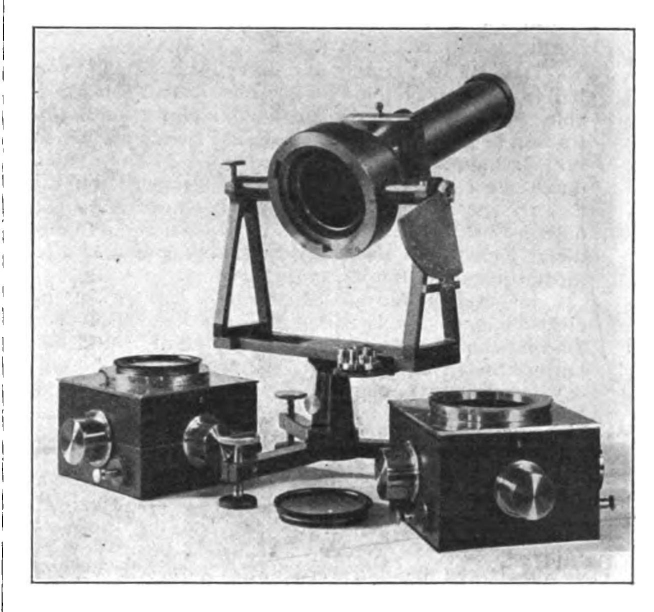


Fig. 2.

Wir haben solche Filter in vorzüglicher Beschaffenheit von der Firma Schott & Genossen in Jena bezogen, u. a. eines, als schweres Flintglas Nr. O. 8130 bezeichnet, das in 5 mm dicker Platte von Rot bis etwa 366 $\mu\mu$ durchlässig ist und gerade das auf Kadmium wirkende Licht des Sonnenspektrums wegnimmt, ein

anderes, gleich dickes, ebenfalls schweres Flintglas, Nr. O. 4818 absorbiert die unter 400 $\mu\mu$ liegenden Wellenlängen und daher das sichtbare Licht, das gerade noch auf Zink wirkt. Bei Vorschaltung des ersteren gibt die Kadmiumzelle keinen Photostrom im Sonnenlicht mehr an, ebenso die Zinkzelle bei Vorschaltung des zweiten. Um nötigenfalls, wenn der Photostrom den Meßbereich des Galvanometers überschreitet, die Intensität des Lichtes abzuschwächen, ohne seine Zusammensetzung zu ändern, benutzt man Filter von feinem Drahtnetz, deren Schwächungskoeffizient vorher bestimmt ist.

Wir danken der Firma Hartmann & Braun sowie Schott & Genossen für ihr Entgegenkommen und bemerken noch, daß uns die Mittel zur Anschaffung und zum Bau der beschriebenen Instrumente aus der Jagorstiftung in Berlin gewährt sind.

(Eingegangen 15. Oktober 1915.)

BESPRECHUNGEN.

Les idées modernes sur la constitution de la matière. Conférences faites en 1912 par E. Baur, A. Blanc, E. Bloch, Mme. Curie, A. Debierne, L. Dunoyer, P. Langevin, J. Perin, H. Poincaré, P. Weiß. 370 S. Paris, Gauthiers Villars. 1913.

Das Buch beginnt mit einer Abhandlung von J. Perrin über die Beweise für die Existenz der Moleküle. Es werden darin die auch schon früher von Perrin beschriebenen selbst ausgearbeiteten Methoden zur Bestimmung der Avogadroschen Konstanten durch die Dichteverteilung von Emulsionen und die Braunsche Bewegung derselben beschrieben, sowie die sonst bekannten Methoden, die zu einer Bestimmung dieser Konstanten sowie zur Bestimmung des el. Elementarquantums führen, besprochen.

Im zweiten Aufsatz behandelt P. Langevin die elektromagnetische Dynamik und die hauptsächlichen Zusammenhänge zwischen den elm. Feldern und den korpuskularen Trägern der Elektrizität.

Die Elementarquanten der Energie, wie sie sich auf Grund der Theorie der Strahlung und der spezifischen Wärme durch die Anschauungen von Planck, Einstein und Nernst entwickelt haben, werden von E. Baur im dritten Aufsatz behandelt. Nachdem in den folgenden Kapiteln von E. Bloch und A. Blanc die Elektronentheorie der Metalle und die Stoßionisation besprochen werden, schildert L. Dunoyer die Eigenschaften der hochverdünnten Gase. Es wird in diesem Aufsatz besonders auf die Anschauungen von Crookes, Soddy, Berry, Smoluchowski und W. Gaede eingegangen und eine Reihe von teilweise leicht ausführbaren und überaus anschaulichen Versuchen geschildert, um die Kinetik der Gase zu demonstrieren, so z. B. eine Verbesserung des Experimentes von Cantor, wo die Moleküle eines Gases oder Dampfes (Chlor oder Wasserdampf) auf einen leicht beweglichen Flügel fallen, dessen eine Seite mit einem für das Gas reaktionsfähigen Stoff belegt ist (Cu, P_2O_5), die andere jedoch aus einem Material besteht, was die Moleküle wieder reflektiert. Die Verschiedenheit des Stoßes erteilt dem Flügel einen Bewegungsantrieb. Es folgen andere interessante Versuche über spezielle Anordnungen für radiometrische und Wärmeleitungs-Messungen bei hochverdünnten Gasen. Zum Schluß wird die Gaedesche Molekularpumpe beschrieben.

Die folgenden Abschnitte von Frau Curie und A. Debierne behandeln die Strahlung der radioaktiven Körper und die Theorie der radioaktiven Umwandlungen. Ein Aufsatz von Pierre Weiß über das magnetische Moment der Atome und das Magneton zeigt, wie es dem Verfasser gelungen, in Anlehnung an die Anschauungen von Ampère und Weber mit Hilfe der kinetischen Theorie des Magnetismus von Langevin, die experimentell bestimmbaren Grundlagen immer klarer herauszuschälen um wirklich eine quantitative Messung der molekularen Momente vorzunehmen. Die Frucht dieser mühsamen Untersuchungen war die Entdeckung eines molekularen magnetischen Einheitsmomentes, des „Magnetons", dessen Anzahl allerdings in weiten Grenzen bei den verschiedenen chemischen Verbindungen schwankt. Das Buch schließt mit einem Aufsatz von Henri Poincaré über die Zusammenhänge von Materie und Äther.

Das Buch ist außerordentlich interessant und wertvoll, einmal weil es von Leuten geschrieben ist, welche selbst teilweise am Aufbau und an der Lösung der fraglichen Probleme durch Entdeckungen und theoretische Behandlung hervorragenden Anteil genommen und dann, weil es von einem einheitlichen Gesichtspunkt aus den Stand der Forschung in einem Moment fixiert, wo die moderne Atomistik, ihren alten hypothetischen Charakter verlierend, auf festerer experimenteller Grundlage immer klarere Zusammenhänge zwischen Materie—Elektrizität—Magnetismus und Felderscheinungen aufzeigt und hoffnungsvolle neue Bahnen zu weiterer Forschung eröffnet.

H. Rausch von Traubenberg.

Personalien.

(**Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.**)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Danzig Dr. Richard Grammel für Mechanik.

Ernannt: Der a.o. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule Prag und Privatdozent an der Deutschen Universität daselbst Dr. Otto Hönigschmid zum ord. Professor für anorganische und analytische Chemie, sowie der a.o. Professor an der Universität Wien Dr. Franz Wenzel zum ord. Professor für allgemeine Experimentalchemie organischer Stoffe, beide an der Deutschen Technischen Hochschule Prag, der Observator am Geodätischen Institut bei Potsdam Professor Max Schnauder zum Abteilungsvorsteher daselbst.

Gestorben: Der Professor der Mathematik an der Bayr. Artillerie- und Ingenieurschule in München Dr. Peter Vogel.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 22. | 15. November 1915. | 16. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 23 am 27. November 1915.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die elektrische Energiedichte und der Wellenzustand im elektrisch erregungslosen Körper.

Von Karl Uller.

Einleitung. Nach allen molekularen Dispersionstheorien kann der elektrische Erregungskoeffizient ε, bisher „komplexe Dielektrizitätskonstante" genannt, in seinem reellen Teil ε' auch negativ ausfallen. Wie ich in einer vorangehenden Abhandlung[1]) schon mitgeteilt habe und an einer anderen Stelle zeigen werde, kommen auch wirklich in der Natur negative ε' vor, nämlich bei Metallen und Metalloiden; wahrscheinlich auch noch in anderen Körpergruppen. Diese neue physikalische Tatsache erlaubt wichtige Folgerungen zu ziehen. Zunächst bereitet sie jeder Lichttheorie, die sich auf der Vorstellung stetiger materieller Raumerfüllung aufbaut, ein Ende. In Betracht können nur noch molekular-elastische oder molekular-elektrische Vorstellungen kommen. Eine andere Folgerung, die das Spannungssystem im elektromagnetischen Felde berührt, fand bereits eine Erörterung in der eben genannten Abhandlung in dieser Zeitschrift. Eine weitere betrifft die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Phasen[2]) in einer Welle: einfache Plan- und Kugelwellen, die durch Körper mit negativem ε' laufen, zeigen bei mäßiger Extinktion Überlichtgeschwindigkeiten! Eine vierte Folgerung besagt, daß die bisherige Annahme für die elektrische Energiedichte bei nicht stationären Zuständen unhaltbar ist. Der Nachweis wird weiter unten geführt. Eine fünfte Folgerung ist die Existenz elektrisch erregungsloser Körper. Da es nämlich wirklich auch Körper mit negativen ε' gibt, kann es keinem Zweifel unterliegen, daß es auch Körper gibt oder daß Lösungen hergestellt werden können, für die bei gewissen Frequenzen und gewissen Temperaturen ε' den Wert Null durchschreitet; unter solchen werden auch konservative möglich sein, für welche ε'' den Grenzwert Null annimmt. Ein solcher elektrischer Nullkörper ist elektrisch erregungslos, und infolgedessen der Wellenzustand in ihm ein sehr merkwürdiger, wie sich in dieser Abhandlung ergeben wird.

§ 1. Die elektrische Energiedichte. Den Betrachtungen zugrunde soll folgendes System von Feldgleichungen in ruhenden Körpern liegen

$$\left.\begin{aligned}\dot{\mathfrak{D}}_e &= V \operatorname{rot} \mathfrak{M}; \quad \operatorname{div} \mathfrak{D}_e = 0 \\ \dot{\mathfrak{D}}_m &= -V \operatorname{rot} \mathfrak{E}; \quad \operatorname{div} \mathfrak{D}_m = 0.\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{M}$ bezeichnen die elektrische bzw. magnetische Feldstärke, $\mathfrak{D}_e$ und $\mathfrak{D}_m$ die entsprechenden Erregungen; V ist eine universelle Konstante. In molekular aufgebauten Körpern treten elektrische und magnetische Polarisationen, $\mathfrak{P}_{eh}$ und $\mathfrak{P}_{mh}$ auf, die zusammen mit ihren zeitlichen Ableitungen in Beziehungen zu den Kräften des Feldes stehen. Die üblichen Verknüpfungen zwischen ihnen und den Erregungen lauten

$$\mathfrak{D}_e = \varepsilon_0 \{\mathfrak{E} + \mathfrak{P}_e\}; \quad \mathfrak{D}_m = \mu_0 \{\mathfrak{M} + \mathfrak{P}_m\}; \quad (2)$$

ε_0 und μ_0 sind die beiden Konstanten des Vakuums; $\mathfrak{P}_e$ und $\mathfrak{P}_m$ sind die Summen der einzelnen Polarisationsgattungen, also

1) K. Uller, Die Spannungen im elm. Felde (Diese Zeitschr. 16, 376, 1915).

2) K. Uller, Eine Wellenstudie (Elster-Geitel-Festschrift 1915, S. 513).

$$\mathfrak{P}_e = \mathsf{S}\, N p_{eh} \cdot \mathfrak{P}_{eh}; \quad \mathfrak{P}_m = \mathsf{S}\, N p_{mh} \cdot \mathfrak{P}_{mh}, \tag{3}$$

worin N die Zahl der Molekeln im cm^3, p_{eh} bzw. p_{mh} die Zahl der Elektronen bzw. Magnetonen der Gattung h in der Molekel bedeuten soll. Bei elementarer Schwingungsform der Welle führt der Zusammenhang der $\mathfrak{P}_{eh}$ nebst ihren zeitlichen Ableitungen mit $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{P}_e$, d. i. die Schwingungsgleichung der elektrischen Polarisationsgattung $\mathfrak{P}_{eh}$, in homogenen isotropen und nicht drehenden Körpern unter Benutzung einer Schreibweise, die der für $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{D}_e$ im § 1 der vorangehenden Abhandlung[1]) nachgebildet ist, auf die Form

$$\begin{aligned} P_{eh} &= 1/\gamma_{eh} \cdot E, \text{ also} \\ P_e &= \mathsf{S}\, N p_{eh}/\gamma_{eh} \cdot E = \varkappa_e E. \end{aligned} \tag{4a}$$

Entsprechendes ist im allgemeinen für die magnetischen Polarisationen anzusetzen, so daß

$$\begin{aligned} P_{mh} &= 1/\gamma_{mh} \cdot M, \text{ also} \\ P_m &= \mathsf{S}\, N p_{mh}/\gamma_{mh} \cdot M = \varkappa_m M \end{aligned} \tag{4b}$$

ist.

Damit geht das System (2) über in

$$\begin{aligned} D_e &= \varepsilon_0 (1 + \varkappa_e) E = \varepsilon E; \\ D_m &= \mu_0 (1 + \varkappa_m) M = \mu M. \end{aligned} \tag{5}$$

Die von den Feldstärken und Polarisationen unabhängigen Größen γ_{eh} und γ_{mh} fallen im allgemeinen komplex aus, folglich auch die Suszeptibilitäten $\varkappa_e$ und $\varkappa_m$ sowie die E r r e g u n g s k o e f f i z i e n t e n ε und μ. Letztere treten in einer Welle nicht allein, sondern nur in den Verbindungen

$$\varepsilon \nu / V = a_e; \quad \mu \nu / V = a_m; \quad a_e \cdot a_m = a \tag{6}$$

auf; in ν bezeichnet ν' die Frequenz und ν'' die (positive oder negative) Dämpfung der Welle. D e r E i n f l u ß d e s K ö r p e r s a u f d e n B a u d e r W e l l e ä u ß e r t s i c h a l s o i m a l l g e m e i n e n i n v i e r K o n s t a n t e n: a_e', a_e'', a_m', a_m'', von denen die letzte praktisch zu Null angenommen werden darf, da Absorption von magnetischer Energie bisher merklich nicht beobachtet worden ist.

Bildet man nun den zeitlichen Mittelwert der üblichen elektrischen Energiedichte, ein Ausdruck, der nur positiv sein kann, so erhält man mit (5) und (6)

$$\overline{(\mathfrak{E}\dot{\mathfrak{D}}_e)} = \frac{1}{2} \frac{V^2}{\nu \nu^*} \frac{a_e + a_e^*}{2} (E E^*) e^{-2\nu'' t}. \tag{7}$$

Es müßte demnach a_e' stets positiv sein, im Widerspruch mit der neuen Erfahrung.

In Wirklichkeit gilt für die Energiedichte ein wesentlich erweiterter Ausdruck, der für gewisse Körpergruppen, wie z. B. die Gase, und in gewissen Gebieten der Frequenzen und Temperaturen angenähert sich in den bisherigen vereinfacht.

Um diesen in erster Annäherung zu entwickeln, ist es nötig, wenigstens über die Form der Schwingungsgleichungen der Polarisationen bestimmte Annahmen zu machen. Wir nehmen die einfachst mögliche und setzen an

$$\begin{aligned} c_{eh}\,\mathfrak{P}_{eh} + d_{eh}\,\dot{\mathfrak{P}}_{eh} + f_{eh}\,\ddot{\mathfrak{P}}_{eh} + g_{eh}\,\dddot{\mathfrak{P}}_{eh} + \\ \cdots \zeta_{eh}\,\mathfrak{P}_e = \mathfrak{E}; \end{aligned} \tag{8}$$

wechselseitige Beeinflussungen der elektrischen Polarisationsgattungen $\mathfrak{P}_{eh}$ unter sich oder mit dem magnetischen Felde sind also als vernachlässigbar vorausgesetzt. Ganz entsprechende Gleichungen sollen für die magnetischen Polarisationen $\mathfrak{P}_{mh}$ gelten.

Multiplizieren wir die Grundgl. (1) skalar mit $\mathfrak{E}$ bzw. $\mathfrak{M}$ und addieren, so kommt

$$\left.\begin{aligned} -V \operatorname{div}[\mathfrak{E}\mathfrak{M}] = (\mathfrak{E}\dot{\mathfrak{D}}_e) + (\mathfrak{M}\dot{\mathfrak{D}}_m) = \varepsilon_0(\mathfrak{E}\dot{\mathfrak{E}}) + \\ \mu_0 (\mathfrak{M}\dot{\mathfrak{M}}) + \varepsilon_0\, \mathsf{S}\, N p_{eh} (\mathfrak{E}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}) \\ + \mu_0\, \mathsf{S}\, N p_{mh} (\mathfrak{M}\dot{\mathfrak{P}}_{mh}). \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Nun ist

$$\begin{aligned} (\mathfrak{E}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}) &= c_{eh} \cdot (\mathfrak{P}_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}) + d_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 + f_{eh}(\ddot{\mathfrak{P}}_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}) + \\ &\quad g_{eh}(\dddot{\mathfrak{P}}_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}) + \cdots \zeta_{eh}(\mathfrak{P}_e\dot{\mathfrak{P}}_{eh}) = \\ &\frac{\partial}{\partial t}\left\{ c_{eh}\frac{1}{2}\mathfrak{P}_{eh}^2 + f_{eh}\frac{1}{2}\dot{\mathfrak{P}}_{eh} + g_{eh}(\dot{\mathfrak{P}}_{eh}\ddot{\mathfrak{P}}_{eh}) + \right. \\ &\left. \zeta_{eh}(\mathfrak{P}_{eh}\mathfrak{P}_e) \right\} + \{ d_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 - g_{eh}\ddot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 - \zeta_{eh}(\mathfrak{P}_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_e) \}. \end{aligned}$$

Nennen wir die Größe

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_0}{2}\mathfrak{E}^2 + \varepsilon_0 N\, \mathsf{S}\, p_{eh} \Big\{ c_{eh}\frac{1}{2}\mathfrak{P}_{eh}^2 + f_{eh}\frac{1}{2}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 + \\ g_{eh}(\dot{\mathfrak{P}}_{eh}\ddot{\mathfrak{P}}_{eh}) + \zeta_{eh}(\mathfrak{P}_{eh}\mathfrak{P}_e) \Big\} = w_e \end{aligned} \tag{10}$$

die e l e k t r i s c h e E n e r g i e d i c h t e,

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 N\, \mathsf{S}\, p_{eh} \{ d_{eh}\dot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 - g_{eh}\ddot{\mathfrak{P}}_{eh}^2 - \\ \zeta_{eh}(\mathfrak{P}_{eh}\mathfrak{P}_e) \} = \delta_e \end{aligned} \tag{11}$$

die e l e k t r i s c h e V e r g e u d u n g s d i c h t e, Ausdrücke, denen sich entsprechende für das magnetische Feld hinzugesellen, so wird mit Berücksichtigung der bekannten Definition der Strahlung $\mathfrak{R}$ die Gl. (9) auf einen endlichen Raum v mit der Oberfläche o erweitert

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int dv\, \{w_e + w_m\} = \int (do\, \mathfrak{R}) + \int dv\, \{\delta_e + \delta_m\}, \tag{12}$$

mit der bekannten physikalischen Deutung. Was uns hier interessiert, ist die Feststellung, daß nach (10) die elektrische Energiedichte w_e keineswegs gleich $(\mathfrak{E}\dot{\mathfrak{D}}_e)$ ist, auch nicht im Zeitmittel.

F ü r n i c h t s t a t i o n ä r e F e l d e r i s t s o m i t d e r b i s h e r i g e A u s d r u c k f ü r d i e F e l d e n e r g i e d i c h t e z u e n g; i m e l e k t r i s c h e r r e g u n g s l o s e n K ö r p e r w ä r e e r g a r n u l l!

1) K. Uller, Die Spannungen im elm. Felde (Diese Zeitschr. 16, 377, 1915).

§ 2. Die Existenz des elektrisch erregungslosen Körpers. Das Energieprinzip läßt bei permanenten Schwingungen positive Werte von a_e'' und a_m'' nicht zu. Außer dieser Beschränkung gibt es keine für die Wertbereiche der vier Körperkonstanten. Es kann uns daher nicht verwehrt werden, die Frage aufzuwerfen: Welche Form weist das elektromagnetische Feld auf, wenn a_e oder a_m gerade den Wert Null annimmt? Lassen wir den Fall: $\nu = 0$ beiseite, der auf die bekannte Elektro- oder Magnetostatik führt, setzen wir also Schwingungen voraus, so ergibt sich folgendes.

Wenn $a_e = 0$ ist, hält die elektrische Polarisation der elektrischen Feldstärke gerade das Gleichgewicht: der Körper erweist sich in der Welle als elektrisch erregungsfrei. Ist $a_m = 0$, so ist der Körper in der Welle magnetisch erregungsfrei. Es ist klar, daß in diesen singulären Fällen die Felder nicht nur interessante, sondern auch theoretisch wichtige Formen annehmen werden, da sie in Prüfung mit den Erfahrungen Rückschlüsse gestatten werden.

Finden sich diese logischen Folgerungen aus größtenteils von der Erfahrung gestützten, teils aber doch noch unsicheren Grundannahmen in der Natur verwirklicht? Es gibt nun, wie schon erwähnt, in der Natur Körper mit positivem aber auch solche mit negativem a_e'. Es muß also auch Körper geben oder Lösungen müssen hergestellt werden können, für die bei gewissen Frequenzen und Temperaturen a_e den Wert Null zeigt. Zwar sind solche elektrische Nullkörper in der Physik noch unbekannt, wir können sie aber auf Grund dieser Auseinandersetzungen voraussagen, wenn überhaupt unsere theoretischen Vorstellungen Anspruch auf Richtigkeit machen dürfen.

Anders steht es mit dem magnetisch erregungslosen Körper. Wenn wir auch magnetisierbare Körper mit negativer magnetischer Suszeptibilität $\varkappa_m'$ kennen, so kennen wir doch nicht solche, bei denen $\varkappa_m$ den Wert -1 erreichte. Der magnetische Nullkörper existiert also vermutlich nicht.

Wir schicken uns nun an, den singulären Wellenbau in dem elektrisch erregungslosen Körper zu untersuchen.

Für eine einfarbige Planwelle

$$(E = \mathfrak{e} \cdot e^{-i(\mathfrak{w}\mathfrak{r})};\ M = \mathfrak{m} \cdot e^{-i(\mathfrak{w}\mathfrak{r})})$$

worin $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{m}$ den konstanten elektrischen bzw. magnetischen Wellenvektor bezeichnen und $\mathfrak{w}$ das konstante Wellennormalenpaar ist, nehmen die Feldgleichungen (1) des vorigen Paragraphen mit den Beziehungen (5) und (6) daselbst die Gestalt an

$$\mathfrak{w}^2 = a_e \cdot a_m = a \tag{1}$$

$$\mathfrak{e} = -1/a_e \cdot [\mathfrak{w}\mathfrak{m}];\ (\mathfrak{w}\mathfrak{m}) = 0 \tag{2a}$$

oder auch

$$\mathfrak{m} = +1/a_m \cdot [\mathfrak{w}\mathfrak{e}];\ (\mathfrak{w}\mathfrak{e}) = 0. \tag{2b}$$

Für das Vakuum hat a den Wert

$$a_0 = a_{e0} \cdot a_{m0} = \varepsilon_0 \mu_0 \nu^2/V^2,$$

worin $V/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ die Lichtgeschwindigkeit eines einfachen Strahles im Vakuum ist.

Aus (1) ergibt[1]) sich für die Beträge der Isophasen- und Isodynamennormale

$$\left.\begin{aligned} |\mathfrak{w}'| &= \sqrt{1/_2\{(\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*) + a'\}}; \\ |\mathfrak{w}''| &= \sqrt{1/_2\{(\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*) - a'\}}; \\ \text{mit } (\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*) &= \sqrt{a'^2 + a''^2/\cos^2\vartheta}, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

wenn ϑ den (stumpfen) Spreizwinkel zwischen diesen beiden Komponenten des Wellennormalenpaars bezeichnet.

In einem konservativen[1]) Körper — und ein solcher ist ja unser Nullkörper — ist die Spreizung des Wellennormalenpaares, welche der Spreizvektor $[\mathfrak{w}''\mathfrak{w}'] = 1/2i \cdot [\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*]$ mißt, entweder gestreckt — dann verschwindet $\mathfrak{w}'$ oder $\mathfrak{w}''$ —, oder sie ist gleich einem rechten Winkel. Demgemäß haben wir bei unserm Nullkörper zwei Fälle zu unterscheiden: Das Feld ohne und das Feld mit Wellennormalenpaar.

§ 3. Das Feld ohne Wellennormalenpaar. Im Falle $a_e = a = 0$ muß bei gestreckter Spreizung sowohl der Phasengradient $\mathfrak{w}'$ als auch der Amplitudengradient $\mathfrak{w}''$ verschwinden wie $\sqrt{a}$. Die Divergenzlosigkeit des elektrischen sowie des magnetischen Feldes ist also von selber gesichert. Ferner ersehen wir aus den Feldgleichungen (2a) und (2b) des § 2: Soll das Feld endlich bleiben, so muß der magnetische Wellenvektor $\mathfrak{m}$ verschwinden wie $\sqrt{a}$. Wir haben somit das Ergebnis: In der Welle besteht weder ein Amplituden- noch ein Phasengefälle. Eine magnetische Welle kommt nicht zustande und daher auch kein Energiefluß. Weitere Folgen sind, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und die Wellenlänge der elektrischen Welle unendlich groß ausfallen, die Störungen sich also momentan ausbreiten. Die elektrische Welle ist mit anderen Worten entartet. Der elektrische Zustand ist ein zeitlich schwankendes quasielektrostatisches Feld, in dem räumliche Ladungen nicht auftreten.

§ 4. Das Feld mit Wellennormalenpaar. Ist im Falle $a_e = a = 0$ der Spreizwinkel des Wellennormalenpaares nicht ein ge-

1) K. Uller, Eine Wellenstudie, § 2.

streckter, so ist er ein rechter. Dann besteht ein Wellennormalenpaar, in dem beide Komponenten von gleichem Betrage sind. Jetzt aber folgt aus der Feldgleichung (2a) des § 2: $[\mathfrak{w}\mathfrak{m}] = 0$ und $\mathfrak{e} = 0/0$. Für den magnetischen Wellenvektor haben wir also die Bedingung

$$\mathfrak{m} = \sigma \cdot \mathfrak{w}, \tag{1}$$

worin σ einen beliebigen Skalar bezeichnet. Die Forderung der Divergenzlosigkeit des magnetischen Feldes ist wegen Gleichung (1) § 2 identisch erfüllt. Berücksichtigen wir noch die aus den Feldgleichungen fließende allgemeine Beziehung

$$a_m(\mathfrak{m}\mathfrak{m}) = a_e(\mathfrak{e}\mathfrak{e}), \tag{2}$$

so können wir folgende Aussage machen: Das magnetische Feld ist dem Wellennormalenpaar fest zugeordnet, so wie das Verrückungsfeld in einer elastischen Verdünnungswelle[1])! Es unterscheidet sich indessen von jenem, insofern, als es divergenzlos und kreispolarisiert ist.

Multiplizieren wir die Feldgleichung (2b) des § 2, die gleichzeitig gelten muß, vektoriell mit $\mathfrak{w}^*$, so kommt mit Rücksicht auf (1)

$$\mathfrak{e}(\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*) = (\mathfrak{e}\mathfrak{w}^*)\mathfrak{w} + a_m\sigma[\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*], \tag{3}$$

eine Beziehung, welche die Divergenzlosigkeit des elektrischen Feldes identisch erfüllt. Neben dem Wellennormalenpaar $\mathfrak{w}$, mit der Bedingung $\mathfrak{w}^2 = 0$, und dem Skalar σ, der nach (3) mit $\mathfrak{e}^2$ die Beziehung

$$(\mathfrak{e}\mathfrak{e}) = -a_m^2\sigma^2 \tag{4}$$

eingeht, muß der Skalar $(\mathfrak{e}\mathfrak{w}^*)$ als gegeben angesehen werden, da sich für ihn keine Bedingung auftreiben läßt. Die Lage des elektrischen Feldes zur Isophasennormale $\mathfrak{w}'$ kann also auch im Nullkörper eine beliebige sein, sofern es nicht strichpolarisiert ist. Das elektrische Feld ist somit durch 4×2 skalare Bestimmungsstücke gegeben, wie auch sonst, während für das magnetische Feld hier nur 3×2 Bestimmungsstücke vonnöten sind. Will man die Strahlung $\mathfrak{R}$ berechnen nach den von mir angegebenen Formeln[2]), so ist zu beachten, daß hier nur die brauchbar ist, welche $\mathfrak{R}$ in Abhängigkeit von $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{w}$ liefert; in Abhängigkeit von $\mathfrak{m}$ und $\mathfrak{w}$ erscheint nämlich $\mathfrak{R}$ in der unbestimmten Form $0/0$. Allgemein ergibt sich mit (1)

$$(\mathfrak{R}[\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*]) \sim (\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*)(\mathfrak{w}/\nu + \mathfrak{w}^*/\nu^*, [\mathfrak{e}\mathfrak{e}^*]) \tag{5}$$

mit

$$(\mathfrak{w}[\mathfrak{e}\mathfrak{e}^*]) = a_m \cdot \sigma(\mathfrak{w}\mathfrak{e}^*) \tag{6}$$

gemäß Gleichung (3).

1) K. Uller, Zurückwerfung und Brechung elastischer Wellen (Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 839, 1914).
2) K. Uller, Wellenstudie, § 4.

Die Strahlung verläuft in der Ebene des Wellennormalenpaares nur dann, wenn die elektrische Welle strichpolarisiert ist. (Demgemäß ist in meiner vorangehenden Abhandlung in dieser Zeitschrift auf S. 379 die 21. Zeile von unten der zweiten Spalte zu ergänzen durch: wenn die elektrische Welle strichpolarisiert ist.)

§ 5. Zurückwerfung und Brechung bei elektrisch erregungslosen Körpern.

A. Eine Quelle, etwa ein schwingender oder umlaufender elektrischer Dipol, befinde sich in einem Körper ($a_e = 0$). Da in der von ihr fortlaufenden Störung ein Spreizvektor $[\mathfrak{w}''\mathfrak{w}']$ sicherlich nicht vorhanden ist, liegt der Fall des § 3 vor: Es existiert kein Wellennormalenpaar, infolgedessen wir ein schwankendes quasi-elektrostatisches Feld, ohne gleichzeitiges magnetisches Feld, haben. Die Quelle entwickelt keine Strahlung. Das Emissionsvermögen ist null, wie das Absorptionsvermögen. Grenzt unser Körper an einen anderen Körper, so verursacht die elektrische Störung an der Trennungsfläche keinen zurückgeworfenen und keinen gebrochenen Strahl; es gibt einfach eine reflexionslose Fortsetzung des quasi-elektrostatischen Feldes in das angrenzende Medium hinein, obgleich das Feld zeitlich schwankt. Aus der Stetigkeit von $a_e(\mathfrak{e}\mathfrak{f})$ folgt, daß im angrenzenden Körper das elektrische Feld tangential liegen muß.

B. Zwei Körper mögen in einer Ebene aneinander stoßen. Die elektrischen Wellenkonstanten des ersten seien von Null verschieden, die des zweiten gerade Null. Eine Planwelle in (1) falle gegen die T-Ebene mit dem Flächenlot $\mathfrak{f}$ ein.

In diesem Falle besteht im allgemeinen ein gebrochenes Wellennormalenpaar $\mathfrak{w}_d$, denn seine Tangentialkomponenten müssen nach dem Koexistenzgesetz der Wellennormalenpaare gleich denen des einfallenden Wellennormalenpaares $\mathfrak{w}_i$ sein. Natürlich ist wegen des Verschwindens von $(\mathfrak{w}_d''\mathfrak{w}_d')$ sein Spreizwinkel ein rechter. Ferner sind der Phasengradient $\mathfrak{w}_d'$ und der Amplitudengradient $\mathfrak{w}_d''$ von gleichem Betrage. Es kann jetzt auch ein gebrochener Strahl auftreten, denn es kann jetzt ein gebrochenes magnetisches und elektrisches Feld bestehen; wir entnehmen es den von mir bereits veröffentlichten allgemeinen Formeln[1]) durch Spezialisierung und unter Benutzung der in (6) § 1 eingeführten Bezeichnungen. Man findet zunächst

$$A_{mr} = -1; \quad A_{md} = 0.$$

1) K. Uller, Brechung und Zurückwerfung elm. Wellen (Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 875, 1914).



Demnach ist

$$(\mathfrak{e}_r\mathfrak{k}) = -(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k}); \quad (\mathfrak{e}_d\mathfrak{k}) = 2(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k})(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})/(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k}). \qquad (1),(2)$$

Dabei ist

$$(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})^2 = -[\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}]^2 \qquad (3)$$

nach dem Koexistenzsatze. Ferner findet man

$$N_e = a_{m2}(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) + a_{m1}(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})$$

$$B_{md} = 2\frac{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})\,a_{m1}}{(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\,N_e}; \quad C_{md} = -\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\,B_{md}.$$

Damit kommt

$$\mathfrak{m}_d = B_{md}(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k})\{\mathfrak{w}_i - (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})\mathfrak{k} + (\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\mathfrak{k}\}$$
$$= B_{md}(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k})\,\mathfrak{w}_d = \sigma_d \cdot \mathfrak{w}_d.$$

Der oben eingeführte Skalar σ nimmt also hier den Wert an

$$\sigma_d = 2\frac{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})}{(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})}\,\frac{a_{m1}(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k})}{N_e}. \qquad (4)$$

Die gebrochene magnetische Welle ist natürlich kreispolarisiert, unabhängig von Richtung und Zustand der einfallenden Welle. Für die gebrochene elektrische Welle erhalten wir wegen

$$A_{ed} = 2a_{m2}(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})/N_e; \quad B_{ed} = a_{m1}/a_{m2}\cdot A_{ed}/(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})$$
$$C_{ed} = \{a_{m2}/a_{m1} - 1\}\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\,B_{ed}$$
$$\mathfrak{e}_d = A_{ed}\left\{\mathfrak{e}_i + \frac{a_{m1}}{a_{m2}}\frac{(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k})}{(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})}\left\{\mathfrak{w}_i + \left(\frac{a_{m2}}{a_{m1}} - 1\right)[(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})]\,\mathfrak{k}\right\}\right\}. \qquad (5)$$

Für die zurückgeworfenen Wellen findet man wegen

$$B_{mr} = B_{md}; \quad C_{mr} = -\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - a_{m2}/a_{m1}\cdot(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\,B_{md}$$
$$\mathfrak{m}_r = -\mathfrak{m}_i + B_{md}(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k})\{\mathfrak{w}_i - (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})\mathfrak{k} + a_{m2}/a_{m1}\cdot(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\mathfrak{k}\} \qquad (6)$$
$$= -\mathfrak{m}_i + \sigma_d\cdot\mathfrak{w}_d,$$

falls $a_{m2} = a_{m1}$ gesetzt werden kann.

Ferner wegen

$$A_{er} = A_{ed} - 1; \quad B_{er} = B_{ed}$$
$$C_{er} = -\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) + a_{m2}/a_{m1}\cdot(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\,B_{ed}$$
$$\mathfrak{e}_r = -\mathfrak{e}_i + A_{ed}\left\{\mathfrak{e}_i + \frac{a_{m1}}{a_{m2}}\frac{(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k})}{(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})}\left\{\mathfrak{w}_i - (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})\mathfrak{k} - \frac{a_{m2}}{a_{m1}}(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\mathfrak{k}\right\}\right\}. \qquad (7)$$

Bemerkenswert ist, daß in sämtlichen Formeln die Wellenkonstante a_{e1} explizite nicht auftritt; sie steckt nur noch in dem einfallenden Wellennormalenpaar $\mathfrak{w}_i$.

Im Falle $(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) = 0$ ist immer das zweite Medium feldfrei: im Falle

$$(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k}) = 0 = (\mathfrak{e}_i[\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}])$$

besteht nach (4) keine gebrochene Strahlung, sondern nur eine gebrochene elektrische Welle, eine singuläre Welle, die nach Gl. (3) und (4) § 4 kreispolarisiert in der Ebene des Wellennormalenpaares schwingt! In beiden Fällen trägt der zurückgeworfene Strahl die volle Energie des einfallenden. Ist $(\mathfrak{m}_i\mathfrak{k}) \neq 0$, hat also das einfallende magnetische Feld eine Komponente nach dem Flächenlot $\mathfrak{k}$, so kann Strahlumbiegung[1]) eintreten, sowohl unabhängig als auch abhängig vom Polarisationszustand der gebrochenen Welle. Sie tritt z. B. auf, wenn der einfallende Strahl ein einfacher ist und der erste Körper konservativ sowie mit positiver erster Wellenkonstante behaftet ist. Wir haben dann Strahlumbiegung für jeden Einfallswinkel und jeden Polarisationszustand. Ein Snelliussches Gebiet[2]) der Brechung gibt es natürlich nicht, und wenn das einfallende Wellennormalenpaar in das Flächenlot fällt, gibt es im angrenzenden Körper kein Wellennormalenpaar, infolgedessen daselbst nur ein zeitlich schwankendes quasi-elektrostatisches Feld. Der elektrisch erregungslose Körper hat also keinen „Brechungsexponenten".

Fällt ein natürliches einfarbiges Strahlenbündel schräg ein, so können wir die magnetische Schwingung in jedem der einfachen einfallenden Strahlen in zwei geradlinig schwingende Komponenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene zerlegen. Dann gibt es für letztere keine gebrochene Fortsetzung, wenn auch eine elektrische Welle. Wenn die ersteren ein gebrochenes Strahlenbüschel liefern, so herrschen im zurückgeworfenen Strahlenbündel die Intensitäten derjenigen Strahlen vor, in denen die magnetischen Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene vor sich gehen.

Aus unseren Erörterungen wird ersichtlich, daß unser Nullkörper in den praktisch vorherrschenden Fällen eine auffallende Strahlung nicht in sich eintreten läßt!

C. Von den beiden angrenzenden Körpern habe der erste die komplexe Wellenkonstante $a_{e1} = 0$. Für die einfallende Welle haben wir nach § 4 zu setzen

$$(\mathfrak{w}_i''\mathfrak{w}_i') = 0; \quad |\mathfrak{w}_i'| = |\mathfrak{w}_i''|; \quad \mathfrak{m}_i = \sigma_i\mathfrak{w}_i; \qquad (8)$$

statt $(\mathfrak{e}_i\mathfrak{w}_i^*)$ wollen wir, weil es bequemer ist, $\mathfrak{e}_i$ beliebig gegeben ansehen.

Die gebrochenen und zurückgeworfenen Wellen erhalten wir wieder durch Spezialisierung der allgemeinen Formeln (siehe oben unter B). Man findet zunächst

$$A_{mr} = +1; \quad A_{md} = +2.$$

Also ist

$$(\mathfrak{e}_r\mathfrak{k}) = +(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k}) \text{ und } (\mathfrak{e}_d\mathfrak{k}) = 0. \qquad (9),(10)$$

1) K. Uller, Eine Wellenstudie, § 6.
2) K. Uller, Eine Wellenstudie, § 5.

Dabei ist

$$(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})^2 = a_2 + (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})^2. \quad (11)$$

Ferner kommt

$$B_{mr} = B_{md} = -2a_{m2}/N_e$$
$$N_e = a_{m2}(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) + a_{m1}(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})$$
$$C_{md} = -a_{m1}/a_{m2}\cdot\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\,B_{md}$$
$$C_{mr} = -\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - a_{m1}/a_{m2}\cdot(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\,B_{md}.$$

Damit wird für die magnetischen Sekundärwellen

$$\mathfrak{m}_d = 2\sigma_i\mathfrak{w}_i + \sigma_i(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})\,B_{md}\times\left\{\mathfrak{w}_i - \frac{a_{m1}}{a_{m2}}\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) - (\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\,\mathfrak{k}\right\} \quad (12)$$

$$\mathfrak{m}_r = \sigma_i\mathfrak{w}_i + \sigma_i(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})\,B_{md}\times\left\{\mathfrak{w}_i - (\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})\,\mathfrak{k} + \frac{a_{m1}}{a_{m2}}(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\,\mathfrak{k}\right\}. \quad (13)$$

Die Kreispolarisation der einfallenden magnetischen Welle geht in den Sekundärwellen verloren.

Für die elektrischen Sekundärwellen erhält man wegen

$$A_{ed} = -(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k})\,B_{md};\quad B_{ed} = B_{er} = B_{md};\quad C_{ed} = 0;$$
$$C_{er} = -\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) + a_{m1}/a_{m2}\cdot(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\}\,B_{md}$$

$$\mathfrak{e}_d = B_{md}[\mathfrak{k}[\mathfrak{w}_i\mathfrak{e}_i]] = -a_{m1}B_{md}\,\sigma_i[\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}] \quad (14)$$

$$\mathfrak{e}_r = -\mathfrak{e}_i - B_{md}(\mathfrak{e}_i\mathfrak{k})\left\{(\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}) + \frac{a_{m1}}{a_{m2}}(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})\right\}\mathfrak{k} - a_{m1}B_{md}\,\sigma_i[\mathfrak{w}_i\mathfrak{k}]. \quad (15)$$

Bemerkenswert ist wieder, daß in sämtlichen Formeln die Größe a_2 explizite nicht auftritt; sie steckt nur in $(\mathfrak{w}_d\mathfrak{k})$, also in den Normalkomponenten des gebrochenen Wellennormalenpaares. Die gebrochene elektrische Welle schwingt tangential. Fällt die unter (B) festgestellte singuläre elektrische Welle ein, so ist $\sigma_i = 0$ zu setzen; es tritt dann nur eine ebensolche reflektierte elektrische Welle auf.

Die Bedingungen für Strahlumbiegung lauten wegen Gleichung (10) besonders einfach:

$$\sigma_i \neq 0;\quad \nu'' = 0;\quad (\mathfrak{w}_d'\mathfrak{k}) = 0. \quad (16)$$

Der Polarisationszustand der gebrochenen magnetischen und elektrischen Welle spielt dabei keine Rolle. Die dritte Bedingung unter (16) verlangt[1])

$$a_2'' + |\mathfrak{w}_i|^2\,2\cos i_1\cos j_1 = 0;$$
$$a_2' + |\mathfrak{w}_i|^2\{\cos^2 i_1 - \cos^2 j_1\} < 0. \quad (17)$$

Darin bezeichnet i_1 bzw. j_1 den Winkel der Isophasennormale $\mathfrak{w}_i'$ bzw. der Isodynamennormale $\mathfrak{w}_i''$ mit dem Flächenlot.

Der elektrisch erregungslose Körper zwingt die elektromagnetische Welle in eine stark von der bekannten abweichende Gestalt, ja, es kann unter Umständen eine elektrische Welle ohne begleitende magnetische auftreten; sie ist dann aber singulärer Art, indem sich in ihr die Phasen und Amplituden fortpflanzen, aber nicht die Energie. Unter wieder anderen Bedingungen tritt in unserm Nullkörper ein zeitlich schwankendes quasi-elektrostatisches Feld auf.

Gießen (Phys. Institut) im Oktober 1915.

(Eingegangen 29. Oktober 1915.)

1) K. Uller, Eine Wellenstudie, § 2, Gl. 10.

Über den Nachweis elektromagnetischer Wellen an dielektrischen Drähten.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von H. Zahn.

In einer theoretischen Untersuchung haben die Herren Hondros und Debye[1]) gezeigt, daß unter gewissen Umständen elektromagnetische Wellen sich längs eines dielektrischen Drahtes in ähnlicher Weise fortpflanzen, wie dies bei einem Draht aus leitendem Material stattfindet. Es werden dabei die vereinfachenden Annahmen gemacht, daß das Dielektrikum ein vollkommenes, d. h. absorptionsfreies sei, das nur durch seinen Brechungsexponenten ν charakterisiert ist, sowie daß der Draht ein unendlich langer sei. Mit diesen Idealisierungen ergibt sich, daß Wellen längs eines dielektrischen Drahtes vom Halbmesser ϱ sich nur fortpflanzen, wenn zwischen der Wellenlänge l, die dem Vorgang im Vakuum zukommen würde und den Größen ϱ und ν die Beziehung besteht

$$l \leqq 2{,}61\,\varrho\sqrt{\nu^2 - 1}$$

Im Grenzfalle, wenn $l = 2{,}61\,\varrho\sqrt{\nu^2 - 1}$, zeigen die „dielektrischen Wellen" ein Verhalten, das dem von Wellen an Metalldrähten sehr ähnlich ist. Ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit v am Drahte ist gleich der im Vakuum, und die elektrischen Kraftlinien des Außenfeldes stehen nahezu senkrecht auf der Drahtoberfläche. Ist hingegen l klein gegen den rechtsstehenden Ausdruck, so ist das Bild ein wesentlich anderes, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist auf den νten Teil der vorigen gesunken, das Feld im Außenraum ist praktisch verschwunden, der Vorgang spielt sich im wesentlichen im Drahtinnern ab. Zwischen den beiden Grenzfällen muß gelten: $3\cdot 10^{10} > v > 3\cdot 10^{10}/\nu$, ferner muß das Außenfeld dem Grade der Abweichung entsprechend mehr oder weniger geschwächt sein.

1) P. Hondros und P. Debye, Ann. d. Phys. 32, 466, 1910.

Indessen ergibt die Theorie weiter, daß $l = 2{,}61\,\varrho\sqrt{\nu^2 - 1}$ nicht die einzige Wellenlänge ist, die sich mit der Lichtgeschwindigkeit am Drahte fortpflanzt, sondern nur die größtmögliche. Der geschilderte Vorgang wiederholt sich nämlich in Serien, die man als solche höherer Ordnung bezeichnen könnte und die bestimmt sind durch die Grenzfälle

$$\frac{l}{\varrho} \cdot \frac{1}{\sqrt{\nu^2 - 1}} = 1{,}14$$

(zweite Ordnung) bzw. $= 0{,}72$ (dritte Ordnung) usw.

Für die experimentelle Untersuchung der dielektrischen Drahtwellen lassen sich aus der Theorie einige bedeutungsvolle Hinweise gewinnen. Abgesehen davon, daß die Größenordnung der zu verwendenden Erreger dadurch bestimmt ist, daß $\nu = 9$ der maximal erreichbare Brechungsexponent und daß man damit und durch die aus praktischen Gründen begrenzte Größe von ϱ auf Wellen beschränkt ist, die 1 m nicht wesentlich überschreiten dürfen, ersieht man, daß reine Verhältnisse nur in der Nähe des ersten Grenzfalls zu erwarten sind. Denn bei wesentlich kleineren Wellenlängen, als diesem entsprechen, müssen sich dielektrische Wellen verschiedener Ordnungen in ihren Wirkungen überlagern. Ob der zweite theoretische Grenzfall, bei dem die Wellen ausschließlich im Innern verlaufen, experimentell überhaupt nachweisbar ist, erscheint fraglich, auch wenn man Störungen durch höhere Ordnungen außer Betracht läßt; man muß sich dabei vor Augen halten, daß Strömung und Rückströmung im Drahtinnern stattfinden und daher ein kontinuierlicher Übergang der Phase des Schwingungsvorgangs von der Achse nach der Drahtoberfläche anzunehmen ist, so daß Untersuchungen mit Sonden wenig Erfolg versprechen.

Im Laufe des Sommers 1914 habe ich durch zwei Doktoranden, die Herren cand. rer. nat. Rüter und Schriever die ersten experimentellen Versuche zum Nachweis dielektrischer Drahtwellen anstellen lassen, die sie jedoch infolge ihres Eintritts als Kriegsfreiwillige bald unterbrechen mußten. Es hatte sich dabei gezeigt,[1]) daß in der Nähe des ersten Grenzfalls derartige Schwingungen leicht herzustellen sind. Im Nachstehenden möchte ich kurz einige Versuchsergebnisse mitteilen, die ich selbst erhalten habe; eine Beschreibung der Versuchsanordnung sowie Näheres über die Messungen sollen demnächst an anderer Stelle gegeben werden.

Die Methode war die der stehenden Drahtwellen. Der dielektrische Draht wurde einseitig durch einen geeigneten Oszillator angeregt; mit einem auf das Spannungsquadrat ansprechenden Detektor wurde das Außenfeld längs des Drahtes untersucht. Da Dielektrika von hohem Brechungsexponenten erforderlich sind, konnten nur Flüssigkeiten — Wasser, Methylalkohol, Aceton — in verschieden weiten Glasrohren verwendet werden. Aus den Potentialbäuchen und Knoten längs des Rohres ergab sich die Wellenlänge am Draht, sie lieferte in Verbindung mit der durch einen Resonanzkreis gemessenen Oszillatorwellenlänge die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v. Durch Vornahme der Messungen in verschiedenen Abständen von der Rohroberfläche konnte auch das Verhalten des Außenfeldes studiert werden.

Von den Ergebnissen meiner Messungen mögen folgende hervorgehoben werden. Die Ausbildung der Wellen erfolgt am besten, wenn die Versuchsanordnung so getroffen ist, daß die Beziehung $l = 2{,}61\,\varrho\sqrt{\nu^2 - 1}$ angenähert erfüllt ist. Jedoch existiert die durch die Theorie geforderte Grenzwellenlänge nicht, auch bei größeren Werten von l sind Wellen am dielektrischen Drahte mit Sicherheit nachweisbar. Eine Tabelle über Versuche, die mit einer Erregerwelle von 28,4 cm Länge bei verschieden weiten, mit destilliertem Wasser gefüllten Rohren angestellt wurden, möge das Verhalten zeigen, das auch bei langwelligeren Erregern gefunden wurde. Bei einer Wellenlänge von 28,4 cm durften nach der Theorie Wellen erst auftreten bei Drahtradien $\varrho > 1{,}21$ cm. Mit l sind in der Tabelle die am dielektrischen Zylinder gemessenen Wellenlängen bezeichnet, während $l_1 = 2{,}61\sqrt{80} \cdot \varrho$ die größte Wellenlänge bedeutet, bei der das mit Wasser gefüllte Rohr noch hätte ansprechen dürfen.

ϱ	l_1	l	$v \cdot 10^{-10}$ cm	Bemerkungen
0,54 cm	12,6 cm	—	—	keine sicheren Wellen
0,71 „	16,6 „	ca. 28 cm	2,95	sehr schlechte Wellen
1,00 „	23,4 „	27,9 „	2,94	gute Wellen
1,25 „	29,3 „	26,0 „	2,75	„ „
1,53 „	35,8 „	24,4 „	2,58	„ „
1,90 „	44,5 „	< 24 „	< 2,53	Wellen noch eben erkennbar
2,05 „	48,0 „	—	—	keine Wellen

Die von der Theorie geforderte Grenzwelle mit $v = 3 \cdot 10^{10}$ hätte in der Tabelle nahe bei $\varrho = 1{,}25$ liegen müssen, es liegen jedoch keine Anzeichen für eine scharfe Grenze vor. Daß v umso kleiner wird, je mehr l_1 die Länge der

1) Eine kurze Notiz darüber ist in den Schrift. d. Naturw. Ver. f. Schleswig-Holstein 16, Heft 2, 1915 veröffentlicht.

Erregerwelle übertrifft, kann als eine qualitative Bestätigung der Theorie aufgefaßt werden.

Bei weiterer Vergrößerung von ϱ muß man in Gebiete kommen, wo nach der Theorie die Wellen zweiter Ordnung auftreten, die durch $l'_1 = 1{,}14\sqrt{80}\cdot\varrho$ begrenzt sind. In der Tat erhielt ich mit einem Rohr vom Radius $\varrho = 2{,}76$ cm wieder ziemlich gute Wellen von 27 cm Länge. Durch ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v = 2{,}86\cdot 10^{10}$ cm sind sie als Wellen zweiter Ordnung festgelegt, da sonst $v < 2{,}5\cdot 10^{10}$ hätte sein müssen.

Es konnte auch festgestellt werden, daß die elektrischen Kraftlinien im Außenraum jedenfalls ziemlich senkrecht auf die Oberfläche des dielektrischen Zylinders einfallen.

Im großen und ganzen kann man meine Versuche als eine Bestätigung der Theorie von Hondros und Debye ansehen. Ein Widerspruch erwächst ihr hauptsächlich in dem Umstand, daß die geforderte scharfe Grenze nach der Seite der für den Draht zu langen Wellen fehlt, es ist aber wahrscheinlich, daß er in den von der Theorie gemachten Vereinfachungen begründet ist, die der Wirklichkeit jedenfalls nicht entsprechen. So ist zunächst darauf hinzuweisen, daß das als absorptionsfrei angenommene Dielektrikum, zumal bei so hohem Brechungsexponenten nicht realisierbar ist. Versuche mit künstlicher Erhöhung der Absorption durch Vergrößerung des Leitvermögens zeigten denn auch eine deutliche Verschlechterung der dielektrischen Wellen, die dadurch zum Verschwinden gebracht werden können. Allerdings folgte aus derartigen Versuchen weiter, daß ein Leitvermögen von $1\cdot 10^{-4}\ \frac{1}{\text{Ohm cm}}$ für die Ausbildung der Wellen an Wasserdrähten keine Rolle mehr spielt, aber dies beweist nur, daß hier der Energieverlust durch Leitungsströme neben dem durch dielektrische Eigenabsorption, wie sie Herr Debye[1]) annimmt und Herr Rubens[2]) nachgewiesen hat, nicht mehr in Betracht[3]) kommt. Nach einer mir brieflich mitgeteilten Ansicht von Herrn Debye ist es auch möglich, daß das von der Theorie geforderte plötzliche Auftreten der Wellen in der vereinfachenden Annahme eines unendlich langen Drahtes zu suchen ist. Weiterhin kann für die Verwischung einer etwaigen scharf definierten Grenzwelle der Umstand mitbestimmend sein, daß bei der experimentellen Anordnung gedämpfte Erregerwellen verwendet wurden, wenngleich auf diesen Faktor allein der Widerspruch mit der Theorie nicht zurückzuführen sein dürfte.

Die Abweichungen der experimentell herstellbaren Verhältnisse von den theoretisch idealisierten sind zusammen betrachtet so groß, daß der Widerspruch in den Ergebnissen nicht als wesentlich anzusehen ist. Vielmehr darf man in dem Umstande, daß die Einhaltung der Beziehung $l = 2{,}61\sqrt{\nu^2 - 1}$ jedenfalls zu den günstigsten Versuchsbedingungen führt, schon eine recht gute Bestätigung der Theorie erblicken.

(Eingegangen 13. Oktober 1915.)

1) P. Debye, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 777, 1913.
2) H. Rubens, Verh. d. D. Phys. Ges. **17**, 315, 1915.
3) Herr Debye hat mich darauf aufmerksam gemacht, daß sich dies auch zahlenmäßig aus den Rubensschen Beobachtungen folgern läßt.

Zur Theorie der β-Strahlen.

Von Hans Th. Wolff.

Den folgenden Betrachtungen liegt das Rutherfordsche Atommodell zugrunde. Nach Rutherford[1]) hat man zwischen den eigentlich primären, vom Atomkern ausgesandten β-Strahlen und denjenigen zu unterscheiden, deren Emission erst durch die γ-Strahlung des eigenen Atoms bewirkt wird und die uns als Gruppen von homogenen β-Strahlen entgegentreten. Die folgenden Überlegungen beziehen sich vornehmlich auf die erstere Art von β-Strahlen. Wir wollen uns vorstellen, daß ein Elektron, welches ein radioaktives Atom bei seinem Zerfall als β-Strahl aussendet, dessen positiven Kern mit großer Geschwindigkeit umkreist und sich hierbei in dessen nächster Umgebung befindet bzw. selbst als Bestandteil des Kernes anzusehen ist[2]). Es werde nach dem Vorgang von N. Bohr (l. c.) angenommen, daß auf eine Energieausstrahlung des Elektrons nicht Rücksicht zu nehmen ist. Im übrigen sollen die Gesetze der Mechanik und Elektrizitätstheorie als gültig vorausgesetzt werden. Damit sich das betrachtete Elektron in einem Gleichgewichtszustand befinde, muß seine Zentrifugalkraft entgegengesetzt gleich der elektrostatischen Anziehung des Kernes sein, wofern man die von den außerhalb desselben befindlichen Ladungen ausgeübten Kräfte sowie die ev. vorhandenen magnetischen Wirkungen vernachlässigt. Nennt man die Ladung des Elektrons $-\varepsilon$, seine transversale Masse m_t, das Verhältnis seiner Geschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit β, sowie den Radius seiner kreis-

1) E. Rutherford, Phil. Mag. **28**, 305, 1914.
2) Vgl. E. Rutherford, Handb. d. Radiologie **2**, 560ff.; N. Bohr, Phil. Mag. **27**, 1, 476 u. 857, 1913 (über Radioaktivität S. 500ff.) sowie H. Rausch v. Traubenberg, Gött. Nachr. 1915, S. 28 u. diese Zeitschr. **16**, 264, 1915.

förmigen Bahn r und hat der kugelförmig gedachte Kern (Kern und Bahn des Elektrons sollen denselben Mittelpunkt besitzen) die Ladung $n\varepsilon$, so muß demnach die Gleichung erfüllt sein:

$$\frac{m_t c^2 \beta^2}{r} = \frac{n\varepsilon^2}{r^2}. \quad (c = \text{Lichtgeschwindigkeit.})$$

Hieraus folgt, wenn m die Ruhmasse des Elektrons bedeutet und dieses als punktförmig betrachtet werden darf:

$$\frac{m r c^2 \beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = n\varepsilon^2. \qquad (1)$$

Infolge einer Ursache, die hier nicht ergründet werden soll, kann es eintreten, daß das Elektron von seiner Kreisbahn abweicht und das Atom als β-Strahl verläßt. Hierbei wird es durch die Anziehung des Kernes jedenfalls mehr Energie verlieren, als es durch die Abstoßung der außerhalb dessen befindlichen negativen Ladungen gewinnt[1]). Die ev. stattfindenden Zusammenstöße des β-Strahlteilchens mit anderen Elektronen wollen wir hier außer Betracht lassen. Infolge der Anziehung des Kernes verliert das Elektron die Energie $E_p = \frac{n\varepsilon^2}{r}$. Es ist nun nach (1)

$$E_p = \frac{mc^2\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (2)$$

Die kinetische Energie des um den Atomkern kreisenden Elektrons hat nach dem Relativitätsprinzip die Größe[2]):

$$E_k = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right). \qquad (3)$$

Damit sich das Elektron bis ins Unendliche entfernen kann, muß ihm die Energie

$$E_p - E_k = mc^2(1 - \sqrt{1-\beta^2}) \qquad (4)$$

zugeführt werden. Dieser Betrag nimmt mit wachsender Größe von β zu und nähert sich dem Werte mc^2, wenn β sich der 1 nähert. Zugleich wächst die gegen die Anziehung des Kernes zu leistende Arbeit E_p ins Unendliche. Da die Arbeit $E_p - E_k$, welche von den abstoßenden Kräften der außerhalb des Kernes befindlichen negativen Ladungen an dem β-Strahlteilchen geleistet werden muß, damit dieses im Unendlichen mit der Geschwindigkeit o ankommt, endlich bleibt, so verschwindet sie schließlich gegenüber der Energie E_p, welche zur Überwindung der Anziehung des Kernes aufzuwenden ist. Dieser Energiebetrag E_p wird somit zu einem immer größer werdenden Prozentsatz von der ursprünglichen kinetischen Energie des Elektrons bestritten, wenn β sich dem Werte 1 mehr und mehr nähert. Ist anderseits β klein gegen 1, so ist

$$E_p - E_k = \frac{1}{2} mc^2\beta^2 = \frac{1}{2} E_p. \quad (\beta \text{ klein geg. } 1).$$

Um über die Größe von β und r Aufschluß zu erhalten, kann man die Hypothese von Bohr (l. c.) anwenden, nach welcher das Impulsmoment des Elektrons ($mc\beta r$) gleich $\frac{\tau h}{2\pi}$ (τ = ganze Zahl) sein muß. Dieses Verfahren schlägt Herr Rausch v. Traubenberg ein und erhält unter Benutzung der durch Gleichung (1) dargestellten Beziehung zwei Formeln[1]), die in unserer Schreibweise lauten:

$$c\beta = \frac{2\pi}{h} n\varepsilon^2, \quad r = \frac{n\varepsilon^2\sqrt{1-\beta^2}}{mc^2\beta^2} = \frac{h^2\sqrt{1-\beta^2}}{n\varepsilon^2 4\pi^2 m}.$$

Indem er $n = 101$ setzt, findet er $r = 3{,}7 \cdot 10^{-11}$ cm, $c\beta = 2{,}2 \cdot 10^{10}$ cm sec^{-1}. Hiernach würde sich das β-Strahlteilchen nicht in unmittelbarer Nähe des Kernes befinden, denn nach Rutherford[2]) überschreitet dessen Radius bei Uran vermutlich nicht 10^{-12} cm. Soll dies jedoch der Fall sein, so muß n einen größeren Wert besitzen. Es ist denkbar, daß der Kern an seiner Oberfläche eine Anzahl (s) Elektronen trägt, die noch als zu ihm gehörig betrachtet werden müssen. Damit nun seine Gesamtladung den der Erfahrung entsprechenden Wert beibehält, muß n um s vergrößert werden. Zu $r = 10^{-12}$ cm gehört $\beta = 0{,}99967$. Es folgt dann $n = 159$. Da die so gefundene Ladung nicht unwahrscheinlich sein dürfte, erscheint die Anwendbarkeit der Hypothese Bohrs auf die in nächster Nähe des Atommittelpunktes befindlichen Elektronen nicht als ausgeschlossen. Bei einer genaueren Beurteilung der vorliegenden Frage sind die im übernächsten und dem auf ihn folgenden Abschnitt angestellten Erwägungen in Rücksicht zu ziehen.

Wir hatten oben gesehen, daß die kinetische Energie des Elektrons, welches den Atomkern umkreist, nicht ausreicht, dieses bis ins Unendliche zu entfernen. Weitere Energie wird dem Elektron von negativen Ladungen, die sich außerhalb seiner Bahn im Atom befinden oder sich

1) Dies nimmt auch Rutherford in dem oben erwähnten Handbuch an, während Rausch v. Traubenberg diese Geschwindigkeitseinbuße des Elektrons nicht berücksichtigt.

2) Siehe M. v. Laue „Das Relativitätsprinzip", 1913, S. 170. Von dem in Gleichung (285) gegebenen Ausdruck für E ist der zu $q = 0$ (q = Geschwindigkeit) gehörige Wert von E, d. h. mc^2, abzuziehen.

1) l. c. S. 30, Gleichung (III) und (IV). τ ist gleich 1 gesetzt.

2) Oben erwähntes Handbuch, S. 560.

mit ihm auf gleicher Bahn bewegen, durch elektrostatische Abstoßung zugeführt. Es soll jetzt versucht werden, zu zeigen, daß jene genügt, die beobachteten β-Strahlengeschwindigkeiten zustande kommen zu lassen. Die wirksame negative Elektrizitätsmenge $-s\varepsilon$ befinde sich in der Entfernung ϱ vom Atommittelpunkte, etwa in Form von Elektronen, die auf einer Kreislinie vom Radius ϱ verteilt sind. Der Einfluß anders gelegener Elektronen soll außer Betracht bleiben. Die genannte Ladung besitzt im Atommittelpunkt das Potential $-\frac{s\varepsilon}{\varrho}$. Würde ein β-Strahlteilchen von diesem Punkte aus ins Unendliche gelangen, so erhielte es demnach die Energie $\frac{s\varepsilon^2}{\varrho}$ zugeführt. In Wirklichkeit hat man sich vorzustellen, daß jenes Teilchen sich anfänglich nicht im Atommittelpunkt befand, sondern auf einem Kreise, der um diesen mit dem Radius r geschlagen ist. Liegt dieser mit dem Kreise vom Radius ϱ in einer Ebene und sind r und ϱ wenig voneinander verschieden, so kann die genannte Energiemenge augenscheinlich wesentlich größere Werte annehmen. Dies können wir etwa aus der Tatsache erschließen, daß das elektrostatische Potential einer gleichmäßig mit Ladung belegten Kreislinie bei endlicher Gesamtladung auf ihr selbst unendlich groß ist. Von der gewonnenen Energie wird der Betrag $E_p - E_k$ (siehe (4)), welcher höchstens nahezu gleich $c^2 m$ ist (wenn β sich von 1 nur sehr wenig unterscheidet), zur Überwindung der Anziehung des Kernes verbraucht. Daher besitzt der β-Strahl schließlich mindestens die Energie $\frac{s\varepsilon^2}{\varrho} - c^2 m$, wofern er ohne sonstige Arbeitsleistung ins Unendliche gelangt. Nach Formel (3) wird er somit daselbst eine Geschwindigkeit $c\beta_1$ aufweisen, welche aus der Gleichung

$$c^2 m \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2}} - 1 \right) = \frac{s\varepsilon^2}{\varrho} - c^2 m$$

zu berechnen ist. Man findet:

$$\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{\varrho c^2}{s\varepsilon \cdot \frac{\varepsilon}{m}} \right)^2} = \sqrt{1 - \frac{\varrho^2}{s^2} \cdot 13 \cdot 10^{24}}. \quad (5)$$

Setzt man z. B. $\varrho = 1{,}5 \cdot 10^{-12}$ cm und $s = 10$, so ergibt sich $\beta_1 = 0{,}84$. Dies ist bereits eine beträchtliche β-Strahlgeschwindigkeit. Wie oben erwähnt, kann man sich vorstellen, daß der Atomkern an seiner Oberfäche eine größere Anzahl von Elektronen trägt, die noch als zu ihm gehörig zu betrachten sind. Ist deren Zahl z. B. 40 und $\varrho = 10^{-12}$ cm, so folgt $\beta_1 = 0{,}996$. Der größte beobachtete Wert von β_1 beträgt wohl 0,998[1]). Somit scheint im Rahmen der gegebenen Anschauungen auch der Ursprung der schnellsten β-Strahlen verständlich zu sein, da ja bei der vorgenommenen Berechnung ungünstige Voraussetzungen gemacht wurden. Ferner können noch die im folgenden erörterten Kraftwirkungen zu einer Erhöhung der Geschwindigkeit des β-Strahles beitragen.

Wenn die im letzten Abschnitt erwähnte Ladung $-s\varepsilon$ aus einem Ring von einer größeren Anzahl Elektronen besteht, dessen Radius dieselbe Größenordnung wie r besitzt, so dürfte es möglich sein, daß diese Ladung auf das β-Strahlelektron eine nach dem Atommittelpunkt gerichtete beträchtliche Kraft ausübt. Hierauf weist die oben angeführte Tatsache hin, daß das elektrostatische Potential einer mit endlicher Gesamtladung gleichmäßig belegten Kreislinie auf dieser unendlich groß ist. Der neuen Kraft muß bei unveränderter Kernladung durch eine Vergrößerung der Zentrifugalkraft des kreisenden Elektrons das Gleichgewicht gehalten werden. Somit wird jetzt ein β-Strahl von größerer Geschwindigkeit zur Beobachtung gelangen, als die bisherigen Betrachtungen ergeben hatten.

Es ist nicht außer acht zu lassen, daß man sich jedenfalls vorzustellen hat, daß die Elektronen, welche die betrachtete abstoßende Kraft auf das β-Strahlteilchen ausüben, sich in Bewegung befinden und sonach auch mit einer magnetischen Kraft auf dieses einwirken. Sind die Elektronen in einem Ring angeordnet, der mit der Bahn des β-Strahlelektrons in einer Ebene liegt, und umkreisen sie den Atomkern, so ist die magnetische Kraft nach dem Atommittelpunkt hin gerichtet, wenn das β-Strahlteilchen sich im entgegengesetzten Sinne bewegt wie die Ringelektronen, im umgekehrten Fall ist sie vom Mittelpunkt weg gerichtet. Im ersteren Fall ist einer im vorigen Abschnitt angestellten Überlegung zufolge die magnetische Kraft dem Auftreten höherer β-Strahlgeschwindigkeiten günstig. Es erscheint nicht ausgeschlossen, daß die magnetische Wirkung von wesentlichem Einfluß sein kann. Es sei darauf hingewiesen, daß diese Kraft bei s Ringelektronen, die sich auf einem Kreis um den Atommittelpunkt vom Radius ϱ befinden, den Betrag $\frac{\beta\beta_0 s\varepsilon^2}{\varrho^2}$ besitzt, wobei $c\beta$ die Geschwindigkeit des nahezu im Mittelpunkt gedachten β-Strahlelektrons und $c\beta_0$ diejenige der Ringelektronen bedeutet und vorausgesetzt wird, daß man die bewegten Ringelektronen als Kreisstrom ansehen darf, in dessen Ebene jenes Elektron seine

1) J. Danysz, Ann. chim. phys. 30, 241, 1913.

Bahn beschreibt. Da dieses in Wirklichkeit den Abstand r vom Mittelpunkt aufweist, ist die Kraft größer, als wie der erwähnte Ausdruck angibt.

Von einer strengeren mathematischen Durchführung der hier entwickelten Anschauungen sehen wir ab, denn es sollten in diesen Zeilen nur einige Gesichtspunkte geboten werden, die vielleicht bei einer eingehenden Erklärung des Ursprunges der β-Strahlung radioaktiver Körper Verwendung finden können.

Zusammenfassung: In obigen Betrachtungen wird unter Verwendung des Rutherfordschen Atommodells angenommen, daß ein β-Strahlelektron vor seiner Aussendung den Atommittelpunkt mit großer Geschwindigkeit umkreist. Von einer Energieausstrahlung des Elektrons wird abgesehen, während im übrigen die Gesetze der Mechanik und Elektrizitätstheorie sowie auch das Relativitätsprinzip als gültig angenommen werden. Es wird eine Untersuchung der statthabenden Energieverhältnisse angestellt, wobei sich zeigt, daß die Arbeit, welche die von anderen im Atom befindlichen negativen Ladungen ausgeübten abstoßenden Kräfte an dem Elektron leisten, zur Erzeugung der schnellsten β-Strahlen zu genügen scheint. Die Anwendbarkeit des Bohrschen Prinzips von der Größe des Impulsmomentes auf die im Innersten des Atoms kreisenden Elektronen wird kurz erörtert.

Dresden, im Oktober 1915.

(Eingegangen 19. Oktober 1915.)

Über die Doppelbrechung des Vanadinpentoxydsols.

Von H. Dießelhorst und H. Freundlich.

Mit Tafel XIII.

In einer früheren Abhandlung[1]) war gezeigt worden, daß man vor allem im Vanadinpentoxydsol ein neues Urbild einer Flüssigkeit hat, die unter bestimmten Bedingungen anisotrop wird. Die in dem Sol enthaltenen V_2O_5-Teilchen sind langgestreckt, ja in manchen Solen geradezu stäbchenförmig, wie sich ultramikroskopisch nachweisen läßt. Sie können durch äußere Kräfte gerichtet werden: läßt man etwa das Sol in einem Kapillarrohr fließen, wobei sich infolge der Reibung Stromschichten von verschiedener Geschwindigkeit bilden, so stellen sich die Teilchen ihrer Länge nach in die Richtung der Stromlinien[1]) und ein Stück des fließenden Sols mit den gitterförmig angeordneten Teilchen verhält sich bezüglich seiner Doppelbrechung wie ein optisch einachsiger Kristall, dessen optische Achse der Längsachse der Teilchen parallel ist. Statt einer äußeren mechanischen Kraft kann auch eine elektrische oder magnetische auf die Teilchen richtend wirken.

Bisher waren im wesentlichen nur Versuche angestellt worden, bei denen die äußere Begrenzung des Sols so getroffen war, daß es sich wie eine parallel zur Achse ausgeschnittene Kristallplatte verhielt. Man ließ z. B. das V_2O_5-Sol lotrecht durch ein Rohr von rechteckigem Querschnitt strömen, während es senkrecht zur Flußrichtung von polarisiertem Licht durchsetzt wurde. Die Teilchen stellen sich unter diesen Versuchsbedingungen mit ihrer Längsachse lotrecht. Wie bei einer parallel zur Achse geschnittenen Platte eines einachsigen Kristalls blieb das Gesichtsfeld zwischen gekreuzten Nikols dunkel, wenn der elektrische Vektor des polarisierten Lichts senkrecht oder wagrecht war; es trat Aufhellung ein, wenn er unter einem Winkel stand, vor allem bei einem Winkel von 45^0. Ähnlich war es bei den Versuchen im elektrischen und magnetischen Feld.

Es galt nun weitere Versuche anzustellen, bei denen man die Kristallplatte sozusagen senkrecht zur Achse geschnitten hatte, bei denen also Flußrichtung des Sols und Lichtrichtung einander parallel sind. Man hatte dann in erster Linie im konvergenten Licht das charakteristische Bild des Achsenkreuzes mit den konzentrischen Ringen zu erwarten. Schon in der früheren Mitteilung[2]) war kurz bemerkt worden, daß diese Versuche durchaus gelangen. Sie mögen zunächst im folgenden ausführlicher beschrieben werden.

1) Siehe Dießelhorst, Freundlich und Leonhardt, Elster-Geitel-Festschrift, S. 453, 1915.

1) Man darf dabei nicht an den Fall denken, daß sich ein gestreckter Körper durch eine ruhende Flüssigkeit bewegt, etwa ein Stückchen Draht oder Roßhaar durch Wasser fällt, wobei er sich seiner Länge nach senkrecht zur Bewegungsrichtung stellt. Es handelt sich vielmehr darum, daß sich der gestreckte Körper mit der Flüssigkeit bewegt, und in diesem Fall stellt er sich seiner Länge nach in die Richtung der Stromlinien. Denn da die Geschwindigkeit aneinander grenzender Stromschichten verschieden groß ist, so wird der eine Pol des etwa querstehenden Körpers, der in die schnellere Schicht hineinragt, von dieser mitgenommen, während der andere Pol in der langsameren Schicht zurückbleibt, d. h. der Körper stellt sich in die Richtung der Stromlinien. Diese Lage bleibt dann auch gegenüber kleinen Ablenkungen nach der entgegengesetzten Seite stabil. Man kann sich hiervon leicht überzeugen, wenn man Wasser in einem zylindrischen Gefäß in Wirbelbewegung versetzt und ein Stückchen dünnen Draht oder Roßhaar auf der Oberfläche schwimmen läßt.

2) Elster-Geitel-Festschrift, S. 478.

Es wurde ein Polarisationsapparat für konvergentes Licht benutzt, wie ihn die Mineralogen zu verwenden pflegen. *P* und *A* in Fig. 1 sollen Polarisator und Analysator desselben andeuten. An Stelle einer Kristallplatte wurde ein Satz von Glasplatten eingeschoben. Alle waren aus gut geschliffenem Spiegelglas. Die mittlere Platte hatte einen Durchmesser von

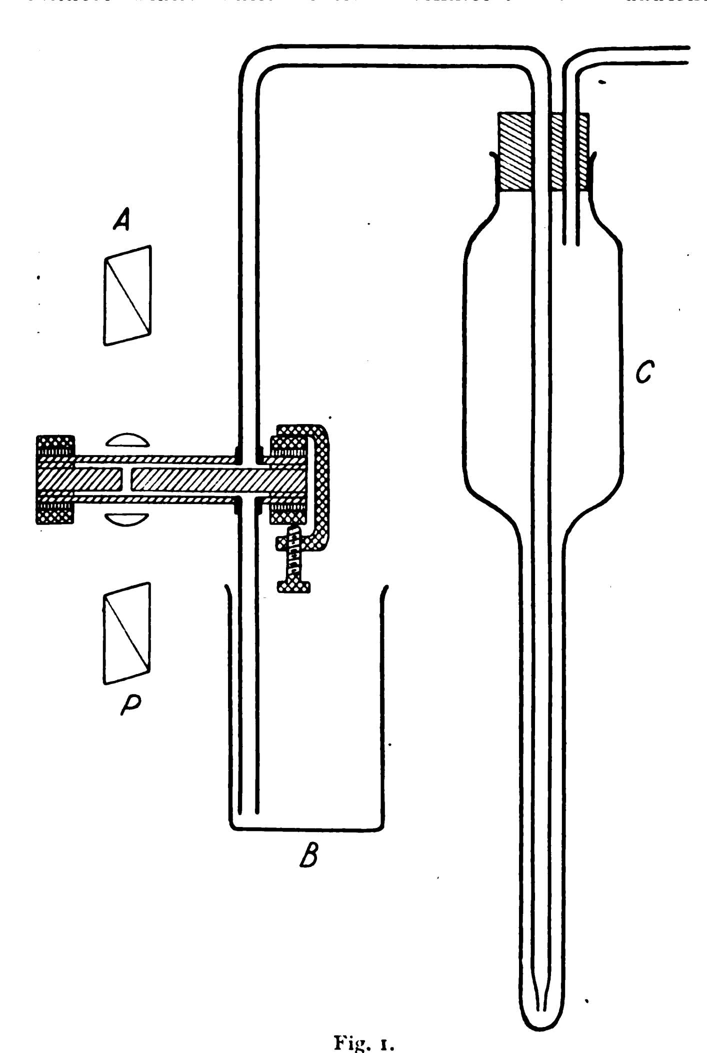


Fig. 1.

8 cm und eine Dicke von 5 mm. In ihr befand sich der Durchflußkanal, ein Loch von 2 mm Durchmesser, das glatt und sorgfältig gebohrt sein muß, damit nicht durch einen ungleichmäßigen, zackigen Rand die Regelmäßigkeit der Strömung und damit die Güte des Bildes gestört wird. Die beiden Deckplatten (8 cm Durchmesser und 1,5 mm dick) haben Löcher (8 mm Durchmesser), in die die Zu- und Abflußrohre mit kurzen Enden übergeschobenen Gummischlauches eingesetzt werden. Die Platten werden voneinander getrennt durch zwei Spiegelglasringe, die 1 mm dick und 10 mm breit sind. Der ganze Satz wird durch zwei Messingringe und fünf Klammern zusammengehalten; zwischen Glas und Messingringe sind Gummiringe eingeschoben. Sind die Glasplatten und -ringe gut geschliffen, so hält die Anordnung völlig dicht. Um ein gleichmäßiges und langdauerndes Fließen zu erreichen, verwandten wir eine Hebervorrichtung. Das Sol wurde aus dem Becherglas *B* durch die Rohre in den Glasplattensatz und das Gefäß *C* gesaugt. Durch Heben und Senken des letzteren — bei gelockertem Kork — ließ sich ein Fließen in der Richtung von *B* nach *C* und umgekehrt erreichen.

Bei ruhendem Sol ist das Gesichtsfeld zwischen gekreuzten Nikols dunkel. Läßt man das Sol fließen, so tritt das Achsenkreuz auf. Zu den Versuchen dienten zwei V_2O_5-Sole; ein konzentriertes, das 7,8 g V_2O_5 i. L. enthielt[1]) und ein verdünntes von 0,72 g i. L. Ersteres war ungefähr doppelt so zäh wie Wasser. Es gab bei unserer Versuchsanordnung ein Achsenkreuz mit zwei konzentrischen Ringen, deren Abstand durch die Fließgeschwindigkeit nur in mäßigen Grenzen beeinflußt werden konnte. Fig. 2[2]) stellt eine photographische Aufnahme dar. Das andere Sol war nur wenig zäher als Wasser. Entsprechend seinem geringeren V_2O_5-Gehalt war der Abstand der Ringe so groß, daß sie außerhalb des Gesichtsfeldes fielen, und man nur das Kreuz erhielt (siehe Fig. 3a). Aber dies gelang bloß bei mittleren und kleineren Geschwindigkeiten; bei größeren wurde die Bewegung unregelmäßig, wirbelnd und das Kreuz wurde stark verzerrt oder gar in schwarze Flecke aufgelöst.

Um diese Erscheinung zu sehen, kann man mit Tageslicht beleuchten.

1) Bei der Analyse wurde folgende hübsche Erscheinung beobachtet. Man muß zuerst das Sol mit Alkalilauge versetzen, um eine Lösung von Vanadat zu erhalten. Als man hierbei ziemlich konzentrierte *KOH* (33 proz.) verwandte, trat das ein, was man öfter schon bei chemischen Reaktionen in Solen beobachtet hat: die Koagulation geht rascher als der chemische Vorgang (siehe z. B. das Verhalten von Fe_2O_3-Sol gegen Säuren, Freundlich, Z. phys. Chem. **44**, 154, 1903). So kam es, daß Tropfen und Strahlen von *KOH* von koaguliertem V_2O_5 umhüllt, längere Zeit bestehen bleiben; verrührt man dann mit einem Glasstab, so tritt auch das Umgekehrte auf: linsenförmige Tropfen von rotem V_2O_5-Sol, von koaguliertem V_2O_5 umhüllt, lösen sich allmählich in der schwachgelben *KOH*-haltigen Vanadatlösung.

2) Die Figuren 2 und 3 befinden sich auf Tafel XIII.

Wichtig ist, daß man die Anordnung sorgfältig zentriert. Dies gilt noch in viel höherem Maße, wenn man die Bilder photographisch festlegen will. Es erwies sich dafür als zweckmäßig, den Polarisationsapparat auf ein Metalltischchen zu stellen, dessen Platte drehbar war und das durch Stellschrauben gerichtet werden konnte. Wir benutzten hierbei zur Beleuchtung eine Bogenlampe, deren Licht durch eine Linse gut parallel gerichtet war[1]). Auf den Polarisationsapparat war eine einfache hölzerne Kamera aufgepaßt. Um ein reelles Bild des Achsenkreuzes zu entwerfen, brauchte man nur das Okular genügend auszuziehen. Als photographische Platte benutzten wir J. Hauffs „Ultrarapid"; die Belichtungsdauer betrug 20″ bis 40″. Mit der genannten Platte erhielten wir härtere Bilder als mit einer rotempfindlichen Platte, die man bei der roten Farbe des Sols zunächst verwenden möchte.

Es wurde bei diesen Versuchen beobachtet, daß auch neben dem Durchflußloch zwischen gekreuzten Nikols ein schwarzes Kreuz beim Fließen der Flüssigkeit zu sehen war. Dies ist leicht zu verstehen: das Sol fließt radial von allen Seiten dem Loche zu, die Flußrichtung senkrecht zur Verbindungslinie des Nikols. Nun bleibt nach unseren Erfahrungen das Gesichtsfeld dunkel, wenn die Flußlinien parallel und senkrecht zu dem elektrischen Vektor des polarisierten Lichtes stehen, es entsteht also eine kreuzförmige Figur.

Diese kreuzförmige Figur entspricht ihrer Entstehung nach vollkommen der von Kundt[2]) beschriebenen Doppelbrechung von Metallschichten, die man durch elektrisches Zerstäuben eines Drahtes auf Glasflächen erhalten kann. Man sieht bei diesen zwischen gekreuzten Nikols ein dunkles Kreuz; sein Mittelpunkt liegt dort, wo die Spitze der zerstäubenden Kathode dem Glas am nächsten ist, die Arme des Kreuzes fallen mit den Schwingungsrichtungen des Lichtes in den beiden Nikols zusammen. Kundt vermag die Erscheinung nicht anders zu erklären, als daß die zerstäubten Metallteilchen bzw. -moleküle sich aus irgend einem Grunde in regelmäßiger Weise radial zur zerstäubenden Metallspitze auf der Unterlage anordnen. Der Grund ist nach ihm wahrscheinlich der, daß „jedes fortgeschleuderte Molekül mit Elektrizität geladen ist. Ist die Anordnung der Elektrizität auf dem Molekül infolge der Gestalt desselben oder aus irgend einem anderen Grunde nicht eine allseitig gleiche, so wird durch die Elektrizität der Kathode jedes Molekül während seiner Bewegung gerichtet werden, und alle Moleküle werden auf der Glasplatte in einer bestimmten Weise orientiert sich absetzen[1])". Auch hier also eine regelmäßige radiale Anordnung der Teilchen um einen Mittelpunkt, wie sich bei dem oben beschriebenen Fließversuch die V_2O_5-Teilchen radial zum Flußloch anordnen. Bemerkenswert ist ferner das Zurückgreifen auf eine bestimmte Gestalt der Moleküle.

Auch der Dichroismus des Soles machte sich deutlich bemerkbar, wenn man die radial dem Loche zufließenden Stromlinien nur mit einem Nikol betrachtete: zwei einander gegenüberstehende Arme eines Kreuzes erschienen dann rötlich, die zwei dazu senkrecht stehenden Arme gelblichgrün, wobei die Erscheinung durch Kontrastwirkung wohl noch verstärkt wird. Es entspricht dies eben ganz der früher beschriebenen Tatsache[2]), daß, wenn der elektrische Vektor des polarisierten Lichtes senkrecht zur Stromrichtung, also zur Längsachse der V_2O_5-Teilchen steht, das durchgehende Licht mehr grün enthält, dagegen röter ist, wenn der elektrische Vektor parallel zur Stromrichtung steht. Die Erscheinung war bei dem verdünnteren Sol besonders auffallend.

Man kann nun weiter mit dieser Versuchsanordnung feststellen, ob das fließende V_2O_5-Sol den Charakter eines positiv oder negativ einachsigen Kristalls hat. Bekanntlich benutzt man zur Entscheidung dieser Frage eine Viertelwellen-Glimmerplatte, die man auf die zu untersuchende Kristallplatte so auflegt, daß ihre (in Fig. 3b durch eine Linie angedeutete) optische Achsenebene um 45° gegen die Hauptebenen des Polarisationsapparates gedreht ist. Das Achsenkreuz zerfällt dann in zwei schwarze Flecken, die bei einem positiven Kristall rechts und links von der optischen Achsenebene der Glimmerplatte liegen; bei einem negativen liegen sie in dieser Ebene. Bei unserem Sol braucht man nur, während durch das Fließen das Achsenkreuz erzeugt wird, eine Viertelwellen-Glimmerplatte einzuschieben. Die Veränderung in der Figur war dann bei dem konzentrierten Sol zu klein, als das man sie mit wünschenswerter Schärfe erkennen konnte, beim verdünnten bekam man aber, wie Fig. 3b zeigt, sehr deutlich das für einen positiv einachsigen Kristall geltende Bild. Das heißt also: der ordentliche Strahl, der (mit seinem elektrischen Vektor) senkrecht zur optischen Achse, also senkrecht zur Längsachse der Teilchen schwingt,

1) Wir benutzten eine selbstregulierende Bogenlampe, die sonst für das Beleuchten beim Kardioid-Ultramikroskop diente.
2) Wied. Ann. **27**, 59, 1886.

1) Wied. Ann. **27**, 68, 1886.
2) Elster-Geitel-Festschrift, S. 463.

pflanzt sich schneller fort als der außerordentliche Strahl, der parallel der Längsachse der Teilchen schwingt.

Man kann nun die positive Doppelbrechung noch in einer sehr unmittelbaren Weise zeigen. Läßt man das Sol durch ein Rohr mit dreieckigem Querschnitt fließen, und benutzt dies als Prisma für eine Spektrallinie, so wird die Linie beim Fließen des Sols in zwei Linien gespalten, die entgegengesetzt polarisiert sind, und zwar schwingt die stärker gebrochene parallel der Flußrichtung und damit zu der Längsachse der Teilchen; es ist also der außerordentliche Strahl, der stärker gebrochen wird und sich demgemäß langsamer fortpflanzt als der ordentliche. Die Versuchsanordnung war folgendermaßen: ein mit Wasserstoff gefülltes Spektralrohr befindet sich unmittelbar vor dem Spalt des Spaltrohrs von einem Spektralapparat; das Licht fällt dann durch das prismatische Rohr —, der Querschnitt war ein gleichseitiges Dreieck mit der inneren Kantenlänge von 3 mm — durch das das Sol fließt, und dann in das Fernrohr des Spektralapparats. Bei der tiefroten Farbe des konzentrierten Sols, um das es sich zunächst handelt, geht nur die rote Wasserstofflinie hindurch. Solange die Flüssigkeit in Ruhe ist, sieht man nur eine Linie, die nicht ganz scharf, sondern etwas verschwommen ist. Beim Fließen wird die Linie glatt in zwei scharfe Linien gespalten, die, wie schon erwähnt, entgegengesetzt polarisiert sind; der Unterschied in der Brechbarkeit war etwa ein Drittel so groß wie die Verschiedenheit der Brechbarkeit der roten und der grünen Wasserstofflinie durch Wasser. Nahm man das verdünntere Sol, so war die Wasserstofflinie bei ruhender Flüssigkeit völlig scharf, durch das Fließen trat eine sehr deutliche Verbreiterung ein, aber die Aufspaltung in zwei Linien war nicht mehr zu beobachten.

Wie in der früheren Abhandlung mitgeteilt wurde[1]), werden die beiden Strahlen vom fließenden Sol verschieden stark absorbiert, und zwar wird der außerordentliche Strahl, der parallel zur Längsachse der Teilchen schwingt, stärker absorbiert, als der senkrecht zur Längsachse schwingende ordentliche Strahl. Das Sol verhält sich also umgekehrt wie der Turmalin, bei dem der ordentliche Strahl stark absorbiert wird. Es ist dies nun durchaus im Einklang mit der sogenannten Regel von Babinet. Nach dieser wird in absorbierenden, doppelbrechenden Medien derjenige Strahl stärker absorbiert, der sich langsamer fortpflanzt. Beim positiv einachsigen, fließenden V_2O_5-Sol ist das der außerordentliche Strahl, beim negativ einachsigen Turmalin der ordentliche.

1) Elster-Geitel-Festschrift, S. 459—460.

Genau dieselben Erscheinungen ließen sich an dem alten, aktiven Eisenhydroxydsol beobachten, das nach den früheren Versuchen[1]) so stark das Phänomen von Majorana gezeigt hatte; es enthielt übrigens, wie jetzt festgestellt wurde, 49,4 g Fe_2O_3 i. L. Allerdings machte sich wieder die Tatsache geltend, die schon früher[2]) berührt wurde, daß nämlich die Teilchen des Fe_2O_3-Sols lange nicht so leicht durch das Fließen gerichtet werden, wie die des V_2O_5-Sols, während sie gegenüber dem Einfluß das Magnetfeldes empfindlicher sind. Das Achsenkreuz ließ sich wohl unter genau denselben Versuchsbedingungen wie oben ohne jede Schwierigkeit mit dem erwähnten, recht konzentrierten Sol erhalten. Verdünnt man aber das Sol auf das Zehn- und Mehrfache, um wie früher mit Hilfe der Viertelwellen-Glimmerplatte den Sinn der Doppelbrechung zu entscheiden, so gelang es zunächst unter den gewöhnlichen Bedingungen des Fließens nicht das Achsenkreuz zu erzielen; man mußte etwa durch Blasen oder Saugen die Fließgeschwindigkeit noch merklich erhöhen, um ein Kreuz zu erhalten; das war aber dann infolge der unter diesen Umständen auftretenden Wirbel verdreht und verzerrt. Die Entscheidung bezüglich des Sinns der Doppelbrechung ließ sich deshalb so nicht sicher treffen.

Dies gelang aber mit Versuchen, bei denen das konzentrierte Fe_2O_3-Sol durch das dreieckig-prismatische Rohr ausfloß. Wohl war die Wirkung auch hier sehr viel schwächer als beim V_2O_5-Sol. Denn bei diesem konzentrierten Sol trat keine Aufspaltung der roten Wasserstofflinie in zwei Linien ein, sondern nur eine sehr deutliche Verbreiterung. Man konnte aber, wenn man die verbreiterte Linie durch ein Nikol betrachtete, eindeutig erkennen, daß die stärker abgelenkte Seite der Linie ihre elektrischen Schwingungen parallel zur Längsachse der Teilchen ausführte. Der außerordentliche Strahl wird also stärker gebrochen, er pflanzt sich langsamer fort, das fließende Fe_2O_3-Sol ist positiv einachsig. Verwandte man stärker verdünnte Sole, so ließ sich keine Verbreiterung der Linie mehr beobachten[3]).

Es wurde schon in der früheren Abhand-

1) Elster-Geitel-Festschrift, S. 469.
2) Elster-Geitel-Festschrift, S. 470.
3) Auch bei einem Wolframsäuresol, bei dem schon Lottermoser (van Bemmelen-Gedenkbuch, S. 154, 1910) einen seidenartigen Glanz beim Umschütteln beschreibt, wie wir ihn beim V_2O_5-Sol beobachtet hatten, konnten wir eine ähnliche Doppelbrechung wie bei diesem nachweisen.

lung eingehend erörtert[1]), wie groß die Ähnlichkeit zwischen dem V_2O_5-Sol und den anisotropen Schmelzen, den sogenannten flüssigen Kristallen ist. Dabei ergab sich, daß jedenfalls die in letzteren nach der Vorländer-Boseschen Theorie anzunehmenden Schwärme den langgestreckten V_2O_5-Teilchen weitgehend ähneln; daß aber Unterschiede insofern zu erwarten sind, als die anisotropen Schmelzen einphasig sind, das V_2O_5-Sol dagegen zweiphasig. Damit hängt der bisher noch nicht erwähnte Unterschied zusammen, daß die flüssigen Kristalle den bekannten scharfen Übergangspunkt zeigen bei der Umwandlung der anisotropen Schmelze in die isotrope, während etwas derartiges bei dem zweiphasigen V_2O_5-Sol natürlich nicht zu beobachten ist. Man könnte vielleicht eine ähnliche Erscheinung erhalten, wenn etwa die V_2O_5-Teilchen sich beim Erwärmen vollständig im Wasser lösten; dazu ist aber ihre Löslichkeit viel zu gering. Die recht verdünnte echte Lösung[2]) des V_2O_5 zeigt keine Doppelbrechung.

Die Ähnlichkeit zwischen den Schwärmen der anisotropen Schmelzen und den Teilchen des V_2O_5-Sols äußerte sich bisher vor allem in ihrem Verhalten gegenüber dem elektrischen Strom und im Magnetfeld. Versuche, die Schwärme durch Fließen zu richten, lagen bisher noch nicht vor. Wir versuchten bei der Schmelze des *p*-Azoxyanisols dieselben Experimente anzustellen, wie früher beim V_2O_5-Sol, d. h. sie zwischen gekreuzten Nikols durch ein Rohr von rechteckigem Querschnitt fließen zu lassen. Das Ausflußrohr einer Pipette war auf eine kurze Strecke — etwa 1 cm — flach gedrückt, die Pipette mit diesem ganzen Rohrstück befand sich in einem Mantel, der durch den Dampf von Amylalkohol oder Xylol genügend hoch erhitzt werden konnte. Es gelang aber nicht, die Versuche in dieser Weise durchzuführen; die Schmelze ist so zäh, daß sie als Ganzes durchzurutschen geneigt ist.

Wohl aber sprechen nachfolgende Versuche dafür, daß man auch diese Schwärme mechanisch richten kann. Man schmilzt *p*-Azoxyanisol — mit demselben Erfolg geht es bei *p*-Azoxyphenetol und vor allem bei Gemischen beider — zwischen zwei Glasstreifen und schiebt diese mehrfach regelmäßig — etwa mittels einer Führung — hin und her, wenn man sich im Temperaturgebiet der anisotropen Phase befindet. Bringt man dann — noch immer im erwähnten Temperaturgebiet — die Glasstreifen zwischen gekreuzte Nikols und dreht um die Verbindungslinie der Nikols als Achse, so tritt eine kräftige Aufhellung von großen Placken der Schmelze ein, wenn die Führungsrichtung sich unter einem Winkel von 45° gegen die Hauptebenen der Nikols befindet, während dieselben Placken dunkel werden, wenn die Führungsrichtung in eine der Hauptebenen der Nikols fällt. Dies spricht mit Entschiedenheit dafür, daß in den Placken Schwärme vorhanden sind, die durch das Hin- und Herschieben parallel (oder auch senkrecht?) zur Führungsrichtung der Streifen gerichtet worden sind. Natürlich ist es grundsätzlich ganz gleichgültig, ob man die Schwingungsebene der Nikols unverändert läßt und die gerichteten Schwärme dreht, oder, wie das beim V_2O_5-Sol meist geschah, die Flußrichtung konstant hält und die Nikols dreht.

Es sei hier ausdrücklich betont, daß dieser Versuch nur gelingt, wenn man sich im Temperaturgebiet der anisotropen Schmelze befindet; im Gebiet der isotropen Schmelze gelingt es in keiner Weise mechanisch die Moleküle zu richten, also eine Doppelbrechung zu erzeugen. Dies gilt nach den bisherigen Erfahrungen wohl auch allgemein: die magnetischen und elektrischen Kräfte wirken nur auf die Molekülschwärme der anisotropen Schmelzen, nicht auf die einzelnen Moleküle richtend.

Zum Schluß sei ein theoretischer Punkt noch kurz besprochen. Die Erscheinungen am V_2O_5-Sol drängen einem die Frage auf: sind die V_2O_5-Teilchen amorph oder kristallinisch, und wie steht es überhaupt mit diesen Begriffen? Wüßte man nichts vom optischen Verhalten und vom ultramikroskopischen Bild des genannten Sols, so würde, wie früher[1]) schon hervorgehoben wurde, niemand daran zweifeln, daß die Teilchen amorph sind: ein etwas konzentrierteres Sol erstarrt beim Koagulieren zu einem Gel, ein verdünnteres gibt große Flocken, beim Eintrocknen erhält man schöne, zusammenhängende, durchscheinende Häute, oder gröbere Massen von muscheligem Bruch. Das Sol gleicht eben durchaus anderen Solen, etwa denen des $Al(OH)_3$ oder der Kieselsäure, bei denen man wohl bisher immer amorphe Teilchen annahm, keine Kristalle. Nun sind aber die V_2O_5-Teilchen länglich, und dies steht im Widerspruch mit dem Begriff des Amorphen: der amorphe Stoff sollte isotrop sein, keine Richtung dürfte bevorzugt sein.

Man hat nun verschiedene Möglichkeiten, sich diesem Widerspruch zu entziehen. Es würde die einfachste Auffassung sein, den Unterschied zwischen amorph und kristallinisch über-

1) Elster-Geitel-Festschrift, S. 471—475.
2) Siehe Freundlich u. Leonhardt, Kolloidchem. Beihefte 7, 191ff., 1915.

1) Elster-Geitel-Festschrift, S. 456, 474.

haupt fallen zu lassen; die Moleküle könnte man als anisotrop betrachten, und ein einzelnes Molekül wäre schon die kleinste Kristalleinheit. Dies entspräche der Anschauung von v. Weinarn, der ja alle feste Stoffe schlechtweg als mikrokristallin ansieht. Wir besitzen nun in der Tat keine scharfen Kennzeichen, um amorph und kristallinisch voneinander zu unterscheiden, so daß man vorerst etwas zwingendes gegen diese Anschauung nicht vorbringen kann.

Wir neigen mehr einer anderen Möglichkeit zu. Es spricht doch zu viel dafür, daß ein amorpher Zustand im eigentlichen Sinne vorhanden ist, und daß er sich im Grenzfall grundlegend vom kristallinischen Zustand unterscheidet[1]). Bezüglich des letzteren hat man ja seit der Entdeckung der Röntgenstrahlenspektrogramme durch Laue weitgehend Klarheit gewonnen. Man weiß vor allem, daß die Atome die Punkte des Raumgitters besetzen und daß der Verband, der die Atome im Molekül zusammenhielt, weitgehend gelöst ist[2]). Die Entstehung eines Kristalls aus einer Schmelze oder Lösung bedeutet also eine ziemlich eingreifende Umwälzung, und damit steht die zweifellos vorhandene Schwierigkeit der Kristallbildung im Einklang, die Erscheinungen der Übersättigung, Keimwirkung u. a. m. In den Gasen und Flüssigkeiten haben wir andererseits durchaus amorphe Gebilde: Moleküle die sich regellos durcheinander bewegen, gleichfalls eine Anschauung, die nach unseren Kenntnissen der Brownschen Bewegung und anderer Erscheinungen als nicht mehr hypothetisch anzusehen ist. Die Gläser wird man nun jedenfalls als sehr zähe Flüssigkeiten annehmen dürfen, also als amorph-fest: regellose Lagerung der Moleküle wie in einer Flüssigkeit, ohne daß die Atome der betreffenden Moleküle in die Punkte des Raumgitters einspringen[3]). Aber auch die Abscheidungen vieler fester Stoffe aus Lösungen u. dergl. wird man als amorph-fest betrachten wollen. Dafür spricht vor allem die Ostwaldsche Stufenregel: es bildet sich nicht zuerst der beständige Kristall, sondern die unbeständige unterkühlte Flüssigkeit, die eben unter Umständen so zäh ist, daß man sie amorph-fest nennen muß. Die in den Solen vorhandenen Teilchen haben sich fast durchweg unter diesen Bedingungen gebildet.

1) Man denke z. B. daran, daß nach Eucken (Ann. d. Phys. **34**, 185, 1911) die Wärmeleitfähigkeit von Kristallen bei tiefen Temperaturen stark zunimmt, während die der Gläser abnimmt.

2) Siehe hierüber z. B. Groth, Ber. d. deutsch. Chem. Gesellsch. **47**, 2063, 1914.

3) Es wird durch diese Definition also „amorph" in Gegensatz gestellt zu „kristallinisch" und nicht ohne weiteres mit dem Begriff „isotrop" gleich gesetzt.

Bei dieser Anschauung tritt nun die Frage auf: wie kann bei einem amorph-festen Stoffe die Anisotropie entstehen, die bei den langgestreckten Kolloidteilchen zweifellos in der Gestalt sich äußert?

In der Regel werden die amorph-festen Stoffe durchaus isotrop sein, da ihre Moleküle ganz ungeregelt liegen. Aber es lassen sich auch unter Umständen bestimmt gerichtete Gebilde voraussehen. Man braucht nur z. B. anzunehmen, daß sich die Moleküle des betreffenden Stoffes durch eine charakteristische Gestalt auszeichnen, daß sie etwa wie die Moleküle der flüssigen Kristalle nach der Vorländer-Boseschen Theorie langgestreckt sind und daher die Neigung haben, zu Schwärmen von gleichgerichteten Molekülen zusammenzutreten[1]). Derartige Schwärme gerichteter Moleküle könnten, wenn sehr zäh, amorph-feste Stoffe mit bestimmten bevorzugten Richtungen bilden, ohne daß man schon anzunehmen braucht, daß die Atome die Raumgitterpunkte besetzen, daß wir also den richtigen Kristallbau haben. Man könnte also die länglichen Teilchen des V_2O_5-Sols vergleichen mit glasig erstarrten Schwärmen eines flüssigen Kristalls. Leider hat man zurzeit noch nicht die Mittel, um diese Anschauung zu prüfen, aber man wird vielleicht mit ihrer Möglichkeit rechnen müssen. Amorph-fest und doch nicht isotrop wäre dann kein Widerspruch. Für den kristallinischen Bau wäre kennzeichnend, daß die Atome die Raumgitterpunkte besetzen.

Als diese Betrachtung schon niedergeschrieben war, wurden wir auf eine eben erschienene Abhandlung von Groth[2]) aufmerksam, in der er wesentlich zum gleichen Ergebnis kommt. Auch er setzt voraus, daß die Moleküle amorpher Stoffe anisotrop sind. Dies bedingt, daß sie — mag ihre Anordnung auch zunächst durchaus regellos sein — bei genügender gegenseitiger Annäherung richtend aufeinander wirken, also eine bestimmte, z. B. parallele Lagerung anstreben. Auch amorphe Stoffe müßten also anisotrop sein können, und wenn sie es im allgemeinen in so geringem Grade sind, so rührt dies wohl daher, daß ihr Molekulargewicht sehr groß ist, und daß die Anisotropie großer Moleküle in der Regel geringer sein wird. Groth erwartet also von vornherein eine Anisotropie amorpher Stoffe und sucht eine Erklärung dafür, daß man sie bisher so selten gefunden hat. Unser Fall des V_2O_5-Sols kann demgemäß geradezu als Bestätigung der Grothschen Auffassung gelten,

1) Daß diese Schwärme sich zu langgestreckten Stäbchen ausbilden, hängt vielleicht damit zusammen, daß man nach Debye (diese Zeitschr. **13**, 97, 1912) die Moleküle zweckmäßig als elektrische Dipole auffaßt.

2) Zeitschr. f. Krystallogr. **54**, 498, 1915.

als Beispiel eines amorphen Stoffes, bei dem die Anisotropie der Moleküle so ausgesprochen ist, daß auch der amorphe Stoff selbst anisotrop wird.

Zusammenfassung.

1. Läßt man das Vanadinpentoxydsol zwischen gekreuzten Nikols im konvergenten Licht parallel zur Verbindungslinie der Nikols fließen, so erhält man das Achsenkreuz mit den konzentrischen Ringen.

2. Mit Hilfe einer Viertelwellen-Glimmerplatte konnte nachgewiesen werden, daß das fließende V_2O_5-Sol sich wie ein positiv einachsiger Kristall verhält.

3. Wenn das V_2O_5-Sol durch ein prismatisches Rohr von dreieckigem Querschnitt fließt, und man dieses als Prisma zur Zerlegung von Spektrallinien benutzt, so wird beim Fließen eines konzentrierten V_2O_5-Sols die rote Wasserstofflinie in zwei entgegengesetzt polarisierte Linien aufgespalten; entsprechend einer positiven Doppelbrechung wird der außerordentliche Strahl stärker gebrochen, d. h. derjenige, dessen elektrischer Vektor parallel zur Flußrichtung und damit zur Längsachse der Teilchen schwingt. Bei einem verdünnten V_2O_5-Sol beobachtet man beim Fließen nur eine Verbreiterung der Linie.

4. Nach früheren Beobachtungen wird der außerordentliche Strahl vom fließenden V_2O_5-Sol auch stärker absorbiert als der ordentliche. Es steht dies im Einklang mit der sogenannten Regel von Babinet, nach der in gefärbten doppelbrechenden Medien derjenige Strahl stärker absorbiert wird, der sich langsamer fortpflanzt, also stärker gebrochen wird.

5. Die unter 1 und 3 beschriebenen Erscheinungen ließen sich auch bei einem alten Eisenhydroxydsol nachweisen, das sich, wie früher erwähnt, durchaus wie das V_2O_5-Sol verhielt. Nur waren die Wirkungen durchweg merklich schwächer.

6. Die Ähnlichkeit zwischen den Schwärmen der anisotropen Schmelzen und den V_2O_5-Teilchen wurde schon an anderer Stelle erörtert. Es ließ sich danach erwarten, daß sich auch die erwähnten Schwärme durch mechanische Mittel würden richten lassen. Dies ist in der Tat der Fall, wenn man z. B. die anisotrope Phase von *p*-Azoxyanisol oder *p*-Azoxyphenetol oder von Gemischen beider zwischen zwei Glasplatten hin- und herschiebt.

7. Es wird die Möglichkeit erörtert, daß ein amorph-fester Stoff nicht isotrop ist, sondern sich in bestimmten Richtungen bevorzugt ausbildet. Man hätte gewissermaßen sehr zähe, glasig erstarrte Molekülschwärme, wie die der anisotropen Schmelzen, aber keine richtigen Kristalle, bei denen die Atome die Punkte des Raumgitters besetzt haben.

Braunschweig, Physikal. und Physik.-chem. Institut d. H. Techn. Hochschule.

(Eingegangen 6. November 1915.)

BESPRECHUNGEN.

H. Sieveking, Moderne Probleme der Physik. Vorträge. gr. 8. VII u. 146 S. mit 21 Abbildungen. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn. 1914. Geh. M. 4.50, geb. M. 5.50

Das Buch enthält die neuen Fortschritte auf dem Gebiet der Elektronentheorie, der Radioaktivität, der Röntgenstrahlen, der Elektrodynamik, des Relativitätsprinzips und der Thermodynamik. Bei dem geringen Umfange kann es natürlich auf Vollständigkeit keinen Anspruch machen. Immerhin gelingt es dem Verfasser, den Leser auch mit den neuesten Errungenschaften und Fragestellungen der modernen Atomistik und Elektrodynamik bekannt zu machen. So möchte ich vollständige Fajanssche Tabellen der radioaktiven Substanzen hervorheben.

Eine größere Präzision des Ausdrucks wäre auf Seite 127 wünschenswert gewesen, wo die Abszissen in der betreffenden Figur offenbar nicht die Geschwindigkeiten der Atome eines Grammatoms, sondern die Anzahl der Atome bezeichnen, deren Energie einen bestimmten Wert darstellt.

Das Buch mit guten Figuren versehen ist anregend geschrieben und dürfte als kurze Einführung in die behandelten Gebiete geeignet erscheinen.

H. Rausch von Traubenberg.

Konrad Fuß u. Georg Hensold, Lehrbuch der Physik für den Schul- und Selbstunterricht. Mit zahlreichen Schülerübungen, vielen Rechenaufgaben, einer Spektraltafel in Farbendruck und 400 Textbildern. gr. 8. 11. und 12. verbesserte Auflage. Gekürzte Ausgabe. gr. 8. XX u. 447 S. Freiburg i. Breisgau, Herdersche Verlagshandlung. 1913. Geheftet M. 5.—, gebunden M. 5.70.

Über die größere Ausgabe dieses Buches ist vor einiger Zeit (diese Zeitschr. **14**, 662, 1913, bzw. **10**, 327, 1909) berichtet worden. Von ihr unterscheidet sich die vorliegende Ausgabe durch Weglassung einiger schwierigerer oder weniger wichtiger Abschnitte. Neu eingefügt sind Anleitungen zu Schülerübungen. Daß das Ergebnis hier meist vorweg angegeben ist, er-



scheint nicht besonders glücklich. Manche der angegebenen einfachen Freihandversuche verdienen wohl kaum den Namen „Schülerübung". Eine solche muß in der Regel, wenn sie Wert haben soll, aus einer Reihe zusammenhängender Beobachtungen bestehen. Bei anderen Übungen müßte, wenn sie überhaupt im Lehrbuch Aufnahme finden sollen, die Anleitung ausführlicher sein. Diese Neuerung des Buches ist jedenfalls verbesserungsbedürftig, wenn sie beibehalten werden soll. Im übrigen kann auf die frühere Besprechung verwiesen werden. Kochan.

O. D. Chwolson, Traité de Physique. Ouvrage traduit sur les éditions russe et allemande par E. Davaux. Edition revue et considérablement augmentée par l'auteur, suivie de notes sur la Physique théorique par E. Cosserat et F. Cosserat. Tome Cinquième. Premier Fascicule: Champ magnétique variable. Avec 36 figures dans le texte. Lex. 8. VI u. 266 S. Paris, A. Hermann et fils. 1914. Fr. 9.—[1])

Wiederum liegt eine weitere Lieferung des Chwolsonschen Werkes vor. Sie ist dem variablen Magnetfelde gewidmet und behandelt nach einer Einleitung die Induktion, die Maxwellsche Theorie, die Grundlagen der Elektronentheorie und das Relativitätsprinzip. Da über den Wert des Werkes Meinungsverschiedenheiten wohl kaum bestehen dürften, genügt es, auf das Erscheinen dieser Lieferung hinzuweisen.

1) Siehe diese Zeitschr. **8**, 159, 663, 1907; **10**, 495, 1909; **14**, 851, 1913; **15**, 646, 1914.

Iklé.

E. Jochmann u. O. Hermes, Grundriß der Experimentalphysik und Elemente der Chemie, sowie der Astronomie und mathematischen Geographie. Zum Gebrauch beim Unterricht auf höheren Lehranstalten und zum Selbststudium. 18. Auflage von P. Spies. gr. 8. XVI u. 455 S. mit 537 Figuren, 8 (6 farbigen) Tafeln, 2 Sternkarten und 8 Tabellen. Berlin, Winckelmann & Söhne. 1914. Gebunden M. 5.50

Das alte bekannte Lehrbuch von Jochmann-Hermes hat in den beiden letzten Auflagen eine Neubearbeitung durch Spies erfahren. Vieles aus den älteren Auflagen, besonders längere mathematische Herleitungen und weniger wichtige Abschnitte, haben neuem Stoff Platz machen müssen. So finden eingehendere Erwähnung unter anderem Neuen die Strahlungsgesetze und der zweite Hauptsatz der Wärmelehre, Gebiete, die Bücher ähnlicher Art über Gebühr kurz abtun, ferner die Wienerschen stehenden optischen Wellen und die Interferenz der Röntgenstrahlen. Mehr als früher betont sind auch die technischen Anwendungen der Physik.

Das Buch soll wie bisher dem Schulunterricht und dem Selbststudium dienen, stellt demnach etwa ein Mittelding zwischen den meist üblichen Schulbüchern und einem Werke von der Art des Grimsehlschen dar. Daher ist auch ebensowenig wie bisher eine Trennung in Ober- und Unterstufe vorgenommen, nur im Buche selbst angedeutet. Dagegen fällt die schärfere Gliederung als wesentliche Verbesserung auf. Trotzdem bleibt die Darstellung zusammenhängend, um dem Leser nicht bloß ein Wiederholungsbuch mit Stichworten zu sein, sondern ein selbständiges Studium zu ermöglichen, also auch dem Schüler ein Nachschlagebuch zu sein für das, was der Unterricht nicht gebracht hat. Bei dieser Gelegenheit erinnert sich der Berichter wieder mit Vergnügen an die mannigfache Anregung, die er als Primaner von dem alten „Jochmann" gehabt hat.

Auf Verwendung der höheren Mathematik wird verzichtet, statt eingehender theoretischer Behandlung, die ohne größere oder höhere Rechnung nicht durchführbar erscheint, werden geschickt entsprechende ähnliche Erscheinungen, die sich leichter übersehen und deuten lassen, zur Erklärung herangezogen, ohne daß aber der Leser über das Unzulängliche solcher Erklärungen im Zweifel gelassen wird.

So ist es möglich gewesen, einen reichen Inhalt bei verhältnismäßig geringem Umfang zu bieten. Beigegeben sind 2 Anhänge, über Einführung in die Chemie und Astronomie. In seiner neuen Gestalt wird das Buch sicher viel neue Freunde gewinnen.

Kochan.

Vito Volterra, Drei Vorlesungen über neuere Fortschritte der mathematischen Physik. Gehalten im September 1909 an der Clark-University. Mit Zusätzen und Ergänzungen des Verfassers deutsch von Ernst Lamla. gr. 8. IV u. 86 S. Mit 19 Figuren und 2 Tafeln. Leipzig, B. G. Teubner. 1914. M. 3.—

Die italienischen Mathematiker haben sich an den neuen mathematischen Aufgaben, die durch das rasche Aufblühen der Atomistik entstanden sind, wenig beteiligt, dafür aber die klassische Richtung der mathematischen Physik kultiviert und darin manchen großen Fortschritt erzielt. Auch die Vorlesungen Volterras gehören in diese Richtung; der Titel meint nicht die neueren Fortschritte in der Behandlung molekularer Wechselwirkungen oder statistisch-physikalischer Erscheinungen, sondern rein mathematische Resultate über die Lösungsmethoden der partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik und über die Formulierung gewisser Vorgänge, die die klassische Zeit unberücksichtigt ließ, wie die Nachwirkungserscheinungen.

Das Buch zerfällt in drei Teile, die „Vorlesungen" betitelt sind; der Umfang jedes Teiles übersteigt aber, wie mir scheint, trotz knapper Darstellung bei weitem das, was ein noch so fähiges Auditorium in einer Vorlesung aufzunehmen vermag.

Der erste Teil enthält im wesentlichen Betrachtungen über Elektrodynamik. Zuerst werden die Maxwellschen Gleichungen als Spezialfall aus einem Variationsprinzipe abgeleitet, welches so allgemein gewählt ist, daß es auch die Elektrizitätstheorie umfaßt. Hieran schließt sich ein Hinweis, daß die Mechanik der Kontinua eine analoge Behandlung herausfordert, wie sie in der Mechanik der Punktsysteme als Hamilton-Jacobische Theorie bekannt ist, und dieser Hinweis dient zur Einführung des verallgemeinerten Funktionsbegriffs, der von Volterra ausgebildet worden ist und von dem in der dritten Vorlesung die Rede sein wird. (Übrigens ist diese Ausdehnung der Hamilton-Jacobischen Theorie auf mehr-dimensionale Variationsprobleme in einer Göttinger Dissertation von G. Prange, 1915, in Angriff genommen worden.) Den

Schluß der ersten Vorlesung bildet eine kurze Darstellung der Relativitätstheorie.

Die zweite Vorlesung ist vor allem den neueren Forschungen auf dem Gebiete der klassischen Elastizitätstheorie gewidmet. Die von Betti, Somigliana u. a. gegebenen Methoden zur Integration der elastischen Grundgleichungen werden kurz beschrieben (die von Korn aber nicht erwähnt); es folgen Erörterungen über die Schwingungsgleichungen und ihre Charakteristiken, wobei besonders der Unterschied der Fälle von gerader und ungerader Anzahl der unabhängigen Variabeln hervorgehoben wird. Am Schlusse wird die Theorie ringförmiger, mehrfach zusammenhängender elastischer Körper entwickelt und gezeigt, wie diese zur exakten experimentellen Prüfung der Elastizitätstheorie dienen können, weil bei einem distordierten Ringe keine unbekannte Verteilung von Oberflächenspannungen störend eintritt.

Die dritte Vorlesung bietet wohl das meiste Interesse; hier werden die Vorgänge betrachtet, die Volterra „Vererbungserscheinungen" nennt, d. h. alle solche Vorgänge, bei denen ein Zustand von der Vorgeschichte abhängt, wie elastische Nachwirkung, magnetische Hysteresis. Bei Berücksichtigung dieser Vorgänge verwandeln sich die partiellen Differentialgleichungen in Integro-Differentialgleichungen, in denen Integrale über die Vorgeschichte auftreten; im einfachsten Falle hat man gewöhnliche lineare Integralgleichungen. Hier kommt der oben erwähnte von Volterra ausgebildete Kalkül zur Geltung, in dem Funktionen von Funktionen untersucht werden und die Differentialrechnung auf solche Bildungen erweitert wird. Die Aufstellung der allgemeinsten Gesetze, die bei Berücksichtigung der Vererbungserscheinungen möglich sind, ist gewiß von großem Interesse, ich meine aber, daß die eigentliche physikalische Erkenntnis dadurch nicht wesentlich gefördert wird; das Zustandekommen der Nachwirkungen wird nur durch atomistische Betrachtungen verständlich werden können.

M. Born.

H. Rohmann, Elektrische Schwingungen. I. Teil 115 S., II. Teil 96 S. Sammlung Göschen Nr. 751 und 752. Berlin, G. J. Göschensche Verlagsbuchhandlung. 1915. Gebunden jeder Teil M. —.90.

Der Verfasser dieser vortrefflichen Darstellung des Gebietes entstammt der Straßburger Physikerschule, die, durch die Namen F. Braun, E. Cohn, J. Zenneck gekennzeichnet, auf dem Gebiete der elektrischen Schwingungen führend ist. Man wird von einem Bändchen der Göschensammlung nicht erwarten, das Gebiet erschöpfend oder jede Frage bis in ihre Tiefen erledigt zu finden, wird aber doch erstaunt sein, wieviel die beiden Bändchen enthalten. Die gewählte Darstellung hat es in glücklicher Weise verstanden, die unumgänglichen mathematischen Erörterungen, die niemals in leeres Rechnen ausarten, mit physikalischer Anschaulichkeit zu durchdringen und lebendig zu machen. So ist eine Einführung gewonnen, die man nur warm empfehlen kann.

Das erste Bändchen gibt in seinem ersten Teil eine grundlegende Rekapitulation der nötigen elektrostatischen und elektrodynamischen Grundlagen; im zweiten behandelt es die Schwingungen von Kondensatorkreisen, mit den Unterabteilungen Eigenschwingungen, erzwungene Schwingungen, gekoppelte Kreise: im dritten Teile wird das Experimentelle über die Herstellung und Untersuchung solcher elektrischer Schwingungen kurz zusammengestellt.

Das zweite Bändchen behandelt in seinem ersten Teile die schwingungsfähigen Systeme mit verteilter Kapazität und Selbstinduktion, also stehende und fortschreitende Drahtwellen und was damit zusammenhängt. Erst theoretisch, dann experimentell. Gerade dieser Teil bringt viel über die gewöhnlichen Darstellungen Hinausgehendes und ergänzt sie wertvoll; im zweiten Teil werden die elektromagnetischen Wellen im freien Raum besprochen, einschließlich der Strahlung von Oszillatoren. Hier finden denn auch die Hertzschen Versuche ihren Platz. — Auf die Technik der drahtlosen Telegraphie wird nicht eingegangen, vermutlich weil ihr noch ein besonderes Bändchen gewidmet werden soll.

H. Th. Simon.

Bernardo Dessau, Manuale di Fisica ad uso delle scuole secondarie e superiori. Volume Secondo: Acustica, Termologia, Ottica. Lex. 8⁰. VII u. 612 S. mit 341 Figuren im Text und einer farbigen Tafel. Mailand, Rom und Neapel, Società Editrice Libraria. 1915. Lire 15.—[1]).

Daß im Jahre 1915 der zweite Band des schönen Dessauschen Werkes erscheinen konnte, ist ein erfreuliches Zeichen dafür, daß auch außerhalb des Landes der Barbaren die Wissenschaft während des Krieges nicht im Dornröschenschlummer liegt. Immerhin ist auch an diesem Buche der Krieg nicht spurlos vorübergegangen, denn der Band läßt erkennen, daß die Drucklegung manchen Schwierigkeiten begegnet ist, und daß auch in Italien die Druckereien offenbar nicht durchweg mit geschulten Kräften arbeiten. Dieser Umstand mag die vielen ausgefallenen Buchstaben und Silben im Text einigermaßen entschuldigen. Störender als diese Schönheitsfehler wirkt aber der Gebrauch griechischer Lettern in Nonpareille inmitten des Petitsatzes. Da überdies die griechischen Lettern anscheinend nachträglich in die maschinell gesetzten Zeilen eingefügt worden sind, und auf diese Arbeit wohl nicht die genügende Sorgfalt verwendet werden konnte, so stehen sie teils auf, teils über und unter der Zeile und erscheinen daher oft als Faktoren, wo sie als Indizes oder als Exponenten stehen sollten, und umgekehrt. Wenn auch bei aufmerksamem Lesen kaum Mißverständnisse hieraus entstehen dürften, so wirken solche Erscheinungen doch recht störend. Ist somit das äußere Gewand des Buches nicht durchweg fleckenlos, so kann man sich an seinem Kern ungetrübt erfreuen. Wie am ersten Bande ist die Klarheit zu rühmen, mit welcher der Verfasser selbst die schwierigsten Gegenstände in gefälliger Form und ohne jegliche Zuhilfenahme höherer Mathematik darzustellen weiß. Manche Darlegungen erscheinen mir überaus glücklich gewählt zu sein. Ich erwähne nur die Wahl der Analogie für die Aberration des Lichtes, die der Spur der Regentropfen an den Fensterscheiben eines fahrenden Eisenbahnzuges verglichen wird. Ausgezeichnet gewählte Figuren erleichtern auch in diesem Bande das Verständnis. Mit anscheinend ganz besonderer Liebe hat sich der Verfasser die Darlegung des Strahlenganges in den optischen Instrumenten gewidmet. Die Bedeutung der Blenden in diesen findet hier eine eingehende Würdigung, wie man sie in Lehrbüchern der Physik nicht überall antreffen kann. Kurzum, das Erscheinen dieses zweiten Bandes ist freudig zu begrüßen, und erweckt die Hoffnung, daß auch der dritte Band, der mit der Lehre von der Elektrizität

1) Siehe diese Zeitschr. **14**, 851, 1913.

und dem Magnetismus den Abschluß des Werkes bringen soll, nicht mehr allzu lange auf sich warten lassen möge. Iklé.

Nachtrag zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

Gerlach, Walter, Dr., Assistent am physikalischen Institut der Universität Tübingen, ist seit August 1915 zum Heeresdienst eingezogen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Nationaluniversität in Buenos Aires der Professor für Chemie der Universität La Plata Dr. Walter Sorkau für anorganische Chemie.

Ernannt: Dr. Herbert W. Bolam zum Dozenten der Chemie an der Universität Glasgow, Dr. C. A. Ashton zum Professor der Mathematik an der Universität von Kansas in Lawrence, Dr. R. D. Carmichael zum Professor der Mathematik an der Universität von Illinois in Urbana, Dr. C. F. Craig zum a. o. Professor der Mathematik an der Cornell-Universität in Ithaca, Professor Dr. M. De Franchis von der Universität Catania zum Professor der höheren Geometrie an der Universität von Palermo, Dr. U. C. Mitchell zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität von Lawrence, Dr. F. W. Owens zum a. o. Professor der Mathematik an der Cornell-Universität in Ithaca, Dr. H. B. Phillips zum a. o. Professor der Mathematik am Massachusetts Technologischen Institut in Boston, Dr. A. D. Pitcher zum Professor der Mathematik an der Western Reserve University in Cleveland, der a. o. Professor an der Technischen Hochschule München Dr. Heinrich Liebmann zum ord. Professor der Mathematik ebenda.

Berufen: An die Universität Warschau der a. o. Professor an der Universität Breslau Dr. Julius v. Braun für Chemie und der ord. Professor an der Universität Freiburg (Schw.) Dr. Josef v. Kowalski für Experimentalphysik.

Nobelpreise: Für das Jahr 1914 dem ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Frankfurt M. Dr Max v. Laue für Physik und dem ord. Professor der Chemie an der Harward-Universität in Cambridge Mass. Dr. Theodore W. Richards für Chemie, für das Jahr 1915 dem ord. Professor Dr. W. H. Bragg in Leeds und Dr. L. W. Bragg in Cambridge Engl. für Physik und dem Professor für allgemeine und Experimentalchemie an der Universität München Dr. Rich. Willstätter für Chemie.

Verliehen: Dem ord Professor der Mathematik an der Techn. Hochschule Dresden Geh. Hofrat Dr. Martin Krause der Titel Geheimer Rat.

Vom Lehramt zurück: Der Privatdozent für Chemie an der Universität Würzburg Dr. Fritz Schlotterbeck (infolge Übernahme der wissenschaftlichen und technischen Leitung der Chemischen Fabrik Stockhausen in Krefeld).

In den Ruhestand: Der ord. Professor für Chemie an der Universität von Glasgow John Ferguson.

Gestorben: Das Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Charlottenburg Geheimrat Professor Dr. Karl Feußner, der Mathematiker Dr. Heinrich Ganter, Professor an der Kantonschule in Aarau, der ord. Professor der Mechanik an der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Alexander Wernicke.

Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1915/16.

Technische Hochschule Brünn.

Jaumann: Allgemeine und technische Physik, 3½; Theoretische Physik, 1½; Physikalisches Praktikum für Chemiker und Maschinenbauer (mit Lohr), 3, für Bauingenieure (mit Szarvassi), 3. — **Szarvassi**: Elektrizitätsleitung in Gasen, 2. — **Lohr**: Elektromagnetische Theorien für bewegte Körper (Fortsetzung), 1. — **Zickler**: Allgemeine Elektrotechnik, 5; Elektrotechnisches Praktikum II, 8. — **Niethammer**: Bau elektrischer Maschinen II, 3; Projektierung elektrischer Anlagen einschließlich elektrischer Arbeitsübertragung, 2; Elektrotechnische Konstruktionsübungen I, 10, II, 2. — **Siegel**: Elemente der Elektrotechnik, 2. — **Filepek**: Telegraphie und Telephonie, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Telegraphie und Telephonie, 2. — **N.N.**: Drahtlose Telegraphie, 1½. —

Frenzel: Anorganische Chemie, 6; Analytische Chemie II: Spezielle analytische Methoden, 2; Chemische Übungen Ia, 24, IIa, 19½; Elektrochemisches Praktikum, 3; Physikalische Chemie II, 3. — **Hönig**: Organische Chemie II, 4; Ausgewählte Kapitel der Tier- und Pflanzenchemie, 1½; Agrikulturchemie, 3; Chemische Übungen aus Agrikultur- und Nahrungsmittelchemie, 11. — **Kurtenacker**: Mikrochemische Analyse, 1, Übungen, 2. — **Gröger**: Enzyklopädie der technischen Chemie, 1½ und 3. — **Ulrich**: Ausgewählte Kapitel aus der Chemie der aromatischen Verbindungen, 1; Chemische Technologie organischer Stoffe II 1, 5; Übungen im Laboratorium für chemische Technologie II 1, insbesondere der Farb- und Faserstoffe, 14; Spezielle chemische Technologie der Farbstoffe, 1; Grundzüge der Textilchemie, 1. — **Knöpfer**: Konstitutionsbestimmungen organischer Verbindungen, 2. — **Suida**: Repetitorium der organischen Chemie, 1; Grundzüge der Photochemie, 1. — **Donath**: Chemische Technologie anorganischer Stoffe I, 3; Chemische Technologie organischer Stoffe I, 3; Übungen im Laboratorium für chemische Technologie I 1 (mit Margosches), 20. — **Margosches**: Chemische Technologie organischer Stoffe III, 3; Chemische Technologie III: Anleitung zu technisch-chemischen Untersuchungen, 2; Chemische Technologie der organischen Kolloide, 2. —

v. Schrutka: Mathematik Ia, 7, Korrepetitionen, 1; Elliptische Funktionen, 2. — **Waelsch**: Mathematik Ib, 4, Korrepetitionen, 1; Darstellende Geometrie I, 4, Konstruktives Zeichnen, 8. — **Tietze**: Mathematik II 2, 3, Korrepetitionen, 1; Elemente der höheren Mathematik, 4, Korrepetitionen, 1. — **Benze**: Mathematische Statistik, 2. — **Fanta**: Versicherungsmathematik II, 2, Übungen, 1. **Tranquillini**: Technisches Zeichnen I: Elemente des Hochbaues, 2, Übungen, 4. — **Löschner**: Technisches Zeichnen II: Plan- und Geländezeichnen, 4, Übungen, 2; Plan- und Geländezeichnen: Situationszeichnen, 4; Niedere Geodäsie, 5; Vermessungsübungen I: Zimmerübungen, 2¼; Elemente der niederen Geodäsie, Situationszeichnen, Übungen, 2; Höhere Geodäsie, 3. — **Musil**: Technisches Zeichnen: Maschinenzeichnen, 6. — **N.N.**: Mechanik IIa: Kinetik starrer Systeme, 3½, Übungen, 2, IIb, 1½; Mechanisches Seminar für Vorgeschrittene, 1½. — **Lechner**: Experimentalmechanik: Theorie mechanischer Meßapparate und Versuchsanordnungen, 2. — **Bortsch**: Elemente der Mechanik und Festigkeitslehre II, 4. —

Akademie Posen.

Werner: Physiologisch-chemisches Praktikum, 2; Chemische Übungen, 2. —

Könnemann: Einführung in die Mechanik des Himmels und die mathematische Erdkunde, 1. —

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



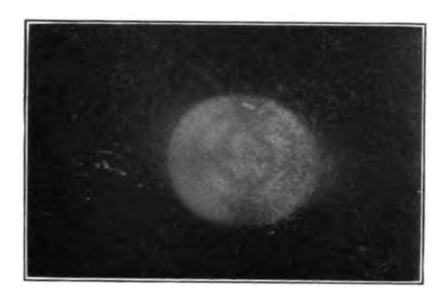
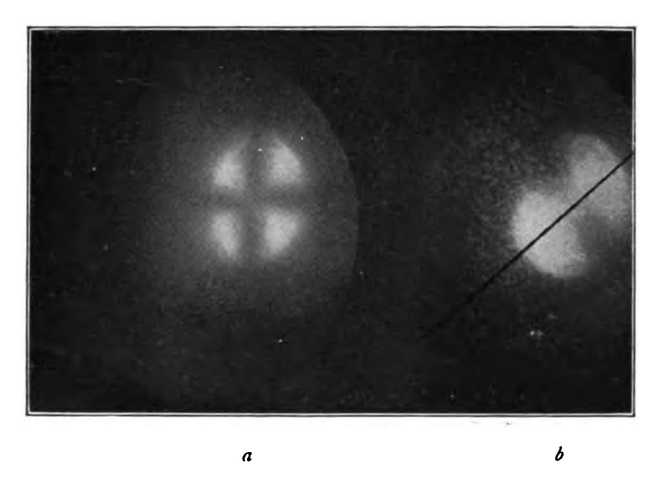


Fig. 2.



a *b*

Fig. 3.

H. Dießelhorst und H. Freundlich, Über die Doppelbrechung des Vanadinpentoxydsols.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 23. 1. Dezember 1915. 16. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 24 am 11. Dezember 1915.

INHALT:

Dem Andenken der im Kriege gefallenen deutschen Physiker.

Friedrich Hasenöhrl.

Österreich hat einen seiner besten Physiker vorzeitig in der Vollkraft seines Wirkens verloren.

Als im August des letzten Jahres der fürchterliche Krieg begann, da hat Fritz Hasenöhrl sich mit seinem Kraftwagen freiwillig zur Dienstleistung gemeldet und war in teilweise sehr wichtigen Sendungen anfänglich in Przemysl, dann in Krakau tätig. Da ihm die Wirksamkeit im Festungskommando Krakau nicht genügte, versuchte er sich auch als Flieger-Beobachter im Aeroplan. Da kam im Mai dieses Jahres der schmähliche Treubruch unseres ehemaligen Bundesgenossen Italien und nun litt es ihn nicht länger im Norden. Das Land und die Berge, in denen er Jahr für Jahr des Sommers Erholung gefunden hatte — „seine" Tiroler Berge verteidigen zu helfen, von denen er so viele bestiegen hatte, deren Eigenart er kannte, wie die guter Freunde, — meldete er sich zur Infanterie. Als Kompagniekommandant eines Marschbataillons des 14. Infanterie-Regiments gelang es ihm besonders in glänzender Weise am Schutze des Monte Piano mitzuwirken, doch wurde er dort am 20. Juli durch einen Gewehrschuß in die rechte Schulter verwundet und mußte sich in ein Salzburger Spital begeben. Hatte er schon in Galizien das Signum laudis erhalten, so ward er jetzt durch das Militär-Verdienstkreuz III ausgezeichnet. Kaum notdürftig geheilt wurde er in das Gebiet von Vielgereuth beordert und in heldenmütigem erfolgreichen Kampfe hat er dort, an der Spitze seiner Kompagnie stürmend am 7. Oktober den Heldentod durch eine Granate gefunden. In solda-



tenmäßig würdiger Weise wurde er am 10. Oktober in Vielgereuth von Offizieren zu Grabe getragen und nur wenige ahnten dort, wieviel mehr mit ihm bestattet wurde, als ein schlichter Infanterie-Oberleutnant. Die tiefe Erkenntnis aber, was mit ihm verloren ging, die sich dann allenthalben einstellte und der nachhaltige Eindruck des unersetzlichen Verlustes erhellt am besten aus der Tatsache, daß Seine Majestät der Kaiser von Österreich, in für einen Landsturmoberleutnant ungewöhnlicher Weise in warmen Worten der Witwe unmittelbar seine Anteilnahme telegraphisch zur Kenntnis bringen ließ und ihm noch im Nachhinein die Eiserne Krone mit der Kriegsdekoration verlieh.

Fritz Hasenöhrl wurde in Wien am 30. Nov. 1874 als Sohn des durch seine gehaltvollen Veröffentlichungen auf juristischem Gebiet bekannten Regierungsrates Hof- und Gerichtsadvokaten Dr. Victor Hasenöhrl und dessen Gattin Gabriele geb. Freiin von Pidoll zu Quintenbach geboren. Waren ihm so schon wissenschaftliche Neigungen durch seinen Vater in die Wiege mitgegeben worden, so hatte er auch mütterlicherseits Soldatenblut, denn in vielen Generationen hatten ihre Verwandten Österreich hervorragende Offiziere geliefert. 1884 trat er als interner Zögling in die Theresianische Akademie, wo auf seine Erziehung und Entwicklung neben seinem Onkel Freiherrn Michael von Pidoll, dem damaligen Leiter dieses Institutes, vornehmlich der während seiner Gymnasial-Laufbahn dort wirkende Prof. A. Höfler Einfluß gewann. Eine mathematische Schülerarbeit (1) war seine erste wissenschaftliche Publikation (1892). In diesem Jahre absolvierte er das Gymnasium mit Auszeichnung und wurde mit der für die besten Zöglinge der Anstalt gestifteten goldenen Kaiserpreis-Medaille bedacht. Im Herbst des gleichen Jahres immatrikulierte er sich an der Wiener Universität und wandte sich alsbald mathematisch-physikalischen Studien zu, die er nur 1894-95 unterbrach, um sein militärisches Freiwilligenjahr bei der Kavallerie abzudienen. Noch vorher hatte er eine bei L. Gegenbauer durchgeführte mathematische Seminararbeit (2) der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien zur Veröffentlichung übergeben können. Als er seine Studien wieder aufnehmen konnte, war Ludwig Boltzmann (1894) an die Stelle Josef Stefans an die Lehrkanzel für theoretische Physik gekommen und mit größtem Eifer vertiefte sich Hasenöhrl in die von diesem Meister angeregten Probleme Die erste Frucht war eine Mitteilung (3) in Weiterführung der von Boltzmann so fein ersonnenen Mechanismen zur Analogie elektrischer Induktionsvorgänge. Inzwischen hatte er auch bei F. Exner eine experimentelle Dissertationsarbeit über Dielektrika (4) gemacht, eine Arbeit, deren Weiterführung noch mehrere Publikationen zeitigte (5, 6); gleichzeitig aber auch seine theoretischen Untersuchungen fortgesetzt, was zu einer Abhandlung über die Theorie der Transversalschwingungen eines von Wirbeln durchzogenen Körpers (7) führte. 1897 hat er den Doktorhut der philosophischen Fakultät der Wiener Universität erworben. Aus diesen Studienjahren stammte seine sich in der Folge immer mehr vertiefende Freundschaft, die ihn innig mit seinen engsten Kollegen Benndorf, Haschek, Jäger, Mache, Meyer, Prey, v. Schweidler, v. Smoluchowski, denen sich später besonders v. Lerch zugesellte, verband. In das Frühjahr 1899 fällt seine Hochzeit mit Ella Brückner. Wenn je der Spruch: „Jung gefreit hat nie gereut" Geltung hatte, so trifft er zu für diese in jeder Hinsicht voll harmonische Ehe, in welcher ihm ein Sohn und eine Tochter geboren wurden.

Anläßlich eines Besuches Boltzmanns in Leyden hatte Prof. Kamerlingh-Onnes ihn um die Empfehlung eines Assistenten gebeten; Boltzmann wandte sich an Hasenöhrl und dieser zog im Herbst 1898 nach Holland, wo er ein Jahr verblieb, die letzten Monate schon als junger Ehemann. Dort im kryogenen Laboratorium entstand die Arbeit über die Dielektrizitätskonstante von verflüssigtem Stickoxydul und Sauerstoff (8). Wie sehr er sich die Freundschaft von Kamerlingh-Onnes und auch von H. A. Lorentz zu erwerben wußte, hat ersterer jetzt in einem warmen Nachruf in den holländischen Blättern[1]) kundgegeben und in liebevollen Worten gedenkt er der schönen Stunden, die er und sein Kreis mit dem jungen Paare verlebte und wie er sich an dem prächtigen Geigenspiel Hasenöhrls erbauen durfte. Wie viele Abende reinsten musikalischen Genusses verdanken ihm auch alle seine Wiener Freunde, die so oft sich seines feinsinnigen technisch vollkommenen Spieles erfreuten! Wie sehr fühlten sie mit ihm, als er nach seiner ersten Verwundung in Salzburg schilderte, wie unwillkürlich einer seiner ersten Gedanken danach, seine Geige war!

1899 kam er nach Wien zurück, veröffentlichte eine Untersuchung über ein allgemeines Problem der Potentialtheorie (9) und konnte sich bereits Ende dieses Jahres als Privatdozent an der Universität seiner Heimatstadt habilitieren. Die besondere Sorgfalt, mit der er sich der Ausarbeitung seiner Vorlesungen widmete, hat schon damals eine Schar anhänglicher Hörer (u. a. Ehrenfest, Ehrenhaft, Herglotz) um ihn versammelt und blieb kennzeichnend für seine ganze spätere Lehrtätigkeit. In die Zeit bis 1905 fallen die Untersuchungen, die unter Nr. 10 bis 23 im folgenden Verzeichnis angeführt sind und ihn in weiteren Kreisen bekannt machten. Für die Abhandlung „Zur Theorie der Strahlung bewegter Körper" (17), hat ihm die kais. Akad. d. Wiss. in Wien 1905 den „Haitinger-Preis" zuerkannt, begründet durch den Satz: „Er hat darin das sehr bemerkenswerte Gesetz abgeleitet, daß die bei einer relativ gegen den Lichtäther erfolgenden Bewegung eines strahlungsundurchlässigen Körpers in dessen Hohlräumen auftretenden Druckkräfte eine scheinbare Vermehrung der Masse des betreffenden Körpers bewirken". Das Studium der Wirkungen des Lichtdruckes gehörte fortan zu seinen Lieblingsthemen.

1905 wurde er als außerordentlicher Professor an die Wiener Technische Hochschule berufen, wo er bis 1907 neben G. Jäger wirkte und Physik für die Fachschulen der Maschinenbauer und Chemiker vorzutragen hatte. Er fand sich rasch in die neuen Aufgaben und eine Abhandlung (24), die für die Praxis der Schnellumlauf-Warmwasserheizung von Bedeutung wurde, kennzeichnet dies.

1906 war Ludwig Boltzmann gestorben, und die Fakultät entschloß sich 1907 zur Berufung des erst 33jährigen Friedrich Hasenöhrl an die Wirkstätte dieses Großen. Sie hat keinen Fehlgriff getan; neben seiner wissenschaftlichen Tätigkeit (vgl. Verzeichnis S. 430), deren schöne, zum Teil grundlegende Ergebnisse zu würdigen es hier an Platz fehlt, die auch 1910 durch die Wahl zum korrespondierenden Mitgliede der Wiener kais. Akad. d. Wiss. und 1911 und 1913 auch in der Einladung zu den bekannten „Solvay-Kongressen" nach Brüssel Zeichen allgemeiner Anerkennung fand, hat er es insbesondere verstanden, eine „Schule" zu bilden, der anzugehören, u. a. Flamm, Herzfeld, Kottler, Schrödinger, Thirring, Wolf in wärmster Verehrung ihres Lehrers stolz sind.

1) Nieuwe Rotterdamsche Courant, 19. Okt. 1915, Avonblad A. Leyden, Lokalblatt.

Mit liebevoller Gewissenhaftigkeit hat Hasenöhrl auch die gesammelten wissenschaftlichen Arbeiten seines großen Vorgängers Boltzmann durchgearbeitet und herausgegeben.

In der philosophischen Fakultät der Universität Wien war er der ausgesprochene Liebling, und genoß absolutes Vertrauen bei Alt und Jung. Immer ein wohlgemuter, heiterer Gesellschafter, voll ursprünglichen Humors und wenn er zuweilen sarkastisch wurde, niemals verletzend, stets hilfsbereit und voller natürlicher Liebenswürdigkeit, hat er nur Freunde hinterlassen. Die Studentenschaft hing an ihm mit bewundernder Liebe, sie sah in ihm nicht nur den hervorragenden Lehrer, sondern auch den Förderer des akademischen Vereins deutscher Mathematiker und Physiker und insbesondere auch der sportlichen Unternehmungen. Selbst ein gewandter Skiläufer und geübter Bergsteiger, fand er die größte Befriedigung in dem Genusse der Natur und sein damit zusammenhängendes spezielles Interesse an geologischen Problemen führte ihn als immer gern gesehenen Gast gar oft zur Teilnahme an den von seinen mineralogisch-geologischen Kollegen veranstalteten Exkursionen.

Der Ausbildung seiner Schüler, mit denen er stets in freundschaftlichstem persönlichen Kontakt stand, galten vorwiegend die letzten Jahre seines Wirkens. In einem vierjährigen Zyklus trug er theoretische Physik, ergänzt durch ein Seminar und Besprechungen neuerer Literaturerscheinungen, in einem Ausmaße und mit einer Vertiefung vor, die wohl nirgends überboten wurde. Die Abschriften seiner Vorlesungen sind erhalten und es ist zu hoffen, daß dieses würdige Denkmal von Hasenöhrls Tätigkeit herausgegeben durch seine Schüler erhalten bleiben wird.

In seinem Nachlaß fand sich unter anderem ein kurzes Manuskript, das in diesem Hefte mit abgedruckt wird.

Im Altertum sagte man: „Wen die Götter lieben, den fällen sie jung". Vielleicht wurde ihm wirklich manche Bitternis künftigen Lebens erspart —, ob uns das aber über den Verlust des herzenswarmen Freundes, ob es seine Schüler über den Entgang eines liebevollen Beraters und glänzenden Lehrers, ob es die Wissenschaft, die um einen ihrer erfolgreichsten und würdigsten Vertreter gekommen und um die schönsten Zukunftshoffnungen ärmer ist, zu beruhigen vermag —, er stand uns zu nahe, als daß wir uns damit trösten könnten.

Wien, Anfang November 1915.

Stefan Meyer.

Abhandlungen von Fritz Hasenöhrl:

1. Elementare Berechnungen des Richtungskoeffizienten, der Fläche und der Länge der gemeinen Zykloide (mitgeteilt von A. Höfler). „Österreichische Mittelschule" **6**, Heft II, 1892.
2. Über das quadratische Reziprozitätsgesetz. (Seminararbeit bei L. Gegenbauer.) Wien. Anz., 5. April 1894.
3. Ein mechanisches Polycykel als Analogon der Induktionswirkungen beliebig vieler Kreisströme. (Seminararbeit bei L. Boltzmann.) Wien. Ber. **105**, 900, 1896.
4. Über den Temperaturkoeffizienten der Dielektrizitätskonstante in Flüssigkeiten und die Mosotti-Clausiussche Formel. (Dissertation bei F. Exner.) Wien. Ber. **105**, 460, 1896.
5. Über den Temperaturkoeffizienten der Dielektrizitätskonstante in festen Isolatoren. Wien. Ber. **106**, 69, 1897.
6. Über den Rückstand und die Leitfähigkeit von Paraffin und Schwefel. Wien. Ber. **107**, 1035, 1898.
7. Zur Theorie der Transversalschwingungen eines von Wirbeln durchzogenen Körpers. Wien. Ber. **107**, 1015, 1898.
8. Die Dielektrizitätskonstante von verflüssigtem Stickoxydul und Sauerstoff. Comm. Physic. Lab. Univ. Leiden (Prof. H. Kamerlingh-Onnes) Nr. 52. Akad. Wetensch. Amsterdam 1899, S. 211.
9. Über ein Problem der Potentialtheorie. (Habilitationsschrift.) Wien. Ber. **108**, 1667, 1899.
10. Über das Gleichgewicht eines elastischen Kreiszylinders. Wien. Ber. **110**, 1026, 1901.
11. Über die Absorption elektrischer Wellen in einem Gas. Wien. Ber. **111**, 1230, 1902.
12. Nachtrag zu der Abhandlung: Über die Ab-

sorption elektrischer Wellen in einem Gase. Wien. Ber. **112**, 30, 1903.
13. Über die Grundgleichungen der elektromagnetischen Lichttheorie für bewegte Körper. Wien. Ber. **111**, 1525, 1902.
14. Über die Anwendbarkeit der Hamiltonschen partiellen Differentialgleichung in der Dynamik kontinuierlich verbreiteter Massen. Boltzmann-Festschrift, S. 642, 1904.
15. Über die Veränderung der Dimensionen der Materie infolge ihrer Bewegung durch den Äther. Wien. Ber. **113**, 469, 1904.
16. Über die Reziprozität des Strahlenganges in bewegten Körpern. Thermodynamische Ableitung des Fresnelschen Fortführungskoeffizienten. Wien. Ber. **113**, 493, 1904.
17. Zur Theorie der Strahlung bewegter Körper. Wien. Ber. **113**, 1039, 1904.
18. Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern. Ann. d. Phys. (4) **15**, 344, 1904.
19. Über den Druck des Lichtes. Wien. Vierteljahrsber. chem. phys. Unterr. 23. II. 1904.
20. Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern. Berichtigung. Ann. d. Phys. (4) **16**, 589, 1905.
21. Über den Druck des Lichtes. (Referat.) Jahrb. d. Rad. u. El. **2**, 267, 1905.
22. Über die thermodynamischen Gesetze der Wärmestrahlung. Wien. Vierteljahrsber. chem. phys. Unterr., 6. Juni 1905.
23. Zur Integration der Maxwellschen Gleichungen. Verh. d. D. Phys. Ges. **7**, 449, 1905; diese Zeitschr. **7**, 37, 1906.
24. Zur Theorie der Schnellumlauf-Warmwasserheizung. „Gesundheits-Ingenieur", Zeitschr. f. d. gesamte Städtehygiene, No. 22, 1906.
25. Ludwig Boltzmann. Zeitschr. Elektrotechn. Ver. Wien. No. 41, 1906.
26. Zur Ableitung des mathematischen Ausdruckes des zweiten Hauptsatzes. Wien. Ber. **115**, 1005, 1906.
27. Über den Lichtäther. Ver. f. Verbr. naturwiss. Kenntn. Wien **47**, Heft 10, 1907.
28. Zur Theorie der stationären Strahlung in einem gleichförmig bewegten Hohlraume. Ann. d. Phys. (4) **22**, 791, 1907.
29. Zur Thermodynamik bewegter Systeme. Wien. Ber. **116**, 1391, 1907.
30. Zur Thermodynamik bewegter Systeme (Fortsetzung). Wien. Ber. **117**, 209, 1908.
31. Zur Berechnung der elektromagnetischen Masse des Elektrons. Wien. Ber. **117**, 691, 1908.
32. Über die Umwandlung kinetischer Energie in Strahlung. Verh. d. D. Phys. Ges. **11**, 501, 1909; diese Zeitschr. **10**, 829, 1909.
33. Bericht über die Trägheit der Energie. Jahrb. d. Rad. u. El. **6**, 485, 1909.
34. Über den Widerstand, welchen die Bewegung kleiner Körperchen in einem mit Hohlraumstrahlung erfüllten Raume erleidet. Wien. Ber. **119**, 1327, 1910.
35. Über ein Theorem der statistischen Mechanik. Wien. Ber. **120**, 923, 1911.
36. Über die Grundlagen der mechanischen Theorie der Wärme. Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 756, 1911; diese Zeitschr. **12**, 931, 1911.
37. Erhaltung der Energie und die Vermehrung der Entropie. Bd. Physik in „Kultur der Gegenwart", S. 661, 1913. (1915.)
38. Bericht über die Errichtung eines Denkmals für Ludwig Boltzmann im Arkadenhof der Wiener Universität. Selbstverlag. 1913.

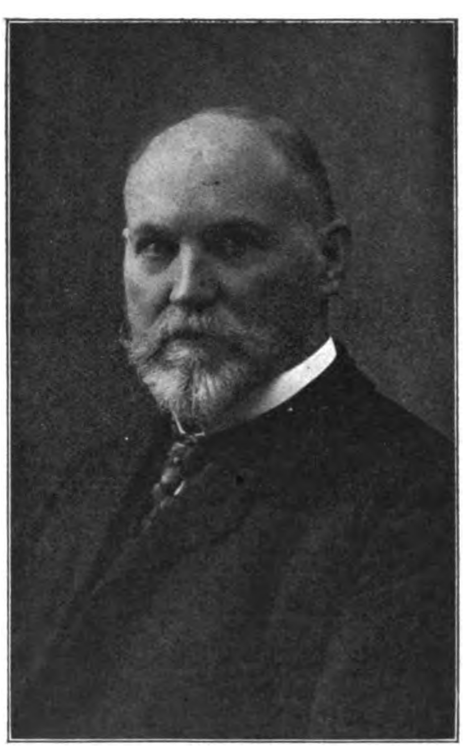
Wissenschaftliche Abhandlungen von Ludwig Boltzmann, herausgegeben von F. H. 1909. 3 Bde. bei Johann Ambr. Barth.

Eugen Hartmann †.

Eugen Hartmann, dessen Tod für weite Kreise einen schmerzlichen Verlust bedeutet, hinterläßt auch in der Physik einen Namen von Ruf und Klang. Er war der Begründer und älteste Leiter der Firma Hartmann & Braun, die sich in seinem Geiste der physikalischen Wissenschaft allezeit hilfsbereit und dienstwillig erwies. Seine selten warmherzige und großdenkende Persönlichkeit hat auch zahlreichen anderen Unternehmungen Antrieb und Stütze gegeben, aus denen für die Physik dauernder Segen entsproß. So erschien es den Herausgebern dieser Zeitschrift eine Dankespflicht, dem Wirken dieses ungewöhnlichen Mannes hier ein Denkmal zu setzen.

Hartmann war am 26. Mai 1853 in Nürtingen in Württemberg geboren und erhielt seine Schulbildung auf der Realschule in Ulm. Als Sohn eines Seminaroberlehrers hat er dem Lehrerstand stets aufrichtige Achtung entgegengebracht und für pädagogische Aufgaben besonderes Verständnis gezeigt. Da er schon frühzeitig eine große technische Begabung verriet, gab man ihn bei einem guten Feinmechaniker in die Lehre. Nach absolvierter Lehrzeit begannen die Jahre seiner eigentlichen Ausbildung. Die württembergische Regierung sandte ihn als Assistenten der Reichskommission auf die Wiener Weltausstellung. 1874 bezog er die Universität Göttingen, die Hochburg der Präzisionswissenschaft, um dort Physik zu studieren. Lebte doch noch Wilhelm Weber, der Begründer des absoluten Maßsystems. Eduard Riecke wurde sein Lehrer. Er nahm sich des hochbegabten jungen Landsmannes in der ihm

eigenen stillen Weise an. War der junge Schwabe in seiner eben begründeten Häuslichkeit ein oft und gern gesehener Gast, so sorgte Riecke gleichzeitig für seine wissenschaftliche Schulung. Von 1875 an las er die Webersche Hauptvorlesung, daneben leitete er das von seinem Vorgänger Kohlrausch geschaffene physikalische Praktikum. Während nun Hartmann hier die Aufgaben der Wissenschaft und auch ihr Rüstzeug kennen lernte, verdiente er sich gleichzeitig als wissenschaftlicher Zeichner für die Werkstätte von Meyerstein seinen Lebensunterhalt.





Hartmann verdankt Riecke die Einführung bei dem alten Wilhelm Weber selbst, den er „einen der erlauchtesten Gelehrten des letzten Jahrhunderts" nennt, und dessen Persönlichkeit einen bedeutenden Einfluß auf seine Entwicklung übte. Immer wieder erwähnte er mit besonderer Verehrung diesen Mann, und in späteren Jahren gab er seiner Erinnerung an die Göttinger Zeit dadurch Ausdruck, daß er sein neu erbautes Wohnhaus mit den Bildern von Gauß und Weber schmückte und es „Gauß - Weber - Haus" nannte. Von einer Erwerbung des Doktorgrades mußte Hartmann aus Mangel an Mitteln absehen. Um so größer war vor wenigen Jahren seine Freude, als ihn die Stuttgarter Hochschule zu ihrem Ehrendoktor ernannte. Die Staatsregierung ehrte im Jahre 1901 seine Verdienste um die Wissenschaft durch Verleihung des Professortitels.

„Ein freundlicher Zufall", wie Hartmann sagte, brachte es mit sich, daß er auf der Versammlung von Physikern und Astronomen, welche in Göttingen den 100. Geburtstag von Gauß feierten, Friedrich Kohlrausch kennen lernte. Kohlrausch wünschte den talentvollen und gut geschulten jungen Mechaniker nach Würzburg zu ziehen.

Als Hartmann noch die Übersiedelung vorbereitete, lernte er in München den Forschungsreisenden Eduard Steinheil kennen, der nach dem Tode ihres Begründers Carl August Steinheil der Inhaber der berühmten optisch-astronomischen Werkstätte war. Während einer Reise nach Columbien übernahm Hartmann die technische Leitung der Werkstätte und lernte hier die Technik der Glasschleiferei. Der unerwartete Tod Steinheils veranlaßte die Lösung des Vertrags, und nunmehr erfolgte die Eröffnung einer optischen und mechanischen Werkstätte von Eugen Hartmann in Würzburg. Die Würzburger Zeit 1879 bis 1884 ist nahezu ganz der gemeinsamen Arbeit mit Kohlrausch gewidmet. Hier entstanden die wohlbekannten durch Hartmanns Geschick und Schönheitssinn ebenso sehr wie durch Kohlrauschs Erfindergabe ausgezeichneten, auch heute noch mustergültigen Apparate.

Im Jahre 1882 erhielt die Firma einen kapitalkräftigen und kaufmännisch erfahrenen Teilhaber in dem späteren Kommerzienrat Wunibald Braun, der auf Anraten seines Bruders, Professor Ferdinand Braun, in die Firma eintrat. Nach zwei Jahren schon erfolgte die Übersiedelung nach Frankfurt. Der Name Hartmann & Co. wird in Hartmann & Braun umgeändert und es beginnt nun der industrielle Aufstieg, zu dem die Würzburger Jahre den Grund gelegt hatten, und der den Weltruf der Firma begründete. Zugleich aber hören die eigenen Konstruktionen Hartmanns im wesentlichen auf. Das Geschäft ist zu groß geworden,



und Hartmann kann nur noch die Leitung in der Hand behalten, während er das Einzelne erprobten Mitarbeitern überlassen muß. Nur meteorologisch-aeronautische Instrumente hat er, alten Neigungen folgend, noch in den letzten Jahren neu konstruiert und Verbesserungen an diesen Instrumenten haben ihn bis in seine letzten Tage beschäftigt. Seiner Tatkraft verdankt auch das Aeronautische Observatorium auf dem Feldberg i. T. sein Entstehen.

Seit der Übersiedelung nach Frankfurt hat Hartmann in wachsendem Maße an dem öffentlichen wissenschaftlichen Leben sich beteiligt. Er war eines der einflußreichsten Mitglieder des Elektrotechnischen Vereins und wirkte — ein immer wieder uns begegnender Zug Hartmanns — für die Aufgabe, die einzelnen Vereine zu einem einheitlichen Verband zusammenzufassen. Viel Zeit widmete er dem Physikalischen Verein, dessen Vorsitzender er jahrelang war, den er in ein neues großes Gebäude hinüberführte und an dessen Anschluß an die zu errichtende Universität er mit allen Kräften arbeitete. Er hat auch der Kommission für die Einführung eines einheitlichen Normalgewindes (des sog. Löwenherz-Gewindes) angehört. Die Göttinger Vereinigung zählte ihn zu ihren Mitgliedern. Für alles und für alle hatte Professor Hartmann Gedanken und Zeit, freilich nur zu sehr auf Kosten der Nachtruhe und der eigenen Gesundheit. Wie er in Würzburg an den Sonntag-Vormittagen seinen Lehrlingen Zeichenunterricht gab und ihnen in Frankfurt eine Lehrwerkstätte einrichtete, so galt sein Interesse und seine Fürsorge in gleicher Weise jedem, der sich ihm mit einem Anliegen näherte. In dem Kuratorium der Göttinger Fachschule für Feinmechanik wirkte er mit einem unermüdlichen Pflichtgefühl für eine Steigerung des präzisions-mechanischen Könnens auf wissenschaftlicher Grundlage.

Den dauernden Anstrengungen vermochte selbst Eugen Hartmanns kräftiger Körper nicht Widerstand zu leisten. Seit zwei Jahren sahen seine Freunde ein Nachlassen seiner Spannkraft. Aber der lebhafte Geist hat bis in die letzte Stunde den Körper gezwungen. Ein Herzschlag setzte am 18. Oktober dem Leben des Unermüdlichen ein Ziel.

R. Wachsmuth.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über ein Bezugssystem der Newtonschen Mechanik[1]).

Von Fritz Hasenöhrl †.

Alle Wahrnehmungen, die sich auf die Bewegung eines Systems materieller Punkte, sagen wir etwa der Himmelskörper, beziehen, enthalten lediglich Beziehungen der relativen Lage und Bewegung der einzelnen Teile des Systems[2]).

Im Gegensatze dazu geht die Newtonsche Mechanik von einem bestimmten, ausgezeichneten Bezugssystem, dem Inertialsystem aus, dem nur die bezüglich des letzteren in gleichförmiger Translation befindlichen Koordinatensysteme äquivalent sind.

Das Inertialsystem kann auch dadurch definiert werden, daß es das einzige ist, in bezug auf das die Schwerpunkts- und Flächensätze, die Impulssätze gelten. (Zwei Bezugssysteme, die sich gegeneinander in gleichförmiger Translation befinden, wollen wir nicht unterscheiden.)

Die genannten Sätze scheinen auf den ersten Blick auf einen metaphänomenalen Träger eines ausgezeichneten Bezugssystems (z. B. des Äthers) hinzuweisen. Doch ist hier natürlich eine andere, gewissermaßen entgegengesetzte Deutung möglich:

Wie auch immer sich ein System von Punkten bewegen mag, stets kann man ein Koordinatensystem bestimmen, bezüglich dessen die Impulssätze gelten. Es ist daher selbstverständlich, daß es ein Bezugssystem gibt, in welchem Schwerpunktsätze und Flächensätze, sagen wir etwa für das Planetensystem gelten.

Ein solches Bezugssystem kann immer bestimmt werden. Dazu hat man so vorzugehen:

Man wähle zuerst ein ganz beliebiges, durch die materiellen Punkte festlegbares Koordinatensystem, z. B. ein System, das mit der Erde fest verbunden ist; oder ein Koordinatensystem, dessen XY-Ebene stets Mars, Merkur und Jupiter enthalten soll; dessen Ursprung im Mars liegt, und dessen X-Achse stets vom Mars zum Merkur hinweist. In bezug auf ein solches System haben natürlich die Newtonschen Gleichungen, daher auch Schwerpunkts- und Flächen-

1) Aus seinem Nachlaß. (1911.)
2) Vgl. E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung. III. Aufl., S. 232. Leipzig 1897.

satz keine Geltung. In diesem System S seien x_i, y_i, z_i die Koordinaten des Massenpunktes m_i als Funktionen der Zeit bekannt.

Wir suchen nun ein System S', in bezug auf das die sechs Impulssätze gelten, zu bestimmen. Das ist stets möglich. Denn die Lage S' gegenüber S ist durch sechs Parameter gegeben, zu deren Bestimmung die sechs Impulssätze gerade ausreichen. (Man erhält sechs Differentialgleichungen, in denen die obigen sechs Parameter und ihre Differentialquotienten nach der Zeit, sonst aber nur bekannte Funktionen der Zeit vorkommen, wenn die Bewegung der materiellen Punkte im System S gegeben ist.)

Das System S' ist also durch die Bewegung der materiellen Punkte in S gegeben. Bezüglich S' gelten die Gleichungen der Newtonschen Mechanik. Transformiert man dieselben wieder auf S, so erhält man Gleichungen, die für jedes beliebige, in beliebiger Translation und Rotation befindliche System gelten.

Es ist natürlich zu erwarten, daß die betreffenden Gleichungen viel weniger einfach sind, als die Newtonschen. Doch hat es vielleicht ein gewisses Interesse, die Gleichungen einmal explizite hinzuschreiben. Wir beschränken uns der Einfachheit halber auf den Fall einer zweidimensionalen Bewegung.

Wir denken uns also eine Anzahl materieller Punkte m_i, deren Koordinaten bezüglich S, x_i und y_i sein sollen, die sich stets in der Ebene bewegen. Da das System S ganz beliebig gewählt ist, haben Schwerpunkts- und Flächensatz keine Gültigkeit.

Wir führen nun das System S' durch die Transformation

$$\begin{aligned} x' &= \mathfrak{x} + x\cos\alpha + y\sin\alpha \\ y' &= \mathfrak{y} - x\sin\alpha + y\cos\alpha \end{aligned} \tag{1}$$

ein, und wollen die Größen $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, α so als Funktionen der Zeit bestimmen, daß bezüglich S' Schwerpunktssätze und Flächensatz gelten, daß also:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{M}\Sigma m_i x_i' &= A + Bt \\ \frac{1}{M}\Sigma m_i y_i' &= C + Dt \\ \Sigma m_i\left(x_i'\frac{dy_i'}{dt} - y_i'\frac{dx_i'}{dt}\right) &= F \end{aligned}\right| \tag{2}$$

wird, wobei A, B, C, D, F Konstanten sind, und $M = \Sigma m_i$ gesetzt ist.

Setzen wir noch

$$\begin{aligned} \Sigma m_i x_i &= M\xi \\ \Sigma m_i y_i &= M\eta, \end{aligned}$$

so sind ξ und η die Koordinaten des Schwerpunktes im System S. ξ und η werden irgendwelche, mehr oder weniger komplizierte Funktionen der Zeit sein.

Machen wir in (2) die Substitution (1), so erhalten wir Gleichungen zur Bestimmung der Größen $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ und α.

Bei den zwei ersten Gleichungen (2) ist die Substitution sofort durchgeführt; wir erhalten:

$$\begin{aligned} \mathfrak{x} + \xi\cos\alpha + \eta\sin\alpha &= A + Bt \\ \mathfrak{y} - \xi\sin\alpha + \eta\cos\alpha &= C + Dt. \end{aligned} \tag{3}$$

Ein wenig umständlicher ist die Durchführung der Substitution in der dritten der Gleichungen (2). Wir erhalten vor allem:

$$F = \Sigma m\left(x'\frac{dy'}{dt} - y'\frac{dx'}{dt}\right) =$$

$$\Sigma m\Big\{(\mathfrak{x} + x\cos\alpha + y\sin\alpha)\frac{d}{dt}(\mathfrak{y} - x\sin\alpha + y\cos\alpha)$$

$$-(\mathfrak{y} - x\sin\alpha + y\cos\alpha)\frac{d}{dt}(\mathfrak{x} + x\cos\alpha + y\sin\alpha)\Big\}.$$

(Der Index i soll jetzt weggelassen werden.) Benützen wir die bereits gewonnenen Gleichungen (3), so erhalten wir:

$$F = M(D\mathfrak{x} - B\mathfrak{y}) + \frac{d\mathfrak{y}}{dt}M(\xi\cos\alpha + \eta\sin\alpha) -$$

$$\frac{d\mathfrak{x}}{dt}M(-\xi\sin\alpha + \eta\cos\alpha) +$$

$$\Sigma m\Big\{(x\cos\alpha + y\sin\alpha)\frac{d}{dt}(-x\sin\alpha + y\cos\alpha) -$$

$$(-x\sin\alpha + y\cos\alpha)\frac{d}{dt}(x\cos\alpha + y\sin\alpha)\Big\},$$

oder nach abermaliger Benutzung von (3)

$$F = MD(\mathfrak{x} + \xi\cos\alpha + \eta\sin\alpha) - MB(\mathfrak{y} -$$

$$\xi\sin\alpha + \eta\cos\alpha) - M\Big\{(\xi\cos\alpha + \eta\sin\alpha)\frac{d}{dt}$$

$$(-\xi\sin\alpha + \eta\cos\alpha) - (-\xi\sin\alpha + \eta\cos\alpha)\frac{d}{dt}$$

$$(\xi\cos\alpha + \eta\sin\alpha)\Big\} + \Sigma m\Big\{(x\cos\alpha + y\sin\alpha)\frac{d}{dt}$$

$$(-x\sin\alpha + y\cos\alpha) - (-x\sin\alpha + y\cos\alpha)$$

$$\frac{d}{dt}(x\cos\alpha + y\sin\alpha)\Big\}$$

oder:

$$\begin{aligned} F = M(AD - BC) - M\left(\xi\frac{d\eta}{dt} - \eta\frac{d\xi}{dt}\right) &+ \\ \dot{\alpha}M(\xi^2 + \eta^2)& \\ + \Sigma m\left(x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt}\right)&- \\ \dot{\alpha}\Sigma m(x^2 + y^2).& \end{aligned} \tag{4}$$

Diese Gleichung liefert uns $\dot{\alpha}$ und durch eine Quadratur α, wenn die Konstanten A, B, C, D und F, so wie die Bewegung im System

S gegeben ist. Ist α berechnet, so erhalten wir auch $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{y}$ mit Hilfe von (3). Die Gleichungen (3) und (4) geben uns also das gesuchte System S' bis auf eine ganz belanglose, zu α hinzutretende Integrationskonstante.

(Eingegangen 16. November 1915.)

Über die Dispersion der Drehung der Polarisationsebene in Kristallen.

Von M. Born.

In meinem Buche „Dynamik der Kristallgitter“[1]) habe ich gezeigt, daß die optische Aktivität der Kristalle als Folge der Gitterstruktur aufzufassen ist. Leider bin ich durch äußere Umstände verhindert, die dort skizzierte Theorie ausführlich zu bearbeiten. Doch will ich nicht unterlassen, eine Ungenauigkeit richtig zu stellen, die mir bei der Diskussion der Formel für die Dispersion der Drehung der Polarisationsebene in der Richtung der Achse eines einachsigen Kristalles unterlaufen ist. Ich habe nämlich im letzten Paragraphen auf Seite 113 behauptet, daß die Drehung der Polarisationsebene als Funktion der Frequenz des Lichtes niemals unendlich wird — versteht sich unter Vernachlässigung der Dämpfung. Diese Behauptung ist aber nur richtig unter der Voraussetzung, daß sämtliche Eigenschwingungen (Dispersionsfrequenzen) „einfach“ sind. Eine Eigenschwingung wird $q$fach zu nennen sein, wenn ihr q linear unabhängige Lösungen der linearen Gleichungen entsprechen, die die freien Schwingungen des Kristalles in erster Näherung (Wellenlänge $=\infty$) bestimmen. Im allgemeinen werden neben einfachen eine Anzahl mehrfacher Eigenfrequenzen vorhanden sein. Dann muß man den genannten Satz auf die ersteren beschränken und ihn folgendermaßen formulieren:

Die Drehung der Polarisationsebene bleibt (bei Vernachlässigung der Dämpfung) an den einfachen Eigenfrequenzen endlich und wird an jeder mehrfachen Eigenfrequenz von erster Ordnung unendlich.

Um diesen Satz zu begründen, knüpfe ich an die Formel (302), S. 111, meines Buches an, indem ich hinsichtlich der Begriffe und Bezeichnungen auf die dort gegebene zusammenhängende Darstellung verweise. Durch diese Formel wird eine Größe

$$\varrho = \frac{1}{\delta^2}\sum_{j=4}^{3s}\sum_{j'=4}^{3s}\frac{\overline{\Phi}_{j,j'}(\mathfrak{L}^{(j)},\ \mathfrak{e}^{(1)})(\mathfrak{L}^{(j')},\ \mathfrak{e}^{(2)})}{i(\overset{\circ}{\omega}_j^2-\overset{\circ}{\omega}^2)(\overset{\circ}{\omega}_{j'}^2-\overset{\circ}{\omega}^2)} \qquad (1)$$

1) B. G. Teubner. 1915.

definiert, die im wesentlichen für die Drehung der Polarisationsebene maßgebend ist. Nun habe ich dort gesagt, man könne ϱ folgendermaßen in einfache Partialbrüche zerlegen:

$$\varrho = \sum_{j=4}^{3s}\frac{\varrho_j}{\overset{\circ}{\omega}_j^2-\overset{\circ}{\omega}^2}. \qquad (2)$$

Aber das ist nur unter der Voraussetzung richtig, daß die sämtlichen Eigenwerte $\overset{\circ}{\omega}_j^2$ einfach sind.

Sei etwa $\overset{\circ}{\omega}_{j''}^2$ ein $q+1$ facher Eigenwert; dann können wir annehmen, daß

$$\overset{\circ}{\omega}_{j''+1}^2 = \overset{\circ}{\omega}_{j''+2}^2 = \cdots\cdots = \overset{\circ}{\omega}_{j''+q}^2 \qquad (3)$$

sämtlich $=\overset{\circ}{\omega}_{j''}^2$ sind.

Die diesen Indizes j'', $j''+1$, $\cdots j''+q$ entsprechenden Glieder in ϱ haben demnach alle den gleichen Nenner $(\overset{\circ}{\omega}_{j''}^2-\overset{\circ}{\omega}^2)^2$ und lauten daher

$$\frac{\displaystyle\sum_{j=j''}^{j''+q}\sum_{j'=j''}^{j''+q}\overline{\Phi}_{j,j'}(\mathfrak{L}^{(j)},\ \mathfrak{e}^{(1)})(\mathfrak{L}^{(j')},\ \mathfrak{e}^{(2)})}{\delta^2 i(\overset{\circ}{\omega}_{j''}^2-\overset{\circ}{\omega}^2)^2}. \qquad (4)$$

Folglich muß an die Stelle der Formel (303) des Buches die folgende treten:

$$\varrho = \sum_{j'}\frac{\varrho_{j'}}{\overset{\circ}{\omega}_{j'}^2-\overset{\circ}{\omega}^2} + \sum_{j''}\frac{\varrho_{j''}}{(\overset{\circ}{\omega}_{j''}^2-\overset{\circ}{\omega}^2)^2}. \qquad (5)$$

Dabei ist die erste Summe über alle einfachen, die zweite über alle mehrfachen Eigenwerte zu erstrecken; für $\varrho_{j'}$ gilt die Formel (303′) des Buches

$$\varrho_{j'} = \frac{1}{\delta^2}\sum_{j}\frac{\overline{\Phi}_{j,j'}}{i(\overset{\circ}{\omega}_{j'}^2-\overset{\circ}{\omega}_j^2)}\Big\{(\mathfrak{L}^{(j)},\ \mathfrak{e}^{(1)})(\mathfrak{L}^{(j')},\ \mathfrak{e}^{(2)}) - (\mathfrak{L}^{(j')},\ \mathfrak{e}^{(1)})(\mathfrak{L}^{(j)},\ \mathfrak{e}^{(2)})\Big\}, \qquad (6)$$

wo die Summe über alle von $\overset{\circ}{\omega}_{j'}$ verschiedenen (einfachen und mehrfachen) Eigenwerte zu erstrecken ist, und es ist

$$\varrho_{j''} = \frac{1}{\delta^2 i}\sum_{j=j''}^{j''+q}\sum_{j'=j'}^{j''+q}\overline{\Phi}_{j,j'}(\mathfrak{L}^{(j)},\ \mathfrak{e}^{(1)})(\mathfrak{L}^{(j')},\ \mathfrak{e}^{(2)}). \qquad (7)$$

Da die $\overline{\Phi}_{j,j'}$ rein imaginär sind und bei Vertauschung der Indizes ihr Vorzeichen wechseln, so sind offenbar $\varrho_{j'}$ und $\varrho_{j''}$ reelle Zahlen.

Aus der Größe ϱ, dem Quadrate des Brechungsindex

$$n^2 = 1 + \frac{1}{\delta^3}\sum_{j=4}^{3s}\frac{(\mathfrak{L}^{(j)},\ \mathfrak{e}^{(1)})^2}{\overset{\circ}{\omega}_j^2-\overset{\circ}{\omega}^2} \qquad (8)$$

und der Ableitung

$$\mu = \delta \frac{dn^2}{d\mathring{\omega}^2} = \frac{1}{\delta^2} \sum_{j=4}^{3s} \frac{(\mathfrak{L}^{(j)}, \; \mathfrak{e}^{(1)})^2}{(\mathring{\omega}_j^2 - \mathring{\omega}^2)^2}, \tag{9}$$

setzt sich nun die Drehung ϑ für eine 1 cm dicke Schicht in folgender Weise zusammen (Formel (307), S. 112):

$$\vartheta = \frac{\delta}{2c^2} \frac{\varrho n^2}{\mu}. \tag{10}$$

Hier geben offenbar die Glieder von ϱ mit quadratischem Nenner dazu Veranlassung, daß an den betreffenden Frequenzen ϑ von erster Ordnung unendlich wird; es nimmt die Form an

$$\vartheta = a + b\mathring{\omega}^2 + R(\mathring{\omega}^2) + \sum_{j''} \frac{\vartheta_{j''}}{\mathring{\omega}_{j''}^2 - \mathring{\omega}^2}, \tag{11}$$

wo $R(x)$ eine überall endliche, echt gebrochene rationale Funktion bedeutet und die Summe über alle mehrfachen Eigenfrequenzen zu erstrecken ist.

Diese Formel (11) hat an die Stelle der Formel (308), S. 112, des Buches zu treten. Sie lehrt, daß sich die einfachen und mehrfachen Dispersionsfrequenzen hinsichtlich der Drehung der Polarisationsebene durchaus verschieden verhalten. Es wird von Interesse sein, die damit signalisierten Erscheinungen genauer zu untersuchen.

(Eingegangen 12. November 1915.)

Das Verhalten der Röntgenröhre im praktischen Röntgenbetriebe.

Von Paul Ludewig.

I.

Wenn in der Röntgentechnik von dem „Widerstand“ einer Röntgenröhre gesprochen wird, so ist damit ein mehr gefühlsmäßiger, als exakt wissenschaftlicher Begriff verbunden. Geht man diesem Begriff etwas näher zu Leibe, so findet man, daß gerade so wie beim Lichtbogen auch bei der Röntgenröhre Widerstand und Stromstärke nicht voneinander unabhängig sind, und daß es daher keinen Sinn hat, von einem Widerstand der Röhre zu sprechen. Es liegt deswegen nahe, dieselben Überlegungen, mit denen H. Th. Simon[1]) eine elektrodynamische Theorie der Lichtbogenvorgänge begründet hat, auch auf die Röntgenröhre zu übertragen. Auch hier wird man wie beim Lichtbogen zwischen statischen und dynamischen Vorgängen zu unterscheiden haben.

Die statischen Vorgänge bei einer Röntgenröhre sind von H. Kröncke[1]) eingehend untersucht worden. Mit einer besonderen Schaltungsanordnung zur Erzeugung von hochgespanntem, kontinuierlichen Gleichstrom ist es ihm gelungen, bei verschiedenem Vorschaltwiderstand die zusammengehörenden Werte von Strom und Spannung zu ermitteln und für eine Anzahl verschieden harter Röntgenröhren die statischen Charakteristiken zu zeichnen. Er fand für eine weiche, zwei mittelharte und eine harte Röntgenröhre, die Charakteristiken I, II, III und IV (Fig. 1).

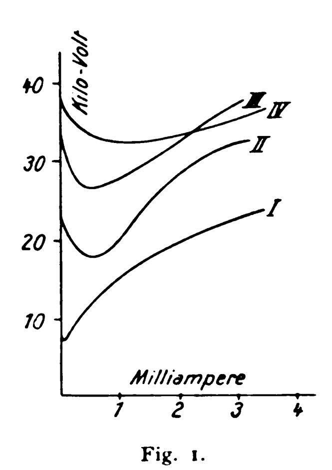


Fig. 1.

Von besonderem Interesse für die folgenden Überlegungen sind seine Ausführungen über die Höhe des Zündgipfels. Er schreibt: „Die Zündgipfel der Charakteristiken in Fig. 1 sind so zu verstehen, daß bei der Kurve II z. B. eine Spannung von 22 Kilovolt nötig wäre, um eine soeben ausgeschaltete Röhre sofort wieder zu zünden. Von dieser Zündspannung ist die Spannung zu unterscheiden, die nötig ist, um die kalte, seit längerer Zeit nicht benutzte Röhre zu zünden, und die durchschnittlich um 50 Proz. und mehr höher ist als die Zündspannung, die sich aus der Charakteristik ergibt.“

Im Anschluß daran definiert H. Kröncke als „Anfangsspannung“ die Spannung, die nötig ist, eine kalte Röhre durch Anlegen von Gleichspannung zu zünden. Wir wollen diese Definition übernehmen und im Gegensatz dazu als „statische Zündspannung“ die Zündspannung bezeichnen, welche durch die Krönckeschen Kurven bestimmt ist, und welche für die im Betrieb mit kontinuierlicher Gleichspannung warm gewordene Röhre bei neuem Einschalten nach kurzer Pause in Frage kommt.

In einer zweiten Veröffentlichung hat H.

1) H. Th. Simon, diese Zeitschr. 6, 297, 1905; 7, 433, 1906.

1) H. Kröncke, Gött. Diss. 1913.

Kröncke[1]) diese statischen Charakteristiken weiter diskutiert, und besonders die Erscheinung aufzuklären versucht, daß man beim Betrieb der Röntgenröhre mit einer Influenzmaschine meist große Schwierigkeiten[2]) hat.

Die Höhe der Betriebsspannung V_0 (siehe Fig. 2) und die Widerstandslinie W legen die beiden Schnittpunkte A und B mit der Charak-

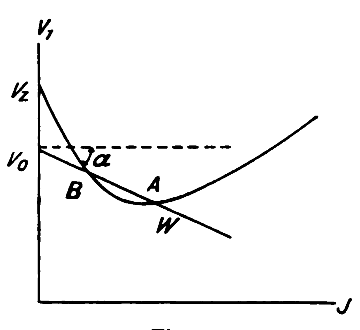


Fig. 2.

teristik fest. Von diesen beiden Betriebszuständen ist bekanntlich nur A stabil. H. Kröncke glaubt, daß es unmöglich ist, mit einer Influenzmaschine einen stabilen Betrieb zu erhalten, es sei denn, daß die Röhre sehr weich ist. „Da eine Influenzmaschine nicht imstande ist, erhebliche Energiemengen zu liefern, so werden sich die überhaupt möglichen Betriebszustände immer nur bei kleinen Werten des Stromes J, also im fallenden Ast der Charakteristik abspielen; und hier ist . . . . stabiler Betrieb nur dann möglich, wenn die Charakteristik von einer noch stärker fallenden Widerstandslinie geschnitten wird." Er schließt daraus, daß der Influenzmaschinenbetrieb nur dadurch stabil zu machen ist, daß ein Vorschaltwiderstand vor die Röntgenröhre geschaltet wird.

Während seine Überlegungen nur für den statischen Fall, also für den Betrieb mit der Influenzmaschine oder andere, kontinuierliche Gleichspannung liefernde Hochspannungsquellen gelten, soll im folgenden versucht werden, die Charakteristikendarstellung auch auf dynamische Vorgänge und im besonderen auf den Betrieb mit Induktorium und Hochspannungsgleichrichter auszudehnen.

Es ist bereits von A. Wertheimer[3]) der Versuch gemacht worden, die dynamischen Charakteristiken von Röntgenröhren experimentell zu bestimmen, und zwar beim Betrieb mit sinusförmigem Wechselstrom. Die großen experimentellen Schwierigkeiten des Problems haben nicht zu eindeutigen Resultaten geführt.

Bis heute ist man dieser Schwierigkeiten nicht Herr geworden. Wollte man z. B. mit dem Oszillographen die Strom- und Spannungskurven gleichzeitig aufnehmen, so müßte man einen Punkt des Hochspannungskreises erden, und da ferner die zur Röntgenröhre parallel liegende Spannungsschleife einen Strom verbraucht, der von derselben Größenordnung ist, wie der in der Röntgenröhre fließende Strom, so ändert man aus zweifachem Grunde die vor Einschaltung des Oszillographen herrschenden Betriebsverhältnisse so ab, daß eine einwandfreie Messung unmöglich ist. Mit Hilfe der Braunschen Röhre hat kürzlich A. Wehnelt[1]) durch vollkommen symmetrischen Aufbau der Versuchsanordnung den Verlauf der Spannung aufzunehmen vermocht. Würde man zu gleicher Zeit auch den Strom zu registrieren versuchen, so würde die Symmetrie und damit die Stromverhältnisse im Hochspannungskreis gestört werden.

Da es demnach aussichtslos erscheint, eine experimentelle Bestimmung der dynamischen Charakteristiken auszuführen, so stellte sich der Verfasser die Frage, ob es möglich sei, auf Grund einiger glaubhafter Annahmen die dynamische Charakteristik für eine möglichst einfache, der Praxis nahe kommende Spannungskurve zu konstruieren, und die Aufgabe, die Brauchbarkeit seiner Schlußfolgerungen an einigen praktischen Beispielen zu prüfen.

II.

Beim Lichtbogen besteht der Unterschied zwischen der statischen und der dynamischen Charakteristik darin, daß die Punkte der ersten Gleichgewichtszustände charakterisieren, die der zweiten nicht; und zwar handelt es sich um ein Gleichgewicht zwischen der vom Strom erzeugten Erhitzung der Elektroden und der durch Leitung und Strahlung weggeführten Wärmemengen. Bei veränderlichem Strom ist dieser Gleichgewichtszustand nicht in jedem Augenblick erreicht, sondern es ist eine gewisse Trägheit vorhanden. Dies hat zur Folge, daß die Spannungswerte bei zu- und abnehmendem Strom nicht dieselben sind. Denn infolge der erwähnten Trägheit findet ein bestimmter Stromwert bei abnehmendem Strom die Lichtbogenelektroden heißer vor als vorher. So kommt als dynamische Charakteristik ein Kurvenverlauf zustande, der eine Fläche umschließt, und den

1) H. Kröncke, Fortschritte auf dem Gebiete der Röntgenstrahlen 22, 596, 1914/15.
2) Siehe z. B. Seemann, Ann. d. Physik 38, 781, 1912.
3) A. Wertheimer, Gött. Diss. 1911 (Leipzig, S. Hirzel).

1) A. Wehnelt, Ann. d. Physik 47, 1112, 1915.

H. Th. Simon[1]) als Lichtbogenhysteresiskurve bezeichnet.

Die Frage, ob bei einer Röntgenröhre ähnlich wie beim Lichtbogen eine Hysteresis vorhanden ist, muß bejaht werden. Wir nehmen an, daß zweierlei Ursachen für das Auftreten der Hysteresis maßgebend sind.

Wie von H. Kröncke bereits erwähnt, spielt die Erwärmung der Röhre für die Höhe der Zündspannung eine wichtige Rolle. Ähnlich wie beim Lichtbogen die Erhitzung der Elektroden wird daher bei der Röntgenröhre die Erwärmung der Röhre von Einfluß sein. Da aber die Temperaturdifferenz der Röhre gegenüber der umgebenden Luft — im Vergleich zur Erhitzung der Lichtbogenelektroden — nur geringe Werte annimmt, so wird die auf diese Ursache sich gründende Hysteresis nur bei langsam verlaufenden Stromveränderungen in Erscheinung treten. Denn nur bei ihnen hat die Röhre Zeit, größere Wärmemengen an die Außenluft abzugeben und sich den Veränderungen des Stromes entsprechend abzukühlen und zu erwärmen.

Die zweite Ursache für eine Hysteresis ist in der durch den selbständigen Stromdurchgang erzeugten Ionisierung des Röhreninnern zu suchen. Nach jedem Stromdurchgang wird die Luft im Innern noch eine gewisse Leitfähigkeit behalten, da sich alle Ionen erst nach einer gewissen Zeit wieder vereinigt haben. Da die Wiedervereinigung aber sehr schnell vor sich geht, so wird die daraus entspringende Hysteresis nur bei schnell verlaufenden Stromänderungen eine merkliche Rolle spielen.

Da wir es im praktischen Betriebe der Röntgentechnik mit Veränderungen in der Stromkurve zu tun haben, die sehr plötzlich sind, und da sich ferner die Wärme der Röhre auf einen Mittelwert einstellt, so wird zunächst nur die zweite Hysteresisursache zu berücksichtigen sein. Wir kommen auf die erste, besonders bezüglich der durch sie bewirkten Veränderungen der Zündspannung, später zurück und wollen für unsere weiteren Ausführungen folgende Annahmen machen.

1. Bei der Röntgenröhre ist eine Hysteresis vorhanden, die bei sehr schnell verlaufenden Vorgängen eine Rolle spielt.

2. Bei veränderlicher Spannung ist die Härte der von einer Röntgenröhre ausgesandten Strahlen in jedem Augenblick der an der Röhre liegenden Spannung proportional.

3. Die Kurve der Spannung, mit welcher die Röntgenröhre betrieben wird, besteht aus einzelnen, kurzdauernden Stößen von der Form

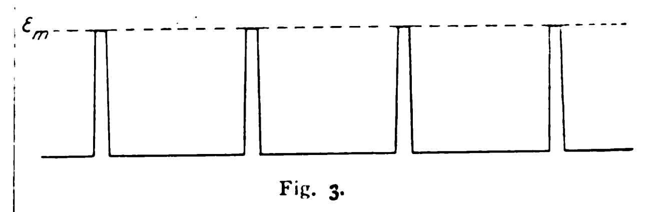


Fig. 3.

der Fig. 3. Die Spannung steigt in jedem Stoß sehr schnell auf ihren Maximalwert E_m, bleibt dort eine kurze Zeit konstant und fällt dann wieder schnell auf Null. Zwischen den einzelnen Stößen sind langdauernde Pausen vorhanden.

Die erste Annahme ist oben bereits besprochen. Die zweite fußt auf den von H. Kröncke[1]) erhaltenen Resultaten. Bei seinem Betrieb mit kontinuierlichem Gleichstrom konnte er nachweisen, daß die Härte der Röntgenstrahlen der an der Röntgenröhre liegenden Gleichspannung proportional ist. Wir übernehmen dies Resultat auch auf den Betriebszustand in jedem einzelnen Augenblick des dynamischen Vorganges.

Es fragt sich, ob die modernen Betriebsformen der Röntgentechnik eine Spannungskurve liefern, die der Fig. 3 entspricht. Beim Induktorium entsteht die Sekundärspannung durch die Veränderungen des primären Stromes. Der Stromanstieg soll bei einem günstigen Betrieb so langsam sein, daß die durch ihn erzeugte Schließungsspannung zu vernachlässigen ist. Dagegen wird der primäre Stromabfall durch eine gute Konstruktion des Unterbrechers so schnell gemacht, daß die Öffnungsspannung sehr groß wird. Allerdings werden häufig durch diesen Öffnungsinduktionsstoß in der Primär- und der Sekundärspule elektrische Schwingungen angeregt, so daß der sekundäre Spannungsstoß von elektrischen Schwingungen überlagert ist. Es geht das Bestreben dahin, diese Schwingungen so weit wie möglich zu unterdrücken, so daß man demnach in einer gewissen Annäherung beim Induktorium einen Spannungsverlauf nach Fig. 3 annehmen kann.

Bei dem Betrieb mit dem Hochspannungsgleichrichter wird der hochgespannte Strom des Wechselstromtransformators durch einen rotierenden Umschalter gleichgerichtet. Sind die Annahmebügel so eingestellt, daß jeder ganze Wechsel durch den Hochspannungskreis hindurchgeht, so hat die Spannungskurve die Gestalt der Fig. 4. Sind sie dagegen so weit

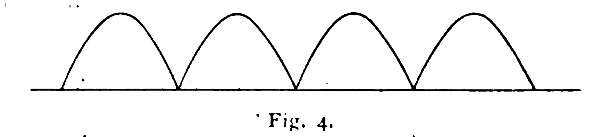


Fig. 4.

1) l. c.

1) H. Kröncke, l. c.

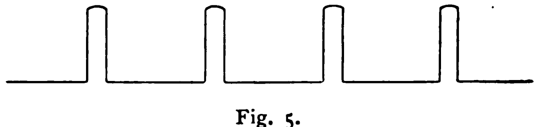


Fig. 5.

gestellt, daß immer nur im Maximalwert der Spannung ein Stromübergang stattfinden kann, so wird eine Spannung geliefert, wie sie Fig. 5 zeigt. Dieser letzte Fall deckt sich daher mit unserer Annahme 3.

III.

Was geschieht nun, wenn man an eine Röntgenröhre eine Spannung anlegt, deren zeitlicher Verlauf der Fig. 3 entspricht? Betrachtet man jeden einzelnen Spannungsstoß, so sieht man, daß er ebenso verläuft, wie wenn man beim Betrieb mit kontinuierlichem Gleichstrom den Strom öffnet, einen kurzen Augenblick schließt und wieder öffnet. Ist E der maximale Spannungswert jedes Stoßes und R der Widerstand des Sekundärkreises und nimmt man an, daß sich in jedem Stoß der statische Zustand einstellt, so würde, falls $\operatorname{tg} \alpha = R$ ist, (s. Fig. 6) in jedem Stoß der Be-

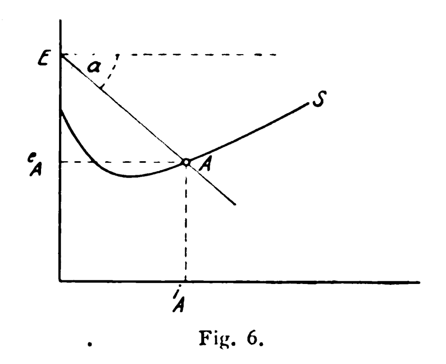


Fig. 6.

triebszustand A erreicht werden. Da wir vorausgesetzt haben, daß die Trägheit des Stromdurchganges nur für sehr schnell verlaufende Stromänderungen in Frage kommt, so wollen wir die letzte Annahme als richtig ansehen, und dabei gleich darauf hinweisen, daß sich auf sie alle folgenden Betrachtungen stützen.

Bei schnellen Änderungen der Spannung, wie sie in unserer Kurve bei jedem Anstieg und Abfall vorhanden sind, wird die auf der Ionisierung des Röhreninnern beruhende Hysteresis zur Wirkung kommen und der Stromzustand in der Röhre nicht in jedem Augenblick dem statischen entsprechen, sondern durch seine Vorgeschichte beeinflußt sein. Die Folge ist, daß beim Stromanstieg ein Zündgipfel überstiegen werden muß. Dieser Zündgipfel ist gleich der Spannung, die nach H. Kröncke nötig ist, um eine eben ausgeschaltete Röhre sogleich wieder zu zünden. Am Ende des Stoßes wird die Spannung infolge der Hysteresis nicht wieder merklich steigen, sondern die Röntgenröhre wird in der sehr kurzen Zeit des Stromabfalls ihre Leitfähigkeit behalten.

Auf Grund dieser Überlegungen läßt sich sowohl der zeitliche Verlauf der an der Röntgenröhre liegenden Spannung als auch der ungefähre Verlauf der dynamischen Charakteristik konstruieren. Ist nämlich die Kurve *a* (Fig. 7) die von der Hochspannungs-

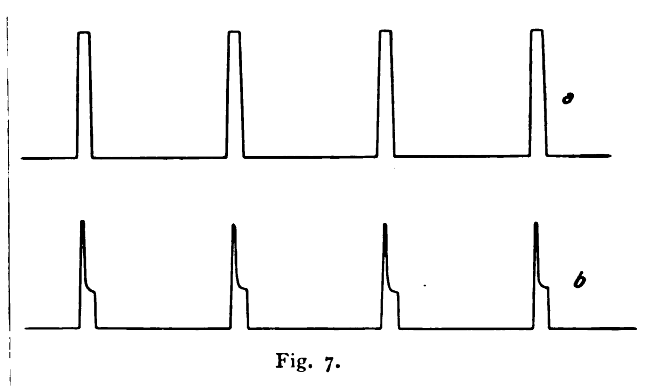


Fig. 7.

quelle gelieferte Spannung, so hat die Spannung an der Röntgenröhre den Verlauf der Kurve *b*, sie steigt zunächst in steilem Anstieg auf den hohen Zündwert, fällt dann auf einen Wert, der dem stabilen Gleichgewichtspunkt der statischen Charakteristik entspricht und geht beim plötzlichen Sinken der Spannung auf Null herab. Die entsprechende dynamische Charakteristik zeigt die Fig. 8.

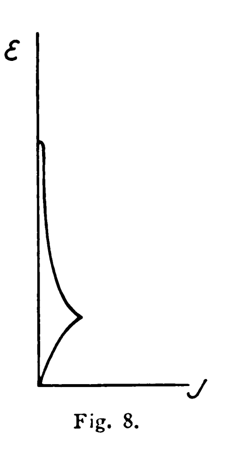


Fig. 8.

Diese Kurven, die für eine harte Röhre gelten, ändern sich bei weichen Röhren. Je weicher die Röhre ist, desto weniger hoch wird der Zündgipfel und entsprechend auch der ganze übrige Verlauf der Charakteristik liegen.

Würde man die Dauer des Stromstoßes

mehr und mehr abkürzen, so könnte man schließlich dahin kommen, daß der statische Zustand in jedem Stoß nicht mehr erreicht wird. In diesem Fall hätte die dynamische Charakteristik mit der statischen nichts mehr gemeinsam. Der dem größten Stromwert der dynamischen Charakteristik entsprechende Punkt würde nicht mehr dem Punkt A der statischen Charakteristik entsprechen, sondern bei höheren Spannungen liegen. Die Fig. 9 enthält dynamische Charakteristiken verschieden langer Stoßdauer. Wir wollen, wie erwähnt, im folgenden immer annehmen, daß die Stoßdauer so lang ist, daß der statische Zustand in jedem Stoß wirklich erreicht wird[1]). Jeder neue Stoß findet die Röhre wieder in dem gleichen Zustand, wie der vorhergehende. Bei jedem einzelnen Stoß muß demnach die Spannung erst den dynamischen Zündgipfel übersteigen, und jeder Stoß wird den gleichen Spannungsverlauf zur Folge haben.

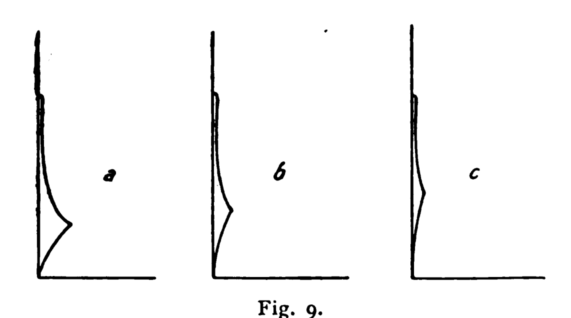


Fig. 9.

Daß bei langandauerndem Betrieb die Röhre härter oder auch weicher wird, hat in Gasabsorptionserscheinungen seinen Grund. Von diesen langsamen Veränderungen sehen wir hier ab.

Nehmen wir jetzt unsere Annahme 2 zu unseren bisherigen Betrachtungen hinzu, so ergibt sich, daß bei jedem einzelnen Spannungsstoß von der Röhre ein Strahlengemisch ausgeht, dessen Hauptbestandteil der Spannung e_4 (Fig. 6) entspricht, daß aber im Beginn jedes einzelnen Röntgenlichtblitzes eine weit härtere Strahlung ausgesandt wird. Die Gesamtheit der Strahlen wird daher zwar im wesentlichen einer bestimmten Härte entsprechen, daneben werden aber härtere und auch — den niederen Spannungswerten am Ende des Stoßes entsprechend — weichere Strahlen vorhanden sein.

Bisher haben wir jeden Stoß einzeln betrachtet und angenommen, daß bei ihm die Schnelligkeit der Bildung und Wiedervereinigung der Ionen im Innern der Röhre eine Rolle spielt. Dabei sollte sich die Temperatur der Röhre auf einen Mittelwert einstellen und keine wesentlichen Schwankungen aufweisen. Es ist nun nicht zu verkennen, daß die Temperaturschwankungen der Röhre beim praktischen Betriebe dennoch eine Rolle spielen können, und zwar besonders dann, wenn die Pausen[1]) zwischen den Stößen ziemlich lang sind. Es wird so der Fall eintreten können, daß die Zündspannung beim Beginn jedes Stoßes nicht mehr den von H. Kröncke gefundenen Wert hat, sondern daß die Röhre in der zwischenliegenden Pause Zeit gehabt hat, sich abzukühlen, und daß daher die Zündspannung höher liegt. Mit abnehmender Stoßzahl wird daher die Zündspannung der Röhre steigen.

So kann es kommen, daß auch beim Betrieb einer sehr weichen Röhre, bei der nach Kröncke kein nennenswerter Zündgipfel vorhanden ist, dennoch in jedem Stoß anfänglich eine höhere Spannung auftreten wird.

Zugleich folgt daraus, daß mit abnehmender Stoßzahl die Härte einer Röhre größer werden wird.

IV.

Die hier gegebene Theorie macht es möglich, eine große Anzahl von Erscheinungen, die man im praktischen Röntgenbetrieb beobachtet hat, zu erklären und zugleich einen umfassenden Einblick in dies Gebiet zu gewähren. Es sollen im folgenden derartige Fälle besprochen werden.

A. Wenn unsere Annahme 2 und der Verlauf der an der Röntgenröhre liegenden Spannung nach Fig. 7b richtig ist, so muß sich in den von der Röntgenröhre bei jedem Stoß ausgehenden Strahlen ein Gemisch verschiedener Härte experimentell nachweisen lassen. Dieser Versuch ist von F. Dessauer[2]) gemacht worden. Eine aus Aluminium bestehende Metalltreppe wurde um ihr eines Ende in Umdrehung versetzt und das Röntgenstrahlengemisch eines einzelnen, mit einem Induktor erzeugten Induktionsstoßes auf sie fallen gelassen. Aus der Schwärzung der unter der rotierenden Metalltreppe liegenden photographischen Platte war zu ersehen, daß im ersten Augenblick des Schlages sehr harte Strahlen ausgesandt werden, und daß deren Härte bis zum Ende des Schlages beträchtlich abnimmt. Ein Wiederansteigen der Härte am Schluß ist nicht zu bemerken. Dieses Versuchsergebnis stimmt mit unseren Annahmen gut überein.

B. Betreibt man eine Röntgenröhre mit einem

1) Die sich darauf gründenden Überlegungen würden mit einigen Einschränkungen auch für den anderen Fall gültig sein.

1) Für den Induktorbetrieb mit dem Wehneltunterbrecher gilt diese Überlegung nicht.

2) F. Dessauer, diese Zeitschr. **14**, 246, 1913.

Induktor, so findet man oft, daß die Röhre nicht gleichmäßig brennt, sondern flackert. Oft ist dem durch Erhöhung der Sekundärspannung abzuhelfen; oft hilft auch dieses Mittel nicht.

Nach unserer Theorie können wir hier zwei Fälle unterscheiden. Im ersten Fall vermag der Induktor so viel Strom zu liefern, wie dem in jedem Stoß erreichten Betriebszustand A (Fig. 6) der Röhre entspricht. Dagegen ist die in jedem Stoß erreichte maximale Spannung E nur so groß, daß sie die dynamische Zündspannung gerade ein wenig überragt. Wenn nun der im Primärkreis des Induktoriums liegende Unterbrecher nicht ganz gleichmäßig arbeitet, und wenn aus diesem oder einem anderen Grunde die primäre Stromunterbrechung einmal etwas weniger schnell oder bei etwas kleinerem Primärstrom erfolgt, so ist die Sekundärspannung kleiner als die Zündspannung. Auch bei Verwendung des Hochspannungsgleichrichters sind derartige Spannungsschwankungen wohl möglich. In jedem Fall, wo die Spannung E unterhalb der Zündspannung bleibt, ist aber eine Zündung der Röhre unmöglich, sie setzt aus und flackert[1]).

Der andere Fall tritt dann ein, wenn zwar die Spannung E genügend groß ist, wenn dagegen der Induktor — beim Hochspannungsgleichrichter wird dieser Fall seltener vorkommen — sekundäre Ströme von nur geringer Stärke liefern kann. Angenommen, die Spannung E (Fig. 10) sei so groß, daß sie die Zündspannung bei weitem übertrifft. Ferner sei im Röntgenröhrenstromkreis ein so großer Widerstand vorhanden, daß A der statische Betriebszustand der Röhre ist. Nun sei es aber mit dem Induktor nur möglich, Ströme von höchstens i_A Ampere zu erhalten. Dies ist häufig dann der Fall, wenn der Eisenkern des Induktors sehr klein ist. Liegt nun A gerade an der

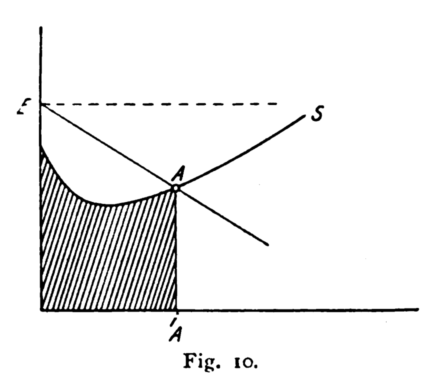


Fig. 10.

1) Diese Erklärung ist auch von H. Kröncke in seiner Dissertation S. 18 kurz erwähnt.

Grenze dieses (in der Figur schraffierten) Gebietes, so wird eine kleine Spannungserhöhung den Betriebszustand A nach rechts und damit zu Stromstärken verschieben, die der Induktor nicht hergeben vermag. Auch jetzt wird die Röhre flackern. Dagegen ist in diesem Fall durch Erhöhung der Spannung ein sicherer Betriebszustand nicht zu erreichen, sondern entweder durch Einschaltung von Widerstand in den Sekundärkreis oder durch ein allerdings nur in gewissen Grenzen mögliches Herabsetzen der Sekundärspannung.

C. Mit dem unter B besprochenen Erscheinungen steht ein anderes wichtiges Problem in engem Zusammenhang. In den ersten Entwicklungsjahren der Röntgentechnik hat man sich lange darum gestritten, ob es zur Erreichung von großen Strahlenintensitäten zweckmäßig sei, einen Induktor mit sehr großer Schlagweite zu benutzen. Die Vertreter der einen Ansicht gingen von dem Gedanken aus, daß eine hohe Spannung in jedem Stoß auch eine große Stromstärke und damit eine große Strahlenintensität zur Folge haben müsse. Es hat sich aus den praktischen Versuchen ergeben, daß dieser Weg der falsche ist und daß es zweckmäßiger ist, den Induktor nur so zu dimensionieren, daß seine Spannung gerade noch zur Zündung auch sehr harter Röntgenröhren hinreicht. Während der Induktor des ersten Typus nur einen dünnen Eisenkern und zur Erreichung der hohen Sekundärspannung eine übergroße Anzahl von Windungen dünnen Drahtes besaß, entstand allmählich als zweiter und moderner Typus der Induktor mit sehr großem Eisenkern und einer Sekundärspule von mäßiger Windungszahl und relativ dickem Drahte.

Die größere Zweckmäßigkeit des zweiten Typus läßt sich ohne weiteres auf Grund der Charakteristikendarstellung (s. Fig. 11) verstehen. Nimmt man an, daß S die statische Charakteristik der benutzten Röntgenröhre ist, und daß E, die maximale Spannung eines modernen Induktors, größer als die Zündspannung der Röntgenröhre ist, so ist, da in diesem Fall der Widerstand der Sekundärspule klein ist, die Widerstandslinie G unter kleinem Winkel α zu zeichnen. Die Röhre wird von dem großen Strom i_A durchflossen, und man erhält so einen bezüglich der Strahlenintensität sehr ergiebigen Betrieb.

Der alte Induktor habe eine Spannung E'. Man könnte nun die beiden Fälle unterscheiden, daß einmal der auf die Sekundärspule aufgewickelte Draht sehr dünn und daß daher der Ohmsche Widerstand im Sekundärkreis sehr groß ist — und dieser Fall wird meist vorhanden sein — und den anderen Fall, daß

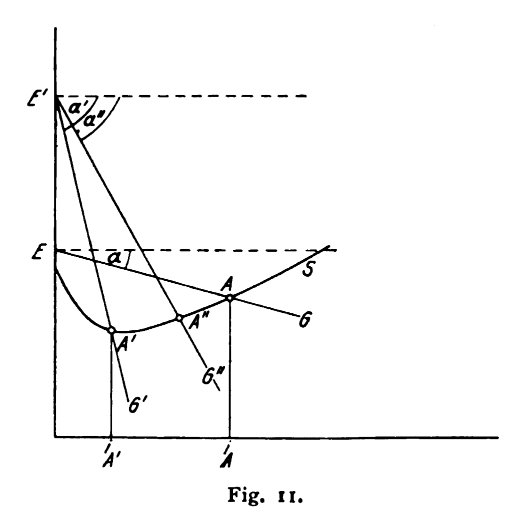


Fig. 11.

der Draht relativ großen Querschnitt hat. Im ersten Fall würde die Widerstandslinie G' unter dem Winkel α', im zweiten G'' unter dem Winkel α'' zu ziehen sein und die Punkte A' bzw. A'' würden die Betriebszustände der Röntgenröhre charakterisieren.

Es kann nun möglich sein, daß der Eisenkern dünn ist und daß daher die in ihm aufgespeicherte magnetische Energie so klein ist, daß sie in der Sekundärspule trotz der hohen Spannung doch keinen so großen Strom zustande bringen kann, wie dem Betriebszustand A'' entspricht. In diesem Fall hätte die Wahl des dickeren Drahtes für die Sekundärspule überhaupt keinen Zweck.

In dem meist bei Induktorien sehr hoher Sekundärspannung vorkommenden Fall ist der Widerstand der Sekundärspule sehr groß. Es stellt sich dann trotz der hohen Spannung nur der Sekundärstrom i'_A ein und die durch ihn ausgelöste Strahlenmenge ist gering.

Aus all dem ergibt sich, daß es keinen Zweck hat, im Röntgenbetriebe eine übertrieben große Sekundärspannung zu verwenden, daß vielmehr ein Induktor — oder beim Hochspannungsgleichrichterbetrieb ein Transformator — verwendet werden muß, der eine zur regelmäßigen Zündung härtester Röhren genügende Spannung zu liefern vermag; daß man seinem Eisenkern einen beträchtlichen Querschnitt gibt und dadurch die aufgespeicherte magnetische Energie groß genug macht, um auch starke sekundäre Ströme herzugeben; und daß man endlich für die Sekundärspule einen nicht zu dünnen Draht wählt, damit der Winkel α, den die Widerstandslinie mit der Abszisse bildet, nicht zu groß wird.

D. Wir haben bisher immer angenommen, daß die von der Hochspannungsquelle gelieferte Spannungskurve nur aus einseitig gerichteten Stößen besteht. Das ist aber beim Induktorbetrieb nicht immer der Fall. Nach jeder Unterbrechung des Primärstromes muß der Strom auch wieder ansteigen und während dieses Stromanstiegs wird sekundär die sogenannte „Schließungsinduktion" induziert. Sie wird um so größer sein, je schneller der Anstieg des Primärstromes ist.

Benutzt man ein Induktorium der modernen Art, so ist die Schließungsspannung meist so klein gegenüber der Zündspannung der Röhre, daß sie nicht in Betracht kommt. Bei einem Induktorium mit sehr großer Sekundärspannung wird dagegen die Schließungsinduktion — wenn sie auch relativ zur Öffnungsinduktion klein ist — doch absolut genommen so groß sein, daß sie die Zündspannung der Röhre übersteigt. Auch aus diesem Grunde ist daher ein solches Induktorium zum praktischen Betriebe recht ungeeignet.

Bei den modernen Induktorien ist aber noch ein anderer, für die Bedeutung der Schließungsinduktion maßgebender Gesichtspunkt nicht zu vergessen. Man muß nämlich unterscheiden zwischen dem Fall, daß man im Primärkreis des Induktoriums einen Flüssigkeitsunterbrecher (Wehnelt- oder Simonunterbrecher) oder einen mechanischen Unterbrecher verwendet. Im ersten Fall findet sofort nach der Unterbrechung das Wiedereinsetzen des Primärstromes statt. So kann es kommen, daß die Schließungsinduktion in der Röhre noch eine beträchtliche Leitfähigkeit vorfindet und daß demnach im Augenblick ihres Einsetzens der Zündgipfel der Röhre beträchtlich tiefer liegt als beim Einsetzen jedes Stoßes in der bisher vorausgesetzten Spannungskurve. Infolgedessen kann bei diesen Unterbrechern die Schließungsinduktion eine sehr zerstörende Wirkung ausüben. Dies stimmt mit den praktischen Ergebnissen überein.

Bei dem Gebrauch der mechanischen Unterbrecher liegen die Verhältnisse dagegen ganz anders. Hier findet nach jeder Unterbrechung des Primärstromes eine stromlose Pause statt, in welcher die Röntgenröhre Zeit hat, ihren früheren, leitfähigkeitslosen Zustand wieder zu erreichen. Die danach einsetzende Schließungsinduktion findet die Zündspannung der Röhre daher wieder auf der ursprünglichen Höhe und ist — falls nicht gerade sehr ungünstige Verhältnisse vorliegen — nicht in der Lage, zu zünden.

Diese Schlußfolgerungen gelten um so mehr, je weicher die Röhre ist. Es ist selbstverständlich, daß bei weichen Röhren die Schließungsinduktion in jedem Falle eine größere Gefahr bedeutet.

E. Bei dem Betriebe mit dem Induktorium scheint eine Herabsetzung der Zündspan-

nung vor jedem Stoß aus anderen Gründen einzutreten. Die Sekundärspule des Induktoriums besitzt Selbstinduktion und Kapazität, die auf ihre Länge verteilt sind, und ist daher schwingungsfähig. Die Frequenz der Schwingungen ist beim modernen Induktor infolge der geringen Zahl der Windungen und der Wicklungsart relativ hoch. Bei jedem Spannungsstoß wird der Schwingungskreis der Sekundärspule angestoßen, und infolgedessen überlagern sich dem eigentlichen Spannungsstoß schnelle elektrische Schwingungen. Aus Versuchen von B. Walter[1]) ergibt sich, daß diese schnellen Schwingungen bei einfacher Funkenbelastung dem eigentlichen Funken erst den Weg bahnen. Es ist nicht ausgeschlossen, daß sie auch in der Röntgenröhre eine ähnliche Rolle spielen und vor jedem Stromdurchgang eine Leitfähigkeit in der Röhre vorbereiten. Nach unserer Betrachtungsweise würde das heißen, daß beim Betrieb mit dem Induktorium die Zündspannung vor jedem Stoß herabgesetzt wird, und daß sie infolgedessen nicht mehr so hoch ist, als wenn man etwa einmalig die Spannung einer Influenzmaschine an die Röntgenröhre anschalten würde. Es ist sehr wahrscheinlich, daß auch beim Betrieb mit dem Hochspannungsgleichrichter, bei dem die Spannung über Funkenstrecken abgenommen wird, ähnliche Schwingungen auftreten und in ähnlicher Weise wie beim Induktorium zur Herabsetzung der Zündspannung führen.

F. Von besonderer Wichtigkeit sind die Härteänderungen, die ein und dieselbe Röhre bei verschiedener Belastung zeigt, auch wenn der Grad der Luftverdünnung sich in ihrem Innern nicht geändert hat. Solche Härteänderungen sind besonders eingehend von F. Klingelfuß[2]) in der Weise untersucht, daß bei verschiedenen die Röntgenröhre durchfließenden Stromstärken die Härtegrade der ausgesandten Röntgenstrahlen bestimmt wurden. Er erhielt die in Fig. 12 wiedergegebenen Kurven (Ordinate: Strahlenhärte; Abszisse: Stromstärke in Milliampere in der Röhre), die er als Charakteristiken der Röhren bezeichnet, die wir aber zum Unterschied zu unserer Definition der Charakteristik als „Härtecharakteristiken“ benennen wollen. Für eine weiche, eine mittelharte und eine harte Röntgenröhre findet er die Kurven 1, 2 und 3 der Fig. 12. (Er schließt aus seinen Messungen, daß bei einer eindeutigen Bezeichnung der Härte einer Röntgenröhre auch angegeben werden muß, bei welcher Stromstärke die Messung vorgenommen worden ist.)

1) B. Walter, Wied. Ann. 66, 636, 1898; 68, 776, 1899.
2) Klingelfuß, Verhandlungen der Deutschen Röntgen-Gesellschaft 5, 62.

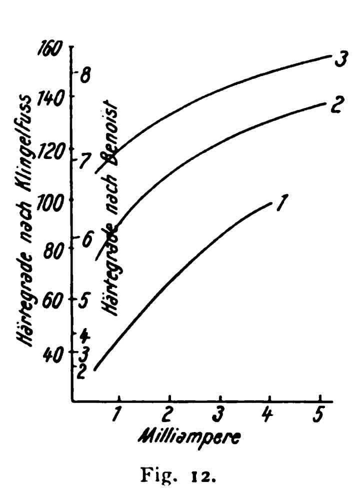


Fig. 12.

Der Verlauf der Charakteristiken ist aus unserer Charakteristikendarstellung ohne weiteres erklärlich. Ist nämlich S (siehe Fig. 13) die statische Charakteristik der benutzten Röntgen-

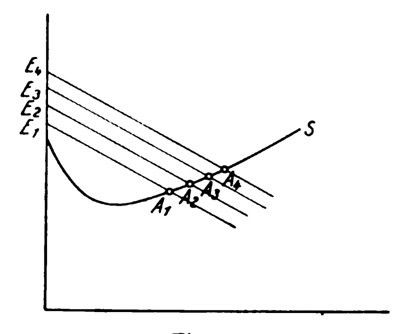


Fig. 13.

röhre und besitzt der Sekundärkreis einen bestimmten und konstanten Ohmschen Widerstand R_0, so muß die Widerstandslinie in jedem Fall unter dem Winkel α gezogen werden, für den die Beziehung $\operatorname{tg}\alpha = R_0$ gilt. Die Änderung der sekundären Stromstärke geschieht durch Vergrößerung der sekundären Spannung. Erhöht man sie stufenweise von E_1 auf E_2, auf E_3, auf E_4, so rückt der Endbetriebszustand jedes Stoßes von A_1 nach A_2, nach A_3, nach A_4; da aber bei diesen Betriebszuständen die Spannung an der Röhre immer höher wird, so muß die Röhre härtere Strahlen geben.

Die Klingelfußschen Kurven zeigen, daß für eine weiche Röhre die Änderung der Härte mit der Stromstärke mehr ins Gewicht fällt, als bei einer harten. Auch das ist nach dem Verlauf der von H. Kröncke bestimmten statischen Charakteristiken verschieden harter Röntgenröhren ohne weiteres verständlich.

Die Klingelfußschen Resultate sind von anderen Autoren angefeindet worden. Diese berichten, daß sich eine Abhängigkeit der

Härte vom Sekundärstrom nicht nachweisen läßt. Auch diese Erscheinung findet in unserer Darstellung seine Erklärung. Benutzt man nämlich ein Induktorium, dessen Sekundärspule einen relativ großen Ohmschen Widerstand besitzt, so wird der Winkel α größer. So kann es kommen (siehe Fig. 14), daß die den Span-

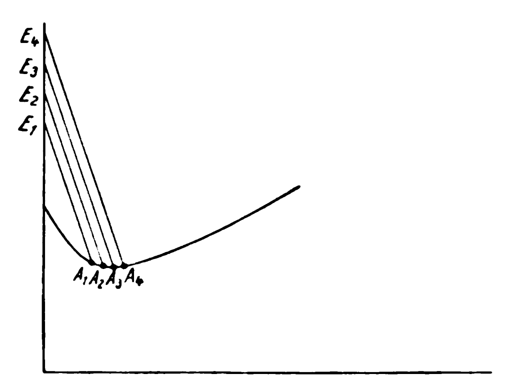


Fig. 14.

nungen E_1, E_2, E_3 und E_4 entsprechenden Betriebspunkte A_1, A_2, A_3 und A_4 so liegen, daß die entsprechenden Spannungen fast gleich sind, und daß daher auch die Härte der Röhre ungeändert bleibt. Ja es könnte der Fall eintreten, wo mit zunehmendem Strom die Härte der Röhre abnimmt. Das würde dann geschehen, wenn der Ohmsche Widerstand des Sekundärkreises sehr groß ist und daher die Betriebszustände auf dem abfallenden Ast der Charakteristik liegen. Dieser Fall wird praktisch aber kaum vorkommen.

G. Die folgende Erscheinung steht mit dem eben behandelten Fall in engem Zusammenhang. Es zeigt sich oft, daß eine Röntgenröhre nicht die gleiche Härte hat, wenn man sie von einem ersten Induktor an einen zweiten anderer Bauart anschaltet, oder wenn man vom Induktorbetrieb zum Betrieb mit dem Hochspannungsgleichrichter übergeht, und zwar auch dann, wenn in allen diesen Fällen die Funkenschlagweite der Induktoren und Hochspannungsgleichrichter auf dieselbe Größe eingestellt war. Die Erklärung ist diese: Ist E (Fig. 15) die allen Hochspannungsquellen gemeinsame Betriebsspannung, so ist der Betriebszustand erst durch die Größe des Widerstandes im Sekundärkreis bestimmt. Da der Widerstand der Sekundärspulen von Induktoren und Transformatoren verschiedener Herkunft verschieden groß sein wird, so müssen wir die Widerstandslinie unter verschiedener Neigung zur X-Achse ziehen. Man erhält so den Winkeln α_1, α_2 und α_3 entsprechend die Betriebszustände

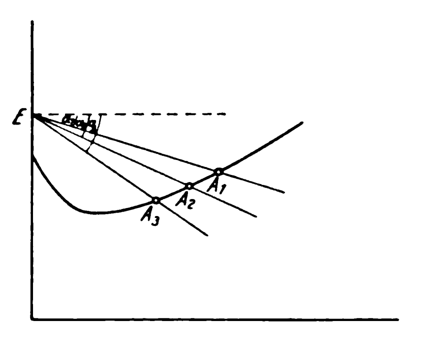


Fig. 15.

A_1, A_2 und A_3 und kann schließen, daß in den meisten Fällen mit größerem Sekundärwiderstand der Härtegrad der Röhre abnehmen wird. Dies Gesetz wird aber nicht in allen Fällen gelten, sondern es wird auch möglich sein, daß trotz der Widerstandsänderung (siehe Fig. 16)

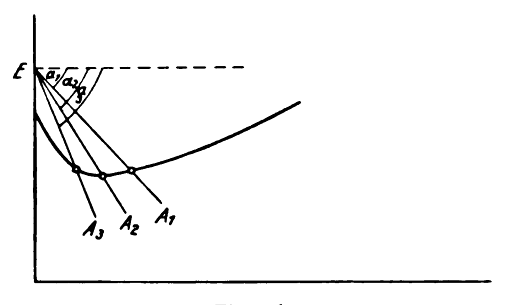


Fig. 16.

eine wesentliche Härteänderung nicht nachgewiesen werden kann.

Es ist ferner zu beachten, daß bei verschiedenen Hochspannungsquellen die elektrischen Schwingungen in der Sekundärspule nicht gleich schnell und von gleicher Amplitude zu sein pflegen, und daß daher ihre Wirkung auf die Herabsetzung der Zündspannung verschieden sein kann. Infolgedessen werden in den verschiedenen Fällen die durch die Zündspannung im ersten Moment jeden Stoßes erzeugten Strahlen verschieden hart ausfallen, und es wird so das Härtemittel des von der Röhre ausgehenden Strahlenkomplexes beeinflußt werden.

Aus unserer Betrachtung ergibt sich ferner ohne weiteres, daß es bei zwei Induktorien mit verschiedenem Widerstand der Sekundärspule nicht möglich ist, bei beiden dieselbe Funkenschlagweite einzustellen und nach der Anschaltung der Röntgenröhre ohne Spannungsänderung den gleichen Strom in der Röhre zu erreichen. Will man mit zwei verschiedenen Induktorien den gleichen Sekundärstrom und zu gleicher Zeit dieselbe Härte der Röntgenstrahlen haben, so ergibt sich die Konstruktion nach Fig. 17, und aus ihr folgt, daß die Funken-

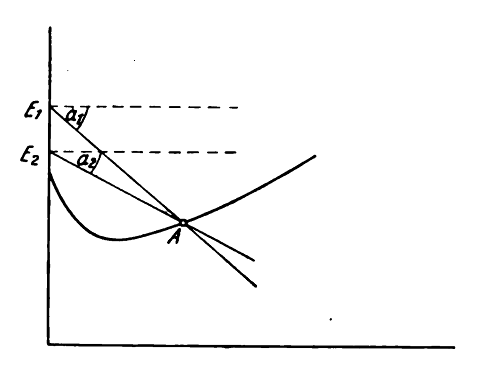


Fig. 17.

schlagweiten der Induktorien — gemessen vor Anschaltung der Röntgenröhre — nicht gleich sein können. Da man aber in der Praxis die Härte einer Röntgenröhre sehr häufig mit der Funkenstrecke bestimmt, so folgt aus unseren Überlegungen, daß diese Messung nicht einwandfrei und mit der größten Vorsicht anzuwenden ist. Nur wenn man beim Betrieb desselben Instrumentariums bleibt, vermag die Funkenstrecke ein angenähertes, qualitatives Maß für die Härte der Röntgenröhre zu geben.

H. Bei Versuchen, die um einige Jahre zurückliegen, fand ich, daß die Härte einer mit einem Induktorium betriebenen Röntgenröhre zunahm, als vor die Röhre eine Luftfunkenstrecke geschaltet und alles andere ungeändert gelassen wurde. So zeigen Fig. 18 und 19 die Photographien eines Härtemessers vom Benoist-Walter-Typus nach einer Bestrahlung mit einer Röntgenröhre ohne und mit Einschaltung einer Funkenstrecke. Während die Härte im ersten Falle etwa 3 beträgt, hat sie im zweiten Fall die Größe 5. Es ist also eine recht wesentliche Änderung eingetreten. Bei den Versuchen wurde im Primärkreis des Induktoriums allerdings der Wehneltunterbrecher benutzt; bei seiner Verwendung hat nach Versuchen des Verfassers[1]) eine Änderung im Sekundärkreis auch eine Änderung der primären Unterbrechungszahl, der primären Stromamplitude und damit auch eine Änderung der Größe der Sekundärspannung zur Folge. Ganz eindeutig ist daher der vorliegende Versuch nicht. Es zeigte sich aber auch bei Verwendung eines mechanischen Unterbrechers, bei dem diese Fehlerquellen wegfallen, daß die Härte bei Einschaltung einer Funkenstrecke zunahm.

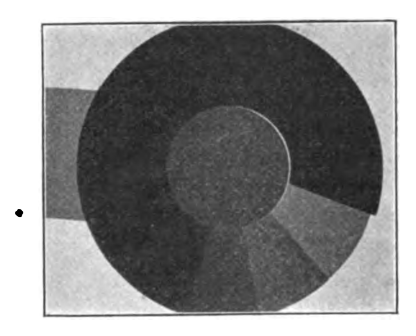


Fig. 18.

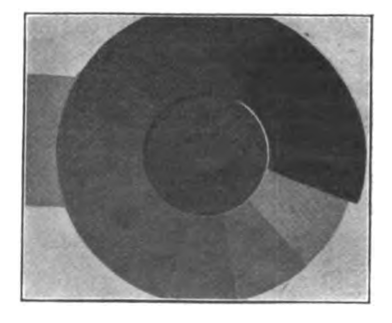


Fig. 19.

Will man diese Erscheinung mit Hilfe der Charakteristik zu erklären versuchen, so müßte man die Charakteristik der Funkenstrecke und die Charakteristik der Röntgenröhre in bekannter Weise zusammenfassen und die zu gleichen Stromstärken gehörenden Ordinaten addieren. Man würde so die Charakteristik für die Hintereinanderschaltung der beiden Leitungselemente erhalten. Man könnte dann in ähnlicher Weise wie früher die Betrachtung weiterführen. Leider ist aber für lange Luftfunkenstrecken nicht einmal die statische Charakteristik bekannt, und wie sich die Luftfunkenstrecke bei dynamischen Vorgängen verhält, ist gänzlich unklar.

Jedenfalls wird aber die Wirksamkeit der Funkenstrecke darauf beruhen, daß sie die Dauer des Stromdurchgangs abkürzt. Das ergibt sich schon daraus, daß die Strahlenintensität nach Einschaltung der Funkenstrecke beträchtlich nachläßt. Während der zeitliche Verlauf der Spannung an der Röntgenröhre vor Einschaltung der Funkenstrecke die Gestalt der Kurve *a* (Fig. 20) hat, bleibt nach dem Einschalten der Funkenstrecke nur die Kurve *b* übrig. Im Mittel wird daher im zweiten Fall eine höhere Spannung an der Röntgenröhre liegen und infolgedessen eine härtere Strahlung ausgesandt werden.

Bei der Wiederholung des Versuchs im unterzeichneten Laboratorium fand sich bei Verwendung einer sehr weichen Röhre nach Einschaltung einer Funkenstrecke kein Anstieg der Härte. Das ist daraus zu erklären, daß bei der weichen Röhre der Zündgipfel gegenüber

1) P. Ludewig, Zentralblatt für Röntgenstrahlen 1, 325, 1910.

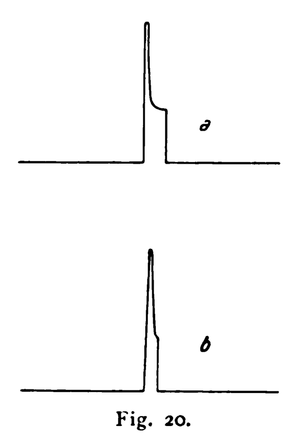


Fig. 20.

dem übrigen Spannungsverlauf nicht wesentlich in Betracht kommt, und daß daher auch eine Abschneidung des letzten Teiles der Kurve keinen wesentlichen Einfluß auf das Spannungsmittel haben kann.

Auch bei Einschaltung von Ventilröhren können Härteänderungen eintreten, deren Ursachen auf ähnlichen Einflüsse zurückgehen, wie die hier beschriebenen.

I. Während der Niederschrift des Vorstehenden erschien die bereits erwähnte Arbeit von A. Wehnelt[1]), die dadurch für unsere Ausführungen von großem Interesse ist, als in ihr zum ersten Mal einwandfreie Kurven für den Verlauf der Sekundärspannung gegeben werden. Allerdings ist die Form der Betriebsspannung nicht die gleiche, wie die hier vorausgesetzte. A. Wehnelt benutzte zum Betriebe der Röntgenröhre einen Hochspannungsgleichrichter, bei dem aber nicht nur der maximale Teil der Spannungskurve herausgeschnitten wurde, sondern die ganze sinusförmige Halbperiode (Fig. 21a) an der Röntgenröhre

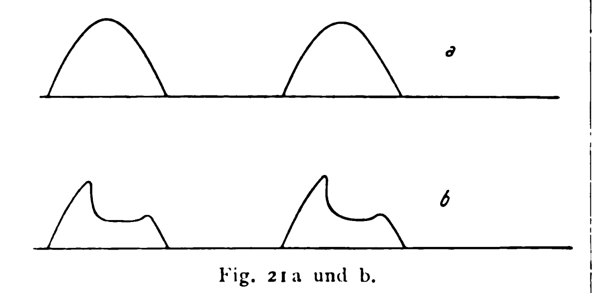


Fig. 21a und b.

lag. (Jeder zweite Wechsel war abgedrosselt.) Infolgedessen können unsere Überlegungen nicht ohne weiteres auf seine Resultate übertragen werden. Immerhin ist in der Wehneltschen Arbeit mancherlei enthalten, das unsere Ausführungen zu stützen vermag.

1) A. Wehnelt, l. c.

Auch beim Betrieb mit sinusförmigen Halbperioden steigt die Spannung erst bis zu einem hohen Wert, der Zündspannung, an und fällt dann auf einen tief liegenden, der dem stabilen Betrieb der Röntgenröhre entspricht. (Siehe die rein schematische Wiedergabe in Fig. 21b, die der Fig. 3 der Wehneltschen Arbeit entspricht.) Interessant ist der von Wehnelt erwähnte Spannungsanstieg gegen Ende der Halbperiode. Daß hier bei dem langsamen Stromabfall ein Wiederansteigen der Spannung erfolgt, ist dadurch zu erklären. daß hier die Leitfähigkeit in der Röhre noch Zeit hat, wieder, wenigstens bis zu einem gewissen Grade, abzunehmen. Die Kurve entspricht dem Betrieb einer weichen Röhre. Bei einer härteren (Fig. 4 und 5 der Wehneltschen Arbeit) findet sich gleichfalls der Anstieg bis zur Zündspannung und das dann folgende Herabsinken auf einen niedrigen Wert. Ob hier ein Wiederanstieg der Spannung gegen Schluß der Kurve stattfindet, ist auf den Reproduktionen nicht zu erkennen.

V.

Außer den im vorigen Abschnitt besprochenen Erscheinungen wird unsere Theorie auch zur Erklärung mancher anderen Versuchsergebnisse zu gebrauchen sein. Wir wollen im folgenden noch ein Problem behandeln, das, wie ich hoffe, auf Grund der Charakteristikendarstellung einer neuen Lösung zugeführt werden kann. Bekanntlich hat man sich in der letzten Zeit die Aufgabe gestellt, die Röntgenstrahlen so hart zu machen, daß sie in der Tiefentherapie in erfolgreichen Wettbewerb mit den γ-Strahlen des Radiums treten können. Würde dies gelingen, so würde es möglich sein, an Stelle der sehr kostspieligen Radiumpräparate die viel billiger zu betreibende Röntgenröhre zu setzen, wenigstens so weit es sich um die Behandlung mit durchdringungsfähigen Strahlen handelt.

Dessauer[1]) benutzt zur Erzeugung härtester Röntgenstrahlen den Hochspannungsgleichrichter und läßt wenige aber sehr intensive Stromstöße durch die Röhre gehen. Er findet in Übereinstimmung mit unserer Theorie, daß bei Vergrößerung der Pausen zwischen den einzelnen sinusförmigen Halbwellen eine Steigerung der Härte eintritt und läßt deswegen nur jeden zweiten Wechsel der sinusförmigen Spannungskurve zur Einwirkung auf die Röhre kommen.

Unsere Charakteristikenbetrachtung zeigt eine neue Lösung des Problems. Sollen die Rönt-

1) F. Dessauer, Radium, Mesothorium und harte X-Strahlung. Verlag von O. Nemnich. 1914.



genstrahlen sehr hart sein, so muß nach unseren Voraussetzungen während der ganzen Dauer der Strahlenemission eine hohe Spannung an der Röhre liegen. Das ist dadurch zu erreichen, daß man (siehe Fig. 22) den Betriebszustand,

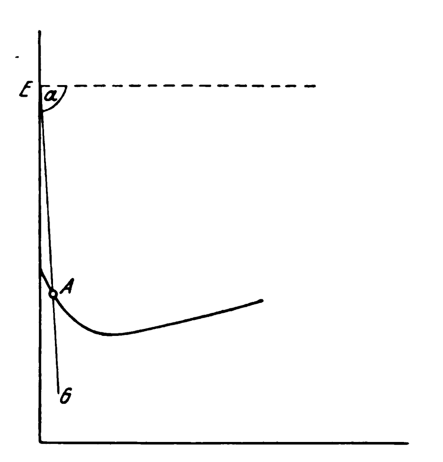


Fig. 22.

der sich bei jedem Stoß einstellt, möglichst auf den abfallenden Teil der Charakteristik verlegt. Um hier aber einen stabilen Betriebszustand möglich zu machen, muß man die in jedem Stoß erreichte Spannung E und auch den Ohmschen Widerstand des Sekundärkreises sehr groß wählen. Man kommt so, wenn man unter dem Winkel α die steile Widerstandslinie G zieht, zu dem Betriebszustand A. Da außerdem beim Beginn jedes Stoßes die Zündspannung der Röhre überstiegen werden muß, so liegt im Mittel eine recht hohe Spannung an der Röntgenröhre und die ausgesandten Strahlen sind sehr hart.

Zur Erreichung eines großen Widerstandswertes im Sekundärkreis kann entweder ein besonderer Flüssigkeitswiderstand eingeschaltet oder der Sekundärspule des Induktoriums ein großer Widerstand gegeben werden.

Um den Stromdurchgang in jedem Stoß noch weiter abzukürzen, kann man die oben beschriebene Wirkung der Luftfunkenstrecke mit der neuen Schaltungsanordnung vereinigen. Die Wirkung würde dann die sein, daß fast nur die durch die Zündspannung in der Röhre ausgelösten Strahlen zur Emission kommen.

Noch ein dritter Gesichtspunkt kommt hinzu: Sollen die durch die Zündspannung erzeugten Strahlen sehr hart sein, so darf die Zündspannung nicht durch irgendwelche Nebenumstände herabgesetzt werden. Es ist daher die Wirkung der schnellen elektrischen Schwingungen der Sekundärspule (siehe IV, E), so gut wie möglich zu beseitigen. Es ist zur Dämpfung der Schwingungen zweckmäßig, den Draht in der Sekundärspule ziemlich dünn zu wählen und auch die Flüssigkeitswiderstände, die eventuell noch eingeschaltet werden, direkt an die Klemmen der Röntgenröhre zu legen. Es würde die Schaltung am zweckmäßigsten so anzuordnen sein, daß (siehe Fig. 23) von den

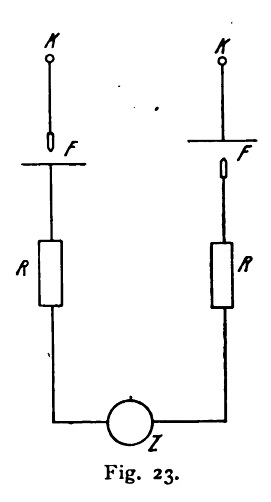


Fig. 23.

Sekundärklemmen K, K die Leitung über die beiden Luftfunkenstrecken FF und die beiden Flüssigkeitswiderstände RR zur Röntgenröhre Z führt. Die Funkenstrecken haben als eine Elektrode eine Spitze als andere eine Platte und sind so gerichtet, daß sie die Schließungsinduktion von der Röhre fernhalten.

Bei dieser neuen Betriebsform würde durch die Röntgenröhre eine Entladung gehen, die einer Funkenentladung — im Gegensatz zu der dem Lichtbogen ähnlichen Entladung bei gewöhnlichem Betrieb — entspricht.

Die geringe Strahlenintensität beim Betrieb einer Röhre ließe sich durch gleichzeitigen Betrieb mehrerer Röhren — z. B. in der sogenannten Triplexschaltung[1]) — vergrößern.

Ich hoffe, später über Versuchsergebnisse mit der neuen Schaltungsanordnung berichten zu können.

Zusammenfassung.

Ausgehend von den von H. Kröncke experimentell bestimmten statischen Charakteristiken von Röntgenröhren verschiedenen Härtegrades wird unter bestimmten Annahmen eine Theorie für das Verhalten der Röntgenröhre unter den in der Praxis gewöhnlich vorkommenden Versuchsbedingungen gegeben. Diese Theorie stützt sich auf die Annahmen,

1) Albers-Schönberg, Seeger, Lasser, Das Röntgenhaus. Verl. v. Leineweber 1915, S. 85ff.

1. daß bei einer Röntgenröhre wie beim Lichtbogen eine Hysteresis vorhanden ist;

2. daß die Härte der Strahlen bei veränderlichen Vorgängen proportional der in jedem Augenblick an der Röhre liegenden Spannung ist;

3. daß die Kurve der von der Hochspannungsquelle gelieferten Spannung aus einzelnen kurzen Stößen besteht.

Es läßt sich so der Verlauf der Spannung an der Röhre ableiten und zeigen, daß in jedem Spannungsstoß erst eine Zündspannung überstiegen werden muß, und daß sich dann der Betriebszustand auf den durch die statische Charakteristik bedingten Betriebspunkt einstellt. Mit dieser Theorie wird eine Anzahl von Versuchsergebnissen des praktischen Röntgenbetriebes erklärt und für das Problem der Erzeugung sehr harter Röntgenstrahlen eine neue Lösung gegeben.

Physikalisches Laboratorium der Bergakademie Freiberg i. S.

(Eingegangen 4. November 1915.)

Über einen thermodynamischen Integrator.

(Bemerkung zu einer Notiz des Herrn W. Drägert.)

Von R. Gans.

Herr Drägert[1]) beanspruchte kürzlich die Priorität für die Beschreibung eines Apparats, der mechanisch die Kurve der maximalen Arbeit bei gegebener Energiekurve zeichnet, sicherlich ohne zu wissen, daß Herr Pereyra Míguez und ich schon längere Zeit vor unserer Publikation in dieser Zeitschrift[2]) unsern Integrator der Öffentlichkeit übergeben hatten.

Da mir selbst nichts daran liegt, den von uns angefertigten Integrator zuerst erdacht zu haben, sondern da sich mein Interesse darauf richtete, ein Instrument so durchzukonstruieren, daß es praktisch brauchbar ist, so würde ich auf die Notiz des Herrn Drägert nicht eingehen, wenn ich nicht den Wunsch hätte, im Interesse meines Mitarbeiters Herrn Pereyra Míguez einige Bemerkungen über die Zeit der Konstruktion unseres Integrators zu machen.

Im April 1914 fiel mir die geometrische Eigenschaft ein, auf die die Wirkungsweise des Apparats begründet ist. Dieselbe wurde noch im selben Monat in öffentlichem Vortrag in La Plata von Herrn Geheimrat Nernst erwähnt.

Da diese Eigenschaft unmittelbar, d. h. ohne Hinzufügen irgendeines Gedankens, die graphische Methode der Integration ergibt, kann ich nicht zugeben, daß Herr Drägert durch Angabe eines graphischen Verfahrens „darüber hinaus" (d. h. über die mechanische Methode hinaus) die Aufgabe gelöst hat.

Die zeichnerische Methode erschien uns bei Kenntnis der geometrischen Eigenschaft der Kurve so selbstverständlich, daß wir sie in unserer Veröffentlichung gar nicht erwähnt haben.

Mir lag vielmehr daran, über die graphische Methode hinaus einen Apparat zu konstruieren, der mechanisch die vorliegende Aufgabe löst.

An diese Aufgabe machten Herr Pereyra Míguez und ich uns sofort, und das erste Exemplar unseres Integrators konnte, allerdings in technisch unvollkommener Form, bereits in der öffentlichen Vorlesung, die Herr Nernst am 6. Mai 1914 in La Plata hielt, vorgeführt werden.

Wir reichten das Manuskript zur Veröffentlichung in der von der hiesigen mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultät herausgegebenen Zeitschrift aber erst am 12. Oktober 1914 ein[1]), als der von uns auch in der Physikalischen Zeitschrift beschriebene Apparat tadellos funktionierte und gestattete, unter anderen auch die in den Figuren 6 und 7 wiedergegebenen Integrationen in einigen Sekunden exakt auszuführen.

Die Dissertation des Herrn Drägert steht uns leider nicht zur Verfügung, da die Bibliotheksverhältnisse in Argentinien sehr schlecht sind. Hätten wir von dieser Kenntnis gehabt, würden wir natürlich nicht verfehlt haben, zu erwähnen, daß er in derselben die Beschreibung eines ähnlichen, allerdings nicht konstruierten Apparats angibt (wie aus seinem Zitat: „Wenn die technische Ausführung des Apparats auf Schwierigkeiten stoßen sollte, ..." hervorgeht).

Ebenso bin ich sicher, daß Herr Drägert, wenn er bei der Drucklegung seiner Doktorarbeit von unserem Gedanken Kenntnis gehabt hätte, dies auch angegeben hätte.

Es ist selbstverständlich, daß ich aus den Angaben des Herrn Drägert, daß er das Problem im Frühjahr 1914 gelöst und dieses dann in seiner im Juli und August vorigen Jahres gedruckten Dissertation niedergelegt hat, nicht schließen kann, daß er später als wir die dem Apparate zugrunde liegende geometrische Eigenschaft gekannt hat.

Zur Erhärtung seines Prioritätsanspruchs

1) W. Drägert, diese Zeitschr. 16, 295, 1915.

2) R. Gans u. A. Pereyra Míguez, diese Zeitschr. 16, 247, 1915.

1) Siehe R. Gans u. A. Pereyra Míguez, Contribución al estudio de las ciencias físicas y matemáticas. Universidad Nacional de La Plata, vol. I, pag. 83. 1915.



müßte er aber einen Zeitpunkt angeben, der vor der Vorlesung im April 1914 liegt, in welcher Herr Nernst in La Plata öffentlich über unsern Apparat gesprochen hat.

La Plata, 12. Oktober 1915.
Instituto de Física.

(Eingegangen 16. November 1915.)

Zur vorstehenden Bemerkung von R. Gans.

Von W. Drägert.

Meine Notiz „Über die graphische und mechanische Berechnung chemischer Affinitäten aus thermischen Messungen“[1]) diente lediglich der durch die genannte Veröffentlichung gebotenen Feststellung, daß parallel mit der Lösung der Aufgabe durch die Herren R. Gans und Pereyra Míguez[2]) dieselbe Aufgabe bereits im Frühjahr 1914 (bereits: bezogen auf den Zeitpunkt der späten Veröffentlichung) durch mich ihre Lösung gefunden hatte, ohne damit etwa bei der Nichtigkeit des Gegenstandes einen Prioritätsstreit entfachen zu wollen. Die folgenden Zeilen sind daher nur in dem Sinne zu nehmen, als mit ihnen über einige Punkte der Gansschen Bemerkung Klarheit geschaffen werden soll.

Daß der mechanischen Integration der in Frage kommenden Differentialgleichung der wertvollere Teil des Gedankens zukommt, steht so zweifellos, daß der Mitteilung des graphischen Verfahrens „darüber hinaus“ keine Wertschätzungsforderung untergelegt zu werden brauchte, weil es sich, wie im Text gesagt, „natürlich“ mit der Erkenntnis des der Affinitätskurve zugrunde liegenden Differentialgesetzes ergab. So diente seine Angabe lediglich zur Feststellung des Umfanges der Lösung. Ich selbst habe mich seinerzeit zur Aufnahme des selbstverständlich gegebenen graphischen Verfahrens durch Herrn Professor Nernst veranlaßt gesehen, da die graphischen Integrationsmethoden den physikalischen Chemikern nicht immer geläufig sein dürften, und da sie für mich einigen Wert dadurch erhielt, als ich in ihr das Minimum der Leistung eines brauchbaren Integraphen hatte, denn, so sonderbar es klingen mag, das Nernstsche Institut nahm an der mechanischen Ausführung der fundamentalen Integration kein Ausführungsinteresse, und ich persönlich wollte die Mittel zum Bau des Apparates nicht aufwenden. Ich habe daher auch auf jede weitere konstruktive Durchbildung des in der Dissertation anhangsweise beschriebenen Integraphen verzichtet.

Zu der in Frage stehenden mechanischen Integration war ich durch eine Bemerkung des Herrn Nernst angeregt worden, als er es für wünschenswert bezeichnete, die Affinitätskurve möglichst automatisch aus der Energiekurve zeichnen zu können. Das war vor seiner Ausreise nach Argentinien. In den darauf folgenden Tagen habe ich den Weg auf Grund des zweiten Hauptsatzes entwickelt und zuerst in einem Brief Herrn Professor Eucken darüber Mitteilung gemacht. Es mag dieses in den ersten Tagen des April gewesen sein. So viel über den genaueren Zeitpunkt. Von der Amerikareise zurück, erhielt Herr Nernst Kenntnis und teilte mir dabei mit, daß die Herren Gans und Pereyra Míguez etwa das gleiche getan hätten, so daß ich in der Dissertation noch folgenden Nachsatz aufnahm: „Wie mir Herr Professor Nernst mitteilt, haben die Herren Gans und Pereyra Míguez in La Plata die gleiche Aufgabe etwa gleichzeitig gelöst“. Ich hatte allerdings keine Kenntnis, daß jene Mitteilung in öffentlichem Vortrag gemacht worden war, sonst hätte ich die gleiche Bemerkung in dieser Zeitschrift mit aufgenommen. Außerdem sprach mit, daß eine auszugsweise gefertigte Abschrift des nunmehr zum Abdruck gelangten Anhangs der Dissertation Herrn Nernst zur Übersendung an die Herren Gans und Pereyra Míguez auf dessen eigenen Wunsch behändigt worden war. Sie hat offenbar ihre Empfänger verfehlt.

Mit diesen Bemerkungen dürfte die Angelegenheit erledigt sein, da durch sie öffentlich festgestellt ist, daß die gleiche Aufgabe etwa gleichzeitig in der alten wie in der neuen Welt ihre Lösung gefunden hat.

Kiel, den 30. November 1915.

(Eingegangen 1. Dezember 1915.)

1) Diese Zeitschr. 16, 295, 1915.
2) Diese Zeitschr. 16, 247, 1915.

BESPRECHUNGEN.

Wolfg. Ostwald, Die Welt der vernachlässigten Dimensionen. Eine Einführung in die moderne Kolloidchemie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendungen. gr. 8⁰. X u. 219 S. mit Abbildungen. Dresden, Th. Steinkopff. 1915. Gebunden M. 5.75.

Die „Welt der vernachlässigten Dimensionen" nennt der Verfasser das Gebiet der modernen Kolloidchemie, und es ist seine Absicht durch sein Buch recht lebhaft zum Besuche dieser Welt einzuladen und bei einer ersten Reise dahin „Baedeker" zu sein. Das Buch ist aus einer Reihe von Vorträgen entstanden, die der Verfasser an amerikanischen Universitäten gehalten hat. Er hebt die Förderung hervor, die ihm das häufige Behandeln desselben Gegenstandes, rasch hintereinander und vor wechselnden Zuhörerschaften, für die Didaktik der Darstellung gebracht habe. In der Tat, es ist so eine überaus fesselnde Einführung in das Gebiet der Kolloidchemie entstanden, klar disponiert, durch schöne Experimente gestützt, durch anregende Ausblicke belebt. Der Stoff wird folgendermaßen gegliedert: I. Grunderscheinungen des kolloiden Zustandes, Kolloide als disperse Systeme. II. Systematik der Kolloide und ihre physikalisch-chemischen Eigenschaften in Abhängigkeit vom Dispersitätsgrad. III. Die Zustandsänderungen der Kolloide. IV. Die wissenschaftlichen Anwendungen. V. Die technischen und praktischen Anwendungen der Kolloidchemie.

Es ist immer herzerquickend, jemand zu finden, der in einer Idee lebt und webt, und begeistert für sie wirkt und spricht. Der Verfasser ist so ein Mann und darum ist sein Buch eine Freude für jeden, der wissenschaftlich begeisterungsfähig ist. Es will ja kein Lehrbuch sein, obschon reichliche Anmerkungen und Zitate überall auf die strenge Literatur verweisen, es will vielmehr vor allem hinweisen auf die Fülle der Gesichte, die sich unter der Devise Kolloidchemie dem Schauenden öffnet. Gerade für die Fernerstehenden ist es bestimmt, zu denen der Ruf bisher noch nicht direkt gedrungen ist. Ihnen soll gezeigt werden und wird gezeigt, was alles schon die kolloidchemische Betrachtungsweise an Rätseln gelöst hat und wieviel Lösungen sie auf Schritt und Tritt verspricht. Auch der Physiker wird sich, glaube ich, mit dem kolloidchemischen Zustand mehr und mehr auseinandersetzen müssen. Zum mindesten stellt das Gebiet Aufgaben vor ihn hin, die sein größtes Interesse verdienen; Aufgaben, die vielleicht dem allgemeinen physikalischen Problem „Materie" unmittelbarer an die Wurzeln reichen, wie irgend sonst ein modernes Gebiet, selbst die Chemie der radioaktiven Stoffe und die Spektralanalyse nicht ausgenommen.

So verdient das erfreuliche, übrigens schön ausgestattete Buch auch in Physikerkreisen eine recht große Verbreitung. H. Th. Simon.

P. Köhn, Die elektrische Kraftübertragung. (Aus Natur und Geisteswelt, Band 424.) VI und 121 S. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1915. Geh. M. 1.—, geb. M. 1.25.

Wer sich informieren will, welche verschiedenen Methoden der Übertragung mechanischer Energie mit elektrischen Hilfsmitteln wir besitzen, wie und wo alle diese Methoden Anwendung finden und welches ihre ungefähre Wirkungsweise ist, der findet in dem Büchlein einen reichhaltigen und gewandt abgefaßten Führer. Wissenschaftliche Tiefe ist nicht beabsichtigt und darf nicht verlangt werden. Gutgewählte Abbildungen helfen zu einer Anschauung des Gelesenen.

H. Th. Simon.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Danzig Dr. Richard Grammel für Mechanik.

Ernannt: Der Professor der Chemie Dr. J. v. Braun zum Prorektor der Technischen Hochschule Warschau, der Professor der Physik Dr. J. v. Kowalski zum Prorektor der Universität daselbst.

Verliehen: Den ord. ö. Professoren an der Technischen Hochschule Wien Hanns Freiherr Jüptner v. Jonstorff (für chemische Technologie anorganischer Stoffe) und Dr. Wilhelm Suida (für chemische Technologie organischer Stoffe) der Titel Hofrat.

Vom Lehramt zurück: Der ord. Professor für allgemeine und Experimentalchemie an der Universität Kiel Geh. Reg.-Rat Dr. Carl Harries (behufs Eintritts in die Direktion der Siemens-Schuckert-Werke), der a.o. Professor für Physikalische Chemie an der Universität von Michigan in Ann Arbor Dr. Samuel C. Lind (wegen Übertritts zum Denver U. S. Bureau of Mine Experiment Station, Abt. für Radium-Untersuchungen).

Gestorben: Der ord. Professor für Chemie, Mineralogie und Geognosie an der Forstakademie Eberswalde Geheimrat Dr. Adolf Remelé, der Professor der Chemie am Royal Naval College in Greenwich Vivian Byam Lewes, der ord. Professor für mechanische Technologie an der Technischen Hochschule Lemberg Hofrat Dr. Julius Jaxa Ritter v. Bykowski, der Professor der Chemie an der Böhmischen Staatsgewerbeschule in Prag Dr. Eduard Halla (bei den Kämpfen in Serbien gefallen), der Farbenchemiker Professor für organische Chemie an der Universität London Raphael Meldola.

Angebote.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 24. 15. Dezember 1915. 16. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 1 am 23. Dezember 1915.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über einen Apparat zur harmonischen Analyse und Synthese von periodischen Kurven.

Von Ernst Lübcke.

1. Analyse.

Wird eine empirisch gegebene Funktion $y = f(x)$ in dem Intervall von 0 bis 2π als periodisch betrachtet, so ist es möglich, diese Funktion in eine Fourier-Reihe zu entwickeln, d. h. y in der Form darzustellen:

$$y = b_0 + b_1 \cdot \cos x + b_2 \cdot \cos 2x + \cdots + b_n \cdot \cos(nx) + a_1 \cdot \sin x + a_2 \cdot \sin(2x) + \cdots + a_n \cdot \sin(nx).$$

Die Koeffizienten a_k und b_k müssen bestimmt werden. Bekanntlich erhält man sie aus der gegebenen Funktion durch die Integrale:

$$\left.\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} y \cdot \sin(kx) \cdot dx \\ b_k &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} y \cdot \cos(kx) \cdot dx \end{aligned}\right\} \quad k = 0, 1, 2, \cdot \cdot, n.$$

Der im Folgenden beschriebene Apparat gestattet diese Koeffizienten bis $k = 8$ dadurch auf mechanischem Wege zu bestimmen, daß man die Integrale durch endliche Summen annähert. Die Periode wird in 16 Teile geteilt. Das Intervall dx ist jetzt endlich: $\triangle x = 2\pi : 16$; an den 16 Abszissenwerten

$$x_\lambda = \lambda \cdot \frac{2\pi}{16} \quad (\lambda = 0, 1, \cdot \cdot, 15)$$

der Periode sind die Funktionswerte gleich y_λ $(\lambda = 0, 1, \cdots, 15)$. Für die Koeffizienten erhält man also die Näherungswerte:

$$\left.\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{8}\sum_{\lambda=1}^{15} y_\lambda \cdot \sin\left(k \cdot \lambda \cdot \frac{2\pi}{16}\right) \\ b_k &= \frac{1}{8}\sum_{\lambda=0}^{15} y_\lambda \cdot \cos\left(k \cdot \lambda \cdot \frac{2\pi}{16}\right) \end{aligned}\right\} k = 0, 1, 2, \cdots, 8.$$

Nach einem von H. von Sanden[1]) angegebenen graphischen Verfahren erhält man z. B. für:

$$8 \cdot a_1 = y_1 \cdot \sin\left(1 \cdot \frac{2\pi}{16}\right) + y_2 \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{2\pi}{16}\right) + y_3 \cdot \sin\left(3 \cdot \frac{2\pi}{16}\right) + \cdots + y_{15} \cdot \sin\left(15 \cdot \frac{2\pi}{16}\right)$$

und etwa für:

$$8 \cdot b_5 = y_0 \cdot \cos\left(0 \cdot \frac{2\pi}{16}\right) + y_1 \cdot \cos\left(5 \cdot \frac{2\pi}{16}\right) + y_2 \cdot \cos\left(10 \cdot \frac{2\pi}{16}\right) + \cdots + y_{15} \cdot \cos\left(11 \cdot \frac{2\pi}{16}\right).$$

Die 11 im letzten Ausdruck ist entstanden aus $75 - 64 = 11$, d. h. $k \cdot \lambda - n \cdot 16$, wo n eine so gewählte ganze Zahl ist, daß die Differenz stets kleiner als 16 ist. Es handelt sich jetzt darum, die Multiplikation jeder Ordinate

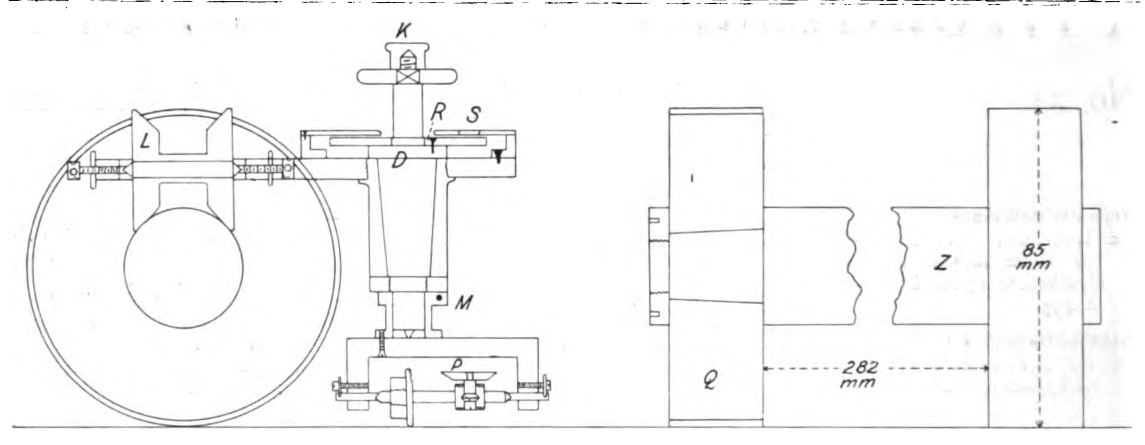
$$y_\lambda \quad (\lambda = 0, 1, \cdot \cdot 15)$$

mit dem zugehörigen Sinus- bzw. Kosinuswert auszuführen und die Produkte zu summieren.

Zur Multiplikation benutzt man ein Planimeterrädchen mit rundem Rande[2]). Ist r der Radius des Rädchens, und wird dies um den Winkel δ gedreht, so ist die Abwicklung der

1) H. v. Sanden, Zeitschr. f. Math. u. Phys. 61, 430, 1912; Archiv für Elektrotechnik 1, 42, 1912.

2) A. Amsler, Über mechanische Integrationen, in W. Dyk, Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente. München 1892. S. 99.



Maßstab 1:2

Fig. 1.

Rolle $u = r \cdot \delta$. Verschiebt man nun das Rädchen, das mit sanftem Druck auf eine nicht zu glatte Papierfläche aufliegt, so daß sein Berührungspunkt mit der Unterlage eine Gerade s beschreibt, welche mit der Achse des Planimeterrädchens den Winkel α bildet, dann findet gleichzeitig ein Rollen und Gleiten des Rädchens statt, und es wird $u = s \cdot \sin \alpha$. Die Werte von α sind in diesem Falle

$$\lambda \cdot \frac{2\pi}{16} \quad (\lambda = 0, 1, \cdot \cdot, 15)$$

und werden durch Drehen des Knopfes K im Schauloch S eingestellt (Fig. 1). Die Feder F hält das Rädchen R durch Einspringen in die Nute N leicht an dieser Stelle fest. Der ganze Wagen W, der die Drehvorrichtung D mit dem Rädchen R und dem Zählwerk P trägt, ist durch die Laufräder L auf dem Zylinder Z bequem verschiebbar. Um das Produkt

$$y_\mu \cdot \sin\left(k \cdot \mu \cdot \frac{2\pi}{16}\right)$$

zu bilden, stellt man im Schauloch den Wert $k \cdot \mu$ (bzw. wenn $k \cdot \mu > 16$ ist, $k \cdot \mu - n \cdot 16$, wo n eine ganze Zahl ist) ein und fährt dann mit dem Index I die Strecke y_μ ab.

Die Summation wird dadurch gebildet, daß man den Wagen W am Knopf K etwas anhebt, so daß das Planimeterrädchen nicht mehr aufliegt, den Zylinder Z um $\triangle x = \frac{2\pi}{16}$ verschiebt und den Wert $k \cdot (\mu + 1)$ im Schauloch einstellt und die Ordinate $y_{\mu+1}$ abfährt usw.

Ehe man die Analyse vornimmt, muß man die Räder Q genau parallel der Nullinie laufend machen. Mit Hilfe der Klemmuffe M nimmt man die Justierung vor, indem man die Achse des Rädchens genau senkrecht zur Nullinie stellt, wenn im Schauloch die Zahl 0 steht. Die übrige mechanische Ausführung ist aus den Fig. 1 und 2 zu ersehen[1]).

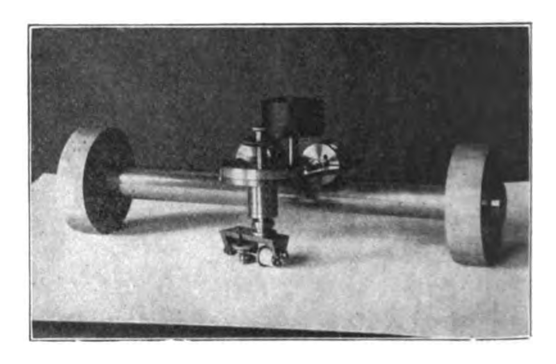


Fig. 2.

2. Synthese.

Liegt umgekehrt die Aufgabe vor, den Verlauf einer analytisch gegebenen Fourierschen Reihe graphisch wiederzugeben, so lassen sich mit dem Analysator auch sehr rasch die Werte von 16 äquidistanten Ordinaten angeben. Es ist dann allgemein:

1) Ich möchte auch an dieser Stelle der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig für die exakte Ausführung trotz der erschwerenden Umstände der Kriegszeit bestens danken. Sie hat auch die weitere Herstellung des Analysators übernommen.

$$y = b_0 + b_1 \cos x + b_2 \cdot \cos(2x) + \cdots + a_1 \sin x + a_2 \cdot \sin(2x) + \cdots$$

und hier

$$y_\lambda = b_0 \cdot \cos\left(0 \cdot \lambda \cdot \frac{2\pi}{16}\right) + b_1 \cdot \cos\left(1 \cdot \lambda \cdot \frac{2\pi}{16}\right) +$$

$$(\lambda = 0, 1, \cdots, 15) \qquad b_2 \cdot \cos\left(2 \cdot \lambda \cdot \frac{2\pi}{16}\right) + \cdots$$

$$+ a_1 \cdot \sin\left(1 \cdot \lambda \cdot \frac{2\pi}{16}\right) + a_2 \cdot \sin\left(2 \cdot \lambda \cdot \frac{2\pi}{16}\right) + \cdots.$$

Natürlich können auch hier nur 7 Sinus- und 9 Kosinusglieder einen Einfluß auf die Kurvenform ausüben. Die Werte a_k und b_k trägt man nebeneinander in gleichem Maßstabe auf Papier auf und verfährt wie bei der Analyse. Um bei der Einstellung der Zahl im Schauloch zur Ausführung der Analyse keinen Fehler zu machen, legt man am besten eine Tabelle folgender Art daneben:

Ordinate	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	8	10	12	14
3	3	6	9	12	15	2	5
4	4	8	12	0	4	8	12
5	5	10	15	4	9	14	3
6	6	12	2	8	14	4	10
7	7	14	5	12	3	10	1
8	8	0	8	0	8	0	8
9	9	2	11	4	13	6	15
10	10	4	14	8	2	12	6
11	11	6	1	12	7	2	13
12	12	8	4	0	12	8	4
13	13	10	7	4	1	14	11
14	14	12	10	8	6	4	2
15	15	14	13	12	11	10	9

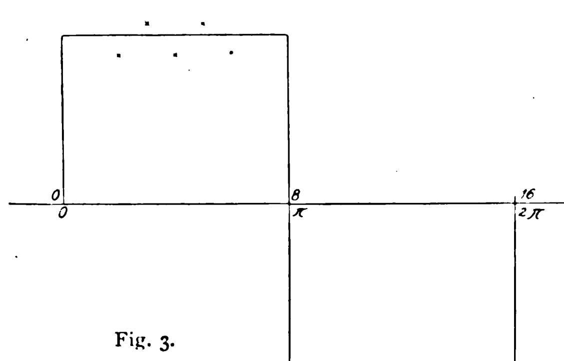


Fig. 3.

Die entsprechende Tabelle für die b-Werte ist um 4 Zahlen verschoben, da $\cos \cdot \pi/2 = \sin \cdot 0$ ist und hier 2π in 16 Teile geteilt ist.

Ordinate	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8
0	4	4	4	4	4	4	4	4	4
1	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	0	2	4
3	4	7	10	13	0	3	6	9	12
4	4	8	12	0	4	8	12	0	4
5	4	9	14	3	8	13	2	7	12
6	4	10	0	6	12	2	8	14	4
7	4	11	2	9	0	7	14	5	12
8	4	12	4	12	4	12	4	12	4
9	4	13	6	15	8	1	10	3	12
10	4	14	8	2	12	6	0	10	4
11	4	15	10	5	0	11	6	1	12
12	4	0	12	8	4	0	12	8	4
13	4	1	14	11	8	5	2	15	12
14	4	2	0	14	12	10	8	6	4
15	4	3	2	1	0	15	14	13	12

Eine ähnliche Tabelle ist bei der Synthese leicht aufzustellen.

3. Genauigkeit des Apparates.

Zunächst wurde der Apparat justiert, d. h. im Schauloch 0 eingestellt und das Zählwerk mit der Klemmschraube M so verstellt, daß sich das Rad beim Verschieben des Schlittens nicht drehte; sodann wurde er geeicht, d. h. die Umdrehungszahl des Rädchens bestimmt, die zur Abwicklung einer bestimmten Anzahl Zentimeter gehört. Es wurde im Schauloch 4 eingestellt und eine Strecke von 10 cm durchfahren. Der mittlere Wert, der sich aus zehnmaligem Abfahren ergab, betrug 106,42 Skt. mit einem Fehler von $\pm 0{,}35$ Proz. Es ist also ein Skalenteil gleich 0,94 mm.

Um die Meßgenauigkeit des Analysators zu prüfen, wurde die bekannte Kurve (Fig. 3)

$$f(x) = \frac{4h}{\pi}\left(\sin x + \frac{1}{3} \cdot \sin(3x) + \frac{1}{5} \cdot \sin(5x) + \frac{1}{7} \cdot \sin(7x) + \cdots\right),$$

wo $h = 60{,}0$ mm war, in die einzelnen Sinuswellen zerlegt. Die Mittelwerte von je 6 Ablesungen waren für

a_1 643,62 Skt. mit einer maximalen Abweichung vom Mittelwert um $\pm 0{,}22$ Proz.
a_3 191,85 „ „ „ „ „ „ „ „ $\pm 0{,}34$ „
a_5 85,32 „ „ „ „ „ „ „ „ $\pm 0{,}49$ „
a_7 25,66 „ „ „ „ „ „ „ „ $\pm 1{,}2$ „

Folgende Zusammenstellung soll eine Übersicht über die Leistungsfähigkeit der einzelnen Methoden liefern. Es enthält Kolonne I die Werte von

$$\frac{4h}{\pi}, \; \frac{4h}{3\pi}, \; \frac{4h}{5\pi}, \; \frac{4h}{7\pi}; \; h = 60{,}000 \text{ mm}.$$

Die Werte der Kolonne II sind mit dem Analysator von O. Mader[1]) erhalten.

Kolonne III berücksichtigt 24 äquidistante Ordinaten. Die Werte sind mit dem Rech-

1) O. Mader, Elektr. Zeitschr. 30, 847, 1909.

nungsformular von Runge und Emde[1]) bestimmt für $h = 60{,}00$ mm.

Kolonne IV: Die oben mitgeteilten Werte des Analysators in Millimeter.

Kolonne V: Auch für 16 Ordinaten nach obigen Formeln, aber rechnerisch mit fünfstelligen Logarithmen ermittelt. In Kolonne VI sind nur 12 äquidistante Ordinaten berücksichtigt[2]).

	I $f(x)$ mm	II Mader mm	III 24 Ord. mm	IV Analys. mm	V 16 Ord. mm	VI 12 Ord. mm
a_1	76,396	76,87	75,95	75,62	74,411	74,63
a_3	25,465	25,62	24,13	22,54	22,450	20,00
a_5	15,279	15,67	13,06	10,02	10,023	5,37
a_7	10,914	7,78	7,67	3,02	2,984	—

Ein weiterer Vorzug des Apparates ist die Synthese von Sinuswellen zu einer periodischen Funktion. Als Beispiel — und zwar ein ziemlich ungünstiges, wie es in den vorkommenden Fällen in der Physik und Elektrotechnik selten sein wird — ist wiederum die Funktion

$$y = \frac{h}{4\pi}\left(\sin x + \frac{1}{3}\cdot\sin(3x) + \frac{1}{5}\cdot\sin(5x) + \cdots\right)$$

dargestellt. Es wird $h = 60{,}0$ mm gewählt und dann a_1, a_3, a_5, a_7 bestimmt. Diese Werte werden als Strecken dargestellt und mit dem Apparat nach den Formeln unter 2 abgefahren. Man findet dann statt des Wertes $h = 60{,}0$ mm folgende Werte für eine halbe Periode:

$y_1 = 70{,}5$ mm, $y_2 = 53{,}3$ mm, $y_3 = 64{,}8$ mm, $y_4 = 53{,}4$ mm, $y_5 = 64{,}0$ mm, $y_6 = 54{,}5$ mm, $y_7 = 70{,}4$ mm, $y_8 = 0{,}1$ mm (Fig. 3).

Bei der Kreisteilung ist die Zahl 16 gewählt, weil die in der Praxis vorkommenden Oberschwingungen oberhalb der 7. meistens von sehr kleiner Amplitude, also zu vernachlässigen sind und man so mit einem Minimum an Arbeitsaufwand das Gewünschte erreicht. Es ist selbstverständlich leicht, die Kreisteilung so abzuändern, daß man, natürlich mit mehr Einzeloperationen, eine höhere Zahl von Koeffizienten bestimmen kann und diese mit größerer Genauigkeit.

Zusammenfassung.

Es wird ein Apparat beschrieben, der unter Benutzung von 16 äquidistanten Ordinaten einer periodischen Funktion bei beliebiger Basislänge einer Periode die Bestimmung von 7 Sinus- und 9 Kosinusgliedern einer Fourierschen Reihe erlaubt, mit einem Fehler von etwa 0,3 Proz. Weiterhin ist der Apparat dazu geeignet, für eine vorgegebene Funktion von 7 Sinus- und 9 Kosinusgliedern 16 äquidistante Ordinatenwerte zu liefern.

Göttingen, den 9. November 1915. Institut für angewandte Elektrizität.

(Eingegangen 6. Dezember 1915.)

1) C. Runge und F. Emde, Rechnungsformular zur Zerlegung einer empirisch gegebenen periodischen Funktion in Sinuswellen. Braunschweig 1913.

2) H. v. Sanden, Praktische Analysis. Leipzig u. Berlin 1914. S. 124.

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Das periodische System der Elemente, die radioaktiven Umwandlungen und die Struktur der Atome.[1])

Von K. Fajans.

I. Einleitung (Inhaltsübersicht).

Auf Veranlassung der Schriftleitung soll im Folgenden über das im Titel genannte Thema berichtet werden. Die Fülle der damit in Zusammenhang stehenden Probleme macht es unmöglich, sie alle im Rahmen eines Aufsatzes zu erschöpfen, und es sei deshalb eine Übersicht der behandelten Fragen gegeben, wobei auch die Gesichtspunkte erläutert werden, die bei der Auswahl des Stoffes maßgebend gewesen sind.

Das Hauptthema des Berichtes bilden die Beziehungen zwischen chemischen Elementen. Die erste Periode der Erfor-

1) Es seien hier einige Abhandlungen aufgezählt, die öfters zitiert werden.

1. E. Rutherford, Radioaktive Substanzen und ihre Strahlungen, Leipzig 1913.
2. F. Soddy, Die Chemie der Radioelemente I, Leipzig 1912 (Englisches Original 1911).
3. Dasselbe. II. Teil, Leipzig 1914.
4. G. v. Hevesy, diese Zeitschr. **14**, 49, 1913.
5. A. S. Russell, Chemical News **107**, 49, 1913.
6. K. Fajans, diese Zeitschr. **14**. 131 u. 136, 1913.
7. Derselbe, Ber. d. D. Chem. Ges. **46**, 422, 1913.
8. F. Soddy, Chemical News **107**, 97, 1913; Jahrbuch d. Radioakt. u. Elektronik **10**, 188, 1913.
9. A. Fleck, Trans. Chem. Soc. **103**, 381 u. 1052, 1913.
10. K. Fajans, Sitzungsber. d. Heidelberger Akad. d. Wissensch. 1914, A. 11.
11. Sir Ernest Rutherford, Phil. Mag. **27**, 488, 1914.
12. N. Bohr, Phil. Mag. **26**, 1 u. 476, 1913.
13. H. G. Moseley, ebenda **26**, 1024, 1913 u. **27**, 703, 1914.
14. K. Fajans, Elster-Geitel-Festschrift S. 623, 1915.
15. Derselbe, Die Naturwissenschaften **2**, 429 u. 463, 1914.

Die Abhandlungen 3 und 15 stellen frühere zusammenfassende Darstellungen des im vorliegenden Bericht behandelten Gebietes dar. Die Kapitel II, IV und VI des Berichtes haben viel Gemeinsames mit den Kapiteln 4, 6 und 8 der Abhandlung 15. Die übrigen Teile des Berichtes sind im wesentlichen neu zusammengestellt.

schung dieser Beziehungen hat ihren Höhepunkt mit der Aufstellung des periodischen Systems der Elemente, das hier natürlich als bekannt vorausgesetzt wird, erreicht. Abgesehen von der großen Bedeutung, die dieses System als Grundlage der Systematik chemischer Elemente besitzt, schien es hauptsächlich nach zwei Richtungen zu wichtigen Erkenntnissen geführt zu haben: Einerseits identifizierte man die Zahl der Stellen des Systems mit der der überhaupt existierenden Elemente.

Anderseits hat der große klassifikatorische Erfolg, den die Entdecker des periodischen Systems durch Anordnung der Elemente nach steigenden Atomgewichten erzielt haben, und die Möglichkeit, die meisten Eigenschaften der Elemente als periodische Funktionen des Atomgewichtes darzustellen, begreiflicherweise zu der Auffassung geführt, daß das Atomgewicht sehr viele Eigenschaften der Elemente eindeutig bestimmt.

Eine zweite Periode der Elementenforschung setzte ein mit der Entdeckung der Radioaktivität und Aufstellung der Theorie radioaktiver Umwandlungen. Die Elemente können seitdem nicht mehr als unvergängliche Gebilde angesehen werden, es mußte der grundlegende Begriff ihrer Lebensdauer eingeführt werden. Zwischen den vielen neu entdeckten Radioelementen bestehen dabei überraschend einfache genetische Beziehungen.

Die so oft schon dargestellten Forschungsmethoden, die zu diesen Erkenntnissen geführt haben, werden im Folgenden auch als bekannt vorausgesetzt und ihre Resultate auf Grund der Tabelle I, die den heutigen Stand der Umwandlungslehre wiedergibt, als verständlich angenommen[1]). Nur einige auf indirektem Wege gewonnene Aufschlüsse und mehrere noch nicht genügend geklärte Fragen werden im Kapitel V kurz besprochen.

Die radioaktiven Elemente bildeten jedoch längere Zeit eine Welt für sich und zeigten nur wenige Berührungspunkte mit dem allgemeinen System der Elemente. Es schien ihre große Zahl sogar in Widerspruch mit dem periodischen System zu stehen, wie aus dem Kapitel II, das die Atomgewichte der Radioelemente behandelt, besonders klar hervorgeht. Diese Sachlage änderte sich aber vollkommen, als es gelungen war auf Grund der chemischen Eigenschaften der Radioelemente ihr Verhältnis zum periodischen System aufzuklären.

Diesem Resultat ging eine langsame Erforschung der chemischen Eigenschaften der Radioelemente voraus, und da ihre Entwicklung bis jetzt noch nirgends eine gebührende Darstellung gefunden hat, wurde sie ausführlich im Kapitel III geschildert. Die Erscheinung der chemischen Untrennbarkeit isotoper Elemente, die nicht nur für die Radiochemie, sondern auch für die allgemeine Chemie eine grundlegende Bedeutung besitzt, wurde dabei besonders berücksichtigt.

Die Aufklärung des im Kapitel IV dargestellten Verhältnisses der zahlreichen Radioelemente zum periodischen System änderte nichts an der früheren Ansicht, daß die Zahl der qualitativ chemisch verschiedenen Elemente durch die Zahl der Stellen des Systems erschöpft wird; sie fügte aber dazu die neue Erkenntnis, daß wenigstens in dem vom Uran bis Thallium reichenden Teil des Systems eine solche Stelle der Sammelplatz einer ganzen Gruppe — Plejade — von Elementen sein kann, die zwar untereinander keine (wenigstens bis jetzt) nachweisbaren Unterschiede in ihren chemischen Eigenschaften zeigen, aber im Atomgewicht und Lebensdauer (auch anderen radioaktiven Eigenschaften) beträchtliche Unterschiede aufweisen können. Diese vielen Elemente stehen auch nicht mehr zusammenhanglos im System da, sondern sie sind durch die genetischen Beziehungen verknüpft, die das Studium der radioaktiven Umwandlungen aufgedeckt hat. Es besteht dabei ein überaus einfacher durch die im Kapitel V besprochenen Verschiebungssätze gegebener Zusammenhang zwischen der Art (α oder β) einer Umwandlung und der relativen Stellung im System der durch sie verbundenen Elemente.

Es konnte weiterhin gezeigt werden, daß, obwohl im radioaktiven Teil eine Stelle des Systems Elemente mit weit auseinanderliegenden Atomgewichten aufweist, auch hier die sonst bestehende Regelmäßigkeit in der Änderung des Atomgewichtes von Stelle zu Stelle zu verzeichnen ist, wenn man nur die langlebigsten Glieder der Plejaden betrachtet. Dies wäre kaum zu erwarten, wenn nicht innerhalb der Plejaden die Lebensdauer vom Atomgewicht abhängen würde, und wie das Kapitel VI zeigt, besteht in der Tat eine derartige Abhängigkeit. Dadurch gewinnt der Begriff der Lebensdauer auch für das Verständnis des periodischen Systems eine Bedeutung.

1) Näheres vgl. (1) u. (2) und neueste Jahrgänge dieser Zeitschrift, Jahrb. d. Radioaktivität u. Elektronik, Wien. Ber., Phil. Mag., Le Radium.

Tabelle 1.

Uran-Radiumreihe (Bezeichnung der Elemente, Art und Eigenschaften[1]) der Strahlen)	Gruppe d. period. Systems	Ordnungszahl	Thoriumreihe (Bezeichnung der Elemente, Art u. Eigenschaften[1]) der Strahlen)	Gruppe d. period. Systems	Ordnungszahl	Aktiniumreihe (Bezeichnung der Elemente, Art und Eigenschaften[1]) der Strahlen)
Uran 1	IVa	92				? (Glied der Uran-Radiumreihe)
↓ α 2,50 cm						
Uran X_1	IVa	90				
↓ β 500 cm^{-1}			Thorium	IVa	90	↓
Uran X_2 (Brevium)	Va	91	↓ α 2,72 cm			?
↓ β 16 cm^{-1}, γ 0,13 cm^{-1} (Uran 1 ↓ α (?) → Uran Y)			Mesothorium 1	IIa	88	↓
Uran 2	VIa	92	↓ (β)			
α (?) →			Mesothorium 2	IIIa	89	Aktinium
Uran Y	IVa	90				
↓ α 2,90 cm (Uran 2 → Ionium); Uran Y: β ↓ 300 cm^{-1} ?			↓ β 20–38 cm^{-1}, γ 26 / 0,116 cm^{-1}			↓ (β)
Ionium	IVa	90	Radiothorium β (sehr weich)	IVa	90	Radioaktinium α 4,6 cm, β (weich), γ
↓ α 3,05 cm			↓ α 3,87 cm			↓ α 4,2 cm
Radium β 200 cm^{-1}	IIa	88	Thorium X (β?)	IIa	88	Aktinium X (β?)
↓ α 3,30 cm			↓ α 4,3 cm			↓ α 4,3 cm
Radiumemanation	o (VIII)	86	Thoriumemanation	o (VIII)	86	Aktiniumemanation
↓ α 4,16 cm			↓ α 5,0 cm			↓ α 6,4 cm
Radium A	VIb	84	Thorium A	(VIb)	(84)	Aktinium A
↓ α 4,75 cm			↓ α 5,7 cm			↓ α 6,4 cm
Radium B	IVb	82	Thorium B	IVb	82	Aktinium B
↓ β 80 / 13 cm^{-1}, γ 230 / 40 / 0,51 cm^{-1}			↓ β 110 cm^{-1}, γ 160 / 32 / 0,36 cm^{-1}			↓ β weich, γ 120 / 31 / 0,45 cm^{-1}
Radium C_1	Vb	83	Thorium C_1	Vb	83	Aktinium C_1
↓ 99,97 Proz.; → α 0,03 Proz.			↓ 65 Proz.; → α 4,8 cm 35 Proz.			↓ 0,15 Proz.; → α 5,3 cm 99,85 Proz.
Radium C_2	(IIIb)	(81)	Thorium D β 21,5 cm^{-1}, γ 0,096 cm^{-1}	IIIb	81	Aktinium D β 28,5 cm^{-1}, γ 0,198 cm^{-1}
↓ β 13 / 53 cm^{-1}, γ 0,115 cm^{-1}; Radium C_2: β 13 cm^{-1} (γ ?)			↓ β 13,5 cm^{-1}			↓ (β)
Radium C	(VIb)	(84)	Thorium C_2	(VIb)	(84)	Aktinium C_2
↓ α 6,94 cm			↓ α 8,60 cm			↓ α 6,4 cm
Radium D	IVb	82	Thorium D_2 (Thoriumblei)	IVb	82	Aktinium D_2 (Aktiniumblei)
↓ β 5500 cm^{-1}, γ 45 / 0,99 cm^{-1}			↓ (β) ?			
Radium E	Vb	83				
↓ β 44 cm^{-1}, γ						
Radium F (Polonium)	VIb	84				
↓ α 3,80 cm						
Radium G (Radiumblei)	IVb	82				

1) Bei α-Strahlen Reichweite in Luft (760 mm, 15°), bei β- und γ-Strahlen Absorptionskoeffizient in Aluminium. Die Atomgewichte und Halbwertszeiten der Elemente sind in Tabelle 2 angegeben.

Während das bisher Besprochene eine Erweiterung und Vertiefung unserer Kenntnisse der Beziehungen zwischen den Elementen bedeutet, ist in einer Hinsicht eine prinzipielle Änderung der Ansichten nötig geworden. Die Existenz von Elementen mit gleichen Eigenschaften und verschiedenem Atomgewicht — die isotopen Bleisorten (Kapitel VII) sind der erste auf gewöhnlichem chemischen Wege erbrachte Beweis dafür — zeigt überzeugend, daß das Atomgewicht unmöglich eindeutig die Eigenschaften der Elemente bestimmen kann und auch nicht als einzige Grundlage der Systematik der Elemente dienen kann. Einen Ersatz für das seiner dominierenden Stellung beraubte Atomgewicht brachten die neuen Ansichten über die Struktur der Atome, die im Kapitel VIII behandelt werden. Es ist dabei nicht beabsichtigt, diese noch unter regster Diskussion stehende Frage zu erschöpfen, es werden nur die Grundvorstellungen des Rutherford-Bohrschen Atommodells besprochen, das für das Verständnis des periodischen Systems tiefe Einblicke ergab, indem es an Stelle des Atomgewichts die positive Ladung des Atomkernes als diejenige Eigenschaft einsetzte, von der in erster Linie die meisten anderen abhängen. Die Kernladung wächst beim Übergang von Stelle zu Stelle des periodischen Systems je um ein Elementarquantum und ist bei Isotopen gleich.

Neben der Kernladung wird aber auch die Masse des Atoms einen gewissen Einfluß auf viele Eigenschaften der Elemente ausüben, und der physiko-chemischen Forschung erwächst die wichtige Aufgabe, die Abhängigkeit der Eigenschaften der Elemente einerseits von der Kernladung, andererseits vom Atomgewicht zu ergründen. Den isotopen Elementen wird dabei eine besonders große Rolle zukommen, da in ihnen der einfache Fall verwirklicht ist, wo die Kernladung gleich ist und nur das Atomgewicht verschieden. Im Kapitel IX sind die bisherigen allerdings noch nicht zahlreichen Resultate, die das theoretische und experimentelle Studium der Eigenschaften der Isotopen für die Beurteilung dieser Frage ergeben hat, behandelt.

Es wäre von großem Interesse, in diesem Zusammenhang auch die Verwendung der isotopen Elemente für das Studium der Physik und Chemie unendlich dünner Schichten und äußerster Verdünnungen zu besprechen, ferner das Verhalten der Gemische von Isotopen u. a. m., wenn auch diese Probleme nur in losem Zusammenhang mit dem Hauptthema des Berichtes stehen. Die aus Raummangel nötig gewordene Weglassung dieser Fragen wurde dadurch erleichtert, daß sie vor kurzem eine zusammenfassende Darstellung erfahren haben[1]).

Im letzten Kapitel (X) sind die Konsequenzen besprochen, die die neuen Erfahrungen und Theorien für das Verständnis auch des nichtradioaktiven Teiles des Systems ergeben haben, und es wird dabei auch eine entsprechende Darstellungsform des Systems vorgeschlagen.

II. Atomgewichte der Radioelemente.

Bei den Radioelementen ist die experimentelle Bestimmung des Atomgewichtes nur in den allerwenigsten Fällen durchführbar gewesen, jedoch bieten die genetischen Beziehungen zwischen den Radioelementen die Möglichkeit, ihre Atomgewichte aus denen ihrer Vorfahren oder Abkömmlinge zu berechnen.

Emittiert das Atom eines Elementes bei seiner Umwandlung ein α-Teilchen, so sollte das Atomgewicht des dabei entstehenden Elementes um das Atomgewicht des Heliums (4,00[2])) kleiner werden als das des ursprünglichen. Nach Umwandlungen, bei welchen nur β-Teilchen, d. h. negative Elektronen emittiert werden, ist dagegen keine Atomgewichtsveränderung zu erwarten[3]).

Es ist weiterhin wegen der beträchtlichen Energieveränderung bei einer radioaktiven Umwandlung eine kleine Atomgewichtsverminderung zu erwarten[4]), die für die verschiedenen α-Umwandlungen zwischen 0,004 und 0,01 Einheiten des Atomgewichtes beträgt und für β-Umwandlungen noch etwa zehnmal kleiner ist. Sie kommt also praktisch nur bei sehr genauem Vergleich weit entfernter Glieder der Umwandlungsreihen in Betracht.

Daß diese Berechnungsweise der Atomgewichte mit beträchtlicher Annäherung richtige Resultate ergibt, lehrt der Vergleich der Atomgewichte des Urans und Radiums. Es muß dabei erwähnt werden, daß das chemisch unzerlegbare Element Uran, das für die Atomgewichtsbestimmungen benutzt wird, ein Gemisch zweier Elemente Uran 1 (U_1) und Uran 2 (U_2) vorstellt[5]), deren Atomgewichte

1) F. Paneth, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron. 11 451, 1914.

2) Die Masse des α-Teilchens ist auf Grund der Bestimmung des $\frac{E}{M}$ (E. Rutherford u. H. Robinson, Wien. Ber. **122** (IIa), 1855, 1913) bezogen auf $O = 16$ gleich 4,005, während die neueste Dichtebestimmung des Heliums (W. Heuse, Ber. d. D. phys. Ges. **15**, 518, 1913) für dessen Atomgewicht den Wert 4,002 lieferte.

3) (15) S. 431.

4) R. Swinne, diese Zeitschr. **14**, 145, 1913.

5) (1) S. 396.

nach dem Schema der Tabelle 1 und dem Obigen um 4,0 Einheiten sich unterscheiden. Da jedoch U_2 viel kurzlebiger ist als U_1, ist die Menge des ersteren im Gemisch so klein, daß es erst die dritte oder höchstens die zweite Dezimale des Atomgewichtes des Urans beeinflussen kann. Der experimentelle Wert entspricht also mit beträchtlicher Annäherung dem Atomgewicht des U_1.

Geht man nun vom Atomgewicht des Radiums aus, das auf Grund der sorgfältigen Untersuchung von O. Hönigschmid[1]) 225,97 beträgt, und berücksichtigt man, daß vom U_1 zum Radium drei α-Umwandlungen und zwei β-Umwandlungen führen, was einem Atomgewichtsunterschied 12,00 entspricht, und daß weiterhin wegen des Energieverlustes bei diesen Umwandlungen eine Abnahme im Atomgewicht um ca. 0,02 Einheiten zu erwarten ist, so erhält man für das theoretische Atomgewicht des U_1 den Wert 237,99. Nach der Neubestimmung dieser Konstante durch O. Hönigschmid[2]) liegt ihr Wert zwischen 238,08 und 238,18. Es besteht also eine sehr angenäherte Übereinstimmung zwischen diesem Resultat und dem theoretischen Wert, wenn auch eine Abweichung nicht zu verkennen ist. Ob letztere auf kleine Unsicherheiten der experimentellen Werte zurückzuführen ist, oder auf Beimengung unbekannter isotoper Elemente im Uran oder Radium, oder ob schließlich noch unaufgeklärte Ursachen eine kleine Atomgewichtsveränderung bedingen, läßt sich vorerst nicht entscheiden.

Die in der Tabelle 2 angegebenen Atomgewichte der Elemente der Uran-Radiumreihe sind aus dem Atomgewicht des Radiums, die der Glieder der Thoriumreihe aus dem Atomgewicht des Thoriums (232,15[3])) auf die erwähnte Weise auf Grund der Schemata der Tabelle 1 berechnet worden und auf ganze Zahlen abgerundet.

Leider ist das Atomgewicht keines der Glieder der Aktiniumreihe mit genügender Sicherheit bekannt, um als Ausgangspunkt für diese Berechnungsweise zu dienen. Der in Tabelle 2 für das Atomgewicht des Aktiniums gewählte hypothetische Wert 227 wird in Kapitel VI begründet.

Wie die Tabelle 2 lehrt, liegen die Atomgewichte der 36 bekannten Radioelemente zwischen den Werten 238 und 207, also in einem Intervall, dem im periodischen System (vgl. Tabelle 3) die wenigen Stellen zwischen Uran und Thallium entsprechen. Da dazu von diesen Stellen ein Teil schon vor der Entdeckung der Radioaktivität durch die Elemente *U*, *Th*, *Bi*, *Pb* besetzt war, so ist man frühzeitig zu der Überzeugung gekommen, daß es unmöglich ist, jedem der neuen Elemente einen eigenen Platz im System zuzuweisen. Wir werden später die ersten Versuche zur Aufklärung dieser Schwierigkeit erwähnen, jetzt sei der Weg verfolgt, der zur Lösung der Frage geführt hat und der die chemischen Eigenschaften der Radioelemente zum Ausgangspunkt hat.

1) Wien. Ber. 121 (IIa), 1973, 1912.
2) Wien. Ber. 123 (IIa), 1635, 1914.
3) O. Hönigschmid, Chemiker-Ztg. 39, 806, 1915.

III. Die chemischen Eigenschaften der Radioelemente.

A. Allgemeines.

Die Erforschung der chemischen Eigenschaften der meisten Radioelemente begegnete der Schwierigkeit, daß es nicht möglich ist, sie in reinem Zustande zu isolieren. Außer den Elementen Uran und Thorium wurde nur noch das Radium und die Radiumemanation (*Ra Em*) in genügenden Mengen in reinem Zustande dargestellt, um die Untersuchung der chemischen und spektroskopischen Eigenschaften und des Atomgewichts zu ermöglichen[1]). Das Radium erwies sich dabei bekanntlich dem Barium chemisch sehr ähnlich, und seine Salze lassen sich nur durch fraktionierte Kristallisation oder Fällung von den entsprechenden Bariumsalzen trennen. Dem Radium wurde deshalb die vor seiner Entdeckung freie Stelle in der zweiten Gruppe und der letzten Horizontalreihe des periodischen Systems zugewiesen. Das Atomgewicht des Radiums steht damit in bester Übereinstimmung. Die Radiumemanation erwies sich auf Grund ihrer Unfähigkeit, Verbindungen mit anderen Elementen einzugehen, als ein Element der Edelgasgruppe[2]). Ihr Atomgewicht berechnet sich theoretisch zu 222,0, was in guter Übereinstimmung mit den aus Effusionsversuchen bzw. aus der Dichtebestimmung folgenden Werten[3]) steht und keinen Zweifel läßt, daß der Emanation die Stelle in der nullten Gruppe und der letzten Horizontalreihe des Systems zukommt.

Bei den übrigen Radioelementen mußte sich

1) Neuerdings ist es gelungen, das Radium *D* durch Zerfall von Radiumemanation in genügender Menge zu erhalten, um sein elektrochemisches Potential zu bestimmen. (G. v. Hevesy und F. Paneth, diese Zeitschr. 15, 797, 1914.)
2) Dasselbe gilt für die kurzlebigen Thorium- und Aktiniumemanationen.
3) Nach A. Debierne 220 ± 2—3 Proz. (C. R. 150, 1740, 1910; nach R. W. Gray und W. Ramsay 223 ± 1—2 Proz. (Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik 8, 5, 1911).

die Untersuchung ihrer Chemie notgedrungen auf ihr Verhalten bei chemischen Reaktionen anderer in wägbaren Mengen beigemischter Elemente beschränken. Bei der Deutung der auf diesem Wege ermittelten Tatsachen stieß man jedoch auf das schwerwiegende Bedenken, ob man aus dem Verhalten der Radioelemente, das sie in winzigen Mengen zeigen, Rückschlüsse auf ihre wahren chemischen Eigenschaften, die sie in wägbaren Mengen aufweisen würden, ziehen darf.

Diese von vielen Autoren geäußerten Bedenken, so begründet sie auch erscheinen mußten, erwiesen sich aber auf Grund der neuesten Entwicklung[1]) als unberechtigt. Man muß somit die älteren Versuche zur Charakterisierung der chemischen Natur der fast gleichzeitig mit dem Radium entdeckten Elemente Polonium und Aktinium, bei denen obige Bedenken nicht berücksichtigt wurden, als die ersten erfolgreichen Beiträge zur Chemie der in reinem Zustande unzugänglichen Radioelemente ansehen.

B. Polonium (Radium *F*).

Das Polonium (*Po*) ist von seiner Entdeckerin Frau Curie[2]) aus der Pechblende als Begleiter von Wismut (*Bi*) gewonnen worden, und es ist ihr auch schon eine teilweise Trennung des *Po* vom *Bi* gelungen. Die chemische Verschiedenheit der beiden Elemente bewies besonders überzeugend W. Marckwald[3]): nach ihm läßt sich *Po* vom *Bi* praktisch vollständig trennen, z. B. durch elektrochemische Abscheidung des *Po* auf metallischem *Bi*, das in die gemeinsame Lösung der beiden Elemente eingetaucht wird, woraus folgt, daß das *Po* elektrochemisch edler ist als *Bi*[4]) und somit ein stark elektronegatives Metall vorstellen muß. *Po* ist aber positiver als Tellur, denn während dieses durch Hydrazinhydrat zu Metall reduzierbar ist, bleibt *Po* dabei in Lösung. In bester Übereinstimmung mit diesen und anderen Tatsachen steht die zuerst von Marckwald[5]) ausgesprochene Ansicht, daß dem *Po* im periodischen System die früher freie Stelle in der Schwefel-Selen-Tellurgruppe rechts neben *Bi* zukommt. Das berechnete Atomgewicht des *Po* (210,0) stand damit auch im Einklang.

1) Vgl. K. Fajans und P. Beer, Ber. d. D. chem. Ges. **46**, 3486, 1913; F. Paneth, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **11**, 451, 1914.

2) C. R. **127**, 175, 1898.

3) Ber. d. D. chem. Ges. **35**, 2285, 4239, 1902; **36**, 2662, 1903; **38**, 591, 1905.

4) Nach neuen Versuchen von G. v. Hevesy und F. Paneth (Wien. Ber. **123** (IIa), 1619, 1914) beträgt das Normalpotential des Poloniums $E_c = +0,57$, was damit in guter Übereinstimmung steht.

5) Diese Zeitschr. **4**, 51, 1902.

C. Aktinium (*Ac*).

Die Kenntnis der chemischen Eigenschaften des *Ac*[1]) verdankt man hauptsächlich den Untersuchungen von F. Giesel[2]) der dieses Element aus Pechblenderückständen mit den Ceriterden abgeschieden hat. Von den Ceriterden (*La, Ce, Nd, Pr, Sm, Eu*) scheint es am nächsten dem Lanthan zu stehen, dem es bei den meisten Fraktionierungen folgt. Aber auch vom Lanthan läßt es sich trennen, z. B. durch fraktionierte Kristallisation der Magnesium[3])- oder der Mangan[4])-Doppelhydrate. Diesen Eigenschaften entspricht gut die allgemeine Ansicht, daß dem *Ac* die vorher freie Stelle in der dritten Gruppe und der letzten Horizontalreihe des Systems zukommt. Der Befund von G. v. Hevesy[5]), daß *Ac* in Lösungen dreiwertige Ionen bildet, steht damit im besten Einklang. Das Atomgewicht des *Ac* ist ja nicht mit Sicherheit bekannt, der zu ca. 227 hypothetisch angenommene Wert (vgl. Kapitel VI) läßt sich jedoch mit dieser Stellung im System auch vereinbaren.

D. Chemisch untrennbare Elemente.

Die Untersuchung von Radium, Radiumemanation, Polonium und Aktinium führte zu dem Resultat, daß sie Elemente mit neuen chemischen Eigenschaften vorstellen, und ihre Einreihung in das periodische System ließ sich, wie wir sahen, leicht durchführen. Ihnen an die Seite kann auch das vor kurzem entdeckte Brevium, von dem noch später die Rede sein wird, gestellt werden. Die Untersuchung aller übrigen Radioelemente führte indessen zu dem in der Chemie völlig neuen Resultat, daß sie von manchen gewöhnlichen oder radioaktiven Elementen auf chemischem Wege nicht getrennt werden können.

1. Radiothorium (*RdTh*) und Thorium (*Th*). Zum erstenmal kam diese Untrennbarkeit deutlich zum Vorschein im Jahre 1907 bei der Untersuchung des *RdTh*. B. Boltwood[6]) hat zuerst auf die Ähnlichkeit im chemischen Verhalten des *RdTh* und *Th* hingewiesen. Fast gleichzeitig teilten H. Mc Coy und W. Roß[7])

1) Über den Anteil von Debierne (C. R. **130**, 906 u. **131**, 333, 1900) bzw. von F. Giesel an der Entdeckung des jetzt unter dem Namen Aktinium bekannten Elementes vgl. (1) S. 17 u. 464; B. Boltwood, Am. Journ. Science **25**, 365, 1908.

2) Ber. d. D. chem. Ges. **36**, 342, 1903; **38**, 775, 1905.

3) Giesel, ebenda **38**, 2336, 1905.

4) A. Debierne, C. R. **139**, 538, 1904.

5) Diese Zeitschr. **14**, 1205, 1913.

6) Am. Journ. Science **24**, 99, 1907.

7) Journ. Am. Chem. Soc. **29**, 1709, 1907.

sehr gründliche Versuche mit, aus denen hervorging, daß es durch fraktionierte Fällungen der *Th-Rd Th*-Salze oder durch deren vielmals (bis 100) wiederholte Fällung und Auflösen nicht möglich ist, das Mischungsverhältnis der zwei Elemente merklich zu verschieben. So war z. B. bei der Fällung des *Th-Rd Th* als Oxalat in 8 Fraktionen die Aktivität der Gewichtseinheit der ersten Fraktion innerhalb von 1 Proz. gleich der der letzten.

2. Ionium (*Io*), Uran X_1 (UX_1) und Thorium. Im gleichen Jahre berichten B. Boltwood[1]) und kurz darauf W. Marckwald und B. Keetman[2]), daß es ihnen nicht gelungen ist, das *Io* von *Th* zu trennen. B. Keetman[3]) führte dann eine sehr große Reihe fraktionierter Fällungen, Kristallisationen und eine fraktionierte Sublimation verschiedener Verbindungen von *Io-Th*-Gemischen aus, ohne ihr Mischungsverhältnis merklich verändern zu können. Ebenso erfolglos waren die Trennungsversuche, die C. Auer v. Welsbach[4]) an diesem Elementenpaar ausgeführt hat. Keetman berichtet, daß auch das UX_1 vom *Th* untrennbar ist, was später von A. Fleck (9) durch ausführliche Versuche bestätigt wurde.

Daß man es in diesen und ähnlichen Fällen mit einer neuartigen Erscheinung zu tun hat, haben zuerst D. Strömholm und The Svedberg zum Ausdruck gebracht.

3. Thorium *X* (*ThX*), Aktinium *X* (*AcX*) und Radium. Strömholm und The Svedberg[5]) fanden, daß *ThX* und *AcX* ähnlich wie *Ra* besonders leicht mit Bariumsalzen kristallisiert und ausfällt, was auf Isomorphismus der entsprechenden Salze dieser Radioelemente und des Bariums hindeutete und für die chemische Analogie zwischen den Elementen sprach. Weiterhin zeigten diese Autoren, daß, wenn man Bariumnitrat oder Bariumchlorid aus Lösungen von *Ra* bzw. *ThX* oder *AcX* unter gleichen Bedingungen kristallisieren läßt, das Verhältnis, in dem sich die drei Radioelemente zwischen die Kristalle und die Mutterlauge verteilen, gleich ist. Daraus folgte, daß die Salze von *Ra*, *ThX* und *AcX* nicht nur ähnliche Isomorphieverhältnisse aufweisen, sondern daß ihre Löslichkeit sogar gleich ist.

Strömholm und Svedberg wiesen darauf hin, daß diesen drei chemisch so ähnlichen Elementen (*Ra*, *ThX*, *AcX*) analoge Stellen in den Umwandlungsreihen zukommen: sie sind die direkten Muttersubstanzen der entsprechenden Emanationen, die ebenfalls chemisch einander völlig gleichen, da sie ja alle Edelgase vorstellen. Aber auch die Muttersubstanzen von *Ra*, *ThX* und *AcX* entsprechen sich chemisch: *Io* und *RdTh* sind ja beide von *Th* untrennbar und für Radioaktinium (*RdAc*) wiesen Strömholm und Svedberg nach, daß es ebenfalls mit *Th* kristallisiert. Man muß nun diesen Triaden je eine gemeinsame Stelle im periodischen System zuweisen, wobei also auf jede Stelle je ein Element der drei Reihen käme. Die Zuordnung mehrerer Elemente mit merklich verschiedenen Atomgewichten zu einer Stelle des periodischen Systems stand natürlich im Widerspruch mit dem üblichen Einreihungsprinzip, und Strömholm und The Svedberg suchten auf folgende Weise diesen Widerspruch zu erklären: „Man könnte sich vorstellen, daß die genetischen Reihen durch das periodische System hinab sich fortsetzen, aber daß immer drei Elemente der verschiedenen genetischen Reihen, welche also zusammen im periodischen System einen Platz einnehmen, in ihren chemischen Eigenschaften so gleich sind, daß sie in der Natur immer zusammen vorkommen und auch im Laboratorium nicht haben merklich getrennt werden können. Vielleicht könnte man als eine Andeutung in dieser Richtung die Tatsache ansehen, daß das Mendelejeffsche System nur eine ungefähre Regel betreffend die Atomgewichte gibt, aber die Exaktheit eines Naturgesetzes nicht besitzt. Dies wäre ja nicht auffallend, wenn die Elemente des Schemas Gemische von mehreren gleichartigen Elementen von ähnlichen, aber nicht völlig identischen Atomgewichten wären. In der Tat haben wir auch bei den drei zusammengehörigen Elementen Radium, Aktinium *X* und Thorium *X* keine Verschiedenheiten in den chemischen Verhältnissen, auch nicht in quantitativer Hinsicht auffinden können.“ Es ist auffallend, wie nahe diese Auffassung den neuesten Ansichten in dieser Frage entspricht. Wenn trotzdem dieser Versuch, das Verhältnis der Radioelemente zum periodischen System aufzuklären, zunächst so wenig Beachtung gefunden hat und auch wenig bekannt geworden ist[1]), so liegt das wohl daran, daß die Untersuchung von Strömholm und The Svedberg nur wenig Radioelemente umfaßte und daß sie in bezug auf die chemische Natur einiger Elemente (z. B. Mesothorium 1) Ansichten äußerten, die die spätere Forschung nicht bestätigt hat.

1) Am. Journ. Science **25**, 365, 1908.
2) Ber. d. D. chem. Ges. **41**, 49, 1908.
3) Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **6**, 265, 1909.
4) Wien. Ber. **119**, (IIa), 1042, 1910.
5) Zeitschr. f. anorg. Chem. **61**, 338 u. **63**, 197, 1909.

1) So sind auch dem Verfasser während der Abfassung seiner ersten Arbeiten (6 und 7) diese Ausführungen unbekannt gewesen und er hat erst nachträglich (7 S. 432) auf sie hinweisen können.

4. Mesothorium 1 ($MsTh_1$) und Radium. Während schon B. Boltwood[1]) auf die Ähnlichkeit im chemischen Verhalten des $MsTh_1$ und ThX hingewiesen hat, haben erst die Arbeiten von W. Marckwald[2]) und F. Soddy[3]) volle Klarheit über die Chemie dieses Elementes gebracht. Ersterer berichtet, daß es ihm trotz vieler Versuche nicht gelungen ist, das $MsTh_1$ vom Ra zu trennen, und er stellte diese Beobachtungen in Parallele zu den erfolglosen Versuchen, das $RdTh$ oder Io von Th zu trennen.

Auch Soddys Versuche, eine Trennung des $MsTh_1$ von Ra zu erzielen, sind fehlgeschlagen. Er führte eine große Reihe von fraktionierten Kristallisationen von Mesothorium- und Radiumhaltigem Bariumchlorid aus. Während es mit Leichtigkeit gelingt, auf diesem Wege sowohl das Ra als auch das $MsTh_1$ vom Ba zu trennen, bleibt das Mischungsverhältnis des $MsTh_1$ zu Ra, wie die radioaktive Analyse ergab, innerhalb der Messungsfehler vollkommen konstant, also auch das $MsTh_1$ ist dem ThX und AcX wegen der weitgehenden chemischen Gleichheit mit Ra an die Seite zu stellen.

Soddy wies auch darauf hin, daß diese Untrennbarkeit der Radioelemente nicht verwechselt werden darf mit der Schwierigkeit der Trennung der Elemente der seltenen Erden, sondern daß man es hier mit Elementen zu tun hat, die in chemischer Hinsicht praktisch identisch sind. Diese Auffassung hat Soddy auch in seinem im Jahre 1911 erschienenen Buche (2) vertreten.

5. Radium D (RaD) und Blei. RaD wird aus Uranmineralien mit Blei abgeschieden und bildet mit seinen Umwandlungsprodukten RaE und F die radioaktiven Bestandteile des sogenannten „Radiobleis". Daß RaD das Blei bei vielen chemischen Reaktionen begleitet, wußte man frühzeitig. Es wurden zwar einige Trennungsmethoden angegeben[4]), was aber bei genauerer Nachprüfung nicht bestätigt wurde[5]). Versuche von B. Szilard[5]), H. Herschfinkel[6]) und besonders von F. Paneth und G. v. Hevesy[7]) zeigten, daß man es beim RaD und Blei mit einem chemisch untrennbaren Elementenpaar zu tun hat.

6. Uran 2 und Uran 1. Auf Grund der Strahlungsverhältnisse des Urans hat man geschlossen[1]), daß Uran zwei radioaktive Bestandteile U_1 und U_2 enthält. Da aber die Versuche, das Uran in zwei Bestandteile auf chemischem Wege[2]) oder durch Diffusion in Lösungen[3]) zu zerlegen, fehlgeschlagen sind, so muß angenommen werden, daß das U_2 vom U_1 untrennbar ist.

7. Die übrigen Radioelemente. Während es sich bei der bis jetzt geschilderten Entwicklung der Chemie der Radioelemente um ein langsames und allmähliches Vordringen handelt, bei dem das Verhalten weniger als der Hälfte aller Elemente untersucht wurde, ist am Anfange des Jahres 1913 mit einem Schlage nicht nur das chemische Verhalten aller anderen Radioelemente, sondern auch ihr Verhältnis zum periodischen System restlos aufgeklärt worden. Zu diesem Ergebnis haben beigetragen: A. Fleck, A. S. Russell, K. Fajans und seine Mitarbeiter P. Beer und O. Göhring, F. Soddy und W. Metzener[4]).

Die theoretische Seite der Frage wird in den nächsten Kapiteln besprochen, hier seien die experimentellen Resultate, die hauptsächlich A. Fleck (9) zu verdanken sind, angeführt. Es zeigte sich, daß mit Ausnahme des Uran X_2 sämtliche der neu untersuchten Radioelemente von einem der folgenden Elemente: Thorium, Aktinium, Polonium,

1) Am. Journ. Science **24**, 99, 1907.
2) Ber. d. D. chem. Ges. **43**, 3420, 1910.
3) Journ. Chem. Soc. **99**, 72, 1911.
4) K. A. Hofmann und V. Wölfl, Ber. d. D. chem. Ges. **40**, 2425, 1907.
5) B. Szilard, Le Radium **5**, 1, 1908; Ch. Staehling, C. R. **157**, 1430, 1913.
6) Le Radium **7**, 198, 1910.
7) Wien. Ber. **122** (IIa), 993, 1913.

1) (1) S. 396.
2) M. Levin, diese Zeitschr. **7**, 692, 1906; H. McCoy und W. H. Roß, Journ. Am. Chem. Soc. **29**, 1698, 1907; B. Boltwood, Am. Journ. Science **25**, 269, 1908.
3) G. v. Hevesy u. L. v. Putnoky, diese Zeitschr. **14**, 63, 1913 und (2) Seite 69.
4) Die Beteiligung der einzelnen Autoren ist aus folgendem zu ersehen. Fleck untersuchte auf Anregung Soddys systematisch das chemische Verhalten vieler Radioelemente. Noch bevor seine Resultate publiziert worden sind (9), haben fast gleichzeitig Russell (5) und Fajans (6, 7) auf Grund der von ihnen aufgestellten, später (Kapitel V) zu besprechenden Regeln, die chemische Natur sämtlicher noch nach dieser Richtung nicht untersuchten Radioelemente theoretisch abgeleitet (in einigen Punkten unterschieden sich die Resultate von Russell und die von Fajans) und ihr Verhältnis zum periodischen System diskutiert. Fajans unternahm mit Beer und Göhring die experimentelle Prüfung der von ihm gezogenen Schlüsse, sie haben aber wegen der bald darauf erschienenen Arbeit von Fleck, die über die meisten Elemente Aufklärung brachte, ihre Versuche nur auf wenige Produkte ausgedehnt (vgl. Naturwissenschaften **1**, 338, 1913; Ber. d. D. chem. Ges. **46**, 3492, 1913; P. Beer, Dissertation Karlsruhe 1914; O. Göhring, Dissertation Karlsruhe 1914). Auch Metzener (Ber. d. D. chem. Ges. **46**, 979, 1913) untersuchte zur Entscheidung zwischen den Ansichten von Fajans und den wesentlich davon abweichenden von G. v. Hevesy (4) das chemische Verhalten einiger Elemente. Kurz nach dem Erscheinen der Arbeiten von v. Hevesy, Russell und Fajans hat Soddy (8) die ganze Frage diskutiert, wobei sich seine theoretischen Ausführungen, die er vor Kenntnisnahme der Arbeit von Fajans skizziert hat, fast vollkommen mit denen des letzteren deckten und durch die experimentellen Resultate von Fleck gestützt wurden.

Tabelle 2.

Atom-gewichte	0 (VIII)	I		II		III		IV		V		VI		VII		Atom-gewichte
		a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	
197			**Au**													197
200					**Hg**											200
204							**Tl**									204
206									RaG							206
207							βAcD 4,7 m		(AcD_2)**Pb**							207
208							βThD 3,1 m		(β)ThD_2 (10^6 a)		**Bi**					208
210							βRaC_2 1,4 m		βRaD 16 a		βRaE 5 d		α**RaF** 136 d			210
(211)									βAcB 36 m		αβAcC_1 2,15 m		αAcC_2 (0,005 s)			(211)
212									βThB 10,6 h		αβThC_1 60 m		αThC_2 (10^{-11} s)			212
214									βRaB 27 m		αβRaC_1 19,5 m		αRaC' (10^{-6} s)			214
(215)													αAcA 0,002 s			(215)
216													αThA 0,14 s		—	216
218													αRaA 3 m			218
(219)	αAcEm 3,9 s															(219)
220	αThEm 54 s															220
222	α**RaEm** 3,85 d															222
(223)				αAcX 11,5 d												(223)
224		—		αThX 3,7 d												224
226				α**Ra** 1750 a												226
(227)						(β)**Ac** (30 a)		αRdAc 19,5 d								(227)
228				(β)$MsTh_1$ 5,5 a		β$MsTh_2$ 6,2 h		αRdTh 2 a								228
230								αIo 10^5 a								230
232								α**Th** 1,5 · 10^{10} a								232
234								βUX_1 24,6 d		β**UX_2** 1,15 m		αU_2 (2 · 10^6 a)				234
238												α**U_1** 5 · 10^9 a				238

Die Zeitangaben bedeuten die Halbwertszeiten der Elemente, die Symbole α und β geben die Art der Umwandlung an, der die Elemente unterliegen (vgl. Kapitel V, 2c).

Wismut, Blei und Thallium, untrennbar sind. Diese Resultate vereinigt mit den schon früher besprochenen Ergebnissen werden wiedergegeben durch Tabelle 2[1]). Die untrennbaren Elemente sind in der Tabelle jeweils an einer Stelle des periodischen Systems vereinigt. So befinden sich an der Stelle, wo in der üblichen Tabelle Uran steht (Gruppe VIa), 2 Elemente, nämlich U_1 und U_2, an der Stelle des Bleies (*Pb*) sogar 7 Elemente. Mit Ausnahme von *ThA*, *AcA*, *RaC'*, ThC_2, AcC_2 und RaC_2, deren Kurzlebigkeit eine chemische Untersuchung unmöglich macht (Kapitel V, 2, b und c), ist die Untrennbarkeit auf experimentellem Wege festgestellt worden. Es wurde dabei in der Weise verfahren, daß das betr. gewöhnliche Element mit dem Radioelement vermischt wurde und dann gezeigt, daß sie bei allen chemischen Operationen beisammen bleiben. In den meisten Fällen wurde außerdem noch nachgewiesen, daß auch durch fraktionierte Fällung, Kristallisation, Verdampfung oder elektrochemische Abscheidung keine Verschiebung des Mischungsverhältnisses erreicht werden kann: die durch die Aktivität bestimmte Menge des Radioelementes war pro Gewichtseinheit des gewöhnlichen Elementes innerhalb der Versuchsfehler in allen Fraktionen gleich. Die Untrennbarkeit des Mesothorium 2 ($MsTh_2$) und *Ac* wurde dadurch bewiesen, daß das Verhältnis ihrer radioaktiv gemessenen Mengen bei fraktionierten Fällungen eines beigemischten gewöhnlichen Elementes in allen Fraktionen gleich bleibt. Die chemische Natur des *RaA* ergibt sich daraus, daß es von allen gewöhnlichen Elementen trennbar ist, dieselben Reaktionen wie *Po* zeigt und auch elektrochemisch diesem Element sehr nahe steht.

IV. Die Stellung der Radioelemente im periodischen System.

Der früher schon erwähnte Vorschlag von Strömholm und The Svedberg, die chemisch gleichen untrennbaren Elemente an einer Stelle des periodischen Systems zu setzen, stellt den ersten Versuch vor, die Radioelemente in das allgemeine System einzuordnen und er hat, wie wir gleich sehen werden, den Kern der Frage richtig getroffen. Alle späteren davon abweichenden Ansichten sind als ein Rückschritt zu betrachten. Es seien hier trotzdem einige kurz erwähnt, weil sie ein überaus klares Zeugnis dafür ablegen, wie tief bis vor kurzem die Überzeugung eingewurzelt war, daß die Stellung eines Elementes im System eindeutig von seinem Atomgewicht abhängt. Nur so läßt sich erklären, daß die durch β-Umwandlungen verknüpften Elemente wegen ihres gleichen Atomgewichtes nicht als verschiedene Elemente angesehen wurden, sondern als „allotrope"[1]) Formen desselben Elementes (Pseudoelemente), trotzdem schon frühzeitig bekannt war, daß solche Elemente nicht unbedeutende Unterschiede im elektrochemischen Verhalten zeigen. Es wurden somit entweder die β-Strahler bei der Einreihung ganz fortgelassen[2]), oder man hat den Elementen mit gleichem Atomgewicht die gleiche Stelle zugewiesen[3]).

In der Radiochemie von Soddy wurde indessen die Auffassung von Strömholm und The Svedberg akzeptiert, ohne sich jedoch zunächst allgemeine Geltung zu verschaffen[4]). Erst die Arbeiten von Russell (5) und namentlich die von Fajans (6, 7) und Soddy (8), denen wohl die endgültige Lösung der Frage gelungen ist, haben gezeigt, daß es einzig rationell ist, die chemisch untrennbaren Elemente an eine Stelle des Systems zu setzen.

Um richtig das Verhältnis der Radioelemente zum allgemeinen System beurteilen zu können, darf nicht vergessen werden, daß wir die Kenntnis der meisten Radioelemente ganz anderen Methoden verdanken, als die Kenntnis der gewöhnlichen Elemente. Ein neues gewöhnliches Element wird nur dann als solches erkannt, und seine chemischen Eigenschaften und Atomgewicht können nur dann bestimmt werden, wenn man es von anderen Elementen, mit denen es in der Natur gefunden wird, dank seinen besonderen chemischen oder physikalischen Eigenschaften trennen kann. Indessen ist die Auffindung einer neuen Halbwertszeit einer radioaktiven Strahlung, oder gar nur einer komplexen Strahlung, wie beim U_2, ein genügender Beweis für die Existenz eines neuen Radioelementes. Auch ist ja in den meisten Fällen für die Ermittlung des Atomgewichtes eines Radioelementes seine Isolierung in reinem Zustande gar nicht nötig, es genügt die Kenntnis seiner genetischen Beziehungen. In den radioaktiven Eigen-

1) Tabelle 2 wurde vom Verfasser (6) und dann von Soddy (8) inhaltlich identisch, der Form nach etwas verschieden aufgestellt.

1) W. Ramsay, Nature **87**, 285, 1911; E. Baur, Zeitschr. f. physikal. Chem. **76**, 582, 1911.

2) A. van den Broek, diese Zeitschr. **12**, 490, 1911; **14**, 32, 1913.

3) A. Cameron, Nature **82**, 67, 1909.

4) So findet man noch am Anfange des Jahres 1913 (4) die Auffassung, daß die Radioelemente Übergänge zwischen horizontal benachbarten Gliedern des periodischen Systems vorstellen.

schaften der Radioelemente besitzen wir also ein überaus ausgiebiges Mittel zur Erkennung neuer Elemente, und wie uns die Existenz der chemisch untrennbaren Elemente beweist, ist dieses Mittel auch viel feiner als die qualitative chemische Analyse, auf Grund welcher man ja z. B. das Gemisch von U_1 und U_2 bis vor kurzem als ein einheitliches chemisches Element (Uran) betrachtete. Es entspricht also durchaus dem bei Klassifizierung der gewöhnlichen Elemente eingeschlagenen Verfahren, wenn man die Gemische der untrennbaren Elemente als je ein Element betrachtet, dem nur eine Stelle im System zukommt. Es verschwindet dann die Schwierigkeit, die die Einreihung so vieler neuer Elemente lange Zeit bereitete, vollständig. Denn wie die Tabellen 1 und 2 zeigen, sind alle bekannten Radioelemente entweder chemisch gleich einem der gewöhnlichen Elemente und gehören also an die gleiche Stelle des Systems wie dieses, oder es kommen ihnen auf Grund ihrer neuen chemischen Eigenschaften die vorher unbesetzten Stellen des Systems zu. Trotz der großen Zahl der neuen Elemente ist die Mannigfaltigkeit ihrer chemischen Eigenschaften nicht größer als es das periodische System zuläßt. Es sei erwähnt, daß für eine solche Gruppe untrennbarer Elemente, der eine Stelle im periodischen System zukommt, der Verfasser die Bezeichnung Plejade vorgeschlagen hat, während die Glieder einer Plejade nach Soddy isotope Elemente oder Isotopen genannt werden.

Ein Punkt muß aber noch berücksichtigt werden. Nach der üblichen Auffassung entspricht ja eine Stelle im periodischen System nicht nur einem bestimmten chemischen Verhalten, sondern auch einem bestimmten Atomgewicht, und es galt für die Grundlage des periodischen Systems, daß das Atomgewicht die chemischen Eigenschaften eines Elementes bestimmt. Unsere Tabelle 2 lehrt nun in dieser Hinsicht etwas vollkommen Neues; sie zeigt, daß nicht nur Elemente einer Plejade, die ja gleiches chemisches Verhalten zeigen, bis um 8 Einheiten verschiedene Atomgewichte aufweisen, sondern daß auch Elemente von gleichem Atomgewicht (z. B. U_2, UX_2 und UX_1) einen vollkommen verschiedenen chemischen Charakter besitzen.

Diese ganz neuartigen, überaus wichtigen Ergebnisse machen eine gründliche Revision unserer Anschauungen über die Beziehung zwischen Atomgewicht und anderen Eigenschaften der Elemente erforderlich. Sie ändern aber nichts an der Tatsache, daß in dem nichtradioaktiven Teil des periodischen Systems von Stelle zu Stelle, mit sehr wenigen Ausnahmen (Kap. X, 2), eine mehr oder minder regelmäßige Änderung des Atomgewichtes stattfindet, und es entsteht somit die Frage, ob den letzten zwei Reihen des Systems in dieser Hinsicht eine Ausnahmestellung zukommt. Folgende vom Verfasser (6, 7) angestellte Überlegung zeigt, daß dies wohl nicht der Fall wäre, wenn uns hier wie in den anderen Teilen des Systems nur chemische Methoden zur Verfügung ständen. Man würde dann das Atomgewicht der als ein Element erscheinenden Plejade experimentell bestimmen und dabei einen Mittelwert erhalten, den die einzelnen Glieder der Plejade nach Maßgabe ihrer Mengen im Gemisch beeinflussen würden. Das Verhältnis dieser Mengen hängt aber in erster Linie von der Lebensdauer der betreffenden Elemente ab, und da in den meisten Plejaden eines der Glieder viel langlebiger ist als die übrigen, kann man mit genügender Annäherung sein Atomgewicht als das in das periodische System passende ansehen. Verfährt man auf diese Weise, so bekommt man für die mittleren Atomgewichte der Plejaden Werte, welche den in der Tabelle 2 fett gedruckten Elementen gehören (vgl. auch Tabelle 3), und man sieht, daß die Atomgewichte der Elemente einer Horizontalreihe von rechts nach links regelmäßig abnehmen, so wie in den übrigen Reihen des periodischen Systems; es verschwindet somit auf diese Weise die wirkliche Unregelmäßigkeit der Atomgewichte, die die vielen Elemente verursachen. Also auch in dieser Hinsicht ist eine Übereinstimmung der letzten zwei Reihen mit den übrigen zu verzeichnen. Mit um so größerem Rechte darf man versuchen, die neuen Erkenntnisse, die uns das Studium des radioaktiven Teiles des Systems gebracht hat, auf das ganze System zu übertragen.

V. Verschiebungssätze.

1. Geschichte ihrer Aufstellung.

Hand in Hand mit der Erforschung der chemischen und elektrochemischen Eigenschaften der Radioelemente ging das Suchen nach Beziehungen zwischen diesen Eigenschaften und den radioaktiven Umwandlungen, die die Elemente erleiden. Als der erste Versuch nach dieser Richtung ist die sogenannte Lerch-Lucassche Regel anzusprechen.

Auf Grund von elektrochemischen Ver-

Tabelle 3.

	0	VIII	I a b	II a b	III a b	IV a b	V a b	VI a b	VII a b
1 H 1,008	2 He 4,00		3 Li 6,94	4 Be 9,1	5 B 11,0	6 C 12,00	7 N 14,01	8 O 16,00	9 F 19,0
	10 Ne 20,2		11 Na 23,00	12 Mg 24,32	13 Al 27,1	14 Si 28,3	15 P 31,04	16 S 32,06	17 Cl 35,46
	18 A 39,88		19 K 39,10	20 Ca 40,07	21 Sc 44,1	22 Ti 48,1	23 V 51,0	24 Cr 52,0	25 Mn 54,93
		26 Fe 27 Co 28 Ni 55,84 58,97 58,68	29 Cu 63,57	30 Zn 65,37	31 Ga 69,9	32 Ge 72,5	33 As 74,96	34 Se 79,2	35 Br 79,92
	36 Kr 82,92		37 Rb 85,45	38 Sr 87,63	39 Y 88,7	40 Zr 90,6	41 Nb 93,5	42 Mo 96,0	43 —
		44 Ru 45 Rh 46 Pd 101,7 102,9 106,7	47 Ag 107,88	48 Cd 112,40	49 In 114,8	50 Sn 118,7	51 Sb 120,2	52 Te 127,5	53 J 126,92
	54 X 130,2		55 Cs 132,81	56 Ba 137,37	57 La 139,0	58 Ce 59 Pr 140,25 140,6	60 Nd 144,3	61 — 62 Sm 150,4	63 Eu 152,0
	64 Gd 65 Tb 157,3 159,2	66 Ds 162,5	67 Ho 68 Er 163,5 167,7	69 Tu 168,5	70 Yb 71 Lu 173,5 175,0	72 —	73 Ta 181,5	74 W 184,0	75 —
		76 Os 77 Ir 78 Pt 190,9 193,1 195,2	79 Au 197,2	80 Hg 200,6	81 Tl 204,0	82 Pb 207,20	83 Bi 208,0	84 Po (210,0)	85 —
	86 Em (222,0)		87 —	88 Ra 226,0	89 Ac (227)	90 Th 232,15	91 Bv (234)	92 U 238,2	

Neben den Bezeichnungen der Elemente sind die Ordnungszahlen, unterhalb die Atomgewichte angegeben.

suchen von F. v. Lerch[1]) und anderer[2]) hat R. Lucas[3]) den Satz aufgestellt, daß bei jeder radioaktiven Umwandlung das Umwandlungsprodukt edler ist als die Muttersubstanz. Diese Regel war mehrere Jahre hindurch in der Literatur verbreitet, bis G. v. Hevesy[4]) und der Verfasser[5]) auf Grund früherer und eigener Versuche hervorgehoben haben, daß die Regel ungefähr gleich oft versagt als gilt. Fajans[6]) hat bald darauf gezeigt, daß die Lucassche Regel nur bei den Umwandlungen gilt, die mit Aussendung von β-Strahlen verlaufen, bei diesen ist in der Tat ausnahmslos das Umwandlungsprodukt edler als die direkte Muttersubstanz, während bei α-Strahlenumwandlungen immer das Gegenteil zutrifft.

Ausgehend von diesen elektrochemischen Beziehungen konnte der Verfasser auch die Frage der Verschiebungen im periodischen System bei radioaktiven Umwandlungen aufklären, die früher schon den Gegenstand von Erörterungen bildete. Am naheliegendsten war in dieser Hinsicht natürlich die Annahme, daß die radioaktiven Reihen durch alle Gruppen des Systems eindeutig zu Stellen niedrigerer Atomgewichte führen[1]).

Wie Soddy[2]) zuerst zeigte, entspricht aber diese Annahme nicht den Tatsachen. Er wies darauf hin, daß bei den α-Umwandlungen, für welche der chemische Charakter sowohl der Muttersubstanz wie des Umwandlungsproduktes zu dieser Zeit schon bekannt war,

1) Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **2**, 470, 1905; Ann. d. Phys. **20**, 345, 1906.
2) Vgl. z. B. St. Meyer und E. v. Schweidler, Wien. Ber. **115** (IIa), 698, 1906.
3) Diese Zeitschr. **7**, 340, 1906.
4) Diese Zeitschr. **13**, 672, 1912.
5) Le Radium **9**, 239, 1912.
6) Habilitationsschrift Karlsruhe S. 64, 1912 und (6).

1) A. Cameron, Nature **82**, 67, 1909; D. Strömholm und The Svedberg, Zeitschr. f. anorg. Chem. **63**, 197, 1909; A. van den Broek diese Zeitschr. **12**, 490, 1911; **14**, 32, 1913.
2) (2) S. 61.

letzteres zu der zweitniedrigeren Gruppe des Systems von der Muttersubstanz verschoben wird. So führt eine α-Umwandlung vom *Th* der vierten Gruppe zum $MsTh_1$ der zweiten, vom *Ra* der zweiten zur *RaEm* der nullten Gruppe. Es ist aber auch die Richtung des Durchganges durch die verschiedenen Gruppen nicht immer dieselbe: so geht die Thoriumreihe von der vierten Gruppe (*Th*) zur zweiten ($MsTh_1$), dann wieder zur vierten (*RaTh*), um nun über die zweite (*ThX*) Gruppe zur nullten (*ThEm*) zu führen.

Die vollkommene Aufklärung der hier obwaltenden Verhältnisse ist erst zwei Jahre später gelungen. v. Hevesy (4), Russell (5) und Fajans (6) haben fast zu gleicher Zeit diese Frage diskutiert.

v. Hevesy bestimmte die Valenz vieler Radioelemente durch Messung der Diffusionsgeschwindigkeit ihrer Ionen. Die für die Glieder der Umwandlungsreihen vor den Emanationen erhaltenen Resultate, die mit den damals bekannten chemischen Eigenschaften dieser Radioelemente in Einklang standen, sprachen dafür, daß eine α-Umwandlung die Erniedrigung der Valenz um zwei Einheiten, eine β-Umwandlung eine Erhöhung um eine Einheit herbeiführt. Nach den Emanationen sollten jedoch, im Gegensatz zu den Verhältnissen vor den Emanationen, die α-Umwandlungen eine Erhöhung der Valenz um zwei, die β-Umwandlungen eine Erniedrigung um eine Einheit bedingen. Die Ausführungen von v. Hevesy bezogen sich dabei weniger auf Gruppenänderungen im periodischen System als auf Valenzänderungen[1]) der Radioelemente.

Russell ging von der Soddyschen Beobachtung aus, daß bei α-Umwandlungen eine Verschiebung um zwei Gruppen stattfindet und nahm an, daß diese Verschiebung sowohl zu höheren, als auch zu niedrigeren Gruppen stattfinden kann. Bei β-Umwandlungen sollte ebenfalls eine Verschiebung in beiden Richtungen stattfinden können, aber nur um eine Gruppe.

Wie schon erwähnt wurde, dienten als Ausgangspunkt der Ausführungen von Fajans die von ihm aufgestellten Sätze, daß α-Umwandlungen zu elektropositiveren, β-Umwandlungen zu elektronegativeren (edleren) Radioelementen führen. Da in einer Horizontalreihe des periodischen Systems der elektronegative Charakter mit wenigen Ausnahmen[1]) von niedrigeren zu höheren Gruppen zunimmt, wurde gefolgert, daß bei α-Umwandlungen eine Verschiebung zu niedrigeren, bei β-Umwandlungen zu höheren Gruppen stattfindet, und zwar wurde in Übereinstimmung mit der bekannten chemischen Natur etwa der Hälfte aller Radioelemente angenommen, daß bei allen α-Umwandlungen eine Verschiebung zu der zweitniedrigeren Gruppe (Erweiterung der Soddyschen Regel), während bei allen β-Umwandlungen die Verschiebung zur nächsthöheren Gruppe stattfindet. In derselben Form wurden diese Verschiebungssätze kurz danach von Soddy (8) ausgesprochen und, wie gleich gezeigt wird, kommt ihnen eine allgemeine Gültigkeit zu.

Für die meisten Umwandlungen ersieht man das am besten aus der Tabelle 1, wo sowohl die Gruppen des periodischen Systems, zu denen die Elemente gehören, wie die Art der sie verbindenden Umwandlungen angegeben ist.

2. Anwendungen.

Eine besondere Erwähnung verlangen nur diejenigen Fälle, wo entweder die Reihenfolge der Umwandlungen bzw. der chemische Charakter der Elemente nicht sicher bekannt ist, oder wo die Strahlung eine zusammengesetzte ist.

a) Anfang der Uranreihe. Es waren zur Zeit der Aufstellung der Verschiebungssätze auf Grund von radioaktiven Tatsachen folgende zwei Schemata gleich wahrscheinlich:

$$\underset{\text{VI}}{U_1} \xrightarrow{\alpha} \underset{\text{VI}}{U_2} \xrightarrow{\alpha} \underset{\text{IV}}{UX} \xrightarrow{\beta} \underset{\text{IV}}{Io} \quad \text{oder} \quad \underset{\text{VI}}{U_1} \xrightarrow{\alpha} \underset{\text{IV}}{UX} \xrightarrow{\beta} \underset{\text{VI}}{U_2} \xrightarrow{\alpha} \underset{\text{IV}}{Io}.$$

Wie Soddy[2]) und die anderen drei Autoren hervorgehoben haben, ist das erste Schema unvereinbar mit der sonst geltenden Regel, daß bei jeder Umwandlung eine Veränderung des chemischen Charakters stattfindet, und sie gaben deshalb dem zweiten Schema den Vorzug. Bei der Anwendung der Verschiebungssätze stießen jedoch Russell und Fajans auf den Widerspruch, daß in diesem Schema die β-Umwandlung des *UX* von einer Verschiebung um zwei Gruppen begleitet sein sollte, während ja sonst bei β-Umwandlungen eine Verschiebung nur um eine Gruppe angenommen wurde. Sie stellten deshalb die Hypothese auf, daß Uran *X* eine komplexe Substanz, bestehend aus zwei β-Strahlern vorstellt, und daß das richtige Umwandlungsschema lautet

1) Ein solcher eindeutiger Zusammenhang zwischen der Art der radioaktiven Umwandlung und der Valenz der betr. Elemente ist eigentlich nicht zu erwarten, denn die Valenz vieler Elemente ist eine Größe, die von äußeren chemischen Bedingungen abhängt, während eine radioaktive Umwandlung durch sie nicht beeinflußt werden kann.

1) Vgl. (7) S. 424 (Fußnote).

2) Ann. Report of the Chemical Soc. London **9**, 321, 1912.

$$U_1 \xrightarrow{\alpha} UX_1 \xrightarrow{\beta} UX_2 \xrightarrow{\beta} U_2 \xrightarrow{\alpha} Io.$$
$$\text{VI} \quad \text{IV} \quad \text{V} \quad \text{VI} \quad \text{IV}$$

In der Tat haben Versuche, die von Fajans und O. Göhring[1]) zur Prüfung dieser Hypothese angestellt wurden, zur Isolierung des neuen Elements UX_2 geführt, dessen Existenz von O. Hahn und L. Meitner[2]) und von A. Fleck[3]) bestätigt wurde. Es wurde zuerst auf elektrochemischem Wege aus dem UX abgeschieden: auf Grund der elektrochemischen Regel war ja vorauszusehen, daß es edler als UX_1 ist. Die chemischen Eigenschaften von UX_2 konnten wegen seiner Kurzlebigkeit nicht sehr eingehend geprüft werden. Soweit sie bekannt sind, stehen sie aber in bester Übereinstimmung mit der Forderung der Theorie, daß UX_2 das vorher fehlende höhere Homologe des Tantals vorstellt, und daß ihm im periodischen System die sonst freie Stelle in der fünften Gruppe und der letzten Horizontalreihe zukommt. Da das UX_2 eine eigene Stellung im System einnimmt, wurde ihm ein besonderer nicht genetischer Name — Brevium (*Bv*) beigelegt.

b) Was die kurzlebigen Elemente Radium C', Thorium C_2 und Aktinium C_2 anbelangt, deren chemische Natur nicht experimentell bestimmt werden kann[4]), so folgt aus ihrer Entstehung durch β-Umwandlung aus den Isotopen des Wismuts RaC_1, ThC_1 und AcC_1, daß sie in die sechste Gruppe, nämlich in die Poloniumplejade gehören. In bester Übereinstimmung damit steht die Tatsache, daß aus RaC' durch eine α-Umwandlung das mit Blei isotope RaD gebildet wird. Die durch α-Umwandlung aus RaC_1, ThC_1 und AcC_1 entstehenden Elemente RaC_2, ThD und AcD sollten nach dem Verschiebungssatz Glieder der Thalliumplejade vorstellen, und auch dies haben die Versuche im Falle von ThD und AcD bestätigt. Man kann ohne Bedenken dasselbe von RaC_2 annehmen.

c) Die α-Umwandlungen der Emanationen führen aus der nullten Gruppe der letzten Horizontalreihe in die sechste der nächsthöheren, was sich im Falle des RaA direkt aus der Bestimmung seiner chemischen Natur ergibt, und für ThA und AcA auf Grund der Analogie der drei Reihen geschlossen werden kann. Dies zeigt, daß die nullte Gruppe zugleich den Charakter der achten Gruppe aufweist, es ist also rationell, bei der üblichen tabellarischen Darstellungsweise des periodischen Systems die Triaden der achten Gruppe in die Lücken, die die nullte Gruppe aufweist, zu stellen. Es wird dann bei den α-Umwandlungen der Emanationen wie sonst eine Gruppe, nämlich die siebente, übersprungen.

d) Die strahlenlosen Umwandlungen des Ac[1]) und $MsTh_1$ weisen auf Grund der Verschiebungssätze den Charakter von β-Umwandlungen auf. Die erste führt nämlich aus der dritten Gruppe zur vierten, die zweite aus der zweiten Gruppe in die dritte. Man darf also annehmen, daß diese Elemente eine sehr weiche, schwer nachweisbare β-Strahlung emittieren.

e) Komplexe Strahlung. Nicht ganz aufgeklärt ist das Verhalten der Elemente Ra, $RdTh$ und $RdAc$, die sowohl α- als β-Strahlen emittieren. In allen übrigen ähnlichen Fällen haben sich die betreffenden Produkte entweder als Gemische zweier sukzessiver Elemente erwiesen, von denen das eine α-, das andere β-Strahlen aussendet, oder man konnte, wie im Falle der C_1-Glieder, eine doppelte Umwandlung (Verzweigung) nachweisen. Die erste Möglichkeit wird bei Ra, $RdTh$ und $RdAc$ durch die Verschiebungssätze ausgeschlossen, weil die uns bekannten Umwandlungen dieser Elemente in $RaEm$, ThX und AcX sich in chemischer Hinsicht wie normale α-Umwandlungen verhalten. Gegen die Annahme von Verzweigungen sind keine bindenden Beweise vorhanden, es ist nur zu erwähnen, daß die Versuche zur Auffindung der in solchem Falle zu erwartenden Produkte der hypothetischen β-Umwandlungen beim Ra und $RdAc$ bis jetzt zu keinem positiven Ergebnis geführt haben. Außer der Möglichkeit der Verzweigungen wäre noch in Betracht zu ziehen, ob die erwähnten Elemente nicht Beimengungen von unbekannten Isotopen enthalten. Sollte sich jedoch keine dieser Hypothesen bestätigen, so wären die beobachteten β-Strahlen als ein sekundärer Effekt bei der Aussendung der α-Strahlen zu betrachten.

Diese Fälle und das Verhalten der C_1-Glie-

1) Naturwissenschaften **1**, 339, 1913; diese Zeitschr. **14**, 877, 1913.
2) Diese Zeitschr. **14**, 758, 1913.
3) Phil. Mag. **26**, 528, 1913.
4) Die Existenz dieser Elemente wurde ursprünglich angenommen, um der Geigerschen Beziehung zwischen der Reichweite der α-Strahlen und der Lebensdauer der betr. Elemente zu genügen ([3] S. 40). Durch die Verschiebungssätze erhält diese Annahme eine neue Stütze.

1) Beim Aktinium ist nach Befreiung von allen seinen Umwandlungsprodukten eine sehr schwache (nur 0,2—0,3 Proz. der gesamten α-Strahlung des *Ac* im Gleichgewicht mit seinen Produkten) α-Strahlung nachgewiesen worden (O. Hahn und M. Rothenbach, diese Zeitschr. **14**, 409, 1913; St. Meyer, V. Heß und F. Paneth, Wien. Ber. **123** (IIa), 1486, 1914). Sie deutet entweder eine duale Umwandlung des *Ac* an oder ist auf Beimengungen von unbekannten Isotopen zurückzuführen. Ähnliches gilt für die komplexe Natur der α-Strahlen des Radioaktiniums (l. c.).

der zeigen, daß wenn auch die von den einzelnen Elementen emittierten Strahlen eine scharfe Einteilung der Radioelemente in α- und β-Strahler nicht zulassen, es auf Grund der Verschiebungssätze nicht nur möglich, sondern auch notwendig ist, streng zwischen α- und β-Umwandlungen zu unterscheiden[1]). Bei der schematischen Darstellung der Umwandlungen kommt das klar zum Ausdruck, wenn man z. B. statt

$$\overset{\alpha\ \beta}{\overset{\uparrow\uparrow}{RdAc}} \rightarrow AcX \text{ schreibt}^{2)}\ RdAc \overset{\beta\quad\alpha}{\rightarrow} AcX.$$

f) Uran Y (*UY*). Über dieses Element ist nur so viel bekannt[3]), daß es entweder aus U_1 oder aus U_2 (direkt bzw. durch Vermittlung unbekannter kurzlebiger Elemente) entsteht und ein Abzweigungsprodukt von der Haupt-Uran-Reihe vorstellt. Es scheint von UX_1 chemisch untrennbar zu sein, gehört also wohl wie dieses in die Gruppe IVa[4]). Aus den Verschiebungssätzen kann man also folgern, daß *UY* aus seiner in die Gruppe VIa gehörenden Muttersubstanz (U_1 oder U_2) wohl durch eine α-Umwandlung entsteht. Das Produkt der β-Umwandlung des *UY* müßte mit *Bv* isotop sein. Es ist aber bis jetzt nicht gelungen, ein solches Produkt zu finden[5]).

g) Aktiniumgenesis. Auch bei den Versuchen zur Aufklärung der Aktiniumgenesis, nämlich der Frage, an welcher Stelle die Aktiniumreihe von der Uran-Radiumreihe abgezweigt wird, hat man die Verschiebungssätze als Wegweiser benutzt, bis jetzt allerdings ohne positiven Erfolg. Jedenfalls ist die Zahl der Möglichkeiten bedeutend zusammengeschrumpft. Näheres ist Originalarbeiten zu entnehmen[6]).

VI. Atomgewicht und Lebensdauer der Isotopen.

Isotope Elemente unterscheiden sich hauptsächlich durch ihr Atomgewicht und radioaktive Eigenschaften, namentlich die Lebensdauer. Überlegungen allgemeiner Natur[1]) führten den Verfasser zu der Überzeugung, daß zwischen der Lebensdauer und dem Atomgewicht der Isotopen Beziehungen bestehen müssen. In der Tat ließen sich einige Regelmäßigkeiten finden[2]), die im folgenden besprochen werden[3]).

Betrachtet man zunächst nur die Glieder der Uran-Radium- und der Thoriumreihe, deren Atomgewichte ja mit großer Annäherung bekannt sind, so zeigt sich (vgl. Tabelle 2), daß innerhalb einer Plejade die Lebensdauer der α-Strahler[4]) mit fallendem Atomgewicht abnimmt, während die Lebensdauer der β-Strahler mit steigendem Atomgewicht abnimmt. Die einzige Ausnahme bildet das Polonium (*RaF*), welches bei weitem das langlebigste Glied seiner nur aus α-Strahlern bestehenden Plejade ist, obwohl sein Atomgewicht am kleinsten ist. Es entsteht sofort die Frage, welches Atomgewicht Aktinium besitzen muß, damit die Glieder seiner Familie diesen Regeln sich unterordnen. Wie die Tabelle 2 zeigt, erhält man die beste Übereinstimmung, wenn man dem *Ac* ein Atomgewicht zwischen 226 und 228, also ungefähr 227 zuschreibt (10)[5]). Die Reihenfolge der Atomgewichte analoger Produkte der drei Reihen ist dann: Uran-Radiumreihe, Thoriumreihe, Aktiniumreihe, z. B. bei den drei Emanationen *RaEm* 222, *ThEm* 220, *AcEm* 219. Sieht man einstweilen von der Wismutplejade ab, in der die C_1-Glieder sowohl α- als β-Strahler vorstellen, so weisen von den Gliedern der Aktiniumreihe nur *AcX* und *AcB* kleine Abweichungen von der Regel auf, während AcC_2 dieselbe auffallende Anomalität zeigt, wie schon beim *RaF* erwähnt wurde.

Ausgehend von dem Verhalten der Poloniumplejade hat R. Swinne die Ansicht ausgesprochen[6]), daß die Atomgewichte und Lebens-

1) In Tabelle 2 ist neben den Bezeichnungen der Elemente die Art ihrer bekannten Umwandlungen verzeichnet. An der Hand der Verschiebungssätze und der bekannten Atomgewichtsänderungen bei den Umwandlungen läßt sich aus der Tabelle 2 leicht herauslesen, auf welche Weise die drei Reihen die Gruppen des periodischen Systems durchwandern. Vgl. auch (3) S. 9.

2) Wie in Tabelle 1 geschehen.

3) G. Antonoff, Phil. Mag. **22**, 419, 1911; Le Radium **10**, 406, 1913; F. Soddy, Phil. Mag. **27**, 215, 1914; O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **15**, 236, 1914.

4) In der Tabelle 2 wurde *UY* nicht berücksichtigt, da sein Atomgewicht unbekannt ist.

5) O. Göhring, diese Zeitschr. **15**, 642, 1914.

6) F. Soddy, Nature **91**, 634, 1913 und Ann. Reports of the Chem. Soc. London **10**, 268, 1913; F. Paneth und K. Fajans, Wien. Ber. **123** (IIa), 1027, 1914; O. Hahn und L. Meitner, diese Zeitschr. **14**, 752, 1913; O. Göhring l. c.

1) Vgl. Einleitung und (7) S. 438.

2) K. Fajans, Le Radium **10**, 171, 1913.

3) Auf Beziehungen zwischen der Lebensdauer analoger *α*-Strahler der drei Reihen hat schon früher R. Swinne (diese Zeitschr. **14**, 142, 1913) aufmerksam gemacht.

4) Unter *α*- bzw. *β*-Strahlern werden hier und im folgenden Elemente verstanden, die einer *α*- bzw. *β*-Umwandlung unterliegen. (Kap. V, 2e.)

5) Sollte die Aktiniumreihe mit der Uran-Radiumreihe nur durch *α*- und *β*-Umwandlungen verknüpft sein, so müßte für das Atomgewicht des *Ac* der Wert 226 angenommen werden. Sollte aber ein Wert in der Nähe von 227, wie es den Anschein hat, dem Atomgewicht des *Ac* entsprechen, so wäre z. B. an Wasserstoffumwandlungen zu denken (vgl. Kap. X, 6). Der Wert 230, der von manchen Autoren dem *Ac* zugeschrieben wird, ist aber vom Standpunkte der obigen Regeln jedenfalls sehr wenig wahrscheinlich.

6) Vortrag i. d. Chem. Ges. Heidelberg, vgl. die Re-

dauer innerhalb einer Plejade nicht eindeutig symbat (bei den α-Strahlern) und antibat (bei den β-Strahlern) verlaufen, sondern daß bei den α-Strahlern ein Minimum, bei den β-Strahlern ein Maximum der Lebensdauer auftritt. In der Poloniumplejade ist dies zweifellos der Fall. Es ist möglich, daß Ähnliches auch für andere Plejaden Geltung hätte[1]), wenn in ihnen eine größere Zahl von Gliedern bekannt wäre.

Das Verhalten der C_1-Glieder muß besonders besprochen werden[2]). Die oben diskutierten Regeln zeigen, daß die Tendenz zur Umwandlung bei den Isotopen vom Atomgewicht abhängt, und zwar ist die Abhängigkeit für α-Umwandlungen entgegengesetzt der für β-Umwandlungen. Um die Regel auf die C_1-Glieder, die sowohl einer α- als einer β-Umwandlung unterliegen, anzuwenden, muß deshalb ihre Neigung zu diesen Umwandlungen gesondert verglichen werden. Die Umwandlungskonstante λ dieser Elemente läßt sich betrachten[3]) als die Summe der voneinander unabhängigen Umwandlungskonstanten λ_α und λ_β der beiden Umwandlungen, deren Verhältnis dem Verzweigungsverhältnis gleich ist. Wir können somit aus den bekannten Halbwertszeiten und Verzweigungsverhältnissen[4]) der C_1-Glieder diejenigen Halbwertszeiten berechnen, die diese Produkte hätten, wenn sie nur der α- oder β-Umwandlung unterliegen würden, und somit ein Maß für ihre Tendenz zu diesen Umwandlungen gewinnen. Auf diese Weise erhält man folgende Tabelle.

Tabelle 4.

	Halbwertszeit	Atomgewicht	Halbwertszeit	
RaE	5 Tage	210	—	—
$AcC_1\beta$	22 Std.	(211)	2,15 Min.	$AcC_1\alpha$
$ThC_1\beta$	1,55 Std.	212	2,86 Std.	$ThC_1\alpha$
$RaC_1\beta$	19,5 Min.	214	45 Tage	$RaC_1\alpha$

In Übereinstimmung mit den von reinen α- oder β-Strahlern befolgten Regeln nimmt auch bei den C_1-Gliedern mit fallendem Atomgewicht die Tendenz zur α-Umwandlung zu, die Tendenz zur β-Umwandlung ab. Wie ersichtlich, unterordnet sich auch *RaE* der Regel, wenn es als reiner β-Strahler betrachtet wird, und seine Umwandlungsgeschwindigkeit mit der β-Umwandlungstendenz der anderen Glieder seiner Plejade verglichen wird.

VII. Die Endprodukte der Zerfallsreihen und die isotopen Bleisorten.

1. Theoretisches.

Die Umwandlungsprodukte des *RaF* und RaC_2, *ThD* und ThC_2, *AcD* und AcC_2 konnten radioaktiv nicht nachgewiesen werden und man nahm gewöhnlich an, daß die bei der Umwandlung dieser Elemente entstehenden Produkte vollkommen stabil sind. Man nannte sie deshalb Endprodukte der Reihen und vermutete, daß sie mit einem oder mehreren der gewöhnlichen Elemente identisch sind. Vor der Einreihung der Radioelemente in das periodische System ist es nur im Falle des Umwandlungsproduktes des *RaF* (*RaG*) gelungen, die Frage nach seiner Natur mit großer Wahrscheinlichkeit zu beantworten.

Nach einer zuerst von B. Boltwood[1]) geäußerten Ansicht bildet das Blei das Endprodukt der Uran-Radium-Poloniumreihe. Diese Auffassung stützte sich hauptsächlich auf die Tatsache, daß man Blei in allen Uranmineralien findet, und zwar in Mengen, die bei Mineralien gleichen Alters proportional dem Urangehalt sind, und bei verschieden alten Mineralien mit dem Alter steigen. Beides ist zu erwarten, wenn das Blei durch den langsamen Zerfall des Urans entsteht und im Laufe geologischer Zeiten in dem Mineral akkumuliert wird. Auch ein Vergleich der Atomgewichte schien diese Auffassung zu stützen. Ging man von dem früher geltenden Werte für das Atomgewicht des U_1 (238,5) oder *Ra* (226,4) aus, so erhielt man in bekannter Weise für das zu erwartende Atomgewicht des *RaG* den Wert 206,5 bzw. 206,4, dem das Atomgewicht des Bleies (207,1) von allen gewöhnlichen Elementen am nächsten lag. Die bestehende Diskrepanz dachte man auf kleine Umsicherheiten der Atomgewichte zurückführen zu können. Nun hat aber die Revision der betreffenden Atomgewichte den Unterschied nicht verkleinert, sondern wesentlich vergrößert. Aus den jetzt geltenden Werten für das Atomgewicht des U_1 (238,2) und *Ra* (226,0) berechnet sich das Atomgewicht

ferate Chemiker-Ztg. 1914 S. 1026, Zeitschr. f. angew Chemie **27** (III), 596, 1914.

1) Das Verhalten des *AcX* steht in Übereinstimmung mit dieser Ansicht. Vgl. auch Kap. VII, 4.

2) K. Fajans, diese Zeitschr. **14**, 951, 1913.

3) F. Soddy, Phil. Mag. **18**, 739, 1909; E. Marsden und C. G. Darwin, Proc. Roy. Soc. **87** A, 17, 1912.

4) Wie aus Tabelle 1 zu ersehen ist, beträgt $\frac{\lambda\alpha}{\lambda\beta}$ beim RaC_1 $\frac{3}{9997}$, beim ThC_1 $\frac{35}{65}$, beim AcC_1 $\frac{9985}{15}$. Näheres vgl. (3) S. 40 und E. Marsden und P. B. Perkins, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron. **11**, 211, 1914.

1) Am. Journ. Science **20**, 253, 1905; **23**, 77, 1907; vgl. auch A. Holmes, Proc. Roy. Soc. **85** (A), 248, 1911.



des *RaG* zu 206,2 bzw. 206,0, während das Atomgewicht des Bleies 207,20 ist[1]).

Die Einreihung der Radioelemente in das periodische System und der Begriff der Isotopie ergaben nun den Weg zur Aufklärung dieses Widerspruches und gleichzeitig auch wichtige Aufschlüsse über die Natur der übrigen „Endprodukte". Die Anwendung der Verschiebungssätze auf die Umwandlungen der oben genannten 6 Elemente ergibt (vgl. Tabelle 1), daß ihre Umwandlungsprodukte alle in die Bleiplejade gehören. Im Falle des *RaG* steht dieses Resultat in bezug auf das qualitativ-chemische Verhalten in bester Übereinstimmung mit der Boltwoodschen Hypothese. Weiterhin genügte es anzunehmen, daß das *RaG*, d. h. das in Uranmineralien vorkommende „Blei" dem gewöhnlichen Blei nur in chemischen Eigenschaften, nicht aber im Atomgewicht gleicht, d. h. mit ihm isotop ist, um den Widerspruch der Atomgewichtsbetrachtung zu erklären.

Die beiden Umwandlungsprodukte des *ThD* und ThC_2 haben gleiche chemische Eigenschaften (beide sind Isotopen des Bleies) und auch ihr berechnetes Atomgewicht ist gleich, und zwar 208,1. Vom chemischen Standpunkt betrachtet können wir sie deshalb als ein Element auffassen und Thoriumblei (oder ThD_2) nennen. Es muß in Thormineralien vorzufinden sein. Wie wir gleich sehen werden, ist das Thorblei nicht vollkommen stabil, so daß es offen bleibt, ob seine zwei Bestandteile auch die gleiche Lebensdauer haben. Aber auch das ist auf Grund der Abhängigkeit der Lebensdauer der Isotopen vom Atomgewicht wahrscheinlich[2]).

Aus denselben Gründen wie beim Thoriumblei können wir auch die Umwandlungsprodukte des *AcD* und AcC_2 vom chemischen Standpunkte als ein Element betrachten, und werden es Aktiniumblei (AcD_2) nennen. Sein zu erwartendes Atomgewicht hängt von dem unbekannten Atomgewicht des Aktiniums selbst ab. Wenn letzteres gleich 226 bzw. 227 ist, so ist das Atomgewicht des Aktiniumbleies zu 206 bzw. 207 anzunehmen. Da das Aktinium aus Uran entsteht, muß das Aktiniumblei in Uranmineralien sich vorfinden, und da es vom *RaG* chemisch untrennbar ist, wird das aus diesen Mineralien gewinnbare „Blei" — Uranblei — ein Gemisch von *RaG* und AcD_2 vorstellen. Da aber die Aktiniumreihe eine Abzweigung im Verhältnis von nur 8 : 92 von der Hapturanreihe bildet, kann das AcD_2, wenn es nicht viel stabiler als *RaG* ist, dessen Atomgewicht nur wenig beeinflussen[1]).

Obige Betrachtung, die vom Verfasser und von Soddy[2]) in der Hauptsache schon gelegentlich ihrer ersten Arbeiten über die Einreihung der Radioelemente in das periodische System angestellt wurde[3]), zeigt, daß es mehrere radioaktiv nicht nachweisbare Bleisorten geben muß, deren Atomgewichte zwischen den stark verschiedenen Werten 206,0 und 208,1 liegen, während das Atomgewicht des gewöhnlichen Bleies 207,2 beträgt. Es eröffnete sich somit der Weg, direkt experimentell die Existenz von Bleisorten mit verschiedenem Atomgewicht festzustellen, wenn es gelang, die betreffenden Elemente voneinander getrennt zu erhalten. Die zur Prüfung dieser Überlegungen angestellten Versuche haben nun gezeigt, daß dies zum Teil wenigstens möglich ist.

2. Uranblei.

Als Ausgangsmaterial für derartige Untersuchungen sind als Idealfälle thorfreie Uranmineralien und uranfreie Thormineralien zu betrachten. Erstere sind leicht zugänglich, und es konnte deshalb die Frage des Uranbleies einer gründlichen Untersuchung unterzogen werden. Atomgewichtsbestimmungen an aus verschiedenen Uranmineralien abgeschiedenen Bleipräparaten sind fast gleichzeitig von Th. W. Richards und M. Lembert[4]), Maurice Curie[5]), O. Hönigschmid und Frl. St. Horovitz[6]) angestellt worden. Richards und

1) G. P. Baxter, Th. Thorvaldson und F. L. Grover, Journ. Am. Chem. Soc. **37**, 1020 u. 1027, 1915.

2) Wegen der verschiedenen Geschwindigkeit der α-Strahlen des ThC_1 und ThC_2 ist der Energieverlust auf den beiden Umwandlungszweigen etwas verschieden, weswegen allerdings zwischen den Umwandlungsprodukten von *ThD* und ThC_2 ein Atomgewichtsunterschied von wenigen Einheiten der dritten Dezimale zu erwarten ist. Ob dieser Unterschied genügt, um eine Verschiedenheit der Lebensdauer zu bedingen, läßt sich indessen nicht beurteilen.

1) Was das Umwandlungsprodukt des RaC_2 anbelangt, so sind sowohl seine chemischen Eigenschaften als auch das Atomgewicht denen des *RaD* gleich. Es ließ sich aber bis jetzt nicht entscheiden, ob es mit *RaD* identisch ist oder vielleicht ein stabileres in Mineralien akkumulierbares Element vorstellt. Doch ist wegen der außerordentlich kleinen Mengen, in welchen das RaC_2 gebildet wird, diese Frage für die folgenden Betrachtungen praktisch belanglos.

2) Die Vermutung, daß das *RaG* ein anderes Atomgewicht als das gewöhnliche Blei hat, wurde privatim etwas früher von Russell geäußert. Vgl. (8) und auch G. v. Hevesy (5).

3) Näheres vgl. (10).

4) Zeitschr. f. anorg. Chem. **88**, 429, 1914. Diese Versuche sind auf direkte Anregung des Verfassers angestellt worden, vgl. (10) und Zeitschr. f. Elektrochem. **20**, 449, 1914.

5) C. R. **158**, 1676, 1914.

6) Wien. Ber. **123** (II b), 1033, 1914.

Lembert untersuchten Bleiproben aus Pechblende (Joachimsthal und Cornwall), Carnotit (Colorado) und Urananit (Nord-Carolina), und erhielten für das Atomgewicht des „Bleies“[1]) die Werte 206,57, 206,86 206,59 und 206,40, während bei der Revision des Atomgewichtes des gewöhnlichen Bleies der Wert 207,15 resultierte. Die Bleipräparate, die Curie zu seinen Versuchen dienten, stammten aus Pechblende, Carnotit und Yttrotantalit, und ergaben als Resultate 206,64, 206,36 und 206,34, während für das gewöhnliche Blei nach derselben Methode sich der Wert 207,01 ergab. Schließlich erhielten Hönigschmid und Frl. Horovitz für Blei aus Joachimsthaler Pechblende den Wert 206,74. Alle diese Resultate haben mit Sicherheit bewiesen, daß in Uranmineralien ein auf chemischem Wege vom Blei untrennbares Element sich befindet, dessen Atomgewicht beträchtlich niedriger als das des gewöhnlichen Bleies ist. Das steht mit den Erwartungen der Theorie, wonach *RaG* mit dem Atomgewichte 206,0 in diesen Mineralien sich befinden sollte, qualitativ im besten Einklang. Die Schwankungen, die Präparate verschiedenen Ursprungs zeigten, sprachen jedoch dafür, daß man es bei den meisten der untersuchten Proben nicht mit reinem radioaktiv entstandenen Uranblei zu tun hatte, sondern daß sie wohl durch gewöhnliches Blei, das von Begleitmineralien stammt, verunreinigt waren. Hönigschmid und Frl. Horovitz untersuchten[2]) deshalb bald darauf Bleipräparate aus sehr reiner kristallisierter Pechblende (Morogoro in Deutsch-Ostafrika) und aus Bröggerit (Moos-Norwegen), und erhielten für das Atomgewicht die Werte 206,05 bzw. 206,06, welche in sehr naher Übereinstimmung mit dem für das *RaG* aus dem Atomgewicht des *Ra* sich ergebenden Wert 205,94[3]) stehen. Ob der etwas höhere experimentelle Wert durch das Vorhandensein des Aktiniumbleies oder des gewöhnlichen Bleies bedingt ist, oder ob hier einer der beim Vergleich der Atomgewichte des Urans und Radiums (Kap. II) diskutierten Umstände mitspielt, läßt sich vorerst nicht entscheiden. So viel kann man jedoch diesem Resultat entnehmen, daß das Atomgewicht des AcD_2 entweder nahe dem des *RaG* steht[1]), oder es stellt das Aktiniumblei ein unstabiles Element vor.

1) Im folgenden wird die Bezeichnung Blei, ohne nähere Angabe, ob gewöhnliches oder radioaktiv entstandenes „Blei“ gemeint ist, für in wägbaren Mengen zugängliche Glieder der Bleiplejade oder ihre Gemische benutzt.

2) Wien. Ber. **123** (II a), 2407, 1914.

3) Nach Abzug vom Atomgewicht des *Ra* (225,97) für 5 Heliumatome 20,00 und für die Energieverminderung 0,03.

3. Thoriumblei.

Viel schwieriger ist die Frage des Thorbleies. Da uranarme Thormineralien einen nur sehr kleinen Bleigehalt aufweisen, schloß B. Boltwood[2]), daß das Blei als Endprodukt der Thoriumreihe nicht in Betracht kommt. Die Forderung der Verschiebungssätze, daß das ThD_2 ein Glied der Bleiplejade sein muß, läßt sich mit diesem Schluß nur dann vereinbaren, wenn man annimmt[3]), daß das ThD_2 kein vollkommen stabiles Element vorstellt, sondern nur langlebig genug ist, um den radioaktiven Methoden zu entgehen. In der Tat ist ja sowohl das ThD_2 als das AcD_2 analog dem *RaD*, und unterliegen wohl deshalb wie dieses β-Umwandlungen. Die Beispiele des $MsTh_1$ und *Ac* zeigen aber, daß der Nachweis einer Strahlung bei langlebigen β-Strahlern nicht immer gelingt. Man kann nun auf Grund des Bleigehaltes von uranarmen Thormineralien auch eine angenäherte Schätzung der Lebensdauer des ThD_2 durchführen. Der vom Verfasser (10) beschrittene Weg sei an der Hand eines Beispiels erläutert. Die Analyse eines Thorits[4]) ergab 0,41 Proz. Uran, 29,2 Proz. Thor und nur 0,020 Proz. Blei. Dem Uran entsprechen aber ca. 0,016 Proz. Uranblei, wie man aus dem bei uranreichen Mineralien derselben geologischen Schicht gefundenen konstanten Verhältnis $\frac{\text{Blei}}{U} = 0{,}04$ schließen kann. Für das Thorblei und das evtl. vorhandene primär abgeschiedene gewöhnliche Blei bleiben also nur 0,004 Proz. übrig, so daß man als obere Grenze für das Verhältnis $\frac{ThD_2}{Th}$ erhält $\frac{0{,}004}{29} = 1{,}4 \cdot 10^{-4}$. Dies ist zugleich die obere Grenze für das radioaktive Gleichgewichtsverhältnis, woraus man mit Hilfe der Halbwertszeit des Thoriums ($1{,}5 \cdot 10^{10}$ Jahre) für die obere Grenze der Halbwertszeit des ThD_2 den Wert $2 \cdot 10^6$ J. erhält.

1) Wäre das Atomgewicht des als stabil angenommenen AcD_2 210, so müßte das des Uranbleies 206,26 ($0{,}92 \cdot 205{,}94 + 0{,}08 \cdot 210$) betragen, also beträchtlich mehr, als experimentell gefunden. Nimmt man jedoch für AcD_2 207 an, so berechnet sich das Atomgewicht des Uranbleies zu 206,08 in fast vollkommener Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert.

2) Am. Journ. Science **23**, 87, 1907. Vgl. auch A. Holmes, Proc. Roy. Soc. **85** A, 248, 1911.

3) K. Fajans, Le Radium **10**, 171, 1913.

4) A. Holmes l. c. S. 254, derselbe und R. W. Lawson, Phil. Mag. **28**, 832, 1914.

Um auf Grund solcher Analysen nicht nur die obere Grenze, sondern die wirkliche Halbwertszeit des ThD_2 bestimmen zu können, müßte man den Gehalt der Mineralien an gewöhnlichem Blei kennen. Holmes und Lawson[1]) machten nun die Annahme, daß dieser Gehalt pro 1 g bei 4 von ihnen untersuchten Mineralien derselben Fundstätte gleich ist, und konnten durch 4 Kombinationen von je 3 Analysen die drei Unbekannten: die Menge des gewöhnlichen Bleies, das Verhältnis

$$k = \frac{\text{Uranblei}}{\text{Uran}} \text{ und } m = \frac{\text{Thorblei}}{\text{Thor}}$$

bestimmen. Die je 4 erhaltenen Werte schwankten für das gewöhnliche Blei zwischen 0,0000 und 0,0026 (pro 100 g Mineral) für k zwischen 0,042 und 0,044, für m zwischen $2 \cdot 10^{-5}$ und $11,4 \cdot 10^{-5}$. Nimmt man m im Mittel zu $7 \cdot 10^{-5}$, so folgt für die Halbwertszeit des ThD_2 ca. 10^6 Jahre. Wie nahe dieser Wert der wirklichen Halbwertszeit des Thoriumbleies entspricht, müssen erst spätere Untersuchungen lehren.

Wegen der relativen Kurzlebigkeit des ThD_2, kann man nur dann hoffen, sein Atomgewicht experimentell bestimmen zu können, wenn man Blei aus Mineralien gewinnt, in denen das Verhältnis Th/U besonders groß ist. Die bisherigen Resultate der Atomgewichtsbestimmungen an Blei aus Thormineralien ergeben nach dieser Richtung noch kein genügend klares Bild.

Richards und Lembert (l. c.) fanden für das Atomgewicht von Blei aus Thorianit (60 Proz. Th, 22 Proz. U) den Wert 206,82. Berücksichtigt man, daß U etwa 3mal schneller zerfällt als Th, so müßten im Falle gleicher Stabilität des Uranbleies und des ThD_2 diese zwei Bleisorten in diesem Thorianit in ungefähr gleichen Mengen zugegen sein, woraus das mittlere Atomgewicht 207,1 folgt. Der experimentelle Wert ist beträchtlich kleiner und läßt sich kaum anders als durch die Unstabilität des ThD_2 erklären[2]).

Im Widerspruch mit der Annahme der oben angegebenen Halbwertszeit des ThD_2 scheinen indessen die Versuche von F. Soddy und H. Hymann[3]) und von Soddy[4]) zu stehen. Diese Autoren verglichen durch zwei relative Methoden das Atomgewicht des Bleies aus Thorit (Ceylon), in welchem $Th/U = 35,5$ war, mit dem Atomgewicht des gewöhnlichen Bleies. Eine Titrationsmethode ergab für das Thoritblei den Wert 208,5, aus der Dichtebestimmung an den Metallen folgte unter der sehr wahrscheinlichen Voraussetzung des gleichen Atomvolumens der Isotopen (vgl. Kapitel IX, 5), der Wert 207,74, wenn das Atomgewicht des gewöhnlichen Bleies zu 207,20 angenommen wird. Leider war die Genauigkeit der ersten Methode nicht sehr groß, bei der zweiten liegt nur eine Bestimmung vor. Sollten sich jedoch diese Angaben bestätigen, so müßte das Thorblei jedenfalls stabiler sein als oben angegeben (10^6 J.): man kann leicht auf Grund der Zusammensetzung des betr. Thorits berechnen, daß sogar der kleinere Wert 207,74 für die Halbwertszeit des Thorbleies mindestens $8 \cdot 10^7$ J. fordert.

Wenn auch mehrere Punkte der Thorbleifrage noch einer Klärung bedürfen, scheint wenig Zweifel darüber zu bestehen, daß ThD_2 kein vollkommen stabiles Element ist, es stellt also auch nicht das Endprodukt der Thoriumreihe vor. Wenn es einer β-Umwandlung unterliegt, müßte ein Glied der Wismutplejade dabei entstehen[1]). Angaben über das Vorkommen von Wismut in radioaktiven Mineralien gibt es viele, doch lassen sich vorerst über seinen Zusammenhang mit den radioaktiven Reihen nur Vermutungen anstellen.

4. Gewöhnliches Blei.

Von großem Interesse ist die Frage, ob das aus gewöhnlichen Bleimineralien gewinnbare Blei mit dem Atomgewicht 207,2 im Zusammenhang mit den radioaktiven Familien steht. Da sein Atomgewicht zwischen denen des Uranbleies und ThD_2 steht, wäre es am naheliegendsten anzunehmen (6, 7, 8), daß das gewöhnliche Blei ein Gemisch dieser Elemente vorstellt. Wenn jedoch, wie es den Anschein hat, das ThD_2 ein unstabiles Element ist, kann diese Hypothese kaum aufrecht erhalten werden. Ein Zusammenhang mit den bekannten Umwandlungsreihen läßt sich dann nur auf Grund der Annahme vermuten, daß das gewöhnliche Blei mit dem Aktiniumblei identisch ist, dessen Atomgewicht ja auch in der Nähe von 207 liegen dürfte. Dies wäre nicht undenkbar, wenn das AcD_2 beträchtlich langlebiger als RaG[2]) wäre, und somit leichter wie dieses die kosmischen Zeiten überdauern

1) l. c. und ebenda **29**, 673, 1915; Wien. Ber. **123** (IIa), 1373, 1914.

2) M. Curie (l. c.) erhielt für Blei aus Monazit den Wert 207,08, der etwas höher als der von ihm für das gewöhnliche Blei gefundene 207,01 ist. Es läßt sich aber schwer beurteilen, ob die Abweichung die Versuchsfehler überschreitet.

3) Journ. Chem. Soc. **105**, 1402, 1914.

4) Nature **94**, 615, 1915.

1) (6, 7), Holmes und Lawson l. c.

2) Die untere Grenze für die Halbwertszeit des als unstabil angenommenen RaG ergibt sich auf Grund von Mineralanalysen zu $2 \cdot 10^8$ J. (10).

könnte[1]). Von großer Bedeutung ist aber jedenfalls der Befund von G. P. Baxter und F. L. Grover[2]), daß die von ihnen untersuchten 7 Proben gewöhnlichen Bleies, die sehr verschiedenen mineralogischen und geographischen Ursprungs waren, innerhalb der Versuchsfehler dasselbe Atomgewicht zeigten.

5. Ionium, Thorium.

Im Falle der isotopen Bleisorten ist es zum ersten Male gelungen, auf gewöhnlichem chemischen Wege die Existenz von Elementen mit verschiedenem Atomgewicht und gleichen chemischen und spektroskopischen (Kap. IX, 4) Eigenschaften nachzuweisen. Im Zusammenhange damit sei hier ein zweiter ähnlicher Fall erwähnt, nämlich der Befund von O. Hönigschmid[3]), daß während das Atomgewicht des gewöhnlichen Thoriums aus Monazitsand 232,15 beträgt, ein aus Joachimsthaler Pechblende abgeschiedenes Thorium-Ionium-Gemisch, das weder in chemischer noch in spektroskopischer Hinsicht vom Thorium zu unterscheiden ist, aber eine sehr starke α-Aktivität besitzt, ein Atomgewicht 231,51 zeigt. Nimmt man das Atomgewicht des *Io* zu 230 an, so berechnet sich der Ioniumgehalt des Präparates zu 30 Proz.

VIII. Die Struktur der Atome[4]).

Seit der Entdeckung der negativen Elektronen ist es das Bestreben aller Theorien des Atombaues, diesen auf die negative und positive Elektrizität zurückzuführen. Die Masse des Atoms muß also aus der Masse der das Atom aufbauenden Elektrizität abzuleiten sein. Die Masse des negativen Elektrons beträgt nur 1/1850 der des Wasserstoffatoms. Da man weiterhin auf Grund vieler Erscheinungen zu dem Resultat geführt wurde, daß die Zahl der Elektronen im Wasserstoffatom von der Größenordnung 1 ist, muß gefolgert werden, daß der Hauptteil der Masse des Atoms an seine positive Elektrizität gebunden ist, d. h. daß die positive Elektrizität bei gleicher Ladung eine viel größere Trägheit besitzt als die negative. Als Stütze für diese Auffassung kann auch die Tatsache angesehen werden, daß das Wasserstoffion das leichteste positiv geladene Teilchen ist, das bis jetzt beobachtet wurde. Die nächstliegende Annahme, das Wasserstoffion sei das positive Elektron selbst, hat man indessen lange Zeit aus folgendem Grunde gemieden: das neutrale Wasserstoffatom muß in diesem Falle, wie mit Rutherford (11) und N. Bohr (12) jetzt angenommen wird[1]), aus einem positiven Elektron bestehen, um welches ein negatives Elektron kreist. Nach der klassischen Elektrodynamik könnte jedoch ein solches System nicht stabil sein, denn das kreisende Elektron müßte strahlen, dabei Energie verlieren und schließlich mit dem positiven Elektron zusammenfallen. Es gelang erst Bohr (12) diese Schwierigkeit zu beseitigen: er nimmt im Gegensatz zur klassischen Elektrodynamik an, daß beim Kreisen eines Elektrons keine Strahlungsenergie emittiert wird, und daß ein Elektron nur dann zur Entstehung elektromagnetischer Strahlung Anlaß gibt, wenn es von einer Bewegungsbahn auf eine andere stürzt. Durch die Anwendung der Quantentheorie auf diesen Strahlungsprozeß und auf Grund der erwähnten einfachen Struktur des Wasserstoffatoms ist es Bohr gelungen, nicht nur die allgemeine Form der Balmerschen Wasserstoffserie abzuleiten, sondern auch den Wert der Rydbergschen Konstante aus der Ladung und Masse des negativen Elektrons und der Planckschen Konstante h richtig zu berechnen[2]).

Ist nun das positive Elektron mit dem Wasserstoffion identisch, und ist seine Masse m rein elektromagnetischen Ursprungs, so folgt aus der Formel $m = {}^2/_3 \frac{e^2}{a}$, daß der Radius a des kugelförmig gedachten positiven Elektrons (Ladung e) ca. 10^{-16} cm beträgt, während der Radius des negativen Elektrons zu $2 \cdot 10^{-13}$ cm angenommen wird, der Radius der Atome zu 10^{-8} cm.

Was nun den Bau der schwereren Atome anbelangt, so wurde Rutherford[3]) auf Grund der Versuche von Geiger und Marsden über die Zerstreuung der α-Teilchen bei ihrem Durchgang durch Materie zu folgender Vorstellung geführt: Das Atom jedes Elementes besteht aus einem positiv geladenen Zen-

1) Wendet man die Lebensdauer-Atomgewicht-Regeln auf die Bleiplejade an, indem man alle ihre Glieder als β-Strahler betrachtet (10), so würde die obige Hypothese bedeuten, daß in dieser Plejade beim Atomgewicht 207 die Lebensdauer ein Maximum aufweist, um sowohl zu kleineren wie zu größeren Atomgewichten abzunehmen. Dieses Maximum würde somit der von Swinne (Kap. VI) vorgeschlagenen Form der Regeln entsprechen.

2) Journ. Am. Chem. Soc. **37**, 1027, 1915.

3) Chemiker-Ztg. **39**, 806, 1915.

4) Näheres vgl. (11, 12) und die Discussion on the structure of the atom. Brosch. herausgegeb. von der Roy. Soc. London (19. März 1914).

1) Vgl. aber J. Stark, Ann. d. Physik **48**, 209, 1915 und A. Heydweiller, Verh. d. D. physik. Ges. **17**, 359, 1915.

2) Vgl. auch P. Debye, Ber. Bayr. Akad. 1915, S. 1.

3) Phil. Mag. **21**, 669, 1911.

tralkern, dessen Ladung von Element zu Element wechselt. Um den Kern in konzentrischen Ringen angeordnet kreisen negative Elektronen, deren Gesamtladung im neutralen Zustande des Atoms gleich der Ladung des Kernes ist. Der Radius des Zentralkernes ist sehr klein im Vergleich zum Radius des Atoms, und seine obere Grenze wird für das Goldatom zu $3 \cdot 10^{-12}$ angegeben.

Von grundlegender Bedeutung ist die Frage nach der Größe der positiven Ladung der Atomkerne verschiedener Elemente. Rutherford schloß zuerst auf Grund der Zerstreuungsversuche, daß diese Ladung, ausgedrückt in Elementarquanten als Einheit, ungefähr dem halben Atomgewicht des Elementes gleich ist. Besonders verlockend ist jedoch die in naher Übereinstimmung damit stehende zuerst von A. van den Broek[1]) geäußerte Ansicht. Danach soll die Kernladung gleich sein der Ordnungszahl des Elementes, die man erhält, wenn die Elemente in der Reihenfolge ihrer Anordnung im periodischen System numeriert werden (vgl. Tabelle 3).

Die Ordnungszahl 1 des Wasserstoffes steht somit in bester Übereinstimmung mit der oben erwähnten Annahme, daß sein Kern mit dem positiven Elektron identisch ist. Helium hat die Ordnungszahl 2, und es müßte somit nach der van den Broekschen Hypothese sein Atomkern eine doppelte positive Ladung besitzen, was mit der Rutherfordschen Annahme, daß der Heliumkern mit dem α-Teilchen identisch ist, in bestem Einklang steht[2]).

Die Ordnungszahl und Kernladung des Lithiums soll 3 betragen, die des Berylliums 4 und so weiter bis zum Uran, dessen Ordnungszahl auf Grund weiter zu erläuternder Tatsachen 92 betragen soll.

Über die Anordnung der Elektronen in den schwereren Atomen ist so gut wie gar nichts bekannt. Sogar beim Lithium ist es nicht gelungen, darüber zu wahrscheinlichen Vorstellungen[3]) zu gelangen. Im allgemeinen ist es aber höchstwahrscheinlich, daß die Konfiguration der Elektronen in erster Linie von der Größe der Kernladung abhängt, und daß die chemischen und die meisten physikalischen Eigenschaften der Elemente mit den nahe der Oberfläche des Atoms befindlichen Elektronen zusammenhängen, also von der Kernladung abhängen.

Da die Masse der Atome zum größten Teil an die positive Elektrizität gebunden ist, hängt sie in dem Rutherfordschen Atom mit dem Kern zusammen. Aus dem letzteren müssen auch die positiv geladenen α-Teilchen bei radioaktiven Umwandlungen ihren Ursprung nehmen. Die Unbeeinflußbarkeit der radioaktiven Umwandlungen durch physikalische und chemische Einflüsse steht damit in bester Übereinstimmung. Aus letzterem Grunde nimmt man mit Bohr[1]) und Rutherford an, daß auch die β-Teilchen aus dem Kern ausgeschleudert werden. Die Kerne, mindestens die mancher radioaktiver Atome, müssen somit auch negative Elektronen enthalten. Die positive Ladung des Atomkernes wäre danach eine algebraische Summe der den Kern zusammensetzenden positiven und negativen Teilchen. So könnte z. B. der doppelt geladene Heliumkern mit der Masse 4 aus vier positiven Elektronen (Wasserstoffkernen mit der Masse 1) und zwei negativen Elektronen bestehen[2]). Jedenfalls ist es aber wahrscheinlich, daß das α-Teilchen als Ganzes einen Bestandteil der Kerne der radioaktiven Atome bildet.

Eine überzeugende Stütze der obigen Vorstellungen bilden die Verschiebungssätze und die Existenz der isotopen Elemente. Schon gelegentlich seiner Arbeit über die Stellung der Radioelemente im periodischen System hat Soddy (8) die Verschiebung um eine Stelle im System mit der Änderung des Elektrizitätsgehaltes des Atoms um eine Elementarladung in Zusammenhang gebracht. Zu voller Klarheit gelangte aber dieser Gesichtspunkt erst durch die Heranziehung (Bohr (12) und Soddy[3])) der van den Broekschen Hypothese und durch die Annahme, daß sowohl die α- als die β-Teilchen im Kern ihren Ursprung nehmen. In der Tat, wenn die Erhöhung der Ordnungszahl um eine Einheit um ebenso viel die positive Kernladung vergrößert, muß bei der Emission eines doppelt positiv geladenen α-Teilchens der Übergang zur zweitniedrigeren Gruppe, bei der Emission eines einfach negativ geladenen β-Teilchens ein sol-

1) Diese Zeitschr. **14**, 32, 1913.

2) Daß das α-Teilchen und der Wasserstoffkern einen äußerst kleinen Durchmesser haben (obere Grenze 10^{-13} cm), folgt besonders überzeugend aus der großen Geschwindigkeit, die die Wasserstoffkerne beim Zusammentreffen mit α-Teilchen bei deren Durchgang durch gasförmigen Wasserstoff erhalten. E. Marsden, Phil. Mag. **27**, 824, 1914. G. C. Darwin, ibid. S. 499.

3) (12) und J. W. Nicholson, Phil. Mag. **27**, 541, 1914.

1) (12) S. 500.

2) Allerdings ist mit dieser Vorstellung die Berechnung der oberen Grenze des Radius des α-Teilchens zu 10^{-13} cm schwer zu vereinbaren, wenn der Radius des negativen Elektrons $2 \cdot 10^{-13}$ cm betragen soll.

3) Nature **92**, 399, 1913.

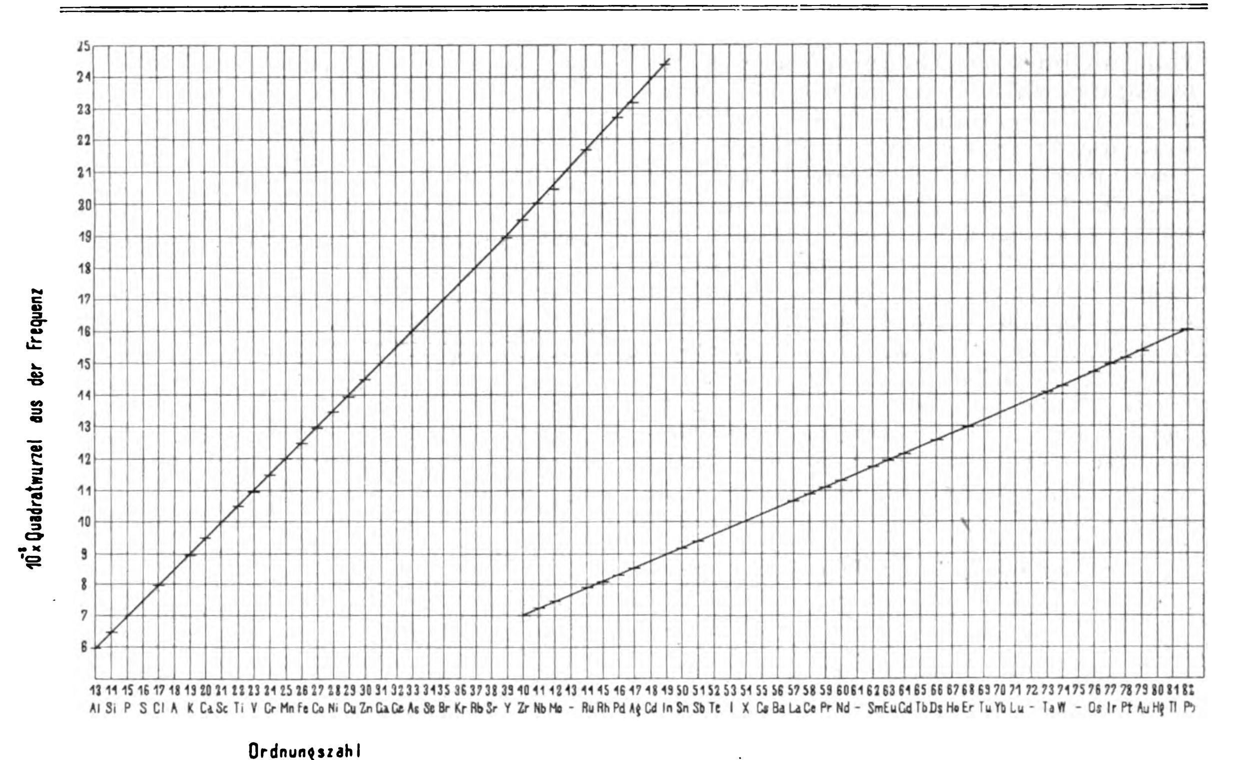


Fig. 1.

cher zur nächsthöheren Gruppe des periodischen Systems stattfinden. Erleidet weiterhin ein Element (U_1) eine α-Umwandlung, und folgen ihr dann zwei β-Umwandlungen, so muß nach dem Obigen die Kernladung des nach der dritten Umwandlung entstehenden Elementes (U_2) gleich sein der Kernladung des ersten Elementes (U_1). Da aber von der Kernladung in erster Linie die physikalischen und chemischen Eigenschaften der Elemente abhängen, müssen U_1 und U_2 sehr nahe übereinstimmende Eigenschaften besitzen, obwohl ihre Atomgewichte sich um 4 Einheiten unterscheiden. Dadurch ist das Wesen der Isotopie erklärt; ihr liegt die gleiche Kernladung mehrerer Elemente zugrunde.

Die van den Broeksche Hypothese hat weiterhin durch die Moseleyschen Wellenlängenmessungen an charakteristischen Röntgenstrahlen vieler Elemente eine wichtige Stütze erhalten.

Wie Ch. G. Barkla[1]) u. A. zeigten, emittiert jedes Element unter dem Einfluß von Röntgen- oder Kathodenstrahlen eine homogene, sogenannte charakteristische Röntgenstrahlung von bestimmter Härte. Bei mehreren Elementen ist es gelungen zwei Arten charakteristischer Strahlen zu finden, eine härtere — die K-Serie — und eine weichere — die L-Serie. Durch Absorptionsmessungen fand nun Barkla, daß die Härte der charakteristischen Strahlen derselben Serie mit steigendem Atomgewicht der Elemente steigt.

Als die Lauesche Fundamentalentdeckung[1]) der Interferenzerscheinungen der Röntgenstrahlen in Kristallen und die glänzenden Arbeiten von W. H. und W. L. Bragg[2]) Wellenlängenmessungen an Röntgenstrahlen ermöglichten, untersuchte H. G. Moseley (13)[3]) das Röntgenspektrum einer großen Reihe von Elementen. Er fand, daß die Strahlen der K-Serie in der Hauptsache aus zwei scharfen Linien α und β bestehen. Sowohl die Wellenlänge als auch die Intensität der α-Linien ist größer als die der β-Linien. Im Falle der L-Serie bestand das Spektrum in der Hauptsache aus je 5 Linien α, β, γ, δ und ε, die in der Reihenfolge fallender Intensität und Wellenlänge aufgezählt sind. In Analogie zu den Resultaten von Barkla ergab sich nun, daß beim Fortschreiten im periodischen System in der Richtung steigender Atomgewichte die Frequenz einander entsprechender Linien von Element zu Element fällt. Moseley zeigte auch, daß die Quadratwurzel aus diesen Frequenzen in an-

1) Zusammenfassender Bericht im Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron. **8**, 471, 1911.

1) Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **11**, 308, 1914.
2) Ibid. 346.
3) Vgl. auch J. Malmer, Phil. Mag. **28**, 787, 1914.

nähernd linearer Abhängigkeit von der Ordnungszahl der Elemente im periodischen System sich befindet, während sich zum Atomgewicht keine eindeutige Beziehung zeigte. So liegt die Frequenz vom Kobalt zwischen denen von Eisen und Nickel, was auch der Reihenfolge, die diesen Elementen auf Grund ihrer chemischen Eigenschaften im periodischen System zugewiesen wird, entspricht, obwohl das Atomgewicht des Kobalts höher ist, als die Atomgewichte von Eisen und Nickel. In Fig. 1 ist die Quadratwurzel aus der Frequenz der α-Linien der K- und der L-Serie als Ordinate gegen die Ordnungszahl der Elemente als Abszisse aufgetragen. Für die obere Gerade (K-Serie) gilt die Beziehung

$$\nu = \frac{3}{4} \nu_0 (N-1)^2,$$

für die untere (L-Serie)

$$\nu = \frac{5}{36} \nu_0 (N-7{,}4)^2$$

wo ν_0 die Rydbergsche Fundamentalfrequenz bedeutet, während N die Ordnungszahl des Elementes ist, wenn die des Aluminiums zu 13 angenommen wird.

Aus diesen einfachen Beziehungen muß man folgern, daß in den Atomen der Elemente eine fundamentale Größe (N) enthalten ist, die je um eine Einheit steigt, wenn man sich von Stelle zu Stelle des periodischen Systems bewegt. Es ist höchstwahrscheinlich, daß diese Größe in Übereinstimmung mit der van den Broekschen Hypothese eben die positive Kernladung ist. Daß die Frequenz der jedenfalls nahe dem Atomzentrum befindlichen Elektronen, deren Schwingungen für die Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlen verantwortlich gemacht werden, mit der Kernladung steigt, ist qualitativ durchaus verständlich[1]), denn mit letzterer steigt auch die auf das Elektron wirkende Anziehungskraft. Es ist aber bis jetzt noch nicht gelungen, die Moseleyschen Beziehungen auf Grund dieser Vorstellung genau abzuleiten. Ein Zusammenhang mit der Bohrschen Strahlungstheorie ist jedoch wahrscheinlich[2]), wenn auch noch nicht erwiesen[3]). Auf einige wichtige Anwendungen der Moseleyschen Resultate werden wir später noch eingehen.

1) (12) S. 408.
2) (13) W. Kossel, Verh. d. D. physik. Ges. **16**, 953, 1914.
3) F. A. Lindemann, ibid. **16**, 281, 1914. J. W. Nicholson, l. c. Bohr, Phil. Mag. **30**, 412, 1915.

IX. Eigenschaften isotoper Elemente.

1. Theoretisches[1]).

Als Grundlage für die Diskussion der voraussichtlichen Eigenschaften der Isotopen soll das Rutherford-Bohrsche Atommodell dienen. Es sind dann vor allem scharf zu trennen die Kerneigenschaften und die Elektroneneigenschaften.

Die Kerne isotoper Elemente weisen das Gemeinsame auf, daß die algebraische Summe der sie zusammensetzenden positiven und negativen Ladungen gleich ist. Die Zusammensetzung der Kerne ist aber eine recht verschiedene, und es enthält z. B. der Kern von *RaG* um zwei α-Teilchen und vier negative Elektronen weniger als der Kern seines Isotopen *RaB*. Es ist also klar, daß die Konstitution der Kerne der Isotopen im allgemeinen eine verschiedene sein wird, und es sind somit für alle Eigenschaften, die im Kerne ihren Sitz haben, Unterschiede zwischen den Isotopen zu erwarten. Soviel wir wissen, gehört zu diesen Eigenschaften, außer der Masse, die Radioaktivität. Man wird deshalb, auf Grund der tatsächlich vorhandenen Unterschiede zwischen den radioaktiven Eigenschaften der Isotopen und besonders aus deren Abhängigkeit vom Atomgewicht, Gesichtspunkte für die noch ganz offene Frage der Struktur der Kerne finden müssen.

Was nun die außerhalb des Kernes befindlichen Elektronen anbelangt, so ist sowohl ihre Zahl wie auch die Konfiguration, bis auf die weiter zu besprechenden kleinen Unterschiede, für die Isotopen als gleich zu erwarten, denn die erste hängt ja nur von der positiven Ladung des Kernes ab, die zweite von der elektrostatischen Wirkung des Kernes auf die Elektronen und der letzteren aufeinander.

Aus zwei Gründen werden aber die Eigenschaften (Abstand vom Kern, Schwingungszahl, Ionisierungsspannung usw.) der Elektronen bei den Isotopen nicht völlig identisch sein können (14). Der kleine Einfluß, den die Masse des Kernes auf die Bewegungen der Elektronen ausüben wird, muß bei Isotopen mit ungleicher Kernmasse verschieden sein. So ist nach der Bohrschen[2]) Strahlungstheorie die Rydbergsche Konstante der Spektralserien proportional $\frac{M}{M+m}$, wo M die Masse des Kernes, m die des Elektrons ist. Für zwei

1) Näheres vgl. (3) S. 67, (14), G. v. Hevesy u. F. Paneth, diese Zeitschr. **15**, 797, 1914; **16**, 45, 1915. K. Fajans, ebenda **15**, 935, 1914.
2) Phil. Mag. **27**, 506, 1914.

Bleisorten mit dem Atomgewichte 206 und 207 bedingt dies einen Unterschied in der Schwingungszahl um $1{,}3 \cdot 10^{-6}$ Proz. Weiterhin wird wohl die verschiedene Struktur der Kerne einen gewissen Unterschied in der elektrostatischen Kraft zwischen dem Kern und den Elektronen bedingen. Für die in einer Entfernung von 10^{-8} cm vom Kern befindlichen Elektronen ist nach einer Schätzung des Verfassers (14) dieser Unterschied jedenfalls kleiner als 10^{-3} Proz. Für näher dem Kern liegende Elektronen kann dieser Einfluß evtl. viel größer sein.

Außer diesen Verschiedenheiten der Elektronen, die auf die chemischen und physikalischen Eigenschaften der Isotopen, wie ersichtlich, nur einen äußerst geringen Einfluß ausüben können, muß noch eine andere Quelle von Unterschieden berücksichtigt werden, wenn man nicht, wie bis jetzt, isolierte Atome der Isotopen betrachtet, sondern wenn diese an andere Atome gebunden sind, sei es an gleichartige — im Raumgitter des festen Elementes, sei es an fremde Atome — in chemischen Verbindungen. Unter der Voraussetzung, daß die zwischen den Atomen wirkenden Kräfte in solchen Fällen ihren Ursprung in den bei isotopen Elementen praktisch gleichen Atomoberflächen haben[1]), folgt dann aus der verschiedenen Masse der isotopen Atome, ein Unterschied in ihrer Atomschwingungszahl. Es müssen somit die von letzterer abhängenden Eigenschaften der Isotopen verschieden sein. So ergibt sich z. B. auf Grund der Theorie der spezifischen Wärme von P. Debye und M. Born und Th. v. Kármán, daß zwei Bleisorten mit den Atomgewichten 206 bzw. 207 zwischen 0^0 abs. und 7^0 abs. einen Unterschied in der spezifischen Wärme von etwa $^3/_4$ Proz. aufweisen müßten. Auch die Wellenlänge der Reststrahlen müßte Verschiedenheiten von ähnlicher Größenordnung aufweisen. Da die Wärmetönung und die freie Energie chemischer Reaktionen eine Funktion der spezifischen Wärme der beteiligten Stoffe ist, so sind auch in chemischen Eigenschaften aus diesem Grunde gewisse, wenn auch sehr winzige Unterschiede zu erwarten. Wie die folgende Besprechung der vorliegenden experimentellen Resultate zeigt, sind diese Unterschiede jedoch so klein, daß sie auch bei sehr genauen Messungen bis jetzt nicht nachgewiesen werden konnten, und man darf deshalb, wie in den vorhergehenden Kapiteln geschehen, in den meisten Fällen die chemischen und viele physikalischen Eigenschaften der Isotopen als praktisch gleich betrachten.

Hingegen werden die Isotopen in denjenigen Eigenschaften, die direkt von der Masse abhängen, wie die Diffusion im Gaszustande, Verhalten beim Zentrifugieren u. a. m. merkliche Unterschiede aufweisen müssen.

Schließlich sei noch erwähnt, daß natürlich in allen den Eigenschaften, die von der Anzahl der anwesenden Atome oder Moleküle abhängen, die Isotopen nicht für gleiche Gewichtsmengen, sondern für äquivalente Mengen übereinstimmen werden. So wird z. B. die molare elektrische Leitfähigkeit oder optische Refraktion in Lösungen der Salze der Isotopen gleich sein, wodurch alle solche Eigenschaften zur relativen Atomgewichtsbestimmung der Isotopen benutzt werden können (s. auch Kapitel IX, 5 u. 6).

Nach diesen allgemeinen Bemerkungen seien die bisherigen experimentellen Resultate besprochen.

2. Radioaktive Eigenschaften.

Es ist unverkennbar, daß in jeder Plejade entweder die α- oder die β-Strahler stark überwiegen, ja es enthalten die Brevium-, Aktinium-, Blei- und Thalliumplejade, so weit bekannt, sogar nur β-Strahler, die Uran-, Emanation- und Poloniumplejade nur α-Strahler. Für die Aufklärung des Baues der Atomkerne wird wohl diese Tatsache, wie auch die früher ausführlich besprochenen Beziehungen zwischen Lebensdauer und Atomgewicht der Isotopen von Bedeutung sein[1]): es ist kaum anzunehmen, daß die Masse als solche auf die Geschwindigkeit des Zerfalles einen Einfluß hat, vielmehr wird diese von der Konstitution des Kernes abhängen. Die erwähnten Beziehungen deuten somit an, daß bei Isotopen die Konstitution der Kerne in einfacher Weise mit der Zahl der Bestandteile zusammenhängt, denn diese Zahl bestimmt ja die Masse der Kerne[2]). Beim Vergleich der Glieder verschiedener Plejaden ist keine eindeutige Beziehung zwischen

1) Eine davon abweichende Vorstellung wurde von F. A. Lindemann (Nature **95**, 7, 1915) entwickelt. Die Entscheidung zwischen beiden Ansichten wird durch Schmelzpunktsbestimmungen an Isotopen möglich sein, wobei die bis jetzt nach dieser Richtung vorliegenden Erfahrungen für die hier vertretene Ansicht zu sprechen scheinen (vgl. (14) S. 643).

1) Vgl. auch die bemerkenswerte Beziehung zwischen der Lebensdauer analoger α-Strahler der 3 Reihen und ihren Ordnungszahlen, die A. van den Broek aufgedeckt hat. (Elster-Geitel-Festschrift S. 431, 1915.)

2) Beachtenswerte Ansätze zur Erklärung der radioaktiven Umwandlungen auf Grund des Rutherfordschen Atommodells sind neuerdings von H. Rausch von Traubenberg, Göttinger Nachrichten 1915, S. 28, diese Zeitschr. **16**, 264, 1915 und von F. A. Lindemann, Phil. Mag. **30**, 560, 1915, gemacht worden.

Lebensdauer und Atomgewicht zu verzeichnen. Beachtenswert ist aber, daß innerhalb jeder **der radioaktiven Familien von *U*, *Th* und *Ac* ab bis** zu *RaC'*, ThC_2 und AcC_2 die Lebensdauer der α-Strahler mit dem Atomgewicht stetig abnimmt. Bei den C_1-Gliedern und *RaF* trifft dies jedoch nicht mehr zu[1]).

Wie man sich leicht überzeugen kann, ist bei isotopen α-Strahlern auch die Reichweite der α-Strahlen vom Atomgewicht abhängig, und zwar in entgegengesetzter Weise wie die Lebensdauer. Bei den β-Strahlern ist es vorerst schwieriger zu entscheiden, ob ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Atomgewicht und Härte der Strahlen vorliegt, weil ja das β-Spektrum ein sehr kompliziertes noch wenig aufgeklärtes Phänomen darstellt[2]): mit diesem Vorbehalt kann man jedoch, auf Grund der in Tabelle 1 angegebenen Absorptionskoeffizienten der β-Strahlen, bei den Gliedern der Blei- und Thalliumplejade feststellen, daß mit fallendem Atomgewicht die β-Strahlen der Isotopen weicher werden[3]).

3. Röntgen- und γ-Strahlen-Spektrum.

Die Entstehung der Röntgen- und γ-Strahlen wird mit Bohr u. A.[4]) auf die Schwingungen von Elektronen zurückgeführt, die nahe dem Atomkern liegen. Die charakteristischen Röntgenstrahlen der Isotopen wurden bei üblicher Erregungsart im Röntgenrohr bis jetzt nicht untersucht. Ein um so größeres Interesse beanspruchen die Untersuchungen der γ-Strahlen von Sir Ernest Rutherford und seinen Mitarbeitern. Nach Rutherford[5]) stellen die von den Radioelementen emittierten γ-Strahlen ihre charakteristische Röntgenstrahlung vor, die beim Durchgang der aus dem Kern kommenden β-Teilchen in den Elektronen des Atoms erregt werden. Rutherford und E. N. da C. Andrade[6]) verglichen nun die Wellenlängen der weichen γ-Strahlen des *RaB* mit den Wellenlängen der sekundären γ-Strahlen, die im gewöhnlichen Blei durch Bombardierung mit β-Strahlen erregt werden, und fanden, daß sie für die stärksten zwei Linien innerhalb der Versuchsfehler von ca. 1/2 Proz. übereinstimmen. Die gleiche Übereinstimmung zeigt die Wellenlänge einer dieser Linien mit der auf Grund der Moseleyschen Beziehung für die α-Linie der L-Serie des Bleies zu erwartenden Wellenlänge[1]). Da nun die Wellenlänge der charakteristischen Strahlen eine so eindeutige Beziehung zu den Ordnungszahlen der Elemente aufweist, so bestätigen diese Resultate in überraschender Weise den auf Grund der chemischen Untrennbarkeit des *RaB* vom Blei gezogenen Schluß, daß diese Elemente isotop sind. Faßt man weiterhin mit Moseley die Wellenlänge der charakteristischen Strahlen als das Maß der Kernladung des Atoms auf, so wäre durch die Versuche von Rutherford und Andrade experimentell bewiesen, daß die isotopen Elemente *RaB* und Blei die gleiche Kernladung haben.

In Übereinstimmung damit steht weiterhin der Befund derselben Autoren[2]), daß die stärkste Linie der harten γ-Strahlen des *RaB* nahe die gleiche Wellenlänge aufweist, wie sie durch Extrapolation der Moseleyschen Beziehung für die α-Linie der K-Serie des Bleies sich ergibt. Hier ist die Übereinstimmung innerhalb der Versuchs- bzw. Extrapolationsfehler von einigen Prozenten erwiesen.

Inwieweit sich diese Übereinstimmung auf das ganze Röntgenspektrum der Isotopen erstreckt, läßt sich vorerst nicht entscheiden. Die Absorptionsmessungen[3]) an γ-Strahlen der Isotopen *RaB*, *ThB*, *AcB* und *RaD* bzw. *ThD* und *AcD*, deren Resultate in der Tabelle 1 wiedergegeben sind, beweisen, daß wenn auch die γ-Strahlen der Isotopen einen ähnlichen Charakter aufweisen, die Absorptionskoeffizienten Unterschiede zeigen, die sicherlich außerhalb der Versuchsfehler liegen. Auf eine interessante Erklärungsmöglichkeit dieser Tatsache vom Standpunkte des Kernatoms hat neulich Rutherford[4]) hingewiesen.

4. Ultraviolettes und sichtbares Spektrum.

F. Exner und E. Haschek[5]) einerseits, A. Russell und R. Rossi[6]) andererseits haben das Spektrum von Ionium-Thorium-Präparaten untersucht, und konnten weder im Sichtbaren noch im Ultraviolett einen Unterschied gegen das Spektrum des reinen Thoriums feststellen, obwohl der Gehalt an *Io* in ihren Präparaten

1) Vgl. auch St. Meyer, Elster-Geitel-Festschrift 157, 1915.
2) Vgl. z. B. E. Rutherford und H. Robinson, Phil. Mag. **26**, 717, 1913.
3) Vgl. auch E. Marsden und P. B. Perkins, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **11**, 223, 1914.
4) (12) 498, (13) und W. Kossel, Verhandl. d. D. physikal. Ges. **16**, 953, 1914.
5) Phil. Mag. **24**, 453, 1912.
6) Ebenda **27**, 854, 1914.

1) Der in Fig. 1 für *Pb* eingezeichnete Punkt ist diesen Messungen von Rutherford und Andrade entnommen.
2) Phil. Mag. **28**, 263, 1914.
3) Rutherford u. H. Richardson, Phil. Mag. **26**, 943, 1913.
4) Ebenda **28**, 309, 1914.
5) Wien. Ber. **121** (II A), 1075, 1912.
6) Proc. Roy. Soc. 87 A, 478, 1912.

aus radioaktiven Daten sich zu mindestens 16 Proz.[1]) bzw. 10 Proz. ergibt, wenn man auf Grund der neuesten Versuche von F. Soddy[2]) als untere Grenze der Halbwertszeit des *Io* 10^5 Jahre annimmt. Dies legte den Gedanken nahe, daß die Spektren isotoper Elemente gleich sind. Dieselbe Erscheinung fanden nun Richards und Lembert[3]), als sie unter Mitwirkung von P. Baxter die Spektren von gewöhnlichem Blei und von Carnotitblei (Atomgewicht 206,59) verglichen: in dem Gebiet von 2000—4000 A. E. konnte kein Unterschied festgestellt werden. Der in diesen Fällen noch mögliche Einwand, daß in den untersuchten Präparaten, die ja Gemische vorstellen, das Spektrum des einen Bestandteiles durch das des anderen überdeckt wird, trifft wohl für das Bleipräparat von Hönigschmid und Horovitz mit dem Atomgewicht 206,0 nicht mehr zu, da ja letztere Bleisorte wahrscheinlich fast reines *RaG* vorstellt: aber auch in diesem Falle konnte E. Haschek[4]) keinen Unterschied in dem Gebiete zwischen 2400 und 4500 A. E. gegen das Spektrum des gewöhnlichen Bleies, weder im Charakter noch in der Wellenlänge der Linien finden. Die Genauigkeit, mit der die Übereinstimmung der Wellenlänge festgestellt wurde, ist auf Grund des Photogramms auf etwa 0,2 A. E. zu schätzen. Ein etwa bestehender Unterschied in der Wellenlänge der Linien ist also jedenfalls kleiner als $^1/_{100}$ Proz. Bis zu dieser Genauigkeit kann man also die Übereinstimmung der Spektren der isotopen Elemente für erwiesen halten. Dies steht mit den Forderungen des Rutherford-Bohrschen Atommodells in bester Übereinstimmung.

5. Atomvolumen und Dichte.

Wie schon erwähnt wurde, sollte der Radius des äußersten Elektronenringes bei Isotopen mit einem hohen Grad der Genauigkeit gleich sein und dasselbe gilt für das Atomvolumen[5]) beim absoluten Nullpunkt. Oberhalb dieser Temperatur sind wegen der ungleichen Wärmebewegung (Atomschwingungszahl) der Atome der Isotopen im Raumgitter des festen Körpers mit der Temperatur wachsende Unterschiede zu erwarten (14), die aber z. B. für Bleisorten mit dem Atomgewicht 206,0 bzw. 207,1 bei Zimmertemperatur nur etwa $0,7 \cdot 10^{-3}$ Proz. erreichen, so daß sie auch bei sehr genauen Messungen kaum zum Vorschein kommen können. Die Dichte der isotopen Elemente müßte also proportional dem Atomgewichte sein, und die Dichte der Verbindungen proportional dem Molekulargewichte, da ja die Volumenänderung bei der Bildung der Verbindung bei den Isotopen auch sehr nahe gleich sein wird. Direkte experimentelle Beweise für die Richtigkeit dieser Erwartungen fehlen noch. Dem früher (Kap. VII, 3) erwähnten Versuche von Soddy haftet für die Frage des Atomvolumens dieselbe Unsicherheit wie für die des Thoriumbleies an. Eine indirekte Bestätigung wird im nächsten Abschnitt erwähnt.

6. Löslichkeit der Salze[1]).

Fraktionierte Fällungen oder Kristallisationen, die die Löslichkeitsunterschiede der Salze ausnützen, gehören zu den feinsten Trennungsmethoden ähnlicher Elemente. Bei Gemischen isotoper Elemente haben aber, wie oben gezeigt wurde, auch diese Methoden versagt. Man muß daraus schließen[2]), daß die Salze isotoper Elemente gleiche molare Löslichkeit haben und im festen Zustande in allen Verhältnissen ineinander löslich sind. Wegen der gleichen molaren Löslichkeit und dem verschiedenen Molekulargewichte der Salze der Isotopen muß die Dichte ihrer gesättigten Lösungen verschieden sein. Fajans mit J. Fischler und besonders mit M. Lembert konnten dies in der Tat in bald zu veröffentlichenden[3]) Versuchen zeigen. Es wurde die Dichte gesättigter Lösungen der Nitrate verschiedener Bleisorten verglichen (bei $24,45^0$, wobei die Temperatur innerhalb ca. $0,007^0$ konstant gehalten wurde). Für gewöhnliches Blei (207,15) wurde 1,44450 gefunden, für Blei mit dem Atomgewicht 206,57 dagegen 1,44364. Der Unterschied im Gewicht der Lösungen beträgt 2,56 ‰ ihres Gehaltes an Blei (im Mittel 0,335 g pro 1 ccm), was innerhalb der Versuchsfehler dem relativen Unterschied im Atomgewicht (2,80 ‰) der betreffenden Bleisorten gleich ist. Wie ersichtlich, führt das zu einer sehr einfachen relativen Methode der Atomgewichtsbestimmung der Isotopen. Aus den Versuchen folgt, daß die molare Löslichkeit der isotopen Bleisorten innerhalb der Versuchsfehler von $^1/_{10}$ ‰ gleich ist, und daß die Volumina,

1) Durch Atomgewichtsbestimmungen zeigte O. Hönigschmid neuerdings (Kap. VII, 5), daß das Präparat von Exner und Haschek sogar 30 Proz. Ionium enthält.

2) Phil. Mag. **30**, 209, 1915.

3) Zeitschr. f. anorg. Chem. **88**, 446, 1914.

4) Vgl. Hönigschmid und Horovitz, Wien. Ber. **123** (II A), 2428, 1914.

5) Definiert als Atomgewicht/Dichte.

1) Über die Löslichkeit der Emanationen vgl. (15) S. 466, Fußnote.

2) K. Fajans, diese Zeitschr. **15**, 935, 1914.

3) Zeitschr. f. anorg. Chem., 1916.

die je 1 Mol der isotopen Salze in Lösung einnimmt, auch gleich sind.

7. Elektrochemisches Potential.

Während man die ungefähre Übereinstimmung im elektrochemischen Verhalten der Isotopen schon aus älteren Versuchen von G. v. Hevesy[1]) und aus der Unmöglichkeit, die Isotopen durch Elektrolyse oder Abscheidung auf Metallen zu trennen[2]), folgern konnte, zeigen neuere sorgfältige Untersuchungen, wie weitgehend diese Übereinstimmung ist. Z. Klemensiewicz[3]) hat flüssiges *RaB*- (bzw. *ThB*) *Pb*-Amalgam mit einer Säurelösung fraktioniert gewaschen und gefunden, daß das Verhältnis von *RaB* bzw. *ThB* zum *Pb* in der ersten und zehnten Fraktion bis auf $^1/_2$ Proz. gleich ist. Daraus konnte auf Grund der Nernstschen Formel gefolgert werden, daß das Normalpotential von *RaB* bzw. *ThB* bis auf $2 \,.\, 10^{-5}$ Volt mit dem des *Pb* übereinstimmt. G. v. Hevesy und F. Paneth[4]) haben festgestellt, daß das Potential der Kette

$$PbO_2/Pb(NO_3)_2/RaG(NO_3)_2/RaGO_2$$

kleiner als $5 \,.\, 10^{-6}$ Volt ist, woraus die Übereinstimmung der Normalpotentiale von PbO_2 und $RaGO_2$ bis auf $5 \,.\, 10^{-6}$ Volt auf direktem Wege bewiesen wurde. Mit kleinerer Genauigkeit wurde auch für $RaDO_2$ und PbO_2 die Gleichheit der Normalpotentiale gezeigt.

8. Diffusion.

Die Diffusion im Gaszustande ist eine der wenigen Erscheinungen, auf die eine Trennungsmethode der Isotopen gegründet werden kann. In einem Falle scheint diese Methode in der Tat schon erfolgreich gewesen zu sein. J. J. Thomson hat bei der Untersuchung der Kanalstrahlen im Neon nach der Methode der magnetischen und elektrischen Ablenkung außer der normalen Parabel, die dem Atomgewicht 20 entspricht, eine schwächere gefunden, die auf eine Beimengung eines Gases mit dem Atomgewicht 22 hindeutete. Die Versuche, die F. Aston[5]) zur Isolierung des unbekannten Gases mit Hilfe chemischer Methoden und durch fraktionierte Verdampfung des Neons unternahm, waren ergebnislos, durch fraktionierte Diffusion konnte indessen eine partielle Trennung erzielt werden: die Dichten (bezogen auf $O = 16$) der äußersten Fraktionen betrugen 20,15 und 20,28 $\pm$ 0,02, während die des gewöhnlichen Neons 20,19 ist. Leider liegt bis jetzt nur ein kurzer Bericht über die Versuche vor. Sollten sie sich bestätigen, so hätte man es hier mit einem neuen Glied — Metaneon — der Neonplejade zu tun, wodurch die Komplexität auch bei einem Element mit niedrigerem Atomgewichte erwiesen wäre.

Aus ihrer Beobachtung[1]), daß ein zwischen äquivalenten Lösungen der Nitrate zweier Bleisorten (Atomgewicht 206,0 und 207,2) etwa bestehendes Flüssigkeitspotential kleiner als $0{,}2 \cdot 10^{-6}$ Volt ist, schließen G. v. Hevesy und F. Paneth, daß die Wanderungsgeschwindigkeit der betreffenden isotopen Bleiionen bis auf $^1/_{400}$ Proz. gleich ist. Man muß daraus folgern, daß in Lösungen die Beweglichkeit weniger von der Masse als von dem für Isotopen gleichen Radius der Ionen abhängt.

9. Flüchtigkeit.

Man hat öfters[2]) versucht, Isotope durch fraktionierte Verdampfung zu trennen, jedoch ohne Erfolg. Die Zahl der Fraktionen und die Genauigkeit der Messung war jedoch keine sehr hohe, so daß über den Grad der Übereinstimmung sich vorerst nicht viel sagen läßt. Vom theoretischen Standpunkt läßt sich erwarten, daß, wenn im festen Zustande die Kräfte zwischen den Atomen bei Isotopen weitgehend gleich sind, es auch die Flüchtigkeit sein wird, so daß darin nur winzige Unterschiede wegen der etwas verschiedenen Atomvolumina (Entfernung der Atome) der Isotopen bei höheren Temperaturen zu erwarten sind.

10. Magnetische Eigenschaften.

Die magnetische Suszeptibilität der Nitrate bzw. der Chloride zweier Bleisorten (Atomgew. 206,0 und 207,2) ist nach den Messungen von St. Meyer[3]) innerhalb der Versuchsfehler von ca. 1 Proz. gleich. Daraus folgt, daß der Magnetismus keine Kerneigenschaft vorstellt, was übrigens schon die Abhängigkeit der magnetischen Eigenschaften vom chemischen Bindungszustand zeigt.

1) Phil. Mag. **23**, 628, 1912.
2) W. Metzener, Ber. d. D. chem. Ges. **46**, 982, 1913. F. Paneth und G. v. Hevesy, Wien. Ber. **122** (II A), 998, 1913. A. Fleck (9).
3) C. R. **158**, 1899, 1914.
4) Diese Zeitschr. **15**, 797, 1914 und **16**, 45, 1915, Chemiker Ztg. **39**, 520, 1915.
5) Diese Zeitschr. **14**, 1303, 1913.

1) Chem. Ztg. **39**, 520, 1915.
2) C. Auer v. Welsbach, Wien. Ber. **119** (II A), 1044, 1910. B. Keetman, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron. **6**, 265, 1909. F. Paneth u. G. v. Hevesy, Wien. Ber. **122** (II A), 997, 1913. A. Fleck (9) und Phil. Mag. **29**, 337, 1915. W. Metzener, Ber. d. D. chem. Ges. **46**, 982, 1913.
3) Elster-Geitel-Festschrift S. 146, 1915.

X. Das jetzige System der Elemente.

1. Ordnungszahl und Kernladung als Grundlage des Systems.

Die Aufklärung des Verhältnisses der Radioelemente zum periodischen System und die neuen Anschauungen über die Struktur der Atome haben unsere Ansichten über die Beziehungen zwischen den Elementen wesentlich geändert und vertieft, so daß es sich verlohnt, an dieser Stelle den heutigen Stand des allgemeinen Systems der Elemente zu überblicken.

Am radikalsten muß die Ansicht über die Bedeutung des Atomgewichts sowohl für die Systematik der Elemente als auch für deren übrige Eigenschaften geändert werden. Die Tatsache, daß es Elemente gibt, die trotz Atomgewichtsunterschieden bis zu 8 Einheiten praktisch völlig gleiche Eigenschaften, und andere, die bei gleichen Atomgewichten gänzlich verschiedenes Verhalten zeigen, haben der Ansicht, daß das Atomgewicht die anderen Eigenschaften bestimmt, den Boden entzogen. Nach den neueren Vorstellungen über die Struktur der Atome stellt vielmehr die positive Ladung des Atomkernes diejenige Eigenschaft vor, von der die meisten übrigen in erster Linie abhängen. Die Richtigkeit der van den Broekschen Hypothese vorausgesetzt, kann man somit den Inhalt des periodischen Systems folgendermaßen formulieren: die Eigenschaften der Elemente sind periodische Funktionen der Kernladung ihrer Atome. Allerdings ist die van den Broeksche Hypothese, zwar gut gestützt, doch noch nicht über alle Zweifel erhaben, und es ist, wenn auch viel weniger befriedigend, dennoch sicherer, statt des obigen Satzes zu sagen: die Eigenschaften der Elemente sind periodische Funktionen ihrer Ordnungsnummer im Mendelejeffschen System. Jedenfalls hat es aber keinen rechten Sinn mehr, diejenigen Eigenschaften der Elemente, die für die Isotopen gleich sind, als Funktionen des Atomgewichtes darzustellen, vielmehr muß die Ordnungszahl (bzw. die Kernladung) als unabhängige Variable gewählt werden[1]). Es verdient hervorgehoben zu werden, daß eine ähnliche Auffassung, wenn auch aus ganz anderen Gründen, von J. W. Rydberg[2]) schon seit längerer Zeit vertreten wird.

2. Anomalien des periodischen Systems.

Vom Standpunkte dieser Betrachtungsweise erscheinen die Schwierigkeiten, die die Elementenpaare Tellur-Jod, Kobalt-Nickel, Argon-Kalium verursachten, in einem ganz neuen Lichte. Tellur, Kobalt und Argon haben je ein größeres Atomgewicht als Jod, Nickel und Kalium, und die ersteren müßten deshalb bei strenger Anordnung der Elemente nach steigendem Atomgewicht im periodischen System nach den letzteren kommen. Auf Grund der chemischen Eigenschaften mußte jedoch ihre Reihenfolge im System gerade umgekehrt getroffen werden. Aus den vielen erfolglosen Bemühungen, diesen Widerspruch durch Revision des Atomgewichtes des Tellurs[1]) zu beseitigen, ersieht man am besten wie stark er empfunden wurde.

Nun lehrt die Tabelle 2, daß zwischen Uran und Thallium in vielen linksstehenden Plejaden Elemente vorhanden sind, die ein höheres Atomgewicht haben, als manche Glieder einer rechtsstehenden Plejade. Es ist eben für die Stellung im periodischen System nicht das Atomgewicht, sondern die Kernladung maßgebend, und diese ist nach den Moseleyschen Messungen in der Tat beim Nickel größer als beim Kobalt. Sollte nun an den übrigen Stellen des periodischen Systems eine ähnliche Mannigfaltigkeit der Elemente bestehen, wie sie uns der radioaktive Teil enthüllt hat, so müßte man sich nicht über die obigen Ausnahmefälle, sondern vielmehr darüber wundern, daß die Anordnung der Elemente nach steigendem Atomgewicht nur in so wenigen Fällen von der nach steigender Kernladung abweicht. Die letzten zwei Reihen geben Anhaltspunkte zur Aufklärung dieser Frage. Wie früher gezeigt wurde (Kap. IV), steigen auch hier die Atomgewichte regelmäßig von niederen Gruppen zu höheren, wenn man, um die Analogie zu dem übrigen Teil des Systems richtig zu finden, die Atomgewichte der langlebigsten Glieder der Plejaden als die in das allgemeine System passenden wählt. Erblickt man darin eine Stütze für die auch sonst sehr plausible Ansicht, daß wir bei den gewöhnlichen Elementen nur die langlebigsten (oder Gemische der langlebigsten) Isotopen kennen gelernt haben, so wird man zu der Regel geführt, daß die Atomgewichte der langlebigsten Glieder der Plejaden mit der Kernladung fallen. Das Verhalten der oben erwähnten drei Elementarpaare wird also entweder als eine Ausnahme von dieser Regel anzusehen sein, oder aber einige dieser Elemente

1) Vgl. das Atomvolumen-Ordnungszahl-Diagramm bei St. Meyer, Elster-Geitel-Festschrift S. 146, 1915.

2) Zeitschr. f. anorg. Chem. **14**, 66, 1897.

1) Eine Zusammenstellung vgl. G. Pellini, Sammlung chemischer und chemisch-technischer Vorträge **21**, 8—11, 1914.



sind nicht die langlebigsten Glieder ihrer Plejaden. Das Suchen nach Isotopen dieser anomalen Elemente ist deshalb vielleicht nicht aussichtslos.

3. Seltene Erden.

Auch in der zu den größten Schwierigkeiten des periodischen Systems gehörenden Frage der Elemente der seltenen Erden, ist durch die neuen Ansichten und hauptsächlich durch die Moseleyschen Versuche ein gewisser Fortschritt zu verzeichnen. Man versteht unter seltenen Erden (im engeren Sinne) eine Gruppe von 14 Elementen, deren Atomgewichte zwischen dem des Lanthans (139,0) und dem des Lutetiums (175,0) liegen, und die trotzdem eine so weitgehende Übereinstimmung ihrer chemischen Eigenschaften zeigen, daß ihre Trennung zu den schwierigsten Aufgaben der analytischen Chemie gehört[1]). Die normale Verteilung dieser Elemente auf alle Gruppen des periodischen Systems würde also mit ihren chemischen Eigenschaften im krassesten Widerspruch stehen. Sie wird aber auch durch die Moseleyschen Messungen an charakteristischen Röntgenstrahlen ausgeschlossen. Die seltenen Erden müßten bei der erwähnten Anordnung zwischen Barium und Tantal in ähnlicher Weise eingeordnet werden wie die Elemente zwischen Kalzium und Niob, und die Zahl der Elemente der seltenen Erden müßte somit 20 betragen, d. h. es müßten 6 noch zu entdecken sein. Die Figur 1, die eine so auffallende Gesetzmäßigkeit zwischen der Ordnungszahl und Wellenlänge darstellt, zeigt jedoch, daß die Ordnungszahl des Tantals 73 ist, wenn die des Bariums zu 56 angenommen wird, die Zahl der möglichen Elemente der seltenen Erden beträgt also nur 16, und es fehlen nur zwei Elemente, nämlich eines (61) zwischen Neodym und Samarium, ein zweites (72) zwischen Lutetium und Tantal.

Eine normale Einordnung dieser Elemente ist also ausgeschlossen. Andererseits darf man auch die oft vorgeschlagene Anordnung aller dieser Grundstoffe zusammen auf je eine Stelle der dritten und vierten Gruppe des Systems, wobei Tantal in dieselbe Horizontalreihe käme wie Barium, nur als eine einfache Art der Darstellung betrachten, und man darf sie keineswegs mit der analogen Anordnung der Isotopen verwechseln, denn nicht nur ist der Unterschied zwischen den chemischen Eigenschaften der seltenen Erden von einer ganz anderen Größenordnung (vgl. Fig. 2) als der bis jetzt nicht nachgewiesene zwischen den Isotopen, sondern die ersteren zeigen im Gegensatz zu den letzteren große Unterschiede im optischen Spektrum, magnetischen Eigenschaften und, wie die Fig. 1 zeigt, auch in den Wellenlängen der charakteristischen Strahlen, d. h. ihre Kernladung ist verschieden, während die der Isotopen gleich ist. Der Gruppe der seltenen Erden kommt also zweifellos eine Ausnahmestellung im periodischen System zu, die normale Periodizität der Eigenschaften in Abhängigkeit vom Atomgewicht, oder richtiger von der Kernladung, erleidet an dieser Stelle eine Unterbrechung, um erst vom Tantal ab wieder normal zu werden. Es ist deshalb wohl am rationellsten, etwa auf die in Tabelle 3 gewählte Weise[1]), diese Sonderstellung der seltenen Erden zum Ausdruck zu bringen. Sehr beachtenswert ist übrigens die Art der Abstufung der Eigenschaften innerhalb der Gruppe der seltenen Erden, auf die B. Brauner[2]) und neuerdings R. J. Meyer[3]) hingewiesen haben. In Fig. 2 ist als Beispiel die Löslichkeit der Oxalate in 1 *n* Schwefelsäure bei 25° nach den Messungen von R. J. Meyer und Frau E. Bodländer[4]) als Funktion der Ordnungszahl dargestellt. Die Kurve zeigt deutlich, daß innerhalb dieser Elementengruppe eigene, noch zu ergründende Gesetzmäßigkeiten herrschen.

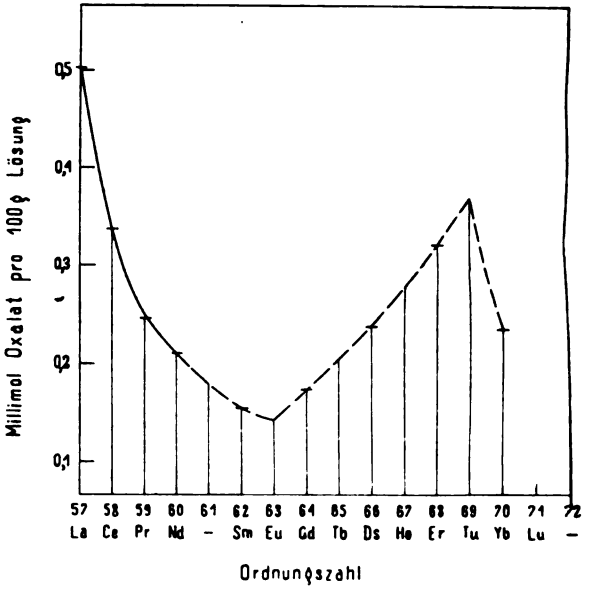


Fig. 2.

1) Näheres vgl. R. J. Meyer, Die Naturwissenschaften 2, 781, 1914.

1) Vgl. auch (3), S. 20 u. 21, E. Baur, Zeitschr. f. physikal. Chem. 76, 583, 1911.
2) Zeitschr. f. Elektrochemie 14, 525, 1908.
3) l. c.
4) Frau E. Bodländer, Dissertation Universität Berlin, 1915.

4. Achte Gruppe.

Es sei auch erwähnt, daß in der Fig. 1 die Triaden der achten Gruppe durchaus nicht als ein Element, sondern als je drei Elemente auftreten, so daß die übliche Zusammenstellung der Triaden auf je eine Stelle des Systems bei evtl. Anwendung der Verschiebungssätze völlig versagen würde. Die Vereinigung der nullten und achten Gruppe in der Tabelle 3 zu einer Gruppe verfolgt auch nur den Zweck, die in den letzten zwei Reihen durch die radioaktiven Umwandlungen so überzeugend bewiesene Kontinuität des Systems auch hier zum Ausdruck zu bringen[1]), was bei der Trennung dieser Gruppen, durch die entstehenden Lücken zuschande gemacht wird. Am besten in dieser Hinsicht ist jedoch eine schraubenförmige Darstellung des periodischen Systems, wobei besonders die von Soddy[2]) vorgeschlagene Form viele Härten der tabellarischen Darstellung vermeidet.

5. Zahl der Elemente.

Die Moseleyschen Versuche bestätigen weiterhin, daß zwei höhere Homologe des Mangans zu entdecken sind. Eines (43) zwischen *Mo* und *Ru*, das andere (75) zwischen *W* und *Os*. Je ein radioaktives Halogen (85) und Alkalimetall (87) sind auch zu erwarten. Sonst dürften zwischen Lithium und Uran alle Elemente, natürlich abgesehen von Isotopen, bekannt sein.

Ob Wasserstoff und Helium die einzigen Elemente vor Lithium sind, d. h. ob dieses Element die Ordnungszahl und Kernladung 3 hat, läßt sich nicht mit Sicherheit entscheiden: Fig 1 gibt ja nur die relativen Ordnungszahlen an. Die Versuche von Rutherford und J. M. Nuttall[3]) über die Zerstreuung von α-Teilchen in Gasen scheinen jedoch dafür zu sprechen, daß die Kernladung des Kohlenstoffatoms, also auch die aller anderen Atome, dem in der Tabelle 3 für die Ordnungszahl angegebenen Wert entspricht. Sollte sich das bestätigen, so müßte man annehmen, daß die Atome der leichten Elemente, Nebulium usw., für deren außerirdische Existenz gewichtige spektroskopische Gründe vorliegen[4]), eine andere Art der Struktur[5]) aufweisen als die irdischen Elemente, denn alle möglichen Kernladungen würden ja durch letztere Elemente erschöpft sein.

1) Vgl. auch Kap. V, 2 c.
2) (3) S. 21.
3) Phil. Mag. **26**, 702, 1913.
4) Vgl. z. B. H. Bourget, Ch. Fabry und H. Buisson, C. R. **158**, 1017, 1914.
5) J. W. Nicolson, ibid. 1322 und Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. 1911—1914.

6. Helium und Wasserstoff als Bestandteile der Elemente und die Umwandlungsfähigkeit der letzteren.

Was die Frage des Aufbaues der schweren Elemente aus einem oder mehreren leichten — ein Gesichtspunkt, der den Kerngedanken der Proutschen Hypothese bildete — anbelangt, so ist ja für die Radioelemente mit Sicherheit bewiesen, daß sie Helium als Bestandteil enthalten, und zwar ist es nach der Rutherfordschen Theorie anzunehmen, daß der Heliumkern einen integrierenden Teil der radioaktiven Kerne bildet. Nimmt man dasselbe für die Atome der leichteren Elemente an, so werden die von J. W. Rydberg[1]) aufgedeckten Regelmäßigkeiten der Atomgewichte verständlich, die am Anfange des Systems besonders auffallend sind. Man findet dort zwei Reihen von Elementen, deren Atomgewichte sich je um ca. 4 Einheiten unterscheiden. Es sind dies ***Li***, ***B*** (***N***), ***F***, ***Na***, ***Al***, ***P***, ***Cl*** und ***He*** (***Be***), ***C***, ***Ne***, ***Mg***, ***Si***, ***S***, und in beiden Fällen entspricht einer Atomgewichtsveränderung um 4 Einheiten eine Verschiebung in die zweitnächste Gruppe, was vollkommen an die α-Umwandlungen erinnert. Wenn dabei die Unterschiede zwischen den Atomgewichten zwar sehr nahe, aber nicht genau 4,0 Einheiten betragen, so käme in erster Linie[2]) als Erklärung die Annahme in Betracht, daß man es wenigstens bei einigen dieser Elemente mit Gemischen von Isotopen zu tun hat. Eine experimentelle Prüfung dieser Hypothese ist ohne weiteres möglich, denn nach ihr müßte sich z. B. Chlor durch fraktionierte Diffusion usw. in zwei Bestandteile mit verschiedenem Atomgewicht trennen lassen.

Aber selbst wenn man die meisten Elemente als Gemische von Isotopen betrachtet, kann Helium nicht der einzige Bestandteil schwererer Elemente sein, denn Lithium mit dem Atomgewichte 6,94 könnte nur dann als Gemisch von Elementen, deren Atomgewichte ganze Vielfache von 4 sind, angesehen werden, wenn eines der Isotopen das Atomgewicht 4 hätte, also Helium selbst wäre, was natürlich widersinnig ist. Man muß also mindestens noch einen zweiten Bestandteil annehmen, und es ist naheliegend an Wasserstoff zu denken. Daß der Atomgewichtsunterschied zwischen Thorium (232,15) und Uran I (238,18), die

1) Zeitschr. f. anorgan. Chem. **14**, 66, 1897.
2) Man könnte auch daran denken, daß die Masse eines schwereren Atoms zwar sehr annähernd, aber nicht streng die Summe der Masse seiner Bestandteile vorstellt. Vgl. R. Swinne, diese Zeitschr. **14**, 145, 1913; W. D. Harkins u. E. D. Wilson, Journ. Am. Chem. Soc. **37**, 1367, 1915.

wohl als einfache Elemente anzusehen sind, mit so großer Annäherung als $He + 2H$ (oder $2He - 2H$) sich darstellen läßt, und der zwischen Neon (20) und Metaneon (22) als $2H$, wäre dann leicht zu verstehen. Das vermutliche Atomgewicht des Aktiniums und vor allem die neuesten Versuche von E. Marsden und W. C. Lantsberry[1]), die auf die Existenz von Wasserstoffumwandlungen hindeuten, wären als weitere Stützen für diese Hypothese anzusehen. Da vom Standpunkte der Rutherfordschen Theorie der Wasserstoffkern mit einer positiven Ladung den Bestandteil der schwereren Kerne bilden müßte, so wäre bei solchen Wasserstoffumwandlungen eine Verminderung der Ordnungszahl um 1 Einheit zu erwarten. Vielleicht beruhen die genetischen Beziehungen zwischen den seltenen Erden, deren Existenz durch das gemeinsame Vorkommen dieser Elemente in Mineralien wahrscheinlich gemacht wird, auf Wasserstoffumwandlungen: in der Tat ist Wasserstoffgas in sehr vielen Mineralien der seltenen Erden aufgefunden worden[2]).

Über die sehr verlockende Frage, ob die Umwandlungsfähigkeit allen Elementen eigen ist, läßt sich nicht viel mehr sagen, als daß nichts gegen eine solche Hypothese spricht. Denn der Mangel nachweisbarer radioaktiver Eigenschaften kann nicht als Gegenbeweis dienen, wie die Beispiele des Mesothorium 1 und Aktiniums zeigen[3]). Stellt man sich auf den Standpunkt dieser Hypothese, und betrachtet die Häufigkeit des Vorkommens der gewöhnlichen Elemente als ein Maß ihrer Lebensdauer, so führt[4]) die von E. Clarke[5]) hervorgehobene Abhängigkeit der Häufigkeit chemisch analoger Elemente von ihrem Atomgewicht zu ähnlichen Beziehungen zwischen Atomgewicht und Lebensdauer der Glieder einer Gruppe des periodischen Systems, wie die innerhalb der Plejaden geltenden.

Daß übrigens die Radioaktivität nicht an hohes Atomgewicht gebunden ist, zeigen die Beispiele der radioaktiven Elemente Kalium und Rubidium[6]). Ob die β-Strahlen dieser Alkalimetalle von der Hauptmasse des Elementes selbst oder von Beimengungen kurzlebigerer Isotopen herrühren[1]), wird sich wohl durch fraktionierte Diffusion im Dampfzustande oder durch Zentrifugieren feststellen lassen. In beiden Fällen müßte eine β-Umwandlung zu Isotopen des Kalziums bzw. Strontiums führen, woraus sich auch ein Weg zur Aufklärung dieser Frage ergibt[2]).

1) Phil. Mag. **30**, 240, 1915.
2) W. Ramsay, J. N. Collie und M. Travers, Journ. Chem. Soc. **67**, 684, 1895.
3) (1) S. 535.
4) (15) S. 465.
5) Data of Geochemistry, Bulletin U. S. Geological Survey 1911, S. 37.
6) J. Elster und H. Geitel, Jahrbuch der Radioakt. u. Elektron. **10**, 323, 1913.

7. Räumliche Darstellung des Systems der Elemente.

Zum Schluß einige Worte über eine zweckmäßige Form der Darstellung des heute bekannten Systems der Elemente. Es kann jetzt weniger als jemals einem Zweifel unterliegen, daß die Mendelejeff-Meyersche Tabelle die Zahl der möglichen chemisch verschiedenen Individuen oder, genauer ausgedrückt, die Zahl der möglichen Kernladungen erschöpft. Um durch die Einordnung der Isotopen, die die Zahl der Elemente ungeheuer vermehren, die Verbildlichung dieser fundamantalen Erkenntnis nicht zu stören, ist es am rationellsten, die Isotopen an den zugehörigen Stellen des gewöhnlichen Systems nicht in derselben Ebene, sondern senkrecht zu ihr in der Reihenfolge ihrer Atomgewichte anzuordnen. Die gewöhnliche Tabelle des periodischen Systems wäre dann eine Projektion eines wirklichen räumlich gedachten Systems[3]), längs dessen dritter Achse die Kernladung konstant wäre, und hauptsächlich nur das Atomgewicht und die Lebensdauer als Variable auftreten würden. In der Projektionsebene wären nach der früher vertretenen Auffassung die langlebigsten Glieder der Plejaden zu fixieren. Wie ja wahrscheinlich gemacht wurde, unterscheiden sich die Isotopen, wenn auch in einem sehr winzigen Grade, wohl auch in ihren meisten physikalischen und chemischen Eigenschaften. Da nun diese Unterschiede mit der Verschiedenheit der Atomgewichte der Isotopen zusammenhängen, so werden also längs der dritten Achse unseres Systems alle Eigenschaften als eindeutige Funktionen des Atomgewichtes auftreten (14). Natürlich hat dieser funktionelle Zusammenhang mit dem Atomgewicht nichts Gemeinsames mit dem früher als Grundlage des periodischen Systems geltenden.

1) (15) S. 465 Fußnote.
2) H. Lachs, Ber. d. Warschauer Wissensch. Ges. **8**, 145, 1915.
3) Die Anregung zu diesem Vorschlag verdanke ich einer Unterhaltung mit Herrn Geh. Rat C. Engler. (15), S. 466, (14).

(Eingegangen 20. November 1915.)

BESPRECHUNGEN.

Deutsche Südpolarexpedition 1901—1903. Im Auftrage des Reichsamtes des Innern herausgegeben von Erich v. Drygalski. I. Atlas. Meteorologie. Heft 2, 3, 4. W. Meinardus und L. Mecking, Tägliche synoptische Wetterkarten der höheren südlichen Breiten vom 1. Oktober 1901 bis 31. März 1904. Folio. Tafel 18—322 mit 913 Karten. Berlin, Georg Reimer. 1915. Subskriptionspreis für 2—4 M. 192.— (einzelne Hefte M. 77.—).

Mit diesen drei Bänden wird das große Werk täglicher Isobarenkarten der Gegenden an der Grenze der Antarktis abgeschlossen. Es liegen damit 964 solcher Karten vor, eine gewiß erstaunliche Leistung. Ein Text ist diesen neuen Bänden nicht mehr beigegeben, wohl aber ein kurzes Schlußwort. Aus ihm geht hervor, daß ein Teil des schon veröffentlichten Materials nochmals überarbeitet worden ist, wesentlich, um an Hand der allmählich gewonnenen Erfahrung eine einheitlichere Darstellung zu geben. Dabei konnten denn auch noch die inzwischen erschienenen Ergebnisse der französischen Charcot-Expedition mitverwertet werden, sowie die in Sydney veröffentlichten australischen Wetterkarten.

In diesem Atlas liegt ein wissenschaftlicher Wert, wie ihn keine der Veröffentlichungen der anderen Expeditionen jener Jahre enthält, indem jede nur die Ergebnisse ihrer eigenen Messungen verwendet, hier aber mit wenig Unterstützung durch die anderen beteiligten Staaten, ja selbst gegen deren Widerstand eine Zusammenfassung vollendet wird, welcher die großen Ziele der Forschung die Hauptsache sind. Sie ist im schönsten Sinne international.

Die Karten geben für den ganzen Umfang der Erde die Isobaren zwischen 70 und 30° südlicher Breite für jeden Tag vom 1. Oktober 1901 bis zum 31. März 1904, also für $2^1/_2$ Jahre. Außerdem werden Windrichtung und -stärke, Bewölkung, Niederschläge und Temperatur für die einzelnen Stationspunkte eingezeichnet. Es ist nicht daran zu zweifeln, daß eine derart ausführliche Darstellung unsere Kenntnisse der Witterungsgesetze der Südpolkappe wesentlich vertiefen wird. A. Nippoldt.

David Owen, Recent Physical Research. An account of some recent contributions to experimental physics. Mit 53 Illustrationen. London, The Electrician.

Wie im Vorwort ausgeführt, ist das kleine Buch aus einer Reihe von Aufsätzen entstanden, die in der Zeitschrift „The Electrician“ in den Jahren 1910 bis 1913 erschienen sind. Die 13 Kapitel haben folgende Überschriften: 1 u. 2. Positive Strahlen; 3. Rutherfords Untersuchungen über α-Strahlen; 4 u. 5. Curies Forschungen über den Magnetismus; 6. Das Nordlicht; 7. Die Brownsche Bewegung; 8 u. 9. Der Strahlungsdruck; 10. Kurze elektrische und lange Wärmewellen; 11 u. 12. Freie Elektronen in Metallen; 13. Magnetische Körper aus nichtmagnetischen Elementen.

Entsprechend diesen Überschriften werden in klaren Aufsätzen die bekannten Errungenschaften der letzten Jahre Elektrotechnikern oder Chemikern oder älteren Physikstudierenden, etwa im Niveau unserer Oberlehrer-Ferienkurse vorgetragen. Der Autor ist redlich bemüht gewesen, den deutschen Verdiensten gerecht zu werden. Dies ist ihm wohl fast immer gelungen, jedoch hat für die Gasanalyse durch Kanalstrahlen Koenigsberger die Priorität vor J. J. Thomson. Erich Marx.

Silvanus P. Thompson, Radiations visibles et invisibles. Conférences faites à XX l'Institution royale de Grande-Bretagne augmentées de conférences nouvelles traduites et annotées par L. Dunoyer. Paris, Hermann & Fils. 1914. 2. Auflage. Preis 7,50 Fr.

Die Vorlesungen sind populär gehalten und mit einfachen Schulexperimenten, wie sie bei uns überall auch in den Mittelschulen vorgeführt werden, ausgeführt. An Deutschlands Hochschulen wird wohl allgemein in der Experimentalphysik wesentlich mehr geboten, als nach dem vorliegenden Buche in London der Fall ist. Dem Verfasser selbst ist das nicht unbekannt, und er stimmt ein lebhaftes Klagelied an, daß die Universität in London viel schlechter gestellt ist, als die meisten, selbst kleinen Universitäten bei uns. Dabei wirkt es aber doch etwas kurios, wenn er sagt: Le professeur de Physique de l'Université de Londres n'a fait aucune découverte, semblable a celle du professeur Röntgen, pour l'excellente raison, que l'Université de Londres n'a ni appointé un professeur de physique, ni construit un laboratoire où il puisse travailler. — Die Darstellung ist flüssig und klar und sehr anschaulich. Erich Marx.

L. v. Bortkiewicz, Die radioaktive Strahlung als Gegenstand wahrscheinlichkeitstheoretischer Untersuchungen. gr. 8°. VII. u. 84 S. m. 5 Kurven. Berlin, Julius Springer. 1913. M. 4.—.

In der neueren Molekularphysik spielen die molekularen Schwankungserscheinungen eine immer wichtigere Rolle. Es ist deswegen außerordentlich wertvoll, daß in dem Buche von Bortkiewicz eine Arbeit vorliegt, in der die Formeln, die auf die Schwankungserscheinungen anzuwenden sind, ganz streng abgeleitet werden. Behandelt wird vom Standpunkte der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wie es der Titel sagt, nur die radioaktive Strahlung. Hier sind besonders zwei Probleme wichtig: einmal das Verteilungsgesetz für die Zeitabstände zwischen zwei unmittelbar aufeinander folgenden Atom-Zerfallserscheinungen, dann das Verteilungsgesetz für die Zahlen der elementaren Zerfallserscheinungen, die auf Zeitintervalle von bestimmter Dauer entfallen. Im Anschluß an die Regenerschen Versuche über die Scintillationen der α-Strahlen wird dann das zweite Problem noch für den Fall erweitert, daß die Zeitintervalle, für welche die Scintillationen festgestellt werden, von verschiedener Dauer sind, und daß es sich dabei um große Zahlen von Scintillationen handelt.

Für den Physiker, der auf dem Gebiete der Schwankungserscheinungen experimentell arbeitet, ist besonders der Teil der Bortkiewiczschen Unter-

suchung von Interesse, wo die Kriterien dafür angegeben werden, ob das Ergebnis einer Schwankungsmessung genügend genau mit dem aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung sich ergebenden Resultat übereinstimmt. Es handelt sich mit anderen Worten darum, wie sich bei einer Reihe von Zahlen der beobachtete mittlere Fehler zu dem entsprechenden mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie errechneten mittleren Fehler verhält. Dieses Problem, das große praktische Bedeutung bei Schwankungsmessungen besitzt, wird auf Grund der von Lexis begründeten Theorie der Dispersion statistischer Zahlenwerte gelöst.

Alle abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten werden auch von Bortkiewicz auf vorliegende Experimente angewendet, zu welchem Zwecke die Versuche von Marsden-Barratt, Rutherford-Geiger und Regener herangezogen werden. Es ergeben sich dabei sehr interessante neue Resultate, wie z. B. eine unternormale Dispersion in den Versuchen von Rutherford-Geiger, die durch eine lückenhafte Registrierung zu erklären versucht wird.

Hinzuweisen ist noch auf eine kritische Beleuchtung des (von den Physikern so genannten) Schweidlerschen Gesetzes, sowie auf den Nachweis, daß die abgeleiteten Kriterien der normalen Dispersion auch auf solche Fälle anzuwenden sind, wo es sich, wie bei den Versuchen von Svedberg, nicht um zeitliche, sondern um räumliche Schwankungen handelt.

Für den Experimentalphysiker ist das Buch von Bortkiewicz deshalb von großem Wert, weil erstens möglichst korrekte Ableitungen für die bei radioaktiven Schwankungsmessungen gültigen Formeln gegeben werden, und zweitens, weil hier zum erstenmal eine vollkommen exakte Diskussion des vorhandenen experimentellen Zahlenmaterials ausgeführt wird.

Edgar Meyer.

Nachtrag zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

Dr. **Franz Rother**, Assistent am physikal. Institut der Universität Leipzig, ist als Unteroffizier bei den Fliegertruppen tätig.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Zürich Dr. F. Herzfeld für physikalische Chemie.

Berufen: Der ord. Professor der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule Danzig Dr. Otto Ruff in gleicher Eigenschaft an die Technische Hochschule Breslau (zum 1. April 1916), der a. o. Professor der Mathematik an der Universität Bonn Dr. J. Schur in gleicher Eigenschaft an die Universität Berlin.

Verliehen: Dem Privatdozent für Technische Mechanik an der Technischen Hochschule in Darmstadt Regierungsbaumeister Dr.-Ing. Viktor Blaeß der Titel Professor, dem Fabrikbesitzer Dr. Emanuel August Merck in Darmstadt der Charakter als Geheimer Medizinalrat.

Gestorben: Der Adjunkt am Maritimen Observatorium in Triest Astronom Dr. Friedrich Bidschof, der frühere Professor der Chemie an der Marine-Akademie in Greenwich Dr. Heinrich Debus in Kassel, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Würzburg Geheimer Rat Dr. Friedrich Prym.

Gesuche.

Notizen für die Herren Mitarbeiter!

1. Die **Adresse der Redaktion** ist Göttingen, Nikolausberger Weg 20.
2. Die Physikalische Zeitschrift will vor allem einer rasch orientierenden und anregenden Berichterstattung dienen. Die Mitteilungen müssen daher **auf das Wesentliche beschränkt** und **in möglichst knapper Form** abgefaßt sein. Sie sollen im allgemeinen den Umfang von etwa 8 Spalten nicht überschreiten.
3. Die **Manuskripte** müssen druckfertig eingeliefert werden. Im Interesse rascher Erledigung liegt es, sie auf **einseitig** und deutlich, am besten mit **Schreibmaschine** geschriebenen Blättern einzuliefern.
4. **Zitate** bitten wir in der in den „Fortschritten der Physik" üblichen Form zu geben; auch bitten wir, die vom Ausschuß für Einheiten und Formelzeichen (AEF) vorgeschlagenen Bezeichnungen zu berücksichtigen.
5. Am Schluße der Arbeit bitten wir eine kurze **Zusammenfassung** der wesentlichen Ergebnisse sowie die **Adresse des Autors** beizufügen.
6. **Figurenvorlagen** müssen auf besonderen Blättern **gleichzeitig mit dem Manuskript** und möglichst so eingeliefert werden, daß ihre Reproduktion ohne weiteres erfolgen kann. Reproduktionen auf besonderen Tafeln können, mit Rücksicht auf die hohen Kosten, nur ausnahmsweise ausgeführt werden.

Herausgeber, Redaktion und Verlag der Physikalischen Zeitschrift.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

e Kriegs-
rsiker.

Institut der
en Flieger-

enossen,
en mög-

F. Hert-

ten Chemie
Otto Ruff
Hochschule
er der M-
n gleicher

Mechanik
Regierungs-
Professor
Merck
alrat.



